Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

طريق التفوق

في

الرياضيات الأدبي

الوحدة الثانية

التفاضل

2006

إعداد

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

Dr. Khaled jalal

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad
Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad
Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

0799948198

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الفهرس

رقم الدرس	أسم الدرس	رقم الصفحة
الأول	قاعدة السلسلة (كتاب الطالب)	4
الأول	قاعدة السلسلة (كتاب التمارين)	8
الثاني	مشتقتا الضرب و القسمة (كتاب الطالب)	9
الثاني	مشتقتا الضرب و القسمة (كتاب التمارين)	13
الثالث	مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي و الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي (كتاب الطالب)	14
الثالث	مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي و الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي (كتاب التمارين)	18
الرابع	مشتقتا اقتران الجيب و اقتران جيب التمام (كتاب الطالب)	19
الرابع	مشتقتا اقتران الجيب و اقتران جيب التمام (كتاب التمارين)	22
	أختبار نهاية الوحدة	23

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الاول

قاعدة السلسلة

كتاب الطالب

مثال 1 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $y = (x^2 + 1)^3$ 2) $y = \sqrt{4 - 3x}$

أتحقق من فهمي صفحة (56) :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $y = (x^2 - 2)^4$ b) $y = \sqrt{x^3 + 4x}$

مثال 2 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

1) $f(x) = (2x^4 - x)^3$, $x = 1$ (2 $f(x) = \sqrt{1 + x^3}$, $x = 2$

3) $y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$, $x = -2$

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

a) $f(x) = (x^4 + 1)^5$, $x = 1$ b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$, $x = 2$

c) $y = \sqrt[4]{(2x^2 - 7)^5}$, $x = 4$

مثال 3 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = 5(1 - x^4)^3 + 4x + 7$ 2) $f(x) = (2x + 1)^3 - \sqrt{3x^2 - 2x}$

أتحقق من فهمي صفحة (59):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = (1 + x^3)^4 + x^8 + 2$ b) $f(x) = \sqrt[3]{(2x - 1)} - (x - 3)^3$

مثال 4 :

توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بإحدى القرى عن طريق الاقتران :

$C(p) = 0.6\sqrt{0.5p^2 + 17}$ ، حيث p عدد السكان بالألف نسمة،

علما بأن C يقاس بأجزاء من المليون (تعني 5 أجزاء من المليون مثلا) :

1) أجد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد السكان .

2) أجد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد السكان عندما يكون عدد السكان 4 الاف نسمة ، مفسرا معنى الناتج .

أتحقق من فهمي صفحة (61):

يمثل الاقتران : $P(t) = \sqrt{10t^2 + t + 229}$ إجمالي الأرباح السنوية لإحدى الشركات الصناعية (بالاف الدنانير) ، حيث t عدد السنوات بعد عام 2015 م :

a) أجد معدل تغير إجمالي الأرباح السنوي للشركة بالنسبة إلى الزمن t.

b) أجد معدل تغير إجمالي الأرباح السنوي للشركة عام 2020م ، مفسرا معنى الناتج .

مثال 5 :

إذا كان : $y = u^3 - 2u + 1$ ، حيث : $u = 2\sqrt{x}$ ، فأجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 4$

أتحقق من فهمي صفحة (62):

إذا كان : $y = u^5 + u^3$ ، حيث : $u = 3 - 4x$ ، فأجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 2$

مسألة اليوم

يمثل الاقتران : $N(t) = 20 - \frac{30}{\sqrt{9 - t^2}}$ عدد السلع التقريبي التي يمكن لمحاسب مبتدئ في أحد المحال التجارية أن يمررها فوق الماسح الضوئي في الدقيقة الواحدة بعد t ساعة من بدئه العمل.

أجد سرعة المحاسب في أداء هذه المهمة بعد زمن مقداره t ساعة .

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

أتدرب و أحل المسائل صفحة (62) ، (63):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = (1+2x)^2$

2) $f(x) = (3-2x^2)^{-5}$

3) $f(x) = (x^2-7x+1)^{3/2}$

4) $f(x) = \sqrt{7-x}$

5) $f(x) = 4(2+8x)^4$

6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x-8}}$

7) $f(x) = \sqrt{5+3x^2}$

8) $f(x) = \sqrt{x} + (x-3)^2$

9) $f(x) = \sqrt[3]{2x-x^5} + (4-x)^2$

10) $f(x) = (\sqrt{x} + 5)^4$

11) $f(x) = \sqrt{(2x-5)^3}$

12) $f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^5$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

13) $f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$, $x = \frac{1}{4}$

14) $f(x) = \sqrt{25-x^2}$, $x = 3$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

15) $y = 5u^2 + 3u$, $u = x^3 + 1$

16) $y = \sqrt[3]{2u+5}$, $u = x^2 - x$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

17) $y = 3u^2 - 5u + 2$, $u = x^2 - 1$, $x = 2$

18) $y = (1+u^2)^3$, $u = 2x - 1$, $x = 1$

يمثل الاقتران : $C(x) = 1000\sqrt{x^2 - 0.1x}$ تكلفة إنتاج x قطعة من منتج معين (بالاف الدنانير):

19) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة .

20) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة .

يمثل الاقتران : $N(t) = 400(1 - \frac{3}{(t^2+2)^2})$ عدد الخلايا البكتيرية

بعد t يوما في مجتمع بكتيري :

21) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 1$

22) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 4$

إذا كان : $h'(3) = -2$ ، $h(3) = 2$ ، $g'(2) = 6$ ، $g(2) = -3$ ، فأجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عندما $x = 3$:

23) $f(x) = g(h(x))$

24) $f(x) = (h(x))^3$

مهارات التفكير العليا صفحة (63)

25) إذا كان : $h(x) = f(g(x))$ ، حيث $f(u) = u^2 - 1$ ، وكان : $g'(2) = -1$ ، $g(2) = 3$ ، فأجد $h'(2)$ ، مبررا إجابتي .

26) أجد مشتقة الاقتران : $y = (x^2 - 4)^5$ عندما $y = 0$ ، مبررا إجابتي .

27) أي الاقترانات الاتية مختلف ، مبررا إجابتي :

$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$h(x) = (x^2 + 1)^3$

$g(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$

$p(x) = x^2 + 1$

28) أجد مشتقة الاقتران : $f(x) = \sqrt[3]{2x + (x^2 + x)^4}$.

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الاول

قاعدة السلسلة

كتاب التمارين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(1) $f(x)=\sqrt{4x-1}$ (2) $f(x)=\frac{3}{\sqrt[3]{3-x^2}}$ (3) $f(x)=(3+4x)^{5/2}$

(4) $f(x)=(8-x)^{100}$ (5) $f(x)=x^2+(200-x)^2$

(6) $f(x)=(x+5)^7+(2x+3)^6$ (7) $f(x)=\sqrt[3]{x^5+6x}$

(8) $f(x)=\frac{1}{(x^2-3)^3}$ (9) $f(x)=\frac{1}{2}\ x^2+\sqrt{16-x^2}$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

(10) $f(x)=4x^3+(x-2)^4\ ,\ x=2$ (11) $f(x)=\sqrt{x^2+8x}\ ,\ x=8$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

(12) $y=u^3-7u^2\ ,\ u=x^2+3$ (13) $y=\sqrt{7-3u}\ ,\ u=x^2-9$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي عند قيمة x المعطاة:

(14) $y=u^3-5(u^3-7u)^2\ ,\ u=\sqrt{x}\ ,\ x=4$

(15) $y=2u^3+3u^2\ ,\ u=x+\sqrt{x}\ ,\ x=1$

توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث في إحدى البحيرات باستعمال الاقتران :

$P(t)=(t^{1/4}+3)^3$ ، حيث t الزمن بالسنوات ، علما بأن P يقاس بأجزاء من المليون

(16) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن t .

(17) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عام .

إذا كان : $h'(5)=6$ ، $h(5)=-2$ ، $g'(-2)=4$ ، $g(-2)=8$ ، فأجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عندما $x=5$

18) $f(x)=g(\ h(x)\ )$ 19) $f(x)=4(\ h(x)\ )^2$

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الثاني

مشتقتا الضرب و القسمة

كتاب الطالب

مثال 1 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = (2x+3)(x^2-5)$

2) $f(x) = (\sqrt{x}-1)(x^2+4)$

أتحقق من فهمي صفحة (65):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = (x^3+4)(7x^2-4x)$

b) $f(x) = (\sqrt{x}+1)(3x-2)$

مثال 2 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = \dfrac{x}{2x+5}$

2) $f(x) = \dfrac{1+x^{-5}}{x^3}$

أتحقق من فهمي صفحة (30):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-2}$

b) $f(x) = \dfrac{x^{-3}}{x^2+1}$

مثال 3 :

يمثل الاقتران : $C(t) = \dfrac{2t}{3t^2+16}$ تركيز مسكن للألم في دم مريض بعد t ساعة من تناوله ، حيث C مقيسة بوحدة $\mu g/mL$

1) أجد معدل تغير تركيز المسكن في دم المريض بالنسبة للزمن t.

2) أجد معدل تغير تركيز المسكن في دم المريض عندما $t = 1$ ، مفسرا معنى الناتج .

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

أتحقق من فهمي صفحة (68):

يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران $P(t) = \frac{5}{2t^2 + 9}$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ الان ، و P عدد السكان بالالاف :

a) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة بالنسبة للزمن t.

b) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة عندما $t = 2$ ، مفسرا معنى الناتج .

مثال 4 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$

2) $f(x) = \frac{2}{3 - 4x}$

أتحقق من فهمي صفحة (70):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = \frac{1}{1 - x^3}$

b) $f(x) = \frac{3}{2x + 1}$

مثال 5 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = (3x - 5)^4 (7 - x)^{10}$

2) $f(x) = \frac{4x + 3}{(2x - 1)^3}$

أتحقق من فهمي صفحة (71):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = 20x(4x^3 - 1)^6$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^4}$

أتدرب و أحل المسائل صفحة (71) ، (72) :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = (4x - 1)(x^2 - 5)$

2) $f(x) = \frac{x + 3}{x + 1}$

3) $f(x) = \frac{x^2 + 6}{2x - 7}$

4) $f(x) = \frac{3x^2}{(2x - 1)^2}$

5) $f(x) = \frac{6x}{\sqrt{(5x + 3)}}$

6) $f(x) = x(1 + 3x)^2$

7) $f(x)=(2x+1)^5(3x+2)^4$ 8) $f(x)=\frac{1}{5+2x}-2x^4$ 9) $f(x)=(x+1)\sqrt{x+1}$

10) $f(x)=\frac{8}{1+\sqrt{x}}$ 11) $f(x)=\frac{5}{(x+2)^2}$ 12) $f(x)=(x+\quad)((x^2-3)$

13) $f(x)=(8x+\sqrt{x})(5x^2+3)$ 14) $f(x)=5x^{-3}(x^4-5x^3+10x-2)$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

15) $f(x)=x^2(3x-1)^3$, $x=1$ 16) $f(x)=3x\sqrt{5-x}$, $x=4$

17) $f(x)=\frac{x-1}{2x+1}$, $x=2$ 18) $f(x)=\frac{9}{1-2x^3}$, $x=-1$

يمثل الاقتران : $S(t)=\frac{2000t}{4+0.3t}$ إجمالي المبيعات (بالاف الدنانير) لشركة جواهر و حلي

، حيث t عدد السنوات بعد عام 2020م :

19) أجد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة للزمن t.

20) أجد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة عام 2030م ، مفسرا معنى الناتج .

يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالأقتران : $P(t)=12\,(2t^2+100)(t+20)$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ الان ، و P عدد السكان :

21) أجد معدل تغير عدد سكان البلدة بالنسبة للزمن t.

22) أجد معدل تغير عدد سكان البلدة عندما $t=6$ ، مفسرا معنى الناتج .

23) يمكن نمذجة كتلة مركب في أثناء تفاعل كيميائي باستعمال الاقتران : $M(t)=\frac{5.8\,t}{t+1.9}$ ، حيث t الزمن بالثواني بعد بدء التفاعل ، M الكتلة بالغرام . أجد معدل تغير كتلة المركب بعد 5 ثوان من بدء التفاعل .

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

24) $y=u(u^2+3)^3$, $u=(x+3)^2$, $x=-2$ 25) $y=\frac{u^3}{u+1}$, $u=(x^2+1)^3$, $x=1$

إذا كان $g'(2) = 2$ ، $g(2) = 3$ ، $f'(2) = -1$ ، $f(2) = 4$ ، فأجد كلا مما يأتي :

26) $(f.g)'(2)$ 27) $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ 28) $(3f + fg)'(2)$

مهارات التفكير العليا صفحة (72)

29) أجد مشتقة الاقتران : $f(x) = x\,(4x-3)^6\,(1-4x)^9$.

إذا كان : $f(x) = \frac{2x}{x+5} + \frac{6x}{x^2+7x+10}$ ، فأجيب عن السؤالين الاتيين تباعا :

30) أثبت أن : $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ 31) أجد $f'(3)$

32) إذا كان : $f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$ ، فأجد قيمة x التي عندها $f'(x) = 0$ ، مبررا إجابتي .

مسألة اليوم

وجد فريق من الباحثين الزراعيين أنه يمكن التعبير عن ارتفاع نبته بندورة h .

(بالأمتار) باستعمال الاقتران : $h(t) = \frac{t^3}{8+t^3}$ ، حيث t الزمن بالأشهر

بعد زراعة البذور .

أجد معدل تغير ارتفاع النبتة بالنسبة إلى الزمن t .

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الثاني

مشتقتا الضرب و القسمة

كتاب التمارين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(1) $f(x)=2x(1+3x^2)^3$ (2) $f(x)=\frac{x-2}{x+2}$ (3) $f(x)=\frac{x^3-1}{x^2+1}+4x^3$

(4) $f(x)=(1-x^2)^4(2x+6)^3$ (5) $f(x)=\frac{3x+5}{(x+1)^2}$

(6) $f(x)=(5x^2+4x-3)(2x^2-3x+1)$ (7) $f(x)=(3x^5-x^2)(x-\frac{5}{x})$

(8) $f(x)=\frac{5x^2-1}{2x^3+3}$ (9) $f(x)=\frac{1}{x-4}$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

(10) $f(x)=x^5\sqrt{10x+6}\ ,\ x=1$ (11) $f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x+4}}\ ,\ x=12$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

(12) $y=5u^2+3u-1\ ,\ u=\frac{18}{x^2+5}\ ,\ x=2$

(13) $y=\frac{1}{u+1}\ ,\ u=x^3-2x+5\ ,\ x=0$

يمثل عدد سكان مدينة صغيرة بالاقتران : $P(t)=20-\frac{6}{t+1}$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ الان ، و P عدد السكان بالالاف :

(14) أجد معدل نمو السكان في المدينة بالنسبة للزمن t.

(15) أجد معدل نمو السكان في المدينة عندما $t=9$ ، مفسرا معنى الناتج .

(16) وجد فريق من الباحثين الزراعيين أنه يمكن التعبير عن ارتفاع نبته مهجنة من نبات تباع الشمس h . (بالأمتار) باستعمال الاقتران : $h(t)=\frac{3t^2}{4+t^2}$ ، حيث t الزمن بالأشهر بعد زراعة البذور . أجد معدل تغير ارتفاع النبتة بالنسبة إلى الزمن t .

إذا كان $g(0)=-1$ ، $g'(0)=2$ ، $f(0)=5$ ، $f'(0)=-3$ ، فأجد كلا مما يأتي :

17) $(f.g)'(0)$ 18) $\left(\frac{f}{g}\right)'(0)$ 19) $(7f+2fg)'(0)$

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الثالث

مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي و الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

كتاب الطالب

مثال 1 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = 5e^x$

2) $f(x) = 4x^2 - e^x$

3) $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$

أتحقق من فهمي صفحة (74):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = 2e^x + 3$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x} + e^x$

c) $f(x) = x\,e^x$

مثال 2 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = e^{4x}$

2) $f(x) = e^{(x^2+1)}$

3) $f(x) = 3\,e^{1/x}$

أتحقق من فهمي صفحة (75):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = e^{7x+1}$

b) $f(x) = e^{x^3}$

c) $f(x) = 5e^{\sqrt{x}}$

مثال 3 :

تمثل المعادلة: $T(t) = 18 + 12e^{0.002t}$ درجة حرارة الحساس في جهاز إلكتروني

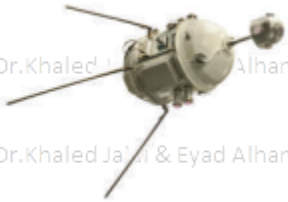
(بالسليسيوس ℃) بعد t ساعة من بدء تشغيل الجهاز :

1) أجد معدل تغير درجة حرارة الحساس بالنسبة إلى الزمن t.

2) أجد معدل تغير درجة حرارة الحساس بعد 5 ساعات من بدء تشغيل الجهاز

مفسرا معنى الناتج .

أتحقق من فهمي صفحة (76):



تستعمل مادة مشعة لتزويد قمر صناعي بالطاقة . و يمكن نمذجة مقدار الطاقة المتبقية في المادة المشعة (بالواط) باستعمال الاقتران $P(t) = 50e^{-0.004t}$ ، حيث t الزمن بالأيام . أجد معدل تغير الطاقة المتبقية في القمر الصناعي بعد 500 يوم مفسرا معنى الناتج .

مثال 4 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = 7\ln x$ 2) $f(x) = x^{2/3} + \ln x$ 3) $f(x) = x\ln x$

أتحقق من فهمي صفحة (78):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = 4\ln x$ b) $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$ c) $y = \dfrac{\ln x}{x}$

مثال 5 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = ln(5x)$ 2) $f(x) = ln(x^3)$ 3) $f(x) = ln(3x^2 - 2)$

أتحقق من فهمي صفحة (80):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = ln(8x)$ b) $f(x) = 2\,ln(x^7)$ c) $f(x) = ln(9x + 2)$

مسألة اليوم

يستعمل خبراء علم الاجتماع المعادلة : $N = P(1 - e^{-0.15d})$ لتقدير عدد الأشخاص الذين سمعوا شائعة انتشرت في مجتمع عدد أفراده P نسمة بعد d يوما من انطلاقها . أجد معدل تغير عدد الأشخاص الذين يسمعون شائعة بالنسبة إلى الزمن d في مجتمع عدد افراده 10000 نسمة .

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

أتدرب و أحل المسائل صفحة (80) ، (81)

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = 2e^x + 1$

2) $f(x) = e^{3x+9}$

3) $f(x) = (x^2 + 3x - 9)\, e^x$

4) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^4}$

5) $f(x) = 6e^{\sqrt{x}}$

6) $f(x) = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$

7) $f(x) = (e^x + 2)(e^x - 1)$

8) $f(x) = e^{-2x}(2x - 1)^5$

9) $f(x) = x^3 - 5e^x$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

10) $f(x) = 3 \ln x$

11) $f(x) = x^3 \ln x$

12) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

13) $f(x) = x^2 \ln(4x)$

14) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

15) $f(x) = \ln\sqrt{x^2 - 1}$

16) $f(x) = (\ln x)^4$

17) $f(x) = \ln(x^2 - 5)$

18) $f(x) = x^4 \ln x - \dfrac{1}{2} e^x$

19) $f(x) = e^{2x} \ln x$

20) $f(x) = (\ln 3x)(\ln 7x)$

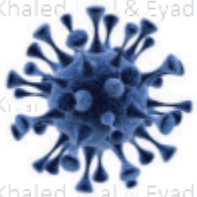
21) $f(x) = \ln(e^x - 2)$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

22) $f(x) = e^{2x-1} \ln(2x - 1)$ ، $x = 1$

23) $f(x) = \dfrac{\ln x^2}{x}$ ، $x = 4$

24) يمكن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستعمال الاقتران : $P(t) = \dfrac{100}{1 + e^{3-t}}$ ، حيث $P(t)$ العدد الكلي للطلبة المصابين بعد t يوما من ملاحظة الإنفلونزا أول مرة في المدرسة .



أجد معدل انتشار الإنفلونزا بالنسبة إلى الزمن في المدرسة بعد 3 أيام .

25) يستعمل الاقتران : $m(t) = t \ln t + 1$ ، $0 < t \leq 4$ ، لقياس قدرة الأطفال على التذكر ، حيث m مقياس من 1 إلى 7 ، و t عمر الطفل بالسنوات .

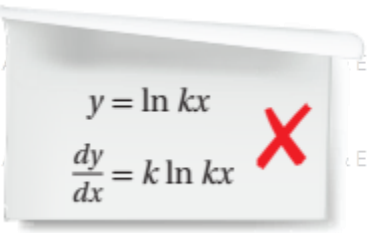
أجد معدل تغير قدرة الأطفال على التذكر بالنسبة لعمر الطفل t.

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

26) $y = e^{2u} + 3 \quad , \quad u = x^2 + 1$ 27) $y = \ln (u + 1) \quad , \quad u = e^x$

مهارات التفكير العليا صفحة (81)

28) أكتشف الخطأ في الحل المقابل ثم أصححه :



29) إذا كان : $y = \frac{7 \ln x - x^3}{e^{3x}}$، فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{7}{e^3}$ عندما $x = 1$.

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الثالث

مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي و الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

كتاب التمارين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(1) $f(x) = x^{10}\, e^{x}$ (2) $f(x) = 3\, e^{2x-1}$ (3) $f(x) = 3e^{x} - 2e^{4x}$

(4) $f(x) = (9x-1)\, e^{3x}$ (5) $f(x) = \dfrac{e^{-2x}}{\sqrt{x+1}}$ (6) $f(x) = \dfrac{(e^{x}+2)^{3}}{x}$

(7) $f(x) = e^{x^2+7}$ (8) $f(x) = (2e^{3x}-1)^{2}$ (9) $f(x) = \sqrt{e^{x}+1}$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(10) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x+2}$ (11) $f(x) = ln(x^2+1)$ (12) $f(x) = e^{x}\, ln\, x^2$

(13) $f(x) = (3+x)\, ln\, x$ (14) $f(x) = ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$ (15) $f(x) = x^5\, ln(3x)$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

(16) $f(x) = x^2\, e^{-1}$, $x = -1$ (17) $f(x) = ln(x^2+1)$, $x = 3$

يمثل الاقتران : $N(t) = 1000\,(30 + e^{-\frac{t}{30}})$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة في مجتمع بكتيري :

(18) أجد العدد الأولي للخلايا البكتيرية في المجتمع .

(19) أجد معدل تغيرعدد الخلايا البكتيرية بالنسبة إلى الزمن .

(20) أجد معدل تغيرعدد الخلايا البكتيرية بعد 20 ساعة .

يمكن نمذجة درجة استجابة المستهلكين لمنتج ما عن طريق الإعلانات باستعمال الاقتران :

$N(a) = 2000 + 500\, ln\, a$ ، $a > 1$ الذي يمثل عدد الوحدات المبيعة من المنتج ، حيث a المبلغ الذي انفق على الإعلانات بالاف الدنانير :

(21) أجد معدل تغيرعدد الوحدات المبيعة بالنسبة إلى المبلغ a الذي أنفق على الإعلانات بالاف الدنانير .

(22) أجد معدل تغيرعدد الوحدات المبيعة عندما $a = 10$.

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الرابع

مشتقتا اقتران الجيب و اقتران جيب التمام

كتاب الطالب

مثال 1 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $y = 2\sin x$ 2) $f(x) = x^2 + \cos x$ 3) $f(x) = \frac{\sin x}{2} + 3\cos x$

أتحقق من فهمي صفحة (83):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = 7 + \sin x$ b) $f(x) = 3x - \cos x$ c) $f(x) = 3\sin x + 2\cos x$

مثال 2 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = x^2 \sin x$ 2) $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

أتحقق من فهمي صفحة (84):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = e^x \cos x$ b) $f(x) = \frac{x + \cos x}{\sin x}$

مثال 3 :

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

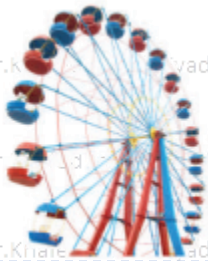
1) $f(x) = \sin 4x$ 2) $f(x) = \cos^3 x$ 3) $f(x) = e^{\sin 2x}$

أتحقق من فهمي صفحة (86):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

a) $f(x) = \cos 5x$ b) $f(x) = \sqrt{\sin x}$ c) $f(x) = \ln(\cos 3x)$

مثال 4 :



يمثل الاقتران : $h(t) = 85\ sin\ \frac{\pi}{20}\ (t - 10) + 90$ الارتفاع (بالأقدام) لشخص يركب في عجلة دوارة ، حيث t الزمن بالثواني . أجد معدل تغير ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن t .

أتحقق من فهمي صفحة (86):

يمثل الاقتران : $h(t) = 10 + 4\ sin\ \frac{\pi}{6}\ t$ أرتفاع الماء (بالأقدام) عند رصيف أحد الموانئ بعد t ساعة تلي الساعة $6\ a.m.$ أجد معدل تغير ارتفاع الماء عند الرصيف بالنسبة إلى الزمن t.

أتدرب و أحل المسائل صفحة (86) ، (87)

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) $f(x) = 2\ cos\ x + sin\ x$
2) $f(x) = 5 + cos\ x$
3) $f(x) = sin\ x - cos\ x$
4) $f(x) = x\ sin\ x$
5) $f(x) = sin\ x\ cos\ x$
6) $f(x) = e^x\ sin\ x$
7) $f(x) = \frac{e^x}{cos\ x}$
8) $f(x) = sin(x^2 + 1)$
9) $f(x) = ln\ (sin\ x)$
10) $f(x) = cos(5x - 2)$
11) $f(x) = sin\ 3x + cos\ 6x$
12) $f(x) = cos(x^2 - 3x - 4)$
13) $f(x) = e^{2x}\ sin\ 10x$
14) $f(x) = cos\ x^2(lnx)$
15) $f(x) = \sqrt{x+1}\ \ sin\ \frac{\pi x}{2}$
16) $f(x) = 4\ sin^2\ x$
17) $f(x) = cos^3\ 2x\ cos\ x$
18) $f(x) = 5\ sin\ \sqrt{x}$
19) $f(x) = (cos\ 2x - sin\ x)^2$
20) $f(x) = sin\ \sqrt{x} + \sqrt{sin\ 2x}$
21) $f(x) = \frac{(lnx)^2}{sin\ x}$

22) يمثل الاقتران : $D(t) = 1500 + 400\ sin\ 0.4t$ عدد الغزلان في إحدى الغابات بعد t سنة من بدء دراسة لأحد الباحثين عليها . أجد معدل تغير عدد الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن t.

23) يمكن إيجاد عدد ساعات النهار H في أي يوم t من العام في إحدى المدن باستعمال الاقتران : $H(t) = 12 + 2.4\ sin\ (\frac{2\pi}{365}\ (t - 80))$. أجد معدل تغير عدد ساعات النهار بالنسبة إلى الزمن t .

مهارات التفكير العليا صفحة (87)

24) إذا كان : $y = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x)$ ، فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \sin^2 x$ ، مبررا إجابتي .

25) أجد مشتقة الاقتران : $f(x) = e^x \sin^2 x \cos x$

26) أكتشف الخطأ

في الحل المقابل ،

ثم أصححه :

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \times$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2}\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

مسألة اليوم

يمكن نمذجة ضغط الدم لمريض في حالة الراحة باستعمال الاقتران :

$P(t) = 100 + 20 \sin 2\pi t$ ، حيث P ضغط الدم بالمليمتر من الزئبق ، و t الزمن بالثواني . أجد معدل تغير ضغط دم المريض بالنسبة إلى الزمن t .

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

الدرس الرابع

مشتقتا اقتران الجيب و اقتران جيب التمام

كتاب التمارين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(1) $f(x) = sin^3(5x-1)$

(2) $f(x) = sin(x^3 - 2x + 4)$

(3) $f(x) = 2cos(-4x)$

(4) $f(x) = 3sin(3x+7)$

(5) $f(x) = 2x^3 \sin x - 3x \cos x$

(6) $f(x) = sin^2 x + cos^2 x$

(7) $f(x) = cos(lnx)$

(8) $f(x) = e^x(\cos x + \sin x)$

(9) $f(x) = cos(1-2x)^2$

(10) $f(x) = 4\sqrt{\cos x + \sin x}$

(11) $f(x) = (1+\cos 2x)^3$

(12) $f(x) = sin^3 x \cos 4x$

(13) $f(x) = sin(\frac{e^x}{1+e^x})$

(14) $f(x) = \frac{\cos x^2}{e^x}$

(15) $f(x) = \frac{\cos x}{1-\sin x}$

(16) $f(x) = \frac{x \sin x}{1+x}$

(17) $f(x) = \frac{x}{2-\cos x}$

(18) $f(x) = ln(\cos x - \sin x)$

---

(19) يمثل الاقتران : $D(t) = 500 + 200\, sin\,(0.4(t-2))$ عدد الحيوانات المفترسة في إحدى الغابات بعد t سنة من بدء دراسة لأحد الباحثين عليها . أجد معدل تغير عدد الحيوانات المفترسة في الغابة بالنسبة للزمن t.

---

(20) يمثل الاقتران : $C(t) = 30 + 21.6\, sin(\frac{2\pi t}{365} + 10.9)$ الاستهلاك اليومي من الوقود (باللترات) لإحدى السيارات ، حيث t الزمن بالأيام . أجد معدل تغير استهلاك الوقود بالنسبة إلى الزمن t.

---

(21) أكتشف الخطأ في الحل المجاور ثم أصححه :

$$f(x) = \cos x \sin x$$
$$f'(x) = \cos x \cos x + \sin x\,(-\sin x)$$
$$= \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$= 1$$

Dr.Khaled Jalal & Eyad Alhamad

اختبار نهاية وحدة
التفاضل

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي :

(1) إذا كان : $f(x) = (x^2+1)(x^2-1)$ ، فإن $f'(-1)$ هي :

a) 3 b) -3 c) 4 d) -4

(2) إذا كان : $y = u\,v$ ، وكان : $v'(1) = 1$ ، $v(1) = -1$ ، $u'(1) = 3$ ، $u(1) = 2$ ، فإن $y'(1)$ تساوي :

a) -4 b) -1 c) 1 d) 4

(3) إذا كان : $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ، فإن $f'(x)$ هي :

a) $1 + \frac{1}{x^2}$ b) $1 - \frac{1}{x^2}$ c) $1 + \frac{1}{x}$ d) $1 - \frac{1}{x}$

(4) إذا كان : $y = sin\,4t$ ، فإن $\frac{dy}{dt}$ هي :

a) $cos\,4t$ b) $-cos\,4t$ c) $4\,cos\,4t$ d) $-4\,cos\,4t$

(5) إذا كان : $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ، فإن $f'(x)$ هي :

a) $\frac{2}{(x-1)^2}$ b) $\frac{1}{(x-1)^2}$ c) $-\frac{2}{(x-1)^2}$ d) $-\frac{1}{(x-1)^2}$

(6) إذا كان : $f(x) = x\,cos\,x$ ، فإن $f'(x)$ هي :

a) $cos\,x - x\,sin\,x$ b) $cos\,x + x\,sin\,x$ c) $sin\,x - x\,cos\,x$ d) $sin\,x$

(7) إذا كان : $f(x) = sin^4 3x$ ، فإن $f'(x)$ هي :

a) $4\,sin^3 3x\,cos\,3x$ b) $12\,sin^3 3x\,cos\,3x$

c) $12\,sin 3x\,cos\,3x$ d) $2\,cos^3 3x$

إذا كان : $f(x)$ و $g(x)$ اقترانين قابلين للاشتقاق عندما $x = 2$ ، وكان : $g(2) = 1$ ، $g'(2) = 2$

$f(2) = 3$ ، $f'(2) = -4$ ، فأجد كلا مما يأتي :

(8) $(f.g)'(2)$ (9) $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ (10) $(3f - 4f.g)(2)$

يمثل الاقتران : $h(t) = 0.12\, e^{0.1t}$ ارتفاع نهر (بالسنتيمتر) فوق مستواه الطبيعي ، حيث t الزمن بالساعات بعد بداية هطل المطر :

(11) أجد معدل تغير ارتفاع النهر بالنسبة إلى الزمن t.

(12) أجد معدل تغير ارتفاع النهر بعد 3 ساعات من بدء هطل المطر .

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

(13) $f(x) = \frac{x}{3x+1}$ ، $x = 1$ (14) $f(x) = (x^2 + 2)(x + \sqrt{x})$ ، $x = 4$

(15) $f(x) = e^{3x} + e^{-3x}$ ، $x = 1$ (16) $f(x) = e^{0.5} - x^2$ ، $x = 20$

(17) $f(x) = x^2(3x - 1)^3$ ، $x = 1$ (18) $f(x) = (x + 3)^2\, e^{3x}$ ، $x = 2$

(19) $f(x) = 3\, ln\, x + \frac{1}{x}$ ، $x = e$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

(20) $f(x) = \sqrt{2x^4 + 7}$ (21) $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 16)^5}$

(22) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 2}$ (23) $f(x) = (8x^2 - 6)^{-40}$

(24) $f(x) = \frac{1}{3 + 2x}$ (25) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

(26) $f(x) = (2x - 8)^2(3x^2 - 4)$ (27) $f(x) = x^5(3x^2 + 4x - 7)$

(28) $f(x) = x^3(2x + 6)^4$ (29) $f(x) = (e^{-x} + e^{x})^3$

(30) $f(x) = 2x^3\, e^{-x}$ (31) $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

(32) $f(x) = 5\, ln(5x - 4)$ (33) $f(x) = ln\, e^x$

(34) $f(x) = ln(3x^2 + 2x - 1)$ (35) $f(x) = x^5\, sin\, 3x$

(36) $f(x) = cos^2 x + sin\, x$

(37) $f(x) = \dfrac{\sqrt{cosx}}{x}$

(38) $f(x) = sin(5x)\, ln(cosx)$

(39) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x^2+9}\right)$

(40) $f(x) = e^x\, sin\, 3x$

يمثل الاقتران : $N(t) = 1000\left(1 - \dfrac{3}{t^2+5}\right)$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t يوما في مجتمع بكتيري :

(41) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى الزمن t.

(42) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى الزمن t عندما $t = 1$.

يمثل عدد الغزلان في غابة بالاقتران : $P(t) = \dfrac{2000}{4t+80}$ ، حيث t الزمن بالأشهر منذ الأن :

(43) أجد معدل تغير عدد الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن t.

(44) أجد معدل تغير عدد الغزلان في الغابة عندما $t = 10$ ، مفسرا معنى الناتج .

يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران : $P(t) = \dfrac{700}{t^2+1}$ ، حيث t الزمن بالسنوات ، و P عدد السكان بالالاف :

(45) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة بالنسبة إلى الزمن t.

(46) أجد معدل تغير عدد السكان في البلدة عندما $t = 3$ ، مفسرا معنى الناتج .