

الأوائل في الرياضيات

تقدم الى الامام دائماً لا تنظر الى الخلف
اذهب لتحقيق احلامك اركض نحو احلامك

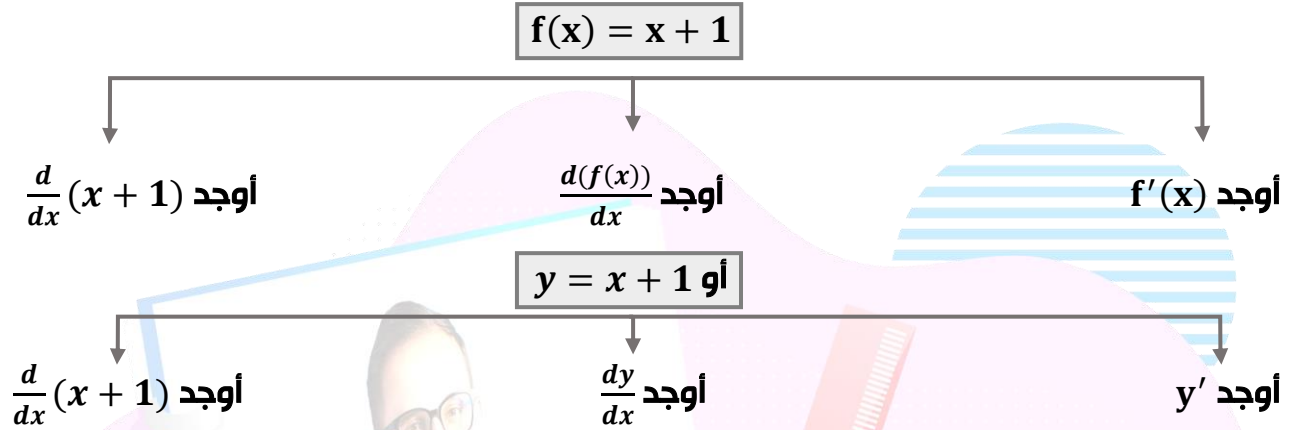


الأستاذ محمد عواد



قواعد الاشتقاق الأسسية

• قبل البدء بالأمثلة هناك رموز مختلفة تدل على الاشتقاق منها :



← المطلوب واحد هو إيجاد المشتقة

• وهناك رموز تدل على التعويض بعد الاشتقاق :

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=3}$$

اشتق y

ثم عوض

$$x = 3$$

أو

$$f'(3)$$

اشتق $f(x)$

ثم عوض

$$x = 3$$

قاعدة (1) مشتقة العدد الثابت = صفر

$$f(x) = k \rightarrow f'(x) = 0$$

جد مشتقة ما يلي :

أمثلة

① $f(x) = 12$

② $f(x) = \frac{1}{3}$

③ $y = \sqrt{5}$

④ $y = -20$

⑤ $f(x) = \frac{5}{2}$

⑥ $y = 5a$

بما أن الاشتقاق بدلالة x فالتعامل مع a على أنه عدد ثابت

ملاحظة

AWAZEL
LEARN 2 BE

قاعدة (2) مشتقة المتغير بأس 1 = 1

$$f(x) = kx \rightarrow f'(x) = k$$

$$\text{أو } f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

أمثلة : جد مشتقة ما يلي :

① $f(x) = x$

③ $f(x) = 5x$

⑤ $f(x) = \frac{1}{3}x$

② $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2}}$

④ $y = -x$

⑥ $y = \frac{7}{3}x$

قاعدة (3) مشتقة المتغير بأس $1 \neq$

x^n → نقص درجة → موجب n
 x^n → نزيد درجة → سالب n
 $\frac{a}{b}^n$ كسر → $\frac{a-b}{b}$

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

بنزل n جنب x وبنطرح من الأس (1)

أمثلة : جد مشتقة ما يلي :

① $f(x) = x^2$

② $f(x) = x^6$

③ $f(x) = x^4$

④ $f(x) = x^{-1}$

⑤ $f(x) = x^{-6}$

⑥ $f(x) = x^{-4}$

⑦ $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

⑧ $f(x) = x^{\frac{-2}{3}}$

⑨ $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$

قاعدة (4) مشتقة الاقتران الذي بجانبه عدد ثابت

$$f(x) = kg(x) \rightarrow f'(x) = kg'(x)$$

بنزل k وبنكمل اشتقاق ما بعدها

أمثلة : جد مشتقة ما يلي :

① $f(x) = 2x^4$

② $f(x) = -3x^{-4}$

③ $f(x) = 3x^{\frac{1}{3}}$

④ $f(x) = -x^7$

⑤ $f(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$

أمثلة شاملة القواعد الأربعة

أوجد مشتقة كل مما يلي :

① $f(x) = a^3 - 4b^2 + 5\pi$

$f'(x) =$

② $f(x) = 9 - 7x$

$f'(x) =$

③ $f(x) = 6 + x$

$f'(x) =$

④ $f(x) = 8x^2 + 3$

$f'(x) =$

⑤ $f(x) = 3x^5 - x^2$

$f'(x) =$

لأننا نشتق بدلالة x فقط ف
 a, b هم ثوابت بالنسبة لـ x

⑥ $f(x) = 1 - x^2$

$f'(x) =$

⑦ $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}}$

$f'(x) =$

أسقط أنهض تحطم حطم

الى إن تصبح تلك الأحلام حقيقة



■ إيجاد المشتقة عند قيمة x معطاة ... تذكر $f'(x)$ أو $\frac{dy}{dx}\bigg|_{x=a}$

← جد مشتقة ما يلي عند قيمة x المعطاة ان وجدت :

① $f(x) = 3 - x^5$, $x = 1$

$f'(x) =$

② $f(x) = -x^2 + \frac{1}{3}$, $x = 2$

$f'(x) =$

③ $y = x^{\frac{1}{5}} + 3x^2 + 1$, $x = 0$

$\frac{dy}{dx} =$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x$, $x = 3$

⑤ $f(x) = \sqrt[3]{x^5} + 7$, $x = 1$

⑥ $f(x) = \sqrt[3]{x-2} - 7x$, $x = 10$

← جد مشتقة ما يلي عند قيمة x المعطاة ان وجدت :

① $f(x) = 5 - x^4$, $x = 1$

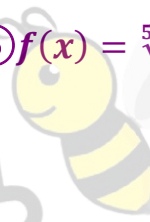
④ $y = \frac{1}{3}x^3 + 5x$, $x = 2$

② $f(x) = -x^3 + \frac{1}{7}$, $x = 2$

⑤ $f(x) = \sqrt{x^5} + 1$, $x = 1$

③ $y = x^{\frac{1}{4}} + 6x^3 + 8$, $x = 0$

⑥ $f(x) = \sqrt[5]{x} - 2x$, $x = 1$



مشتقة الجذر التربيعي

الخفيف

⑤ جد $\frac{dy}{dx}$ لكل من :

① $y = \sqrt{x^3 + 4x}$

② $y = \sqrt{4 - 3x}$, $x = 1$

③ $y = \sqrt{x^2 + 8x}$

④ $y = \sqrt{4x - 1}$, $x = 2$

⑤ $y = \sqrt{2x - 5x^3}$

إذا كان $f(x) = \sqrt{g(x)}$, فإن :

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$$

$$f'(x) = \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{2\sqrt{\text{الجذر نفسه}}}$$

أمثلة

① إذا كان $f(x) = \sqrt{1 + x^3}$ فإن $f'(x)$

: تساوي

② إذا كان $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$ فإن $f'(x)$: تساوي③ إذا كان $f(x) = \sqrt{5 + 3x^3}$ فإن $f'(x)$: تساوي④ إذا كان $f(x) = \sqrt{7 - x}$ فإن $f'(x)$

: تساوي

لعل الأسباب قد هيئت
والجبر بات قريباAWAZEL
BE

مشتقة الضرب

4 أقواس بينهم موجب
القريب منك بعيد والبعيد عنك قريب

■ مشتقة حاصل ضرب اقرانين :

نظرية

إذا كان $f(x)$, $g(x)$ اقرانين قابلين للاشتقاق , فإن $(f \cdot g)'(x)$ يساوي :

$$(f \cdot g)'(x) = f(x) \cdot (g)'(x) + g(x) \cdot f'(x)$$

(م.الأول) . (الثاني) + (م.الثاني) . (الأول)

مثال 1 إذا كان $f(x) = x^2$, وكان $g(x) = x^5$, فما قيمة $(f \cdot g)'(x)$ ؟

$$\begin{aligned} (f \cdot g)'(x) &= x^2 \cdot 5x^4 + x^5 \cdot 2x \\ &= 5x^6 + 2x^6 \\ &= 7x^6 \end{aligned}$$

مثال 2 جد مشتقة كل اقران مما يأتي :

$$\textcircled{1} f(x) = (2x + 3)(x^2 - 5)$$

$$\textcircled{2} f(x) = (x^3 + 4x)(7x^2 - 4x)$$

$$\textcircled{3} f(x) = (4x - 1)(x^2 - 5)$$



$$\textcircled{4} f(x) = (1 - 2x)(x^2 - 1)$$

$$\textcircled{5} f(x) = (5x^2 + 4x - 3)(2x^2 - 3x + 1)$$

$$\textcircled{6} f'(x) = (-2x + 3)(2x^2 + 7x - 1)$$

$$\textcircled{7} f'(x) = (5x^{-3})(x^4 - 5x^3 + 10x - 2)$$

$$\textcircled{8} f(x) = (\sqrt{x} - 1)(x^2 + 4)$$

$$\textcircled{9} f(x) = (\sqrt{x} + 1)(3x - 2)$$

AWA2EL
LEARN 2 BE



$$⑩ f(x) = (8x + \sqrt{x})(5x^2 + 3)$$

$$⑪ f(x) = (x + 1)\sqrt{x - 1}$$

$$⑫ f(x) = x^5 \sqrt{10x + 6}$$

$$⑬ f(x) = x^5(3x^2 + 4x - 7)$$

$$⑭ f(x) = 5x^2(x^4 - 5x^3 + 10x - 2)$$

$$15) f(x) = (4 - 3x)(2x + 1) \quad , \quad x = 2$$

$$16) f(x) = 2x^2(x + 2) \quad , \quad x = -2$$

لا يهم كم أنت بطيء طالما
أنك لن تتوقف



AWAZEL
LEARN 2 BE



$$17) f(x) = 3x^2 - (2x + 1)(3 - x) \quad , \quad x = 2$$

$$18) f(x) = (x^2 + 2)(x + \sqrt{x}) \quad , \quad x = 4$$

$$19) f(x) = x^5 \sqrt{10x + 6} \quad , \quad x = 1$$

مشتقة القسمة

حالات مشتقة القسمة

اقتران
عدد

محتزم

عدد
اقتران

مش
محتزم

اقتران
اقتران

اقتران
عدد : نشتق البسط فقط ويبقى المقام كما هو : $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)}{g}$

الحالة الأولى
المحتزم

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 6}{7}$$

$$3) f(x) = \frac{x^5 + 4}{7}$$

$$2) f(x) = \frac{2x^4 + 5x}{7}$$

$$4) f(x) = \frac{4x^5 - 2}{7}$$

الحالة الثانية
مشتقة
المقلوب

مشتقة أي عدد على اقتران :

$$A(x) = \frac{a}{f(x)}$$

$$A'(x) = \frac{-a \times f'(x)}{(f(x))^2}$$

$$= \frac{\text{م. المقام} \times \text{سالب العدد}}{(\text{المقام})^2}$$

أمثلة جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{1}{1-x^3}$$

$$\textcircled{4} f(x) = \frac{2}{3-4x}$$

$$\textcircled{6} f(x) = \frac{-5}{4x+3}$$

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{1\pi}{x-4}$$

$$\textcircled{5} f(x) = \frac{3}{2x+1}$$

$$\textcircled{7} f(x) = \frac{-4}{2x^2+5}$$

⑧ $f(x) = \frac{3}{5 - 4x}$

⑨ $f(x) = \frac{1}{3 + 2x}$

الحالة الثالثة
مشتقة قسمة
اقترايين

قاعدة

إذا كان $f(x), g(x)$ اقترايين قابلين للاشتقاق , وكان $g(x) \neq 0$, فإن مشتقة حاصل قسمتهما :

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x) \times f'(x) - f(x) \times g'(x)}{(g(x))^2}$$

م. المقام \times البسط - المقام \times البسط
 $(\text{المقام})^2$ لاحظ الي ربعته تحت هو من
تبدأ فيه من غير اشتقاق

جد مشتقة كل اقتران مما يلي :

أمثلة

① $f(x) = \frac{x}{2x + 5}$

② $f(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}$

AWA2EL
LEARN 2 BE

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$\textcircled{4} f(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

$$\textcircled{5} f(x) = \frac{3-2x}{4x+2}$$

$$\textcircled{6} f(x) = \frac{x^2+6}{2x-7}$$

$$\textcircled{7} f(x) = \frac{2x^2}{3x+1}$$

$$\textcircled{8} f(x) = \frac{1+x^{-5}}{x^3}$$

$$\textcircled{9} f(x) = \frac{x^{-3}}{x^2+1}$$

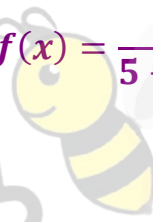
$$\textcircled{10} f(x) = \frac{5x^2-1}{2x^3+3}$$

واجب بيتي :

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{3x}{\sqrt{5x-3}}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{x}{5+2x} + 2x^4$$

AWA2EL
LEARN 2 BE



انتهى وقت
اللعب وبدأ
وقت الجد
والعمل

• جد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

① $f(x) = (3x + 1)(2x + 1)$, $x = 2$



2) $f(x) = 3x\sqrt{5 - x}$, $x = 4$

3) $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$, $x = 2$

4) $f(x) = \frac{x}{3x+1}$, $x = 1$

5) $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+4}}$, $x = 12$

④ $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$, $x = 4$



قاعدة السلسلة (القوس)

■ اشتقاق الاقتران المركب :

إذا كان $f(x)$, $g(x)$ اقترانين قابلين للاشتقاق , فإنه يمكن إيجاد مشتقة الاقتران المركب ,

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

باستخدام القاعدة الآتية :

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

■ يعني : اشتق الداخل ثم الخارج او الخارج ثم الداخل (نفس الاشياء) لانها علاقة ضرب

1- (القوة) (الاقتران) (القوة) (مشتقة الاقتران) = (القوة) (الاقتران)

■ اشتقاق الاقتران:

اقتران داخل اقتران $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = x+1$$

$$f(g(x)) = (f \circ g)(x) = (x+1)^3$$

داخلي

$$f(g(x)) = (f \circ g)(x) = (x+1)^3$$

خارجي

اشكال الاقترانات المركبة التي سنتعامل معها

$$f(x) = \sqrt[m]{g(x)^n}$$

$$f(x) = \sqrt{g(x)}$$

$$f(x) = (g(x))^n$$

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي : حالة 1 (اشتق الداخل ثم الخارج)

مثال 1

$$① f(x) = (x^2 - 1)^3$$

$$② f(x) = (x^2 - 2)^4$$

$$③ f(x) = (1+2x)^4$$

$$④ f(x) = (3-2x^2)^5$$

$$⑥ f(x) = 4(2+8x)^4$$



خدع القوس



$$\textcircled{7} f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^5$$

$$\textcircled{9} f(x) = (3 + 4x)^{\frac{5}{2}}$$

$$\textcircled{11} f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^3}$$

$$\textcircled{8} f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$$

$$\textcircled{10} f(x) = (8 - x)^{100}$$

$$\textcircled{12} f(x) = 2(2x - 1)^2$$

$$\textcircled{5} f(x) = (x^2 - 7x + 1)^{\frac{3}{2}}$$



$$\textcircled{4} f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x-8}}$$

$$\textcircled{5} f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

$$\textcircled{6} f(x) = \frac{3}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$\textcircled{7} f(x) = \sqrt{1+x^3}$$

مشتقة الجذر غير التربيعي

■ الجذر غير التربيعي يحتاج إلى تجهيز

$$f(x) = \sqrt[m]{x^n}$$

$$\textcircled{1} f(x) = x^{\frac{n}{m}}$$

الداخل $\rightarrow n$
الخارج $\rightarrow m$

② نشتق الاقتران

مثال 2: جد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$\textcircled{1} f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \sqrt[5]{(3x^2-5)}$$

$$\textcircled{3} f(x) = \sqrt[3]{(x^5+6x)}$$



$$\textcircled{8} f(x) = \sqrt{x} + (x - 3)^2$$

$$\textcircled{9} f(x) = \sqrt[3]{2x - x^5} + (4 - x)^2$$

$$\textcircled{10} f(x) = (\sqrt{x} + 5)^4$$

$$\textcircled{11} f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{16 - x^2}$$

$$\textcircled{12} f(x) = (\sqrt{x} + 5)^4$$

$$\textcircled{13} f(x) = \sqrt{(2x^2 - 5x)^3}$$

$$\textcircled{14} f(x) = x^2 + (200 - x)^2$$

قد تجتمع معاً بينهم جمع أو طرح ...

في هذه الحالة نشترك كل حالة لوحدها كما

تعلمنا سابقاً ..

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

أمثلة

$$\textcircled{1} f(x) = 5(1 - x^2)^3 + 4x + 7$$

$$\textcircled{2} f(x) = (1 + x^3)^4 + x^8 + 2$$

$$\textcircled{3} f(x) = (x + 5)^7 + (2x + 3)^6$$

$$\textcircled{4} f(x) = 3x^2 + 6x - (x^2 + 3)^2$$

$$\textcircled{5} f(x) = 4x^3 + (x - 2)^4$$

$$\textcircled{6} f(x) = (2x + 1)^3 - \sqrt{3x^2 - 2x}$$

$$\textcircled{7} f(x) = \sqrt[3]{2x - 1} - (x - 3)^3$$



يجاد مشتقة اقتران مركب عند نقطة محددة

بعد ما تكمل الاشتقاق نعوض قيمة X

بالقيمة المعطاة .

أمثلة جد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند

قيمة X المعطاة :

⑥ $f(x) = \sqrt{1+x^3}$, $x = 2$

⑦ $y = \sqrt{x^2 + 8x}$, $x = 8$

⑧ $y = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$, $x = 2$

⑨ $y = \sqrt{25 - x^2}$, $x = 3$

⑩ $f(x) = 3x^2 + 6x - (x^2 + 3)^2$, $x = 1$

⑪ $f(x) = 4x^3 + (x-2)^4$, $x = 2$

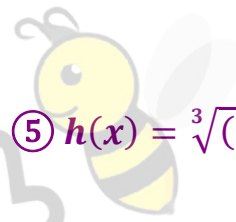
① $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$, $x = 1$

② $g(x) = \sqrt[4]{(2x^2 - 7)^5}$, $x = -4$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x-8}}$

④ $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3-x^2}}$

⑤ $h(x) = \sqrt[3]{(3x-1)^2}$, $x = 3$



$$\textcircled{15} f(x) = (2x^4 - x)^3, \quad x = 1$$

$$\textcircled{12} f(x) = \frac{3}{(x-2)^4}, \quad x = 3$$

$$\textcircled{16} f(x) = (x^4 + 1)^5, \quad x = 1$$

$$\textcircled{13} f(x) = 2(2x - 1)^2, \quad x = 4$$

$$\textcircled{17} g(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}, \quad x = -2$$

$$\textcircled{14} f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}, \quad x = \frac{1}{4}$$



علاقة مشتقة الضرب والقسمة بقاعدة

السلسلة (القوس)

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

$$\textcircled{1} f(x) = (2x + 1)(3x + 2)^3$$

مشتقة ضرب القوس

AWAZEL
LEARN 2 BE



$$\textcircled{2} f(x) = (4x - 1)^2(2x - 3)$$

$$\textcircled{3} f(x) = 2x^3(2x^2 + 2)^4$$

$$\textcircled{4} f(x) = 20x(4x^3 - 1)^6$$

$$\textcircled{5} f(x) = x(4x^3 - 1)^5$$

$$\textcircled{6} f(x) = 2x(1 + 3x^2)^3$$

$$\textcircled{7} f(x) = (3x - 5)^4(7 - x)^{10}$$

$$\textcircled{8} f(x) = (2x + 1)^5(3x + 2)^4$$





$$\textcircled{9} f(x) = (1 - x^2)^4(2x - 16)^3$$

$$\textcircled{10} f(x) = (3x^5 - x^2)\left(x - \frac{5}{x}\right)$$

$$\textcircled{11} f(x) = \frac{4x + 3}{(2x - 1)^3}$$

$$\textcircled{12} f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^4}$$

$$\textcircled{13} f(x) = \frac{3x^2}{(2x - 1)^2}$$

$$\textcircled{14} f(x) = \frac{5}{(x + 2)^2}$$

AWAZEL
LEARN 2 BE



مثال جد مشتقة كل مما يلي عند قيمة x المعطاة :

① $f(x) = x^2(3x - 1)^3$, $x = 1$

② $f(x) = (2x + 3)(x - 2)^2$, $x = 0$

■ الجواب : $f'(0) = -4$

③ $f(x) = x^5\sqrt{10x + 6}$, $x = 1$

■ الجواب : $f'(1) = \frac{170}{8}$

⑤ $f(x) = x(1 + 3x)^5$

⑥ $f(x) = (2x - 8)^2(3x^2 - 4)$

AWA2EL
LEARN 2 BE



وأعوذ بك من طول التمني
وحرمان الوصول



$$\textcircled{7} f(x) = x^3(2x + 6)^4$$

$$\textcircled{8} f(x) = \frac{3x + 5}{(x + 1)^2}$$

جد مشتقة الاقتران $y = 3x^2 - 2x$ جد $y = 6$

جد مشتقة الاقتران $y = (x^2 - 4)^5$ جد $y = 0$

امض في طريقك ينتظرك الكثير لتثبت نفسك فيه قاوم

وكافح واصبر فما وصل شخص إلا وقد تاه قبل وصوله انهض وابدأ من جديد



جد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة : أمثلة

① $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$, $x = 2$

② $f(x) = \frac{2-3x}{x+1}$, $x = -2$

③ $f(x) = \frac{3x-1}{2x^2}$, $x = 2$

■ الجواب : -1

④ $f(x) = \frac{3}{2x-2}$, $x = -2$

■ الجواب : $-\frac{1}{6}$

⑤ $f(x) = \frac{3x+5}{(x+1)^2}$



$$\textcircled{6} f(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$$

$$\textcircled{7} f(x) = \frac{-3}{(2x+1)^2}$$

$$\textcircled{8} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x-1}$$

$$\textcircled{9} f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$$

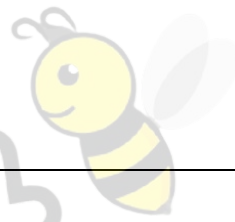
جد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة :

أمثلة

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{x+1}{(2x+1)^2}, \quad x=1$$

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{2x-1}{(2x+1)^2}, \quad x=-1$$

AWAZEL
LEARN 2 BE



اسئلة متنوعة

1) اكتشف المختلف :



أي الاقترانات الاتية مختلف مبررا اجابتي ؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad h(x) = (x^2 + 1)^3 \quad g(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2} \quad p(x) = x^2 + 1$$

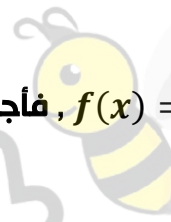
2) جد مشتقة الاقتران :

$$f(x) = \sqrt[3]{2x + (x^2 + x)^4}$$

: أجد مشتقة الاقتران :



$$f(x) = x(4x - 3)^6(1 - 4x)^9$$

: تبرير ■ إذا كان $f(x) = \frac{2x}{x+5} + \frac{6x}{x^2+7x+10}$, فأجب عن السؤالين :a) أثبت أن $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ مبررا اجابتهb) أجد $f'(3)$: تبرير ■ إذا كان $f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$, فأجد قيمة x عندما $f'(x) = 0$ AWA2EL
LEARN 2 BE

الرموز

■ إذا كان : $f(3) = 4$, $f'(3) = -2$, $g(3) = 2$, $g'(3) = -1$, فجد :

① $(fg)'(3) =$

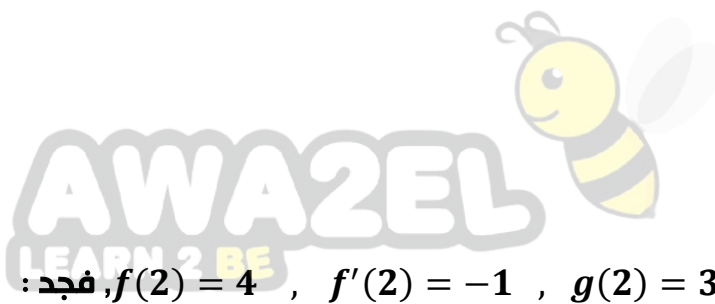
② $\left(\frac{f}{g}\right)'(3) =$

③ $(2f + fg)'(3) =$

④ $\left(\frac{3}{f}\right)'(3) =$

⑤ $\left(\left(\frac{f}{g}\right)(3)\right)' =$

⑥ $((fg)(3))' =$



■ إذا كان : $g'(2) = 2$, $g(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $f(2) = 4$, فجد :

① $(fg)'(2)$	② $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$
③ $(3f + fg)'(2)$	④ $\left(\frac{-2}{f}\right)'(2)$
⑤ $((f + g)(2))'$	⑥ $((fg)(2))'$
⑦ $f(g'(2))$	⑧ $((f^3)'(2))$

① إذا كان $h(x) = f(g(x))$ حيث $f(u) = u^2 - 1$ وكان $g'(2) = -1$ ، $g(2) = 3$ فجد $h'(2)$

■ إذا كان: $g'(0) = 2$ ، $g(0) = -1$ ، $f'(0) = -3$ ، $f(0) = 5$ ، فأجد كلا مما يلي :

① $(fg)'(0)$	② $\left(\frac{f}{g}\right)'(0)$	③ $(7f + 2fg)'(0)$
--------------	----------------------------------	--------------------

AWAZEL
LEARN 2 BE

وهذا سيمر مثل سابقه , وما الذي لم يمر ,
كل شيء سيطيب ذات يوم لا تحزن



قواعد الاشتقاق الأسية

$$f(x) = e^{g(x)}$$

الاساس هو اقتران بدلالة x

$$f'(x) = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

$$f(x) = e^x$$

الاساس هو x لحالها

$$f'(x) = e^x$$

غير نسبي $e \approx 2.7$ الأساس الطبيعي
العدد النيبيريالعدد e يُسمى

تذكر

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي : الحالة الاولى e^x مراري

أمثلة

① $f(x) = 5e^x$

③ $f(x) = 3x^2 - 2e^x$

⑤ $f(x) = 2e^x + 1$

⑦ $f(x) = xe^x$

⑨ $f(x) = (x^2 + 3x - 9)e^x$

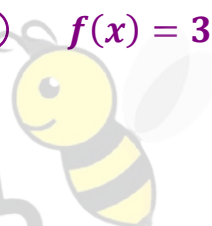
② $f(x) = -2e^x$

④ $f(x) = 2e^x + 3x$

⑥ $f(x) = 4x^2 - e^x$

⑧ $f(x) = 3x^2e^x + 2x$

⑩ $f(x) = (e^x + 2)(e^x - 1)$

AWA2EL
LEARN 2 BE

$$\textcircled{12} f(x) = \frac{e^x + 2x}{2x+1}$$

$$\textcircled{11} f(x) = x^{10} \cdot e^x$$

$$\textcircled{17} f(x) = \frac{(e^x + 2)^3}{x}$$

$$\textcircled{13} f(x) = \frac{e^x}{x^4}$$

$$\textcircled{18} f(x) = \frac{(2e^x + 3)^2}{(2e^x + x)}$$

$$\textcircled{14} f(x) = \sqrt[3]{x} + e^x$$

$$\textcircled{19} f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

$$\textcircled{15} f(x) = \sqrt{2x+1} + 3e^x$$

$$\textcircled{16} f(x) = \sqrt{e^x + 1}$$

نزل e واقتزان ... بدى اشتق اقتزان

$$f(x) = e^{g(x)}$$

جد مشتقة كل اقتزان مما يأتي : الحالة الثانية

أمثلة

الاساس هو اقتزان بدلالة x . $f'(x) = g'(x)e^{g(x)}$

$$23. f(x) = 2e^{2x-4} + 6x - 2$$

$$\textcircled{20} f(x) = e^{4x}$$

$$24. f(x) = 3e^{5-4x} + 2$$

$$21. f(x) = 3e^{6x}$$

$$22. f(x) = e^{3x+9}$$

AWA2EL
LEARN 2 BE

31. $f(x) = e^{x^3}$

32. $f(x) = e^{-x^2+4x-8} + 6$

33. $f(x) = x^3 - 5e^{2x}$

34. $f(x) = 3e^{\frac{1}{x}}$

35. $f(x) = 2e^{x+1}^{-3}$

25. $f(x) = e^{7x+1}$

26. $f(x) = 3e^{2x-1}$

27. $f(x) = 3e^x - 2e^{4x}$

28. $f(x) = e^{x^2+7}$

29. $f(x) = e^{(x^2+1)}$

30. $f(x) = e^{(4-5x^2)} + 3x - 8$

مشتقة الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

مشتقة \ln ... واحد x

إذا كان $f(x) = \ln x$ حيث $x > 0$ فإن :

$$f'(x) = \frac{1}{x} \rightarrow \begin{array}{l} \text{مشتقة } x \\ x \text{ نفسها} \end{array}$$

نظرية

نزل اقتران ... اشتق اقتران

إذا كان $f(x) = \ln g(x)$ فإن :

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$$



أمثلة جـ مشتقة كل اقتران مما يأتي :

① $f(x) = 2 \ln x$

③ $f(x) = 4 \ln x$

■ الجواب : $f'(x) = \frac{4}{x}$

② $f(x) = 7 \ln x$

④ $f(x) = 3 \ln x$

■ الجواب : $f'(x) = 3 \times \frac{1}{x}$



$$\textcircled{5} f(x) = x^{\frac{2}{3}} + \ln x$$

$$\textcircled{6} f(x) = 2x^3 + 6 \ln x - 4$$

$$\textcircled{7} f(x) = 7x^2 + 7 \ln x - x$$

$$\textcircled{8} f(x) = 2x^2(3x + 1) + 2 \ln x$$

$$\textcircled{9} f(x) = x \ln x$$

$$\textcircled{10} f(x) = (2x + 3) \ln x$$

$$\textcircled{11} f(x) = x^3 \ln x$$

$$\textcircled{12} f(x) = e^x \ln x$$

$$\textcircled{13} f(x) = x^4 \ln x - \frac{1}{2} e^x$$

$$\textcircled{14} f(x) = \sqrt{x} + \ln x$$

$$\textcircled{15} f(x) = \sqrt[3]{x+1} + 2 \ln x$$

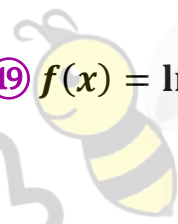
$$\textcircled{16} y = \frac{\ln x}{x}$$

$$\textcircled{17} f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

$$\textcircled{18} f(x) = \frac{\ln x}{x+2}$$

$$\textcircled{19} f(x) = \ln(5x)$$

$$\textcircled{20} f(x) = \ln(8x)$$



$$21. f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 1}$$

$$22. f(x) = \ln(e^x - 2)$$

$$23. f(x) = \ln \left(\frac{x+1}{x} \right)$$

$$24. f(x) = \ln(x^2 - 5)$$

$$25. f(x) = e^x \ln x^2$$

$$26. f(x) = \ln \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$27. f(x) = \ln(x^3)$$

$$28. f(x) = 2 \ln(x^7)$$

$$29. f(x) = \ln(x^3) + 4x$$

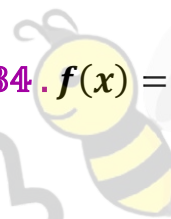
$$30. f(x) = \ln(3x^2 - 2)$$

$$31. f(x) = (\ln x)^4$$

$$32. f(x) = x^2 \ln(4x)$$

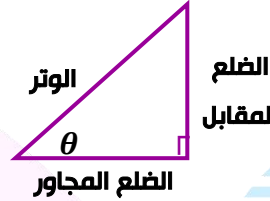
$$33. f(x) = (3 + x) \ln x$$

$$34. f(x) = x^5 \ln 3x$$



مشتقتا اقتران الجيب واقتران جيب التمام

معلومات سابقة :

زاوية حادة : θ 

في المثلث قائم الزاوية

فإن النسبة المثلثية الجيب (sin) : $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

والنسبة المثلثية جيب التمام (cosine) : $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

أما الاقتران المثلثي هو قاعدة معطاة باستعمال النسب المثلثية مثل : sin , cos

■ مشتقة اقتران الجيب ومشتقة اقتران جيب التمام :

$$f(x) = \cos x$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \sin x : (1) \text{ الحالة}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = \cos x$$

(داخل الـ sin و cos فقط x)

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

أمثلة

① $f(x) = 2\sin x$	④ $f(x) = 7 + \sin x$
② $f(x) = x^2 + \cos x$	⑤ $f(x) = 3\sin x + 2\cos x$
③ $f(x) = \frac{\sin x}{2} + 3\cos x$	⑥ $f(x) = 3x - \cos x$

⑦ $f(x) = 2\cos x + \sin x$

⑧ $f(x) = 5 + \cos x$

⑨ $f(x) = \sin x - \cos x$

⑩ $f(x) = \ln(\sin x)$

$f(x) = \cos(g(x))$

↓

$f'(x) = -g'(x)\sin(g(x))$

$f(x) = \sin(g(x))$

↓

$f'(x) = g'(x)\cos(g(x))$

(داخل الـ sin و cos اقتران بدلالة x)

الحالة (2) :



جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

أمثلة

④ $f(x) = \cos(5x - 2)$

① $f(x) = \sin 4x$

⑤ $f(x) = \sin 3x + \cos 6x$

② $f(x) = \cos 5x$

⑥ $f(x) = 5\sin\sqrt{x}$

③ $f(x) = \sin(x^2 + 1)$

⑦ $f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$

⑧ $f(x) = \sin(x^3 - 2x + 4)$

⑨ $f(x) = \cos(\ln x)$

AWA2EL



الحالة (3) : مشتقتا اقتران الجيب وجيب التمام في (الضرب والقسمة وقاعدة السلسلة) 

أمثلة

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

① $f(x) = x^2 \sin x$ (قاعدة الضرب)

انتبه!

لا يمكن ضرب $\sin x (2x) \neq \sin 2x^2$
خطأ!! , لأن $\sin x (2x)$, داخل الـ \sin

② $f(x) = (\cos x^2)(\ln x)$

③ $f(x) = \cos^3 2x \cdot \cos x$

ملاحظة مهمة

$\cos^3 2x = (\cos 2x)^3$
الأس على الـ \cos وليس ما داخل الـ \cos

④ $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

تذكر المتطابقة الشهيرة

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

AWA2EL
LEARN 2 BE

لا بُدّ للأحلام أن تنمو , لا بُدّ للهدف من وصول



$\textcircled{5} f(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{x}$	$\textcircled{6} f(x) = \sqrt{\sin x}$
$\textcircled{8} f(x) = \cos^3 x$	$\textcircled{7} f(x) = \ln(\cos 3x)$
$\textcircled{10} f(x) = \frac{x + \cos x}{\sin x}$	
$\textcircled{11} f(x) = e^x \cos x$	$\textcircled{12} f(x) = e^x \sin x$
$\textcircled{13} f(x) = \sin x \cos x$	$\textcircled{14} f(x) = x \sin x$
$\textcircled{15} f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$	$\textcircled{16} f(x) = e^{2x} \sin 10x$
$\textcircled{17} f(x) = \sqrt{x + 1} \sin \frac{\pi x}{2}$	

$\textcircled{18} f(x) = 4\sin^2 x$	$\textcircled{19} f(x) = \sin\sqrt{x} + \sqrt{\sin 2x}$
$\textcircled{20} f(x) = (\cos 2x - \sin x)^2$	
$21. f(x) = \frac{(\ln x)^2}{\sin x}$	$22. f(x) = x^5 \sin 3x$
$23. f(x) = \cos^2 x + \sin x$	$24. f(x) = \sin(5x) \ln(\cos x)$
$25. f(x) = e^{2x} \sin 2x$	$26. f(x) = \sin^3(5x - 1)$
$27. f(x) = 2\cos(-4x)$	$28. f(x) = 3\sin(3x + 7)$
$29. f(x) = 2x^3 \sin x - 3x \cos x$	$30. f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

31. $f(x) = e^x(\cos x + \sin x)$

32. $f(x) = \cos(1 - 2x)^2$

33. $f(x) = 4\sqrt{\cos x + \sin x}$

34. $f(x) = (1 + \cos 2x)^3$

35. $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos 4x$

36. $f(x) = \sin\left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right)$

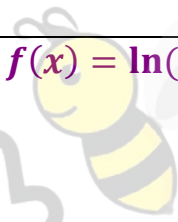
37. $f(x) = \frac{\cos x^2}{e^x}$

38. $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

40. $f(x) = \frac{x}{2 - \cos x}$

41. $f(x) = \ln(\cos x - \sin x)$

AWA2EL
LEARN 2 BE



مهارات التفكير العليا

① تبرير : إذا كان $y = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x)$, فأثبت أن $\frac{dy}{dx} = \sin^2 x$ مبرراً اجابتك



② تحد : جد مشتقة الاقتران $f(x) = e^x \sin^2 x \cos x$



③ اكتشف الخطأ : اكتشف الخطأ في الحل الآتي ثم صححه :

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

- أسئلة ضع دائرة :

① إذا كان $f(x) = \sin^4 3x$ فإن $f'(x)$ هي :

a) $4\sin^3 3x \cos 3x$

b) $12\sin^3 3x \cos 3x$

c) $12\sin 3x \cos 3x$

d) $2\cos^3 3x$

② إذا كان $y = \sin 4t$ فإن $\frac{dy}{dt}$ هي :

a) $\cos 4t$

b) $-\cos 4t$

c) $4\cos 4t$

d) $-4\cos 4t$

③ إذا كان $f(x) = x \cos x$ فإن $f'(x)$ هي :

a) $\cos x - x \sin x$

b) $\cos x + x \sin x$

c) $\sin x - x \cos x$

d) $\sin x$

AWAZEL
LEARN 2 BE

اكتشف الخطأ : اكتشف الخطأ في الحل الآتي ثم صححه :

$$f(x) = \cos x \sin x$$

$$f'(x) = \cos x \cos x + \sin x (-\sin x)$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x \neq 1$$

■ الجواب : الخطأ هو أن :

يا من أحببت الرياضيات لا تقلق سوف تنجح وسوف يصفق
العالم لنجاحك بإذن الله , فقط توكل على الله

قاعدة السلسلة والمتغير

والوسيط

■ يمكن إيجاد المشتقة للاقتزان y بالنسبة إلى x عن طريق المتغير u كما يلي :

المتغير الوسيط

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

معدل تغير u بالنسبة إلى x
(مشتقة u بالنسبة إلى x)

معدل تغير y بالنسبة إلى u

(مشتقة y بالنسبة إلى u)

خطوات الحل : قانون

يلا نشتك

وين u على الراس

AWA2EL
LEARN 2 BE



أمثلة

■ إذا كان $y = u^3 - 2u + 1$ حيث $u = 2\sqrt{x}$ ، فجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 4$

■ إذا كان $y = u^5 + u^3$ حيث $u = 3 - 4x$ ، فجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 2$

■ استعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

① $y = 5u^2 + 3u$ ، $u = x^3 + 1$

② $y = u^3 - 7u^2$ ، $u = x^2 + 3$



$$\textcircled{3} y = \sqrt{7 - 3u} \quad , \quad u = x^2 - 9$$

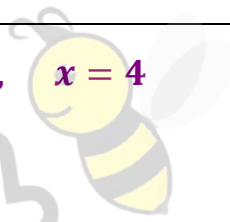
■ استعمال قاعدة السلسلة لإيجاد $\frac{dy}{dx}$ عند قيمة x المعطاة :

$$\textcircled{1} y = 3u^2 - 5u + 2 \quad , \quad u = x^2 - 1 \quad , \quad x = 2$$

$$\textcircled{2} y = (1 + u^2)^3 \quad , \quad u = 2x - 1 \quad , \quad x = 3$$

$$\textcircled{3} f(x) = u^3 - 5(u^3 - 7u)^2 \quad , \quad u = \sqrt{x} \quad , \quad x = 4$$

AWA2EL
LEARN 2 BE



$$\textcircled{4} f(x) = 2u^3 - 3u^2, \quad u = x + \sqrt{x}, \quad x = 1$$

$$\textcircled{5} y = \sqrt[3]{2u + 5}, \quad u = x^2 - x$$

■ استعمل قاعدة السلسلة لإيجاد $\frac{dy}{dx}$ عند قيمة x المعطاة :

$$\textcircled{1} y = u(u^2 + 3)^3, \quad u = (x + 3)^2, \quad x = -2$$

$$\textcircled{2} y = \frac{u^3}{u + 1}, \quad u = (x^2 + 1)^3, \quad x = 1$$



$$\textcircled{3} \quad y = 5u^2 + 3u - 1, u = \frac{18}{x^2 + 5}, x = 2$$

$$\textcircled{4} \quad y = \frac{1}{u+1}, u = x^3 - 2x + 5, x = 0$$

■ استعمال قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

$$\textcircled{1} \quad y = e^{2u} + 3, \quad u = x^2 + 1$$

$$\textcircled{2} \quad y = \ln(u + 1), \quad u = e^x$$

ارحتاج لمن يشجعك ويدفعك للأمام أنت شجع نفسك بنفسك وقم بها بنفسك

AWAZEL
LEARN 2 BE
وأبدار تنظر من يقوم لك تقدم



اشتقاق فقط

معدل التغير



تذكر :

• ميل القاطع عند النقطة (x_1, y_1) $(x_2, y_2) \leftarrow$ وهو معدل تغير y بالنسبة إلى x

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

• المشتقة هي $f'(x)$ وتساوي نهاية ميل القاطع

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

• من العلاقتين السابقتين نستنتج أن المشتقة هي بمعدل تغير أيضًا ، ولكن عند نقطة معينة

• في الأسئلة الكلامية إذا كان المطلوب إيجاد $\frac{dy}{dx}$ أو معدل التغير فهذا يعني أنه يجب الاشتقاق

معدل التغير \leftarrow اشتق

مثال من الحياة

تلوث توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في

الهواء بإحدى القرى عن طريق الاقتران $C(p) = 0.6\sqrt{0.5p^2 + 17}$ حيث P عدد السكان بالآلاف نسمة ، علماً بأن C يقاس بأجزاء من المليون $C = 5$ يعني 5 أجزاء من المليون .

① جد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة لعدد السكان

② جد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في المواد بالنسبة إلى عدد السكان

عندما يكون عدد السكان 4 آلاف نسمة ، مفسراً معك الناتج

AWA2EL
LEARN 2 BE



صناعة يمثل الاقتران $p(t) = \sqrt{10t^2 + t + 229}$ إجمالي الأرباح السنوية لأحد الشركات الصناعية (بآلاف الدنانير) حيث t عدد السنوات بعد 2015

- ① جد معدل تغير إجمالي الأرباح السنوية للشركة بالنسبة للزمن .
- ② جد معدل تغير إجمالي الأرباح السنوية للشركة عام 2020م , مفسراً معنى الناتج .
هنا 2020 أي بعد (5) سنوات

صناعة يمثل الاقتران $c(x) = 1000\sqrt{x^2 - 0.1x}$ تكلفة إنتاج x قطعة من منتج معين (بآلاف الدنانير) :

- ① جد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة
- ② جد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة

علوم يمثل الاقتران $N(1) = 400 \left(1 - \frac{3}{(t^2+2)^2}\right)$ عدد الخلايا بعد t يوم في مجتمع بكتيري

① جد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 1$

② جد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 4$

AWA2EL
LEARN 2 BE

تلوث توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث بإحدى البحيرات باستعمال الاقتران

$$P(t) = \left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^3$$

حيث t الزمن بالسنوات ، علماً بأن P يقاس بأجزاء من المليون

① أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى t

② جد معدل مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عام

مثال من الحياة

يمثل الاقتران $c(t) = \frac{2t}{3t^2+16}$ تركيز مسكن للألم في دم مريض بعد t ساعة من تناوله ، حيث c

مقاسة بوحدة $\mu\text{g/ml}$

(a) أجد معدل تغير المسكن في دم المريض بالنسبة إلى الزمن t

(b) أجد معدل تغير تركيز المسكن في دم المريض عندما $t = 1$ ، مفسراً معنى الناتج

مثال من الحياة

يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران $p(t) = \frac{5}{2t^2+9}$ حيث t الزمن بالسنوات منذ

الآن و P عدد السكان بالآلاف :

(a) جد معدل تغير عدد السكان في البلدة بالنسبة إلى الزمن (t)

(b) جد معدل تغير عدد السكان في البلدة عندما $t = 2$ ، مفسراً معنى الناتج



أعمال يمثل الاقتران : $s(t) = \frac{2000t}{4+0.3t}$ إجمالي المبيعات (بالآلاف الدنانير) لشركة جواهر وحلي ، حيث t عدد السنوات بعد عام 2020م:

- ① اجد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة الى الزمن t :
- ② جد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة عام 2030.

سكان يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران : $p(t) = 12(2t^2 + 100)(t + 20)$

حيث t الزمن بالسنوات منذ الان، P عدد السكان بالآلاف:

- ① جد معدل تغير السكان بالنسبة الى الزمن t .
- ② جد معدل تغير السكان عندما $t=6$ مفسرا معنى الناتج.

تفاعلات يمكن نمذجة كتلة مركب في اثناء تفاعل كيميائي باستعمال الاقتران $M(t) = \frac{5.8t}{t+1.9}$ حيث t الزمن بالثواني منذ بدء التفاعل، M الكتلة بالغمم. اجد معدل تغير كتلة المركب بعد 5 ثواني من بدء التفاعل.



سكان يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران $p(t) = 20 - \frac{6}{t+1}$, حيث t الزمن بالسنوات منذ الان ، P عدد السكان بالآلاف:

① جد معدل نمو السكان في المدينة بالنسبة للزمن t .

② جد معدل نمو السكان عندما $t=9$ مفسرا معنى الناتج.



نباتات هجينة وجد فريق من الباحثين الزراعيين انه يمكن التعبير عن ارتفاع نبتة هجينة من نبات الشمس h (بالأمتار) باستعمال الاقتران $h(t) = \frac{3t^2}{4+t^2}$, حيث t الزمن بالأشهر بعد زراعة البذور. اجد معدل تغير ارتفاع النبتة بالنسبة للزمن t .

مثال من الحياة

عجلة دوارة : يمثل الاقتران : $h(t) = 85 \sin \frac{\pi}{20}(t - 10) + 90$ الارتفاع (بالأقدام) لشخص يركب في عجلة دوارة , حيث t الزمن بالثواني . أجد معدل تغير ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن t معدل تغير ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن t هو $h'(t)$:

AWA2EL
LEARN 2 BE



أتحقق من فهمي

ميناء : يمثل الاقتران $h(t) = 10 + 4\sin\frac{\pi}{6}t$ ارتفاع الماء (بالأقدام) عند رصيف أحد الموانئ بعد t ساعة تلي الساعة 6 a.m . أجد معدل تغير ارتفاع الماء عند الرصيف بالنسبة إلى الزمن t : الجواب : ■



غزلان : يمثل الاقتران $D(t) = 1500 + 400\sin 0.4t$ عدد الغزلان في احدى الغابات بعد t

سنة من بدء دراسة لأحد الباحثين عليها , أجد معدل تغير عدد الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن t : الجواب : ■

نهار : يمكن إيجاد عدد ساعات النهار H في أي يوم t من العام في احدى المدن باستعمال

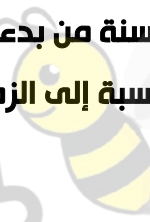
الاقتران $H(t) = 12 + 2.4\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right)$. أجد معدل تغير عدد ساعات النهار بالنسبة إلى الزمن t في هذه المدينة : الجواب : ■

حيوانات مفترسة : يمثل الاقتران $D(t) = 500 + 200\sin(0.4(t - 2))$ عدد الحيوانات

المفترسة في احدى الغابات بعد t سنة من بدء دراسة لأحد الباحثين عليها , أجد معدل تغير عدد الحيوانات المفترسة في الغابة بالنسبة إلى الزمن t

: الجواب : ■

AWA2EL
LEARN 2 BE



وقود يمثل الاقتران : $C(t) = 30 + 21.6 \sin\left(\frac{2\pi t}{365} + 10.9\right)$ الاستهلاك اليومي من الوقود (باللترات) لإحدى السيارات , حيث t الزمن بالأيام . أجد معدل تغير استهلاك السيارة للوقود بالنسبة إلى الزمن t
الجواب :

؟ حافظ على الشغف الذي يجعلك تتبسم بمجرد التفكير به , كُن سعيدًا جدًا دون أي سبب

ابتسم رُبَّكَ تملك حاتمًا عظيمًا وتنظر أمانًا رائعًا من الله ؟

إلى اللقاء



AWA2EL
LEARN 2 BE

