

الأوائل في الرياضيات

الأستاذ محمد عواد

اعزم وكّد فإن مضيت فلا تقف واصبر وثابر فالنجاح مُحقق



أولاً : العمليات الحسابية

1) الجمع والطرح

متشابهة ← نجمع العددين
مختلفة ← نطرح العددين
إذا إشارة العددين
دائماً الإشارة للعدد الأكبر "

أمثلة

① $1 + 1 = 2$

② $-6 - 4 = -10$

③ $-2 + 6 = +4$

④ $9 - 6 = 3$

⑤ $6 - 9 = -3$

⑥ $-10 + 3 = -7$

⑦ $3 - +1 = 4$

⑧ $3 + -1 = 2$

⑨ $3 - +1 = 2$

⑩ $3 + +1 = 4$

تدريبات

① $1 + 1 =$

② $-1 + 1 =$

③ $-1 - 1 =$

④ $15 - 3 =$

⑤ $7 + 7 =$

⑥ $-6 + 5 =$

⑦ $6 - 5 =$

⑧ $4 - 10 =$

⑨ $-7 - 8 =$

⑩ $-9 - 1 =$

⑪ $5 - 0 =$

⑫ $4 + 0 =$

⑬ $0 - 3 =$

⑭ $7 - -1 =$

⑮ $3 - -4 =$

⑯ $0 - -1 =$

⑰ $-2 - 10 =$

⑱ $-1 - -6 =$

⑲ $-3 + 3 =$

⑳ $3 - 7 =$

بدئي تركيز
صححوا!!!!



2 (الضرب والقسمة



ركّز معي

متشابهة ← الناتج موجب (+)

مختلفة ← الناتج سالب (-)

إذا إشارة العددين

من الآخر نبحث عن إشارة السالب

إشارتين سالبتين

موجب

إشارة سالبة واحدة

سالب

أمثلة

① $-5 \times 2 = -10$

② $-5 \times -2 = +10$

③ $-3 \times 5 = -15$

④ $-6 \times 2 = -12$

⑤ $-4 \times -2 = 8$

⑥ $\frac{-8}{2} = -4$

⑦ $\frac{-10}{-5} = +2$

⑧ $\frac{-12}{4} = -3$

⑨ $\frac{4}{2} = 2$

تدريبات " ضرب "

① $2 \times 3 =$

② $4 \times 6 =$

③ $7 \times 8 =$

④ $9 \times -9 =$

⑤ $6 \times -4 =$

⑥ $-2 \times 4 =$

⑦ $-7 \times 6 =$

⑧ $-5 \times 9 =$

⑨ $10 \times -7 =$

⑩ $4 \times -5 =$

⑪ $4 \times 0 =$

⑫ $5 \times 1 =$

⑬ $-6 \times -1 =$

⑭ $-5 \times 0 =$

⑮ $-5 \times 3 =$

تدريبات " قسمة "

① $\frac{-15}{3} =$

② $\frac{3}{-15} =$

③ $\frac{-12}{6} =$

④ $\frac{6}{-12} =$

⑤ $\frac{14}{2} =$

⑥ $\frac{-15}{15} =$

⑦ $\frac{3}{3} =$

⑧ $\frac{-9}{-3} =$

⑨ $\frac{0}{-3} =$

⑩ $\frac{0}{7} =$

⑪ $\frac{-3}{1} =$

⑫ $\frac{11}{-1} =$

⑬ $\frac{3}{9} =$

⑭ $\frac{-9}{81} =$

⑮ $\frac{1}{4} =$

ثانياً : الأسس

	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2
2 (العدد) العدد تربيع	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

	1^3	2^3	3^3	4^3	5^3
3 (العدد) تكعيب	1	8	27	64	125

أمثلة

① $(a)^n \rightarrow (a)$ موجب

$7^2 = 49$

$4^2 = 16$

$10^2 = 100$

$5^2 = 25$

$3^3 = 27$

$5^3 = 125$

$2^3 = 8$

$8^0 = 1$

② $(-a)^n$ \rightarrow n عدد زوجي \rightarrow الناتج موجب
 \rightarrow n عدد فردي \rightarrow الناتج سالب
 \rightarrow $n = 0$ \rightarrow 1

$(-2)^2 = 4$

$(-1)^2 = 1$

$(-3)^2 = 9$

$(-4)^3 = -64$

$(-5)^3 = -125$

$(-1)^3 = -1$

$(-7)^0 = 1$

$(-3)^0 = 1$



تدريبات

① $2^3 =$

⑥ $(-2)^3 =$

⑪ $3^0 =$

② $3^2 =$

⑦ $(-3)^2 =$

⑫ $(-4)^0 =$

③ $4^2 =$

⑧ $(-4)^2 =$

⑬ $1^0 =$

④ $1^5 =$

⑨ $(-1)^5 =$

⑤ $1^6 =$

⑩ $(-1)^6 =$



لا تجعل لنجاحك سقف يؤويه , دع النجاح
يصل عنان السماء لا حدود له



رابعاً: خواص الأسس



الإستاذ محمد عواد



(1) الأس السالب (اقلب) ← $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \text{or} \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

■ n ← الأس
■ a ← الأساس

أمثلة

① $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

② $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

تدريبات

① $2^{-4} =$

② $\frac{1}{4^{-2}} =$

③ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$

④ $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

(2) الأس كسر ← $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

■ m ← الأس
■ n ← دليل الجذر

" يمكن تحويله إلى جذر "

① $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9^1} = \sqrt{9} = 3$

② $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

③ $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$

أمثلة

تدريبات

① $4^{\frac{3}{2}} =$

② $27^{-\frac{1}{3}} =$

③ $(125)^{\frac{1}{3}} =$

ملاحظة

يمكن تحويل الجذر إلى أس

① $\sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}}$

② $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}}$

(3) الضرب عند تشابه الأساس " نجمع الأسس ونضرب المعاملات "

$$ax^n \times bx^m = (a \times b)x^{n+m} \rightarrow \text{جمع الأسس}$$

↓ ↓ ↓ ↓
معامل معامل ضرب الأساس نفسه
المعاملات

أمثلة

$$\textcircled{1} 2x^2 \times 5x^3 = (2 \times 5)x^{2+3} = 10x^5$$

$$\textcircled{2} 5a \times 2a^2 \times 6b^2 = (5 \times 2)a^{1+2} \times 6b^2 = 10a^3 \times 6b^2$$

↓
الأساس b مختلف عن a

تدريبات

$$\textcircled{1} 3b \times 4b^2 =$$

$$\textcircled{2} 2x \times 4x^3 =$$

$$\textcircled{3} n^6 \times n^{-3} =$$

$$\textcircled{4} x^5 \times x =$$

$$\textcircled{5} 2a \times 3a \times 7b^2 =$$

$$\frac{ax^n}{bx^m} = \frac{a}{b} x^{n-m}$$

(4) القسمة عند تشابه الأساس " نطرح الأسس ونقسم المعاملات "

أمثلة

$$\textcircled{1} \frac{2a^5}{3a^4} = \frac{2}{3} a^{5-4} = \frac{2}{3} a$$

$$\textcircled{2} \frac{4x^6}{2x^2} = 2x^4$$

تدريبات

$$\textcircled{1} \frac{8b^4}{4b^2} =$$

$$\textcircled{2} \frac{3x^2}{9x^2} =$$

$$\textcircled{3} \frac{25x^6}{5x} =$$

$$\textcircled{4} \frac{4x^2}{7x^5} =$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$



5) في حالة الرّفْع تضرب الأسس ←

أمثلة

① $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$

② $(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$

تدريبات

① $(2^3)^5 =$

② $(2^4)^5 =$

③ $(3^2)^4 =$

④ $(3^2)^5 =$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

القسمة (كسر)

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

الضرب

6) الأس يتوزع على

أمثلة الكسور

① $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

② $\left(\frac{11}{5}\right)^2 = \frac{11^2}{5^2} = \frac{121}{25}$

③ $\left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1^3}{7^3} = \frac{1}{343}$

④ $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

⑤ $\left(\frac{-13}{14}\right)^2 = \frac{(-13)^2}{14^2} = \frac{169}{196}$

⑥ $\left(\frac{-4}{7}\right)^2 = \frac{(-4)^2}{7^2} = \frac{16}{49}$

⑦ $\left(\frac{-3}{8}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{8^3} = \frac{-27}{512}$

⑧ $\left(\frac{-4}{9}\right)^3 = \frac{(-4)^3}{9^3} = \frac{-64}{729}$

انتبه !!

السالب يذهب فقط

للبسط أو المقام



في الوقت المناسب , ستأتيك الأمنيات

المؤجلة اترسم في قلبك فرحاً آمحتموماً

AWAZEL
LEARN 2 BE

الاقترانات الأسية:

■ في الكتاب الاقتران الأسّي لديه صورتين :

$$f(x) = ab^{x-h} + k$$

حيث : أعداد حقيقية a, b, k, h

$$b > 0, b \neq 1$$

$$a \neq 0$$



وبشكل عام يعرف انه اقتران أسّي لما

المتغير يكون قاعد مكان الأس

$$f(x) = x^3 \quad \text{ليس أسّي}$$

لأنه المتغير موجود في الأساس لا في الأس

$$f(x) = ab^x$$

حيث : عددان حقيقيان a, b

$$b > 0, b \neq 1$$

$$a \neq 0$$

ليش ؟!

 $b > 0$ لازم تكون (+) , لأنه إذا كانت (-)

رح تكون غير معرفة عند بعض القيم

 $b \neq 1$ لأنه 1 أس أي رقم رح يضل واحدفالاقتران رح يكون ثابت $f(x) = a$

■ أمثلة على الاقترانات الأسّيلة بصورتيه

① $f(x) = 5(2^x)$

$$a = 5, b = 2, k = 0$$

② $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$a = 3, b = \frac{1}{2}, k = 0$$

③ $f(x) = (0.2)^x$

$$a = 1, b = 0.2, k = 0$$

④ $f(x) = 5(3)^{x+1} - 2$

$$a = 5, b = 3, h = -1, k = -2$$

⑤ $f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$

$$a = 2, b = 3, h = -2, k = -1$$

■ أي من الاقترانات الآتية يعتبر مثالا على اقتران أسّي , ثم حدد قيم a, b, k :

① $f(x) = 5(3)^x$

② $f(x) = 4(-2)^x$

③ $f(x) = (4)^{2x}$

④ $f(x) = \sqrt{x} + 5$

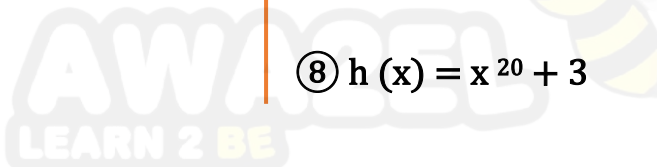
⑤ $f(x) = (2)^{-x}$

⑥ $f(x) = 3(4)^{x+2} - 5$

⑦ $g(x) = -2(0.5)^{x+3} - 7$

⑧ $h(x) = x^{20} + 3$

⑨ $h(x) = x - 3^x$



مثال : أجد كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} f(x) &= (4)^x, x = 3 \\ &= (4)^3 \\ &= (64) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} f(x) &= 3 \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4, x = -2 \\ &= 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} f(x) &= (3)^x, x = 4 \\ &= (3)^4 \\ &= (81) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} f(x) &= 2 \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1, x = -1 \\ &= 2 \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} f(x) &= (13)^x, x = 2 \\ &= (13)^2 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} f(x) &= 4 (5)^x, x = 3 \\ &= 4 (5)^3 \\ &= 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} f(x) &= 7 \left(\frac{1}{2}\right)^x, x = 3 \\ &= 7 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{8} f(x) &= -(3)^x + 7, x = 4 \\ &= -(3)^4 + 7 \\ &= -74 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \textcircled{9} f(x) &= -(2)^x + 1, x = 6 \\ &= -(2)^6 + 1 \\ &= -63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{10} f(x) &= \left(\frac{1}{4}\right)^x - 12, x = 3 \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 \\ &= \frac{-767}{64} \end{aligned}$$

$$11. f(x) = 3 (2)^x, x = -1$$

$$12. f(x) = (3)^{x-2}, x = 2$$

13. $f(x) = (9)^{-x}, x = 2$

$\frac{1}{81}$

14. $f(x) = 5 \left(\frac{1}{2}\right)^x, x = 4$

$\frac{5}{16}$

15. $f(x) = -(3)^x + 5, x = 3$

-22

16. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3, x = 2$

$\frac{13}{4}$

17. $f(x) = -4 \left(\frac{1}{5}\right)^x + 3, x = -1$

-17

18. $f(x) = 5(3)^{x+1} - 4, x = 3$

401

19. $f(x) = (11)^x, x = 3$

1331

20. $f(x) = -5(2)^x, x = 1$

-10

21. $f(x) = 3 \left(\frac{1}{7}\right)^x, x = 2$

$\frac{3}{49}$

22. $f(x) = -(5)^x + 4, x = 4$

-621

23. $f(x) = 3^x + 1, x = 5$

244

24. $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x - 3, x = 2$

$\frac{-242}{81}$

■ إذا كان $f(x) = 3\left(\frac{5}{2}\right)^x + 6$ فما قيمة $f(2)$:

(د) $\frac{97}{6}$

(ج) $\frac{99}{6}$

(ب) $\frac{97}{4}$

(أ) $\frac{99}{4}$

■ إذا كان $f(x) = 9(3)^x$ فما قيمة $f(-3)$:

(د) $-\frac{1}{3}$

(ج) $\frac{1}{3}$

(ب) $-\frac{1}{9}$

(أ) $\frac{1}{9}$

■ ما قيمة الثابت m التي تجعل الاقتران $f(x) = 3^x + mx$ اقتران أسّي : (خارج الكتاب)

(د) 2

(ج) -1

(ب) 0

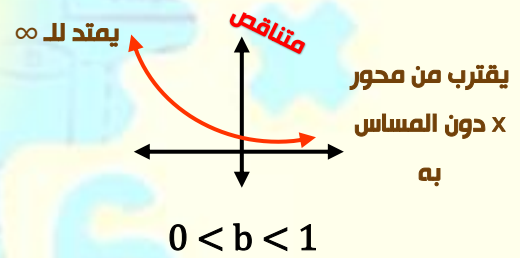
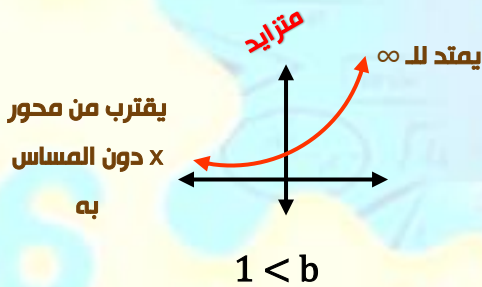
(أ) 1

■ التمثيل البياني للاقتران الأسّي وخصائصه :

التمثيل البياني للاقتران الأسّي وخصائصه :

الحالة 1 : $f(x) = ab^x$ $\Leftrightarrow a$ عدد موجب

• التمثيل البياني بشكل عام يكون :

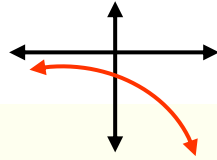


• خصائصه :

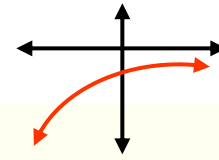
التمثيل البياني	المقطع الطائدي ($x = 0$)	خط التقارب الأفقي	المدى (قيم y)	المجال (قيم x)
متزايد أو متناقص	$y = a$	المستقيم $y = k$ وهنا $k = 0$ إذا $y = 0$	(k, ∞) وهنا $k = 0$ إذا $(0, \infty)$	مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} $(-\infty, \infty)$
متناقص				
$b > 1$				
$0 < b < 1$				

الحالة 2 : $f(x) = ab^x$ \Leftrightarrow a عدد سالب

• التمثيل البياني بشكل عام يكون : (انعكاس للتمثيل السابق حول محور x)



$$1 < b$$



$$0 < b < 1$$

• خصائصه : " سنغير بعض الخصائص "

متزايد أو متناقص	المقطع الطادي ($x = 0$)	خط التقارب الأفقي	المدى (قيم y)	المجال (قيم x)
متزايد $0 < b < 1$ متناقص $1 < b$	$y = a$	المستقيم $y = k$ وهنا $k = 0$ إذا $y = 0$	$(-\infty, k)$ وهنا $k = 0$ إذا $(-\infty, 0)$	R $(-\infty, \infty)$



وتزعم أنك جرم صغير ،
وفيك انطوى العالم الأكبر

- التمثيل البياني بشكل دقيق مطلوب فقط للحالة الأولى :

$f(x) = ab^x$ \Leftrightarrow a عدد موجب

مثال مثل كل مما يلي ثم قارن بينهما لتوجد بعض الخصائص :

$$f(x) = 2^x$$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	المقطع الطادي ($x = 0$)
	متزايد أو متناقص



$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	المقطع الطادي (x = 0)
	متزايد أو متناقص

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	المقطع الطادي (x = 0)
	متزايد أو متناقص

مقطع صادي يعني $x = 0 \leftarrow$ إذا المقطع الصادي هو $y = a$

■ ما هو المقطع الصادي فيما يلي :

$$\textcircled{1} f(x) = 5 (3)^x$$

$$a = 5$$

إذا المقطع الصادي هو $y = 5$

$$\textcircled{2} f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$a = 1$$

إذا المقطع الصادي هو $y = 1$

$$\textcircled{3} f(x) = - (3)^x$$

$$a = -1$$

إذا المقطع الصادي هو $y = -1$

$$\textcircled{4} f(x) = -2 (5)^x$$

$$\textcircled{5} f(x) = (4)^x$$

$$\textcircled{6} f(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x$$

■ مثل بيانًا كل مما يلي، ثم أوجد مجاله ومداه والمقطع الصادي، ثم حدّد إذا كان متزايدًا أم

① $f(x) = 4^x$

متناقصًا :

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	المقطع الطادي ($x = 0$)
	متزايد أو متناقص

② $f(x) = 7 \left(\frac{1}{7}\right)^x$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	المقطع الطادي ($x = 0$)
	متزايد أو متناقص

③ إذا كان $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}$ فأجب عما يأتي :

① أكمل الجدول المجاور :

X	0	1	2	3	4
f(x)					

② ارسم منحنى الاقتران مستعينًا بالجدول.

تدريبات

③ $f(x) = 7(6)^x$

④ $f(x) = (9)^{-x}$

⑤ $f(x) = 3(4)^x$

⑥ $f(x) = (6)^{-x}$

أمثلة

أوجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران مما يأتي , ثم حدّد مجاله ومداه مبينًا إذا كان متناقصًا أم متزايدًا :

② $f(x) = 5(3)^{x+1} - 2$

① $f(x) = 7(2)^{-x} + 3$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

③ $f(x) = -3(4)^x + 1$

④ $f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑤ $f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$

⑥ $f(x) = 4(5)^{-x}$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑦ $f(x) = 5^{x-1} + 2$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑧ $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 5$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑨ $f(x) = 3 \left(\frac{1}{7}\right)^{x+5} - 6$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑩ $f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑪ $f(x) = 7^{x-2} + 1$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑫ $f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑬ $f(x) = 5 \left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

⑭ $f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

15 $f(x) = -3(2)^x + 1$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

16 $f(x) = -10\left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$

	المجال (قيم x)
	المدى (قيم y)
	خط التقارب الأفقي
	متزايد أو متناقص

سؤال : ضع دائرة :

خط التقارب الأفقي للاقتران $f(x) = 4(3)^x$ هو :

a) $y = 4$

b) $y = 1$

c) $y = 3$

d) $y = 0$

d , لأن $k = 0$ سؤال : ادرس الاقتران $f(x) = 1 - (2)^x$, ثم أجب عما يليه :

1) مجال الاقتران

2) مدى الاقتران

3) المقطع الصادي

4) هل الاقتران متزايد أم متناقص ؟

5) جد خط التقارب الأفقي

سنكسب رهان الحياة يوماً ما كان جهادنا
على أحلامنا عبثاً , تذكر أن كل مر سيمر

■ تطبيقات حياتية على الاقتران الأسّي :

مثال 1 : حساب عدد الكائنات الحية التي تتكاثر سريعًا :

حشرات : يمثل الاقتران $f(x) = 30(2)^x$ عدد حشرات الخنفساء الدقيق 10 في كيس دقيق ، حيث x عدد الأسابيع منذ بداية رصد وجودها في الكيس

① جد عدد هذه الحشرات في كيس الدقيق بعد 60 أسابيع

② بعد كم أسبوعًا يصبح عددها في الكيس 7680 حشرة ؟

مثال 2 : البكتيريا :

يمثل الاقتران $f(x) = 500(2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في عينة مخبرية حيث x الزمن بالساعات :

① جد عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 5 ساعات

② بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العينة 4000 خلية ؟

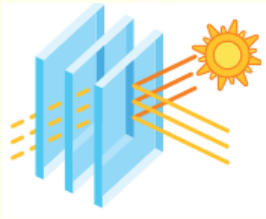
مثال 3 : بكتيريا : يمثل الاقتران $f(x) = 7000(1.2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في تجربة مخبرية،

حيث x الزمن بالساعات :

① جد عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة

② جد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة :

③ بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية ؟



مثال 4 الضوء : يمثل الاقتران $f(x) = 100 (0.97)^x$ نسبة الضوء

المرار خلال x من الألواح الزجاجية المتوازية :

① جد نسبة الضوء المرار خلال لوح زجاجي واحد

② جد نسبة الضوء المرار خلال لوحين زجاجيين

مثال 5 سرطان البنكرياس : يمثل الاقتران $P(t) = 100 (0.3)^t$ نسبة المتعافين من مرضى سرطان

البنكرياس ، ممن هم في المرحلة المتقدمة ، حيث تعافوا بعد t سنة من التشخيص الأولي للمرض :

نسبة المتعافين : $P(t)$

عدد السنوات بعد التعافي : t

① جد نسبة المتعافين بعد سنة من التشخيص الأولي للمرض

② بعد كم سنة تصبح نسبة المتعافين 9 % ؟



AWAZEL
LEARN 2 BE

مثال 6 : بكتيريا : يمثل الاقتران $f(x) = 400 (2)^{\frac{x}{3}}$ عدد الخلايا البكتيرية بعد x ساعة في تجربة مخبرية

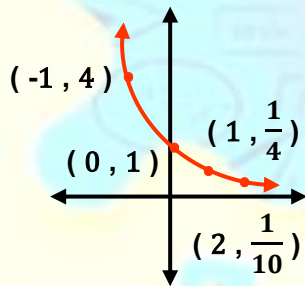
- ① جد عدد الخلايا البكتيرية عند بدء التجربة
- ② جد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة
- ③ بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 خلية ؟

مثال 7 : خزان : يمثل الاقتران $f(x) = 2 (0.75)^x$ كمية الماء المتبقية في خزان (بالمتر المكعب) بعد x ساعة نتيجة ثقب فيه :

- ① جد كمية الماء المتبقية في الخزان بعد ساعة واحدة
- ② ما الزمن الذي تصبح فيه كمية الماء المتبقية في الخزان $\frac{9}{8} m^3$ تقريبا

■ مهارات تفكير عُليا :

① بين الشكل المجاور التمثيل البياني لمنحنى الاقتران :



$f(x) = ab^x$, أجد $f(3)$ مبرراً إيجابتك

② اكتشف المختلف : أي الاقترانات الآتية مختلفة , برّر إيجابتك .

$$y = 3^x \quad , \quad f(x) = 2(4)^x \quad , \quad f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad , \quad y = 5(3)^x$$

③ إذا كان الاقتران $f(x) = ab^x$ أسياً فيين أن $\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$



اختبار قصير

1 إذا كان $f(x) = 3(4)^x - 2$ فإن قيمة $f(2)$ تساوي :

(د) $\frac{29}{4}$

(ج) $\frac{-29}{4}$

(ب) 46

(أ) 48

2 أحد الآتية يعتبر اقترانا أسيا :

(ب) $f(x) = \sqrt{x} + 3$

(أ) $f(x) = x^2$

(د) $f(x) = x^2 - 3^x$

(ج) $f(x) = 2^x$

3 أحد الاقترانات الأسية الآتية يُعتبر اقترانا متزايدا :

(ب) $f(x) = 3(4)^x$

(أ) $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^x$

(د) $f(x) = (2)^{-x}$

(ج) $f(x) = 4(x)^3$

4 مجال الاقتران $f(x) = 3(2)^x - 1$ هو :

(ب) $(0, \infty)$

(أ) $(-\infty, \infty)$

(د) $(0, 3)$

(ج) $(-\infty, 0)$

5 مدى الاقتران $f(x) = 3(2)^x - 1$ هو :

(ب) $(-\infty, -1)$

(أ) $(-1, \infty)$

(د) $(-\infty, -1]$

(ج) $[-1, \infty)$

6 خط التقارب الأفقي لمنحنى الاقتران $f(x) = (4)^x$ هو :

(د) $x = 1$

(ج) $x = 0$

(ب) $y = 1$

(أ) $y = 0$

7 خط التقارب الأفقي لمنحنى الاقتران $f(x) = (2)^x - 3$ هو :

(د) $x = 3$

(ج) $x = -3$

(ب) $y = 3$

(أ) $y = -3$

AWAZEL
LEARN 2 BE



- 8 إذا كانت العلاقة بين عدد عناصر البكتيريا A في تجمع جرثومي, والزمن t تعطى بالعلاقة $A = 8(2)^t$ حيث t : الزمن بالساعات , فما عدد الساعات اللازمة ليصل عدد البكتيريا في هذا التجمع إلى **512** عنصر؟

■ **مسألة اليوم** : يمثل الاقتران : $P(t) = 325(0.25)^t$ تركيز دواء في دم مريض بعد t ساعة من تناوله. أجد تركيز الدواء بعد 5 ساعات من تناوله .



Mohammad Awwad



مسح رمز QR لتابعة الحساب

TikTok



MOHDAWWAD



الأستاذ محمد عواد

YouTube JO



النمو والاضمحلال الأسّي

1 ■ اقتران النمو الأسّي :

■ اقتران النمو الأسّي : اقتران أسّي يتزايد بـ نسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية [3 صفات]

وبالرموز:

$$A(t) = a (1 + r)^t$$

الفترة الزمنية للنمو

النسبة المئوية للنمو

الأساس : عامل النمو

الكمية الابتدائية



■ إذا كانت $a=20$ ، $r=0.25$ فإن معادلة النمو تساوي؟

$$A(t) = a(1+r)^t$$

$$A(t) = 20(1+0.25)^t \rightarrow A(t) = 20(1.25)^t$$

■ إذا كانت الكمية الابتدائية $a=10$ ، والنسبة المئوية للنمو $r=30\%$ فإن معادلة النمو تساوي :

$$A(t) = a(1+r)^t$$

$$A(t) = 10(1+0.3)^t$$

$$A(t) = 10(1.3)^t$$

■ إذا كانت الكمية الابتدائية تساوي (20) وكان عامل النمو يساوي (1.25) جد معادلة النمو الاسي

$$A(t) = a(1+r)^t$$

$$A(t) = 20(1.25)^t$$

عامل النمو

أمثلة من الحياة



① خراف : في دراسة شملت إحدى مزارع الأغنام، تبين أن عدد الخراف في

المزرعة يزداد بنسبة مئوية 31٪ سنويا:

(a) اكتب اقتران النمو الاسي الذي يمثل عدد الخراف بعد t سنة علماً بأن عددها في المزرعة عند بدء

الدراسة هو 1524 خروفا

(b) جد عدد الخراف بعد 5 سنوات من بدء الدراسة

② في دراسة شملت إحدى مزارع الأبقار ، تبين أن عدد الأبقار في المزرعة يتزايد بنسبة تبلغ نحو 18% سنويا:

(a) اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد الأبقار بعد t سنة ، علما بأن عددها في المزرعة عند بدء الدراسة هو 327 بقرة.

(b) جد عدد الأبقار بعد 3 سنوات من بدء الدراسة.

③ يبلغ عدد المشاركين في مؤتمر طبي 150 شخص هذه السنة وبتوقع زيادة هذا العدد بنسبة 8% كل سنة:

(a) اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد المشاركين بعد t سنة

(b) جد عدد المشاركين المتوقع بعد 5 سنوات

④ استخدام 50 ألف شخص موقعا إلكترونيا تعليميا سنة 2019 م، ثم ازداد عدد مستخدمي الموقع بنسبة 15% كل سنة :

(a) اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة

(b) جد عدد مستخدمي الموقع سنة 2025:



⑤ استخدم 35 الف شخص موقعا الكترونيا تعليميا هذه السنة ومن المتوقع ان يزداد هذا العدد بنسبة 2% كل سنة :

(a) اكتب اقتران النمو الاسي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.

(b) جد عدد مستخدمي الموقع بعد 7 سنوات:



⑥ بلغ عدد سكان لواء الفوقر (شرق عاصمة عمان) 84370 نسمة تقريبا سنة 2015م ، إذا كانت نسبة النمو السكاني في اللواء 2.4% سنويا، فأجب عن السؤالين الآتيين :

(a) اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد سكان اللواء بعد t سنة.

(b) جد العدد التقريبي لسكان اللواء سنة 2030:

سؤال بلغ عدد سكان المملكة الاردنية الهاشمية عام 2020 ← 15 مليون نسمة فإذا كانت

نسبة النمو السكاني 2% سنويا ، فأجب عما يلي :

① اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد السكان بالمليون بعد t سنة.

② جد عدد السكان التقريبي بعد سنتين

③ جد عدد السكان التقريبي عام 2025.

فكرة 1



سؤال إذا كان النمو السكاني في احدى البلديات يخضع لقانون النمو وكان عدد سكان البلدة

300 نسمة عام 2020 وازداد العدد بانتظام بمعدل 4% سنويا ، فأحسب عدد سكان البلدة عام 2025.

سؤال بلغ عدد سكان المملكة الأردنية الهاشمية نحو 8.10 ملايين نسمة 2020 عام. إذا كانت

نسبة النمو السكاني قرابة 6.2% سنوي فأجد العدد التقريبي للسكان عام 2030م.



2 ■ اقتران الاضمحلال الأسّي : " اضمحلال يعني تناقص "

يمكن تمثيل النقص في كمية ما ب نسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية , باستعمال الاقتران الآتي : [3 صفات]

$$A(t) = a (1 - r)^ t$$

الكمية الابتدائية ← a
الفترة الزمنية للاضمحلال ← t
عامل الاضمحلال ← (1 - r)
النسبة المئوية للاضمحلال ← r

أمثلة من الحياة

① مواد مشعة: تتناقص 20g من أحد النظائر المشعة لعنصر الثوريوم (Th225) بما نسبت 8% كل دقيقة نتيجة الاشعاع :

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الاسي الذي يمثل كمية الثوريوم بالغرام) بعد t دقيقة

(b) جد كمية الكروم (بالغرام) بعد 3 أيام

② سيارة : اشترت سوسن سيارة هجينة قابلة للشحن بمبلغ JD 28500 , إذا كان ثمن السيارة يقل بنسبة % 5 سنويًا , فأجب عن السؤالين الآتيين :

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي لثمن سيارة بعد t سنة

(b) جد ثمن السيارة بعد 4 سنوات

③ سيارة : يتناقص ثمن سيارة سعرها JD 17350 بنسبة % 3.5 سنويًا :

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الاسي لثمن سيارة بعد t سنة

(b) جد ثمن السيارة بعد 3 سنوات



سأصل إلى أكثر مما أظن

AWAZEL
LEARN 2 BE

④ بكتيريا : يتناقص عدد الخلايا البكتيرية في عينة مخبرية بنسبة % 27 كل ساعة بعد إضافة مضاد حيوي إلى العينة :

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة , علماً بأن عددها عند إضافة المضاد الحيوي هو 15275 خلية
(b) جد عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 7 ساعات

⑤ دجاج : **ينفك** الدجاج في مزرعة للدواجن بنسبة % 25 يومياً نتيجة إصابته بمرض ما. جد العدد المتبقي منه بعد 5 أيام من بدء المرض , علماً بأن عدده الأولي في المزرعة هو 1550 دجاجة

⑥ تلوث : في دراسة علمية تناولت درجة تأثير التلوث في عدد الأسماك التي تعيش في إحدى البحيرات , توصل العلماء إلى أنّ عدد الأسماك في البحيرة يقل بنسبة % 20 كل سنة :
(a) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل عدد الأسماك في البحيرة بعد t سنة , علماً بأن عددها عند بدء الدراسة هو 12000 سمكة
(b) جد عدد الأسماك في البحيرة بعد 3 سنوات

⑦ سيارة : يتناقص ثمن سيارة سعرها JD 19725 بنسبة % 3 سنوياً :

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي لثمن سيارة بعد t سنة

(b) جد ثمن السيارة بعد 4 سنوات



جذور التعلّم مريّة ,

لكن ثمارها حلوة

AVAZEL
LEARN 2 BE



8) يقاس الضغط الجوي بوحدة تسمى هيكتوباسكال (hPa) , ويبلغ هذا الضغط عند سطح البحر 1000 hPa , ويتناقص بنسبة % 12 لكل كيلومتر فوق سطح البحر

(a) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي للضغط الجوي عند ارتفاع h كيلومترًا عن سطح البحر **رموز** بدل t فقط تغيير

(b) عند أي ارتفاع تساوي قيمة الضغط نصف قيمة الضغط الجوي عند سطح البحر ؟

سؤال اشترى أحمد سيارة تعمل على الشحن الكهربائي بمبلغ 25000 , إذا كان ثمن السيارة يقل بنسبة 10 % سنويًا , فأجب عما يلي :

1) اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي لثمن السيارة بعد t سنة

2) جد ثمن السيارة بعد (5) سنوات

سؤال حقن طبيب مريضاً بمادة علاجية , فإذا كان تركيز هذه المادة يقل في جسم المريض بنسبة 10 % يوميًا , فاكتب اقتران الاضمحلال الذي يمثل تناقص تركيز المادة العلاجية بعد t يوم

(أكتب الصيغة فقط بدون a)

سؤال أي الاقترانات الآتية يُعتبر اقتران نمو :

a) $A(t) = 4(0.8)^t$

b) $A(t) = 3(1.2)^t$

c) $A(t) = 3(0.2)^t$

d) $A(t) = 9(0.3)^t$

AWAZEL
LEARN 2 BE



ابق قوياً فقصّتك لم تنتهي بعد

3 ■ الربح المركب :

يمكن حساب جملة المبلغ المستحق في حالة الربح المركب باستعمال الصيغة الآتية :

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

جملة المبلغ ← A
المبلغ الأصلي (رأس المال) ← P
عدد مرات إضافة الربح المركب في السنة : n
عدد السنوات : t
 r : معيار الفائدة السنوي الذي يكتب في صورة عشرية



الكلام صعب !! لذلك سأفسر معنى كل رمز بشرح المثال التالي ← **فركز بالمثال**

استثمر سليمان مبلغ JD 9000 في شركة صناعية بنسبة ربح مركب تبلغ % 1.46 وتضاف

مثال

كل 3 أشهر , جد جملة المبلغ بعد 3 سنوات



② استثمرت تهاني مبلغ JD 5000 في شركة , بنسبة ربح مركب تبلغ % 2.25 , وتضاف كل 6 أشهر

جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات



MOHDAWWWAD

انها مسؤوليتي من أجل أيامي العظيمة



③ استثمار ربيع مبلغ JD 1200 في شركة ، بنسبة ربح مركب تبلغ % 10 وتضاف كل شهر :

(a) اكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة

(b) جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات (t = 5)

④ استثمار عامر مبلغ JD 8000 في شركة صناعية ، بنسبة ربح مركب تبلغ % 5.5 وتضاف كل شهر

(a) اكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة

(b) جد جملة المبلغ بعد 3 سنوات (t = 3)



⑤ استثمرت هند مبلغ JD 6200 في شركة ، بنسبة ربح مركب تبلغ % 8.4 وتضاف كل يوم :

(a) أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة (b) أجد جملة المبلغ بعد 6 سنوات.

سؤال : اكتشف الخطأ : أوجد رامي جملة مبلغ مقداره JD 250 بعد ايداعه في حساب بنكي بعد 3

سنوات ، بنسبه ربح مركب تبلغ % 1.25 و تضاف كل 3 اشهر كما يأتي:

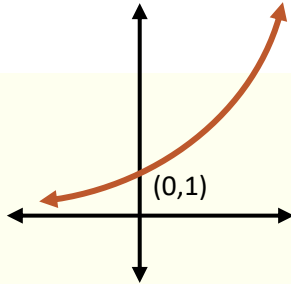
$$A = 250 \left(1 + \frac{1.25}{4} \right)^{4(3)}$$

$$= 6533.29$$

AWAZEL
LEARN 2 BE

4 ■ الاقتران الأسّي الطبيعي :

هو نفس الاقتران الاسي الذي تعرفت عليه سابقا $f(x)=ab^x$, ولكن يسمى (الطبيعي) عندما يكون الأساس هو الأساس الطبيعي (e) • يسمى العدد النيبيري (e) وهو عدد غير نسبي



$$f(x) = e^x$$

$$e \approx 2.718281828...$$

مجاله R

مداه $R +$ متزايد لأن $b = e > 1$

توجد تطبيقات حياتية تستخدم هذا النوع من الاقترانات الأسية وهو الربح المركب **المستمر** كلمة السر

هي

المستمر

لحساب جملة المبلغ في حالة الربح المركب المستمر باستعمال الصيغة :



$$A = Pe^{rt}$$

جملة المبلغ ←
المبلغ الأصلي ←

r : معيار الفائدة السنوي
الذي يكتب في صورة عشرية
t : عدد السنوات

أمثلة

① أودع علي مبلغ JD 4500 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها % 4 , جد جملة المبلغ بعد 10 سنوات



② أودعت سارة مبلغ JD 6300 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها % 3.2 , جد جملة المبلغ بعد 9 سنوات

③ أودعت ليلى مبلغ JD 8200 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها % 4.9 , جد جملة المبلغ بعد 9 سنوات

AWAZEL
LEARN 2 BE

4) أعد بحث دراسة عن تكاثر ذباب الفاكهة وتوصل الى انه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران $P(t)=20e^{0.03t}$ حيث P عدد الذباب بعد t ساعة جدد عدد الذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة مقربا الإجابة الى اقرب عدد صحيح

5) أودع سعيد مبلغ JD 800 في حساب بنكي بنسبه ربح مركب مستمر مقدارها 4.5% جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات

6) أودع حسام مبلغ JD 60000 في حساب بنكي بنسبه ربح مركب مستمر مقدارها 6% , جد جملة المبلغ بعد 17 سنة

7) أودع حسام مبلغ JD 9000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مقدارها 3.6% , أجد جملة المبلغ بعد 7 سنوات

8) أودعت ليلى مبلغ JD 8200 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مقدارها 4.9% , أجد جملة المبلغ بعد 9 سنوات

سؤال

تحدد: اكتشفت 12 اصابة بالانفلونزا الموسمية في احدى البلدات , ولووظ ان عدد الاصابات بهذا المرض يساوي ثلاثة أمثال عددها في الأسبوع السابق , اكتب اقترانا يمثل عدد الاصابات بهذا المرض بعد t اسبوعا من اكتشاف حالات الإصابة الأولى .

AWARE
LEARN 2 BE

الاقترانات اللوغريتمية

ملاحظة سابقة

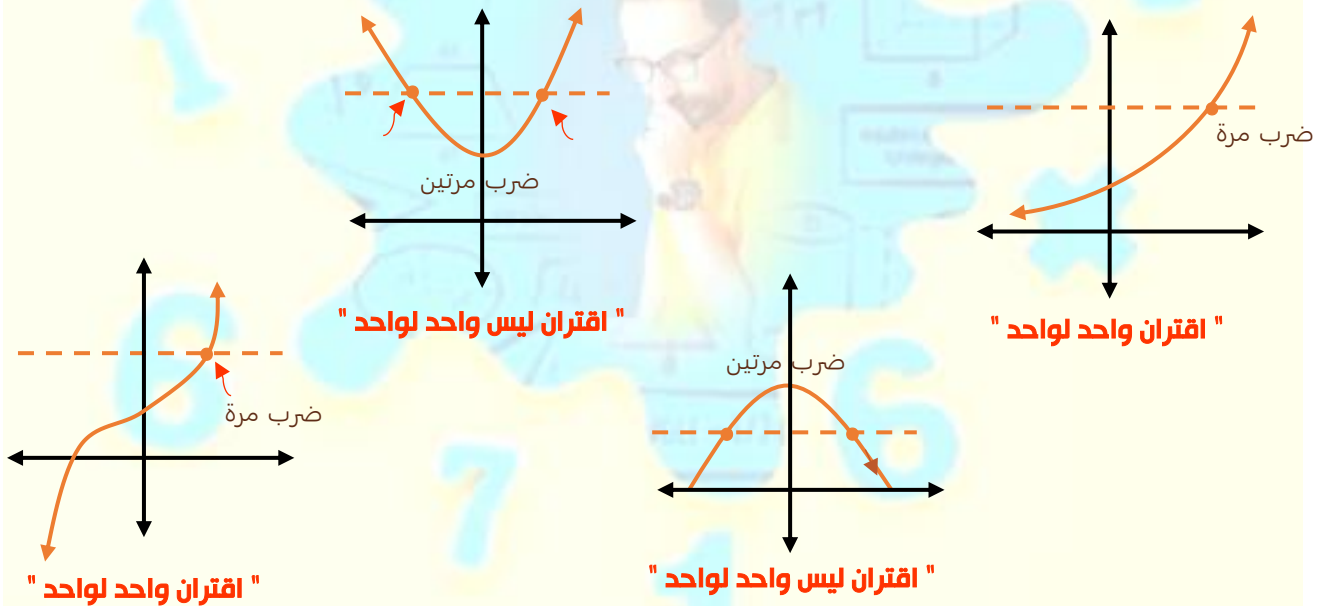
اقتران واحد لواحد 1-1 : هو الاقتران الذي يكون فيه كل عنصر في المدى يرتبط ب عنصر واحد فقط في المجال , يعني كل عنصر في ي يرتبط ب عنصر واحد فقط في x

• كيف نعرف من الرسم؟ باستخدام اختبار الخط الأفقي :

← إذا ضرب الخط مرتين او اكثر بالرسمه ← ليس اقتران 1-1

← مرة واحدة بالرسمه ← اقتران 1-1

أمثلة



• ومن ميزات الاقتران واحد لواحد يمكن ايجاد اقتران عكسي له



طيب شو يعني اقتران عكسي؟

$f(x)$: اقتران واحد لواحد مكتوب بصورة بدلالة $x = y$

$f^{-1}(x)$: هو اقتران عكسي للاقتران $f(x)$ مكتوب بصورة بدلالة $x = y$

AWAZ
LEARN 2 BE



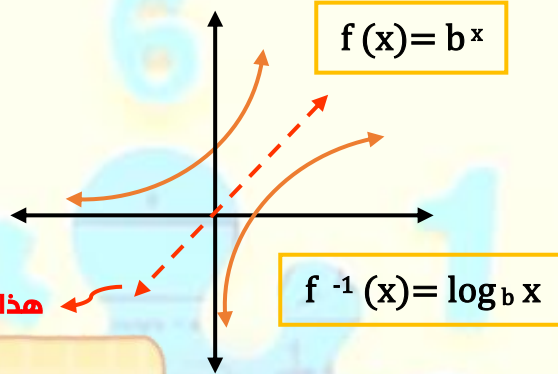
المهم بما ان الاقتران الأسّي $f(x) = b^x$ هو اقتران واحد لواحد

إذا فيمكن ايجاد اقتران عكسي له والاقتران العكسي هو صاحبنا (الاقتران اللوغاريتمي)

$$g(x) = \log_b x$$

ويقرأ : لوغاريتم x للأساس b ، $x > 0$ دائما جوا اللوغ (+)

وفي الرسم البياني التالي نوضح الاقترانين معا والرابط بينهما



هذا المستقيم معادته

ملاحظة

" يعني لو حطينا مرآة عالخط $y = x$ بنعكس $f^{-1}(x)$ انعكاس لـ $f(x)$ حول $y = x$ "
 " تماما عالجهة المقابلة "

اقرا كل من الاقترانات اللوغاريتمية الآتية :

أمثلة

① $f(x) = \log_3 27$

لوغاريتم الـ 27 للأساس 3

② $f(x) = \log_2 4$

③ $f(x) = \log_9 81$

④ $f(x) = \log_5 25$

⑤ $f(x) = \log_{12} 144$



إذا شو العلاقة بين الصورة الأسية والصورة اللوغاريتمية !

إذا كان $b > 0$ ، $b \neq 1$ ، $x > 0$ فإن :

(+)

(+)

$b^y = x$ إذا فقط إذا $\log_b x = y$

الأساس الأس الأساس الأس

$\log_b x = y$

$b^y = x$

احفظ الدويرة

اكتب كل معادله لوغاريتميه مما يأتي في صوره أسية :

① $\log_2 8 = 3$ $2^3 = 8$	② $\log_{23} 23 = 1$ $23^1 = 23$	③ $\text{Log}_{10} \left(\frac{1}{100} \right) = -2$
④ $\log_7 1 = 0$	⑤ $\log_7 7 = 1$	⑥ $\log_2 16 = 4$
⑦ $\log_3 \left(\frac{1}{243} \right) = -5$	⑧ $\text{Log}_9 1 = 0$	⑨ $\log_7 343 = 3$
⑩ $\log_4 256 = 4$	⑪ $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$	⑫ $\log_{36} 6 = 0.5$
⑬ $\log_9 1 = 0$	⑭ $\log_{57} 57 = 1$	⑮ $\log_{64} 4 = \frac{1}{3}$
⑯ $\log_5 625 = 4$	⑰ $\log_3 729 = 6$	⑱ $\log_{64} 8 = 0.5$
⑲ $\log_7 1 = 0$	⑳ $\log_{43} 43 = 1$	



■ ويمكن ايضا العكس ← كتابة المعادلة الأسية في صورة لوغاريتمية

مثال : $2^3 = 8 \rightarrow \log_2 8 = 3$ الأس بطير لهنالك والأساس بوقع

AWAZEL
LEARN 2 BE

أمثلة : اكتب في المعادلة الأسية مما يأتي في صورة لوغاريتميه :

① $8^3 = 512$	② $25^{\frac{1}{2}} = 5$	③ $(5)^{-3} = \frac{1}{125}$	④ $27^0 = 1$
⑤ $7^3 = 343$	⑥ $49^{\frac{1}{2}} = 7$	⑦ $(2)^{-5} = \frac{1}{32}$	⑧ $17^0 = 1$
⑨ $4^5 = 1024$	⑩ $3^{-4} = \frac{1}{81}$	⑪ $7^3 = 343$	⑫ $5^{-2} = 0.04$
⑬ $(32)^1 = 32$	⑭ $8^0 = 1$	⑮ $2^6 = 64$	⑯ $4^{-3} = \frac{1}{64}$
⑰ $6^3 = 216$	⑱ $5^{-3} = 0.008$	⑲ $(51)^1 = 51$	⑳ $9^0 = 1$

ومن الأمثلة السابقة نستنتج أن اللوغاريتم جوابه هو أس

إذا يمكن استخدام قوانين الأسس لإيجاد الجواب

مثال: اوجد قيمة اللوغاريتم التالي دون استخدام الآلة الحاسبة

$$\text{Log}_2 8 = 3$$

الجواب هو الأس

تذكر الدويرة


على حين

$$2^3 = 8$$

لاحقاً استخدم عقلك بسرعة

أمثلة : جد قيمة كل مما يأتي من دون استخدام الآلة الحاسبة :

① $\log_2 64$	② $\log_{13} \sqrt{13}$	③ $\log_{36} 6$
④ $\text{Log}_{10} 0.1$	⑤ $\log_5 25$	⑥ $\log_8 \sqrt{8}$

⑦ $\log_{81} 9$	⑧ $\log_3 \frac{1}{27}$	⑨ $\log_2 64$
⑩ $\log_{81} 9$	⑪ $\log_2 32$	⑫ $\log_{25} 125$
⑬ $\log_{10} 0.0001$	⑭ $\log_5 \frac{1}{3}$	⑮ $\log_{\frac{1}{6}} 6$
⑯ $\log_{25} 5$	⑰ $\log_4 32$	⑱ $\log_{49} 343$
⑲ $\log_{10} 0.001$	⑳ $\log_{\frac{3}{2}} 1$	㉑ $\log_{\frac{1}{4}} 4$
㉒ $\log_3 81$	 <p>"لا فوز من غير مشقة، صراعنا نُحدد نجاحاتنا"</p>	

■ وفي الامثلة السابقة (وانت بتحل) أكيد لاحظت بعض الخصائص الاساسية للوغاريتمات

$\log_b 1 = 0$	$\log_b b = 1$	$\log_b b^x = x$	$b^{\log_b x} = x$ $x > 0$
----------------	----------------	------------------	-------------------------------



$b^0 = 1$
لأنه دائماً الرقم
لأس صفر جوابه (1)
نزلت (أس سالب)



$b^1 = b$
لأنه دائماً الأس
(1) ما بأثر نهائي



لأنه
 $\log^x = \log^x$



لأنه
 $\log_b x = \log_b x$

أمثلة : جد قيمة كل مما يأتي دون استخدام الآلة الحاسبة:

① $\log_3 1 = 0$ لوغ الواحد دايماً صفر	② $\log_2 1 = 0$	③ $(10)^{\log_{10} \frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$	④ $\log_a \sqrt[5]{a}$
⑤ $\log_9 9 = 1$	⑥ $\log_5 5 = 1$	⑦ $8^{\log_8 5} = 5$	⑧ $8^{\log_8 13}$
⑨ $7^{\log_7 5}$	⑩ $\log_2 \frac{1}{\sqrt{(2)^7}}$	⑪ $\log_{17} \sqrt{17} =$	⑫ $\log_{10}(1 \times 10^{-9})$
⑬ $\log_{32} \sqrt{32}$	⑭ $(10)^{\log_{10} \frac{1}{9}}$	⑮ $\text{Log}_3 \frac{1}{\sqrt{(3)^6}}$	⑯ $\text{Log}_b \sqrt[7]{b}$
⑰ $\log_{10}(1 \times 10^{-5})$	⑱ $4^{\log_4 3}$	19 $\log_3 81$	20 $\log_{10} 0.001$

" اركض وراء كل ما تريد، واقترب من كل الأشياء التي تشغرك لأنها ستسعدك، وتشبث بكل من يطبع في قلبك فرحاً، اعمل لأجل ما تحب."

■ خصائص الاقتران اللوغاريتمي وتمثيله بيانياً :

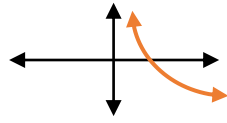
• خصائص الاقتران اللوغاريتمي :

$$f(x) = \log_b x, \quad x > 0$$

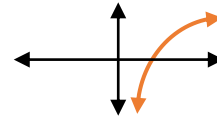
المدى	المقطع (x)	المقطع (y)	خط التقارب الرأسي	خط التقارب الأفقي	متزايد	متناقص	المجال
R	X = 1	لا يوجد لأنه $x > 0$ دائماً	محور y x = 0	لا يوجد	b > 1	0 < b < 1 (كسر)	R+ (0, ∞)

• الشكل العام للتمثيل البياني :

$$f(x) = \log_b x, x > 0$$



$$0 < b < 1$$



$$b > 1$$

■ تمثيل الاقتران اللوغاريتمي بيانيا :

تمثيل بياني ← يعني جدول ← نحدد نقاط (x,y) ← نحددها على

أمثلة

مثل بيانيا كل اقتران مما يأتي ثم حدد :

(1) المجال والمدى ، (2) مقطعيه من المحورين الاحداثيين (3) خطوط تقاربه الراسي والأفقي

$$\textcircled{1} f(x) = \log_2 x$$

(4) هل الاقتران متزايد ام متناقص ؟

1. نكتب الاقتران على الصورة الأسية

$$\begin{aligned} \log_2 X &= y \\ 2^y &= X \end{aligned}$$

X	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
Y	-2	-1	0	1	2
(x,y)	$(\frac{1}{4}, -2)$	$(\frac{1}{2}, -1)$	(1, 0)	(2, 1)	(4, 2)

2. نعمل جدول وهالمره رح نعمل العكس

نحدد قيم (y) أولا ← بعدين بنطلع قيم (x)

• المجال: مجموعه من الاعداد الحقيقية

الموجبة R^+ $(0, \infty)$

• المدى: مجموعه الاعداد الحقيقيه R

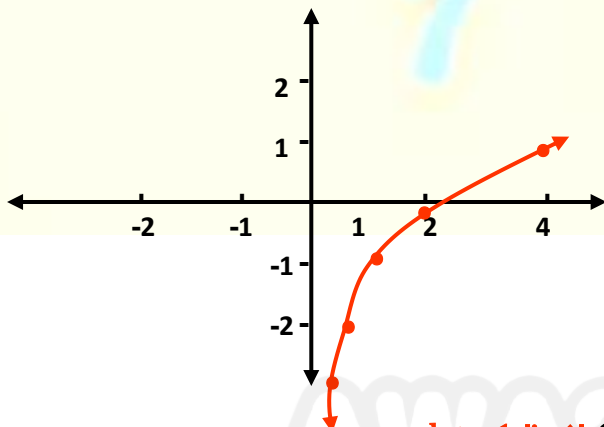
• المقطع $x = 1$

لا يوجد مقطع لـ y

• خط التقارب الأفقي : لا يوجد

• خط التقارب الراسي : هو محور y ($x = 0$)

• الاقتران متزايد (كلما زادت قيمة x زادت قيمة y) لاحظ $b > 1$



$$\textcircled{2} f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$\textcircled{3} f(x) = \log_3 x$$

$$\textcircled{4} f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

AWAZEL
LEARN 2 BE

أختار الصمود دائماً ليس أنا الذي يليق به الانهيار



$$\textcircled{5} f(x) = \log_5 x$$

$$\textcircled{6} g(x) = \log_4 x$$

$$\textcircled{7} h(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$$

$$\textcircled{8} r(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$$

$$\textcircled{9} f(x) = \log_{10} x$$

$$\textcircled{10} g(x) = \log_6 x$$



$$\textcircled{11} f(x) = \log_8 x$$



$$\textcircled{12} g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$$

$$\textcircled{13} r(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$

$$\textcircled{14} r(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$$

$$\textcircled{15} f(x) = \log_9 x$$

$$\textcircled{16} g(x) = \log_{11} x$$



$$\textcircled{17} h(x) = \log_7 x$$

$$\textcircled{18} p(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$

حالة شاذة (المجال)

■ قلنا بأن مجال الاقتران $f(x) = \log_b x$ هو R^+ دائماً يعني دائماً لازم جوا اللوغ (+)فماذا إذا كان الاقتران بهذه الصورة $f(x) = \log_b g(x)$ اقترانفيجب أن يكون $g(x) > 0$ لأنه دائماً جوا اللوغ (+)

أمثلة

جد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي : " دائماً عند كتابة الفترة (الكبير , الصغير) "

① $f(x) = \log_4(x + 3)$

④ $f(x) = \log_5(9 + 3x)$

② $f(x) = \log_5(8 - 2x)$

⑤ $f(x) = \log_3(x - 2)$

③ $f(x) = \log_7(5 - x)$

⑥ $f(x) = 5 - 2\log_7(x + 1)$

⑦ $f(x) = -3\log_4(-x)$

⑨ $f(x) = 7 + 2\log_5(x - 2)$

⑧ $f(x) = \log_2(x + 3)$

⑩ $f(x) = -5\log_7(-x)$

" وإن قل في الطريق صبرك لا تقف ولا تنطفئ ولا تنثني، رب الحياة معك . "

■ أسئلة متنوعة :



① جد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_a x$ يمر بالنقطة $(5, 32)$

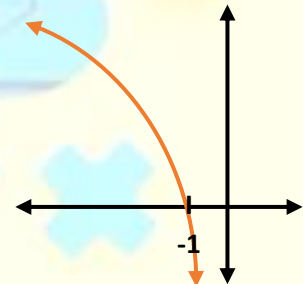
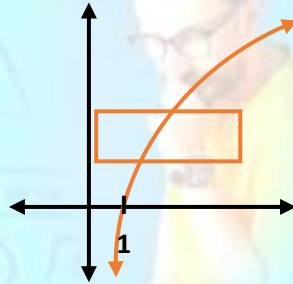
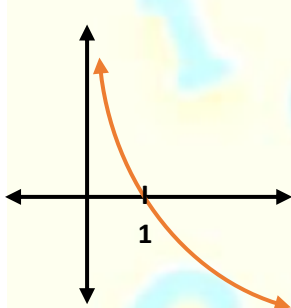
② جد قيمة C التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_c x$ يمر بالنقطة $(-4, \frac{1}{81})$

③ اكتب بجانب كل اقتران مما يأتي رمز تمثيله البياني المناسب مبرراً إجابتك :

$$f(x) = \log_3(x)$$

$$f(x) = \log_3(-x)$$

$$g(x) = -\log_3 x$$



" ملاحظة مهمة (مهارات التفكير العليا للدرس الثالث) "

خط التقارب الرأسى هو دائماً $x = \square$

هذا الرقم يكون نفسه أحد أطراف فترة المجال

أمثلة

جد مجال كل اقتران لوغاريتمى مما يأتي ، محدداً خط (خطوط) تقاربه الرأسى

$$f(x) = \log_3 x^2$$

$$f(x) = \log_3 (x^2 - x - 2)$$

AWAZEL
LEARN 2 BE

4 تمثل المعادلة $\log_{10} \left(\frac{1}{12} \right) = -0.0125x$ العلاقة بين شدة الضوء I بوحدة lumen والعمق x بالأمتار في إحدى البحيرات . كم تبلغ شدة الضوء عند عمق 10 m ؟

5 يستعمل الاقتران $R = \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$ لحساب قوة زلزال وفق مقياس ريختر , حيث I شدة الزلزال المراد قياسه , و I_0 أقل شدة للزلزال الذي يمكن للإنسان الإحساس به , ماذا يمثل الرمز log في هذا الاقتران

9 اكتشف الخطأ : كتبت منى المعادلة الأسية $4^{-3} = \frac{1}{64}$ في صورة لوغاريتمية كما يأتي :

$$\log_4 (-3) = \frac{1}{64} \quad \times$$

أكتشف الخطأ الذي وقعت فيه منى , ثم أصدحه .





قوانين اللوغاريتمات

■ كما تعلمت سابقاً

قوانين
الأسس

وظفتها في

تبسيط المقادير
الأسية

أيضاً يوجد

قوانين
اللوغاريتمات

ستوظفها

لتبسيط المقادير
اللوغاريتمية

المقارنة بين القوانين لتسهيل حفظها :

قوانين اللوغاريتمات $b \neq 1$	قوانين الأسس	
$\log_b x y = \log_b x + \log_b y$	$b^x \times b^y = b^{x+y}$ عند الضرب ← تُجمع الأسس	قانون الضرب
$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	$\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}, b \neq 0$ عند القسمة ← تطرح الأسس	قانون القسمة
$\log_b x^P = P \log_b x$ الأس بطلع برّا , $P \in \mathbb{R}$	$(b^x)^y = b^{xy}$ عند الرفع ← تضرب الأسس	قانون القوة

تذكّر

X, y أعداد موجبة لأنها داخل اللوغ

لاحظ :



$$\log_b (xy) = \log_b x + \log_b y$$

بتحول لجمع في الخارج في الضرب في الداخل

$$\log_b \left(\frac{x}{y} \right) = \log_b x - \log_b y$$

بتحول لطرح في الخارج في القسمة في الداخل

لذلك $\frac{\log_2 5}{\log_2 3}$ لا تتحول لطرح لأن القسمة ليست داخل اللوغ الواحدلا تتحول لجمع لأن الضرب ليس داخل اللوغ الواحد $\log_2 5 \times \log_2 3$

أمثلة

① إذا كان : $\log_a 5 \approx 2.32$ وكان $\log_a 3 \approx 1.59$, فجد كلاً مما يأتي :

a) $\log_a 15$	c) $\log_a \frac{1}{9}$
b) $\log_a \frac{3}{5} =$	d) $\frac{\log_a 5}{\log_a 3}$

② إذا كان : $\log_b 7 \approx 1.21$ وكان $\log_b 2 \approx 0.43$, فجد كلاً مما يأتي :

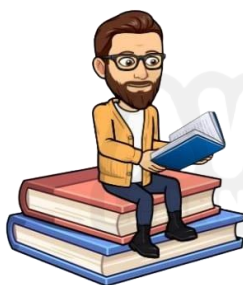
a) $\log_b 14$	c) $\log_b 32$
b) $\log_b \frac{2}{7}$	b) $\log_b \frac{1}{49}$

③ اكتشف الخطأ في الحل الآتي ثم صحه :

$$\log_2 5x = (\log_2 5) (\log_2 x)$$

④ إذا كان : $\log_a 6 \approx 0.776$ وكان $\log_a 5 \approx 0.699$, فجد كلاً مما يأتي :

1) $\log_a \frac{5}{6}$	2) $\log_a 30$	3) $\frac{\log_a 5}{\log_a 6}$
4) $\log_a \frac{1}{6}$	5) $\log_a 900$	6) $\log_a \frac{18}{15}$
7) $\log_a (6a^2)$	8) $\log_a \sqrt[4]{25}$	9) $(\log_a 5) (\log_a 6)$



" اركض وراء كل ما تُريد، واقترِب من كل
الأشياء التي تشعر أنها ستُسعدك ،
وتشبت بكل من يُطبع في قلبك فرحاً ،
اعمل لأجل ما تُحب "

⑤ إذا كان : $\log_a 7 \approx 0.936$ وكان $\log_a 3 \approx 0.528$, فجد كلاً مما يأتي :

1) $\log_a \frac{3}{7} =$	2) $\log_a 21$	3) $\frac{\log_a 3}{\log_a 7}$
4) $\log_a \frac{1}{7}$	5) $\log_a 441$	6) $\log_a \frac{49}{27}$
7) $\log_a (7a^2)$	8) $\log_a \sqrt[4]{81}$	9) $(\log_a 3)(\log_a 7)$

⑥ إذا كان : $\log_5 4 = k$ فاكتب كل مما يأتي بدلالة k : سؤال مهم ومختلف 🔥

1) $\log_5 16$	2) $\log_5 0.25$	3) $\log_5 256$
----------------	------------------	-----------------



■ كتابة اللوغاريتمات بالصورة المطولة :

يعني عندي لوغاريتم واحد ← بحوله لعدة لوغاريتمات بينهم عمليات حسابية حسب القوانين اللوغاريتمية التي أخذتها سابقاً

أمثلة

اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يأتي بالصورة المطولة علماً بأن المتغيرات جميعها تمثل أعداداً حقيقية موجبة :

$$① \log_5 x^7 y^2$$

$$② \log_7 \frac{(5x+3)^2}{4}$$

$$③ \log_4 \frac{xy^3}{z^2} =$$

$$④ \log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{a^5}} =$$

$$⑤ \log_2 a^2 b^a =$$

$$⑥ \log_5 \frac{(x+1)^3}{8} =$$

$$⑦ \log_3 \frac{x^7 y^3}{x^5} =$$



$$\textcircled{8} \log_a \sqrt[3]{\frac{x^7 b^2}{y^5}} =$$

$$\textcircled{9} \log_a x^7 =$$

$$\textcircled{10} \log_a \left(\frac{ac}{b}\right) =$$

$$\textcircled{11} \log_a(\sqrt{x}) =$$

$$\textcircled{12} \log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right) =$$

$$\textcircled{13} \log_a \frac{1}{x^3 y^4} =$$

$$\textcircled{14} \log_a \sqrt[7]{128x^7} =$$

$$\textcircled{15} \log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} =$$



$$16. \log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{z^3}} =$$

$$17. \log_a (x - y + 2)^9, y - x < 2$$

$$18. \log_a x^2 =$$

$$19. \log_a \left(\frac{a}{bc}\right)$$

$$23. \log_a \frac{(x^2 y^3)^2}{(x^2 y^3)^3}$$

$$20. \log_a (\sqrt{x} \sqrt{y})$$

$$24. \log_a (x + y - z)^7, x + y > z$$

$$21. \log_a \left(\frac{\sqrt{z}}{y}\right)$$

$$25. \log_a \sqrt{\frac{x^{12} y}{y^3 z^4}}$$

$$22. \log_a \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$26. \log_a \sqrt[5]{32 x^5}$$



■ كتابة اللوغاريتمات بالصورة المختصرة: (عكس المطولة)

كتابة المقدار في صورة لوغاريتم واحد :

أمثلة : اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يأتي بالصورة المختصرة ، علما بأن المتغيرات جميعها

اعداد حقيقية موجبة :

ملاحظة مهمة :

نستطيع أن (نلم) اللوغاريتم في لوغاريتم

واحد بشرط أن الأساس نفسه

$$\log_2 \quad \log_2$$

اما إذا كان مختلف لا نستطيع

$$\log_2 \quad \log_3$$

$$\textcircled{1} 3\log_2 x + 4\log_2 y$$

$$\textcircled{2} 5\log_a x + \frac{1}{3}\log_a y - 7\log_a z$$

$$\textcircled{3} \log_5 a + 3\log_5 b$$

$$\textcircled{4} 5\log_b x + \frac{1}{2}\log_b y - 9\log_b z$$



$$\textcircled{5} \log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$\textcircled{6} \log_b(x + y) - \log_b(x - y), x > y$$

$$\textcircled{7} \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{x}$$

$$\textcircled{8} \log_a(x^2 - 4) - \log_a(x + 2), x > 2$$

$$\textcircled{9} 2 \log_b x - 3 \log_b y + \frac{1}{3} \log_b z$$

$$\textcircled{10} \log_b 1 + 2 \log_b b$$

11 أحد الخيارات الآتية يكافئ المقدار $\log_a \frac{ax^5}{y^3}$: مهم

a) $5 \log_a x - 3 \log_a y + 1$

b) $a \log_a x^5 - \log_a y^3$

c) $5 \log_a x - 3 \log_a y$

d) $1 - 5 \log_a x - 3 \log_a y$

سيأتي بها الله وإن تأخرت



12) أحد الخيارات الآتية يكافئ المقدار $\log_a 27 - \log_a 9 + \log_a 3$

a) $\log_a 3$

b) $\log_a 6$

c) $\log_a 9$

d) $\log_a 27$

13) $\log_a x - \log_a y =$

14) $\log_b(b - 1) + 2 \log_b b$, $b > 1$

15) $\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}}$

16) $\log_a(x^2 - 25) - \log_a(x + 5)$, $x > 5$

17) $3 \log_b 1 - \log_b b$

18) $8 \log_b x + 4 \log_b y - \frac{1}{2} \log_b z$



■ المسائل الحياتية :

① في تجربة لتحديد مدى تأثير المدة الزمنية في درجة تذكر الطلبة للمعلومات. تقدمت مجموعة من الطلبة لاختبار في مادة معينة، ثم لاختبارات مكافئة لهذا الاختبار على مدار فُدد شهرية بعد ذلك، فوجد الباحثون ان النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها احد الطلبة بعد t شهراً من انهائه دراسة المادة تعطى بالاقتران:

$$M(t) = 85 - 25 \log_{10}(t + 1)$$

جد النسبة المئوية للمادة التي يتذكرها هذا الطالب بعد 19 شهرا من انهائه دراستها، علما بأن

$$\log_{10}2 \approx 0.3010 \text{ مقرباً اجابتك إلى أقرب عدد صحيح.}$$

② يمثل الاقتران $M(t) = 92 - 28 \log_{10}(t + 1)$ النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها

الطالب من مادمه معينه بعد t شهرا من انهائه دراستها. جد النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها هذا الطالب بعد 29 شهرا من انهائه دراسة المادة علما بأن $\log_{10}3 \approx 0.4771$, مقربا الإجابة الى اقرب عدد صحيح



③ يمثل الاقتران $f(x) = 29 + 48.8 \log_6(x + 2)$ النسبة المئوية لطول الطفل الذكر الان من طوله عند البلوغ , حيث x عمره بالسنوات . جد النسبة المئوية لطول الطفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ علما بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$

④ يمثل الاقتران $T(a) = 10 + 20 \log_6(a + 1)$ مبيعات شركة من منتج جديد , حيث a المبلغ (بالآلاف الدينار) الذي تنفقه الشركة على اعلانات المنتج $a \geq 0$ وتعني القيمة $T(1) \approx 17.7$ انفاق 1000JD على الاعلانات يحقق ايرادات قيمتها 17700JD من بيع المنتج جد قيمة ايرادات الشركة بعد انفاقها مبلغ 11 الف دينار على الاعلانات علما بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$



" سَأَمَت أَمْرِي لِلذِّي لَا يَفْغَل ,
وَلَا يَنَام , وَلَا يَكْسِرُ بِخَاطِرِي "

■ مهارات تفكير عُلّيا :

$$\textcircled{1} \text{ أُثبت أن } \frac{\log_a 216}{\log_a 36} = \frac{3}{2}$$

$$\log_2 5x = (\log_2 5)(\log_2 x)$$

X

 $\textcircled{2}$ أكتشف الخطأ في الحلّ الآتي، ثم أصحّحه:

$$\textcircled{3} \text{ أُثبت أن } 1 = \log_b (b^2 - 9) - \log_b (b^2 + 3b) + \log_b (b - 3), \text{ حيث: } b > 3, \text{ مُبرّرًا إيجابتي.}$$

المعادلات الأسية

■ هنالك نوعان من الاقترانات اللوغاريتمية المشهورة :

لوغاريتم للأساس e (الطبيعي)	لوغاريتم للأساس 10 (الاعتيادي)
$\ln x$, $x > 0$ $\log_e x$ الاساس عندما يكون (e) العدد النيبيري ، يكتب بشكل آخر $\ln x$	$\log x$, $x > 0$ يُكتب من دون الأساس (10) مجرد رؤية \log دون اساس فاعلم بأن الاساس هو (10)
هو الاقتران العكسي للاقتران الاسي الطبيعي e^x	هو الاقتران العكسي للاقتران الاسي 10^x
على الآلة الحاسبة يوجد \ln	على الآلة الحاسبة يوجد \log
$\ln e = 1 \leftarrow \log_e e = 1$ $\ln = 0$	تذكر $\log 10 = 1 \leftarrow \log_a a = 1$ لأن الاساس المخفي هو 10 تذكر $\log 1 = 0 \leftarrow \log_a 1 = 0$
$\log \square$ هنا تكتب الأساس	ملاحظة في حال أساس اللوغاريتم ليس أي عدد آخر ، يوجد على الآلة الحاسبة
	ملاحظة تُطبق خصائص اللوغاريتيمات على اللوغاريتم الاعتيادي واللوغاريتم الطبيعي.



سنين الجهد وإن طالَت ستطوى ... لها أمدٌ وللأمد انقضاء

• استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربا الاجابة الى اقرب جزء من عشرة.



① $\log 2.7$	② $\log(1.3 \times 10^5)$	③ $\ln 17$
④ $\log 13$	⑤ $\log(3.1 \times 10^4)$	⑥ $\ln 0.25$
⑦ $\log 19$	⑧ $\log(2.5 \times 10^{-3})$	⑨ $\ln 3.1$
⑩ $\log 17$	⑪ $\log(1.5 \times 10^{-4})$	⑫ $\ln 5$
⑬ $\ln 2.3$	⑭ $\ln 7$	⑮ $\ln e$
⑯ $\ln 1$	⑰ $\ln 10$	⑱ $\log 1$

• يمكن تغيير أساس اللوغاريتم بكتابته على صورة حاصل قسمة لوغاريتمين للأساس نفسه

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

أمثلة للتوضيح ... إذا كان عنا $\log_4 7$



كيف يعني

يمكن كتابتها كالتالي :

$$\frac{\log_5 7}{\log_5 4} \quad , \quad \frac{\log_2 7}{\log_2 4} \quad , \quad \frac{\log 7}{\log 4} \quad , \quad \frac{\ln 7}{\ln 4} \quad , \dots$$



أختار الصمود دائماً ليس أنا الذي يليق به الانهيار

• جد قيمة كل مما يأتي، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من مئة ، باستخدام الآلة الحاسبة:

① $\log_3 16$	② $\log_{\frac{1}{2}} 10$	③ $\log_3 51$
④ $\log_{\frac{1}{2}} 13$	⑤ $\log_3 e^2$ هنا يُفضل استخدام ln	⑥ $\log_2 10$
⑦ $\log_3 33$	⑧ $\log_{\frac{1}{3}} 17$	⑨ $\log_6 5$
⑩ $\log_7 \frac{1}{7}$	⑪ $\log 1000$	⑫ $\log_3 15$
⑬ $\log_5 e^7$	⑭ $\log_2 15$	⑮ $\log_5 27$
⑯ $\log_{\frac{1}{4}} 19$	⑰ $\log_7 8$	⑱ $\log_3 18$

■ المعادلات الأسية :

هي المعادلة التي تتضمن قوى أسسها متغيرات

كيف نحل المعادلة الأسية (يعني نوجد قيمة المتغير)

(1) الطريقة الأولى :

إذا كان $a^x = a^y$

فإن $x = y$

عندما يتساوى الأساس تتساوى الأسس

يعني .. بتخلي طرفي المعادلة على شكل أسس, ولكن الشرط نستخدم نفس الأساس ثم الأسس تكون متساوية

أمثلة : أوجد حل المعادلات الأسية التالية :

① $3^{2x} = 81$	② $5^{3x} = 125$	③ $2^x = 8$
④ $1 = 5^x$	⑤ $27^{2x} = 9^{2x+1}$	

(2) الطريقة الثانية :

في بعض الحالات لا يمكن كتابة طرفي المعادلة في صورة قوتين للأساس نفسه مثل المعادلة :

$3^x = 5$

نستخدم خاصية المساواة اللوغاريتمية

$$\log_b x = \log_b y \quad \text{إذا فقط إذا} \quad x = y$$

يعني ..

بندخل اللوغاريتم على طرفي المعادلة لحلها ويمكن ندخل الـ (ln) على طرفي المعادلة لحلها

أمثلة : حل المعادلات الأسية الآتية مقرباً إلى أقرب منزلتين عشريتين :

① $2^x = 13$	② $5e^{3x} = 125$	③ $2^{x+4} = 5^{3x}$
④ $9^x + 3^x - 30 = 0$	⑤ $7^x = 9$	⑥ $2e^{5x} = 64$
⑦ $7^{2x+1} = 2^{x-4}$	⑧ $4^x + 2^x - 12 = 0$	⑨ $6^x = 121$
⑩ $-3e^{4x} = -27$	⑪ $5^{7x-2} = 3^{2x}$	⑫ $2(9)^x = 32$

$$13. 25^x + 5^x - 42 = 0$$

$$14. 27^{2x+3} = 2^{x-5}$$

$$15. 8^x = 2$$

$$16. -3e^{4x+1} = -96$$

$$17. 11^{2x+3} = 5^x$$

$$18. 49^x + 7^x - 72 = 0$$

$$19. 5^x = 120$$

$$20. -4e^{4x} = -64$$

$$21. 3^{2x+1} = 7^{5x}$$

$$22. 64^x + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$23. 7(4)^x = 94$$

$$24. 21^{x-1} = 3^{7x+1}$$





لا فوز من غير مشقة,
صراعاتنا تُحدد نجاحاتنا

25. اختر الاجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) حل المعادلة $\ln e^x = 1$ هو:

- a) 0 b) $\frac{1}{e}$ c) 1 d) e

2) قيمة $\log(0.1)^2$ هي:

- a) -2 b) -1 c) 1 d) 2

3) حل المعادلة $2^{x+1} = 4^{x-1}$ هو:

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 8

4) قيمة $\log 10$ هي:

- a) $2\log 5$ b) 1 c) $\log 5 \times \log 2$ d) 0

5) اذا كان $\log_{2x} x^2 = 1$ فإن قيمة x هي:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

26. أودعت سميرة مبلغ P في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 5%.
أ) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي؟
ب) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي؟

27. تناقصت أعداد حيوان الكوالا في إحدى الغابات وفق الاقتران : $N = 873e^{-0.078t}$

حيث N العدد المتبقي من هذا الحيوان في الغابة بعد t سنة.

بعد كم سنة يصبح في الغابة □ 97 حيوانا من الكوالا؟



AWAZEL
LEARN 2 BE



29. حرارة: تُمثّل المعادلة: $T = 27 + 219e^{-0.032t}$ درجة حرارة معدن (بالسليسيوس °C) بعد t دقيقة من بدء تبريده. متى تصبح درجة حرارة المعدن 100°C ؟

30. أرانب: توصلت دراسة إلى أن عدد الأرانب في محمية طبيعية يتزايد وفق الاقتران: $N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ ، حيث N عدد الأرانب في المحمية بعد t سنة:

أجد عدد الأرانب في المحمية عند بدء الدراسة.

بعد كم سنة يصبح عدد الأرانب في المحمية 700 أرنب؟

31. يُمثّل الاقتران: $P(t) = 200e^t$ عدد أسماك السلمون P في نهر بعد t سنة من بدء دراسة مُعيّنة عليها:

أجد عدد أسماك السلمون في النهر عند بدء الدراسة.

بعد كم سنة يصبح عدد أسماك السلمون في النهر 4000 سمكة؟



■ مهارات تفكير عُلّيا :

- ① تبرير: أجد قيمة كل من h و k إذا وقعت النقطة $(-2, k)$ ، والنقطة $(h, 100)$ على منحنى الاقتران:
 $f(x) = e^{0.5x+3}$ ، مُبرَّرًا إيجابتي.

② أحلّ المعادلة: $3^x + \frac{4}{3^x} = 5$.



انهض وحارب التعثر ،
اسلُكْ كُلَّ الطَّرِيقِ الَّتِي أَمَامَكَ
فَلَا تَعْلَمُ بِأَيِّ طَرِيقٍ يَمْكُثُ قَدْرَكَ