

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

ماجستير رياضيات

(الفصل الأول)

مفهوم النهاية

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ

الفصل (1) (العنوان) مفهوم النهاية (ماجستير رياضيات

* رموز :

$s \leftarrow p^+$: s تؤول (تقترب) إلى العدد p من جهة اليمين

$s \leftarrow p^-$: s تؤول (تقترب) إلى العدد p من جهة اليسار

$s \leftarrow p$: s تؤول (تقترب) إلى العدد p من جهة اليمين ومن جهة اليسار

نها (در s) : هي القيمة التي سيقترّب
 $+p \leftarrow s$
منها الاقتران (در s) كلما
اقترب s من العدد p من
جهة اليمين

نها (در s) : هي القيمة التي سيقترّب
 $-p \leftarrow s$
منها الاقتران (در s) كلما
اقترب s من العدد p من
جهة اليسار

نها (در s) : هي القيمة التي سيقترّب
 $p \leftarrow s$
منها الاقتران (در s) كلما
اقترب s من العدد p من
جهة اليمين واليسار

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات واللاتصال) عماد محمد الشيخ
 الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية) ماجستير رياضيات

* توضيح مفهوم النهاية من خلال
 طريقة الجدول .

س	1.99	1.999	...	1.9999	...	1.99999
نها (س)	0.97	0.970	...	0.97000	...	0.970000

$$7 - \epsilon = \text{نها (س)} - \epsilon$$

$$7 + \epsilon = \text{نها (س)} + \epsilon$$

$$\leftarrow 7 - \epsilon = \text{نها (س)} - \epsilon$$

مثال

ليكن نها (س) = 3 + 1 ، مستخدماً
 طريقة الجدول ادرس سلوك الاقتران
 نها (س) عندما س تقترب من العدد 3
 أو جد نها (س)
 2ϵ

الحل :

س	1.9	1.99	1.999	...	1.9999
نها (س)	0.8	0.98	0.998	...	0.9998

مثال
 ليكن نها (س) = $\frac{1-\epsilon}{1-\epsilon}$

(1) ما مجال الاقتران نها (س) ؟

(2) جد نها (س)
 1ϵ

الحل :

(1) مجال نها (س) هو ح - 1 لأن
 لا يمكن أن نقسم على 1 حيث
 يجعل المقام يؤول صفر .

(2)

ملاحظات :

$$\boxed{1} \quad \text{نها (س)} = \text{نها (س)} + p\epsilon$$

$$\Rightarrow \text{نها (س)} = \text{نها (س)} - p\epsilon$$

$$\boxed{2} \quad \text{نها (س)} \neq \text{نها (س)} + p\epsilon$$

$$\Rightarrow \text{نها (س)} \neq \text{نها (س)} - p\epsilon$$

مثال

ليكن نها (س) = 3 + 1 ، جد نها (س)
 مستخدماً طريقة الجدول .
 3ϵ

الحل :

س	1.01	1.0101	1.010101	...	1.01010101
نها (س)	0.99	0.9999	0.999999	...	0.99999999

$$3 - \epsilon = \text{نها (س)} - \epsilon$$

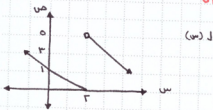
$$3 + \epsilon = \text{نها (س)} + \epsilon$$

$$\leftarrow 3 - \epsilon = \text{نها (س)} - \epsilon$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)
عمام محمد الشيخ

الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية)
ماجستير رياضيات

مثال



* ايجاد قيمة النهاية من الرسم

* أسئلة مباشرة على النهاية :

معتدداً الشكل الذي يمثل منحني الاقتران

ل المحرف على ح حد

1) نها ل(س) $+2e^s$

2) نها ل(س) $-2e^s$

3) نها ل(س) $2e^s$

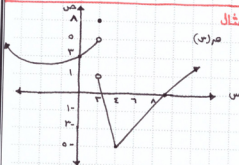
الحل :

1) نها ل(س) $+2e^s = 0$

2) نها ل(س) = صفر $-2e^s$

3) نها ل(س) غير موجودة $2e^s$

مثال



معتدداً الشكل الذي يمثل منحني الاقتران

ق حد

1) نها ل(س) $+2e^s$

2) نها ل(س) $-2e^s$

3) نها ل(س) $2e^s$

الحل:

11) نها (س) = 1
 $+ \infty$

12) نها (س) = 0
 $- \infty$

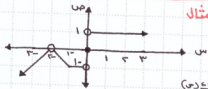
13) نها (س) غير موجودة.
 ∞

14) نها (س) = 3
 $+ \infty$

نها (س) = 3
 $- \infty$

نها (س) = 3 ←
 ∞

مثال



ك(س)

معتمداً الشكل الذي يمثل منحى الاقتران
 ك(س) حد

11) نها ك(س)
 $- \infty$

12) نها ك(س)
 1∞

13) نها ك(س)
 $-1 - \infty$

14) نها ك(س)
 $3 + \infty$

15) نها ك(س)
 $1 - \infty$

16) نها ك(س)
 $+1 + \infty$

الحل:

11) نها ك(س) = 1
 $+1 \infty$

نها ك(س) = 1
 -1∞

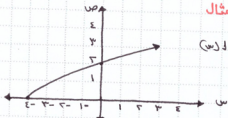
نها ك(س) = 1 ←
 1∞

12) نها ك(س) = 1
 $+ \infty$

نها ك(س) = -1
 $- \infty$

نها ك(س) غير موجودة.
 $- \infty$

مثال



ك(س)

معتمداً الشكل الذي يمثل منحى الاقتران
 ل(س) = $\sqrt{4+s}$ حد

11) مجال الاقتران ل

12) نها ل(س)
 $-2 - \infty$

13) نها ل(س)
 $+2 - \infty$

14) نها ل(س)
 0∞

15) نها ل(س)
 $2 - \infty$

الحل:

11) $0 \leq 4+s$
 $s \geq -4$

مجال = $\{s : s \geq -4\}$

12) نها ل(س) = صفر
 $+2 - \infty$

13) نها ل(س) غير موجودة
 $-2 - \infty$

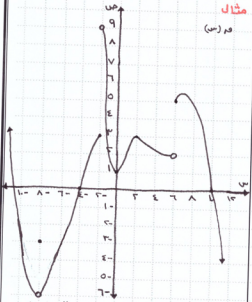
14) نها ل(س) غير موجودة
 $2 - \infty$

$1 = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 - e^x$
 $\leftarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ غير موجودة .
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2e^x$ (د)

الحل:

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2e^x$ (د)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ (د)

مثال



معتداً الشكل الذي يمثل منحنى ق الحرف على ح جيد

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{صفر}$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{صفر}$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2 - e^x$

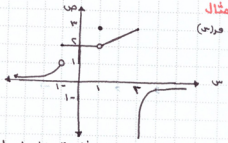
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{صفر}$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 -$ (د)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 -$ (د)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 -$ (د)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - e^x$

مثال



معتداً الشكل الذي يمثل ق الحرف على ح جيد

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - e^x$ (د)

الحل:

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 + e^x$

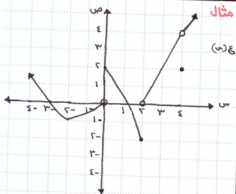
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - e^x$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ب)
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - e^x$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عماد محمد الشيخ

الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية) ماجستير رياضيات



معتاداً الشكل الذي يمثل منحني الاقتران ع-ج

جد

11 $f(x) = 2 + 6x$ 12 $f(x) = -2 + 4x$

13 $f(x) = 2 + 4x$ 14 $f(x) = 4 + 4x$

الحل:

11 $f(x) = 2 + 6x$

12 $f(x) = -2 + 4x$

13 $f(x) = 2 + 4x$

14 $f(x) = 4 + 4x$

← $f(x) = 2 + 4x$

12 $f(x) = -2 + 4x$

14 $f(x) = 4 + 4x$

← $f(x) = 4 + 4x$

15 $f(x) = -7 + 6x$

16 $f(x) = -2 - 4x$

17 $f(x) = -8 - 4x$

11 $f(x) = 2 + 6x$

13 $f(x) = -2 + 4x$

15 $f(x) = 2 + 4x$

17 $f(x) = 4 + 4x$

الحل:

11 $f(x) = 2 + 6x$

13 $f(x) = -2 + 4x$

15 $f(x) = 2 + 4x$

17 $f(x) = -2 + 4x$

← $f(x) = 2 + 4x$

12 $f(x) = -2 + 4x$

14 $f(x) = 2 + 4x$

← $f(x)$ غير موجودة

16 $f(x) = -8 - 4x$

17 $f(x) = -8 - 4x$

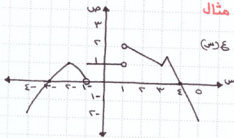
14 $f(x) = 2 + 4x$ = صفر

17 $f(x) = 4 + 4x$ = صفر

← $f(x) = 4 + 4x$ = صفر

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عماد محمد الشيخ
 الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية) ماجستير رياضيات

مثال



* إيجاد قيم s في النهاية من الرسم

□ إذا كانت النهاية تساوي عدد

معتمداً = الشكل الذي يمثل منحني $f(x)$ جد
 □ مجموعة قيم p حيث نها $f(x) = 1$
 $p \in \mathbb{R}$

□ مجموعة قيم p حيث نها $f(x) = 1$
 $p \in \mathbb{R}^+$

□ مجموعة قيم p حيث نها $f(x) = 0$
 $p \in \mathbb{R}^+$

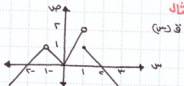
الحل:

□ $(1, 1) \cup \{3, 4, 6\}$

□ $(1, 1) \cup \{3, 4, 6\}$

□ $\{4, 6\}$

مثال



معتمداً = الشكل الذي يمثل منحني $f(x)$ المعروف
 على \mathbb{R} جد مجموعة قيم p حيث
 نها $f(x) = 0$
 $p \in \mathbb{R}^+$

الحل:

$\{2\}$

3.9 صيفي
 P مجموعة قيم y معرف على $[2, 3]$ مجموعة قيم x حيث نهاها $f(x) = 3 - x^2$ هي

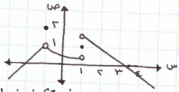
- (أ) $\{0, 2\}$ (ب) $\{2, 3\}$
 (ج) $\{2, 3, 0\}$ (د) $\{0, 3\}$



مجموعة قيم P حيث نهاها $f(x) = 3 - x^2$ هي

- (أ) $\{2\} \cup (0, \infty)$ (ب) $\{2\} \cup [-0, \infty)$
 (ج) $\{2, 3\} \cup (0, \infty)$ (د) $\{2, 3\} \cup [-0, \infty)$

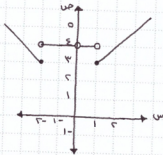
3.12 شتوي



مجموعة قيم P بحيث تكون نهاها $f(x) = 1$ هي

- (أ) $\{1, 2\}$ (ب) $\{2, 3\}$
 (ج) $\{2, 3, 1\}$ (د) $\{2, 3, 1, 0\}$

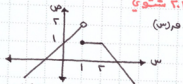
3.10 شتوي



مجموعة قيم P حيث نهاها $f(x) = 3 - x^2$ هي

- (أ) $\{1\}$ (ب) $\{2, -1\}$
 (ج) $\{2, 0, 1\}$ (د) $\{2, -1, 0\}$

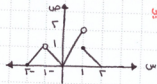
3.13 شتوي



الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران هو المعرف على J ان مجموعة قيم P التي تجعل نهاها $f(x) = 1$ هي

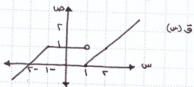
- (أ) $\{2, 1\}$ (ب) $\{0, 3\} \cup [2, 1]$
 (ج) $\{2, 1\}$ (د) $\{0, 3\} \cup [2, 1]$

3.11 صيفي



ق(س)

٢.١٣ صيفي

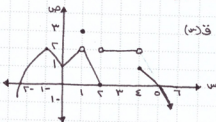


ق(س) معرف على ح ، مجموعة قيم س التي تجعل نهاها در(س) = ١

$$(1, 1-) \quad \square \quad (1, 1-) \quad \square$$

$$\{2\} \cup [1, 1-) \quad \square \quad \{2\} \cup (1, 1-) \quad \square$$

٢.١٦ شتوي

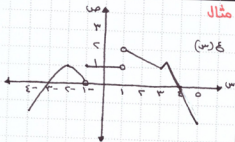


ق(س) معرف على ح معتمداً الشكل جـ
 قيم الثابت P حيث نهاها در(س) = ٢

الحل

$$\{1, 1-\} \cup (4, 2)$$

مثال



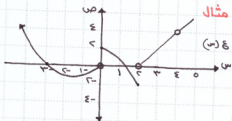
معتدداً الشكل الذي يمثل منحنى $f(x)$
 جد مجموعة قيم k حيث
 نها $f(x)$ غير موجودة
 $k \in S$

الحل:

$$\{ -1 < k \}$$

إذا كانت النهاية غير موجودة

مثال

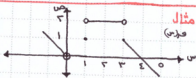


معتدداً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران $f(x)$
 جد مجموعة قيم P حيث
 نها $f(x)$ غير موجودة
 $P \in S$

الحل:

$$\{ 2 < P \}$$

مثال

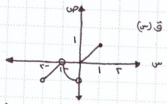


ما مجموعة قيم P حيث نها $f(x)$ غير موجودة
 $P \in S$

- (ب) $\{3\}$ (ب) $\{1-\}$
 (ج) $\{2 \leq 1-\}$ (ج) $\{2 \leq 1-\}$

الحل:
 $\{3 < 1\}$

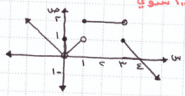
٣.١٨ شتوي جديد



الشكل يمثل منحنى ق (دس) المعروف على $[1 < 2]$ بأن مجموعة قيم P التي تجعل نها در (س) غير موجودة هي

- (ب) $\{1 < 0 < 1 - 0 < 2-\}$ (ب) $\{0 < 1-\}$
 (ج) $\{1 < 0 < 1-\}$ (ج) $\{1 < 0-\}$

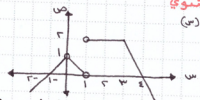
٣.١٩ شتوي



مجموعة قيم P حيث نهاها در (س) غير موجودة هي

- (ب) $\{4 < 3 < 1-\}$ (ب) $\{0 < 2 < 1-\}$
 (ج) $\{3 < 1-\}$ (ج) $\{0 < 4 < 3 < 1-\}$

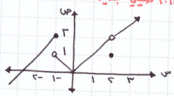
٣.١١ شتوي



مجموعة قيم P حيث نهاها در (س) غير موجودة هي

- (ب) $\{1 < 0-\}$ (ب) $\{3 < 1 < 0-\}$
 (ج) $\{1-\}$ (ج) $\{3-\}$

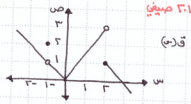
٣.١٨ صيفي جديد



جد مجموعة قيم P التي تكون عنها نهاها در (س) غير موجودة هي

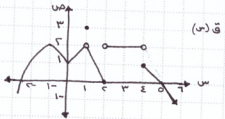
- (ب) $\{2 < 1-\}$ (ب) $\{1-\}$
 (ج) $\{2 < 0 < 1-\}$ (ج) $\{2 < 0-\}$

٣.١٣ صيفي



مجموعة قيم P حيث نهاها در (س) غير موجودة هي

٣.١٦ مشقوي



ق (س) معرف على ح معتدرا الشكل جد
قيم الثابت ب حيث نها (س) غير موجودة
س

الحل :

$$\{ 4 < 3 \}$$

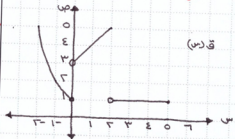
* ايجاد النهاية من الرسم بالاشتدال

الحل:

$$3 - s = v \quad 3 \leftarrow v \leftarrow 2 \leftarrow s$$

$$\text{نها ل(ص)} = 1 \quad 3 \leftarrow v$$

٢٠١٧ صيفي



ق(ص)

معتمدًا = الشكل الذي يمثل ق(ص) جد

$$\text{نها ق(ص-3)} = 3 \leftarrow s$$

الحل:

$$3 - s = v \quad 3 \leftarrow s \leftarrow 1 \leftarrow v$$

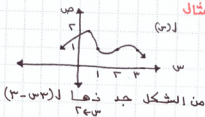
$$\text{نها ق(ص-3)} = 3 \leftarrow s$$

$$3 \leftarrow s \leftarrow 1 \leftarrow v$$

$$\text{نها ق(ص)} = 1 \leftarrow v$$

$$\text{نها ق(ص-3)} = 3 \leftarrow s$$

مثال



من الشكل جد نها ل(ص-3) = 3