إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

الأرتباط

مثال (١)

س	٥	٨	٦	٢
ص	٣	٥	٣	٣

إحسب معامل الأرتباط بيرسون بين قيم س ، ص في الجدول التالي :

الحل

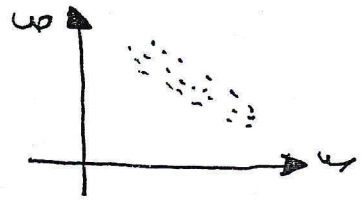
س	ص	س − $\bar{س}$	ص − $\bar{ص}$	(س − س)^2	(ص − $\bar{ص}$)^2	(س − $\bar{س}$) (ص − $\bar{ص}$)
٥	٣					
٨	٥					
٦	٣					
٢	٣					

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

سؤال (١)

اختر رمز الإجابة الصحيحة :

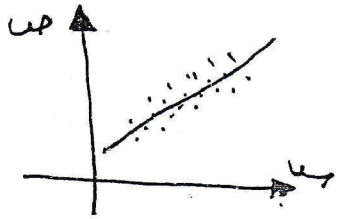
(١) إذا مثلت العلامة بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور، فإنه يمكن على العلامة بين المتغيرين بأنها علاقة :



أ) تامة ب) طردية

جـ) عكسية د) لا توجد علامة

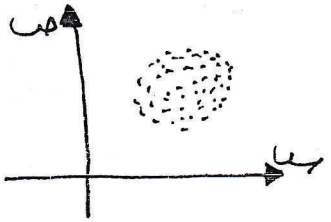
(٢) إذا مثلت العلامة بين المتغيرين س، ص في شكل الانتشار المجاور، فإنه يمكن الحكم على نوع العلامة بين المتغيرين س، ص يأنها:



أ) تامة ب) طردية

جـ) عكسية د) لا توجد علامة

(٣) إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س، ص في شكل الانتشار المجاور ، فإنه يمكن الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين س ، ص يأنها :



أ) تامة ب) طردية

جـ) عكسية د) لا توجد علامة

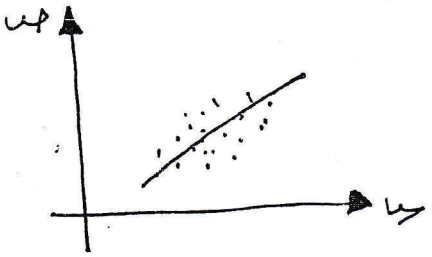
(٤) إذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو ٠,٧ فإن قيمة معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ حيث :

$س^* = ١ - ٢ س$ ، $ص^* = ص + ٤$ يساوي :

أ) ٠,٧ ب) - ٠,٧

جـ) - ٠,٥٦ د) ٠,٥٦

٥)يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع ما بين المتغيرين س ، ص . يمكن تقدير معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص بـــ:



أ) -١ ب) - ٠,٨

جـ) ١ ب) ٠,٨

سؤال (2)

إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان $\sum (س_ر - س) = ٢٣$،

$\sum (ص_ر - ص)^٢ = ١٦٠٠$ ، $\sum (س_ر - ص) = ١٨٠$، فاحسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص.

الحل

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

سؤال (٣)

يبين الجدول الاتي عدد سنوات الخبرة (س) والأجر اليومي (ص) بالدينار ، لخمسة عمال في إحدى الشركات في مدينة سحاب الصناعية .

عدد سنوات الخبرة (س)	٥	٦	٧	٨	١٤
الأجر اليومي (ص)	٦	٧	٨	٩	١٠

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص، وحدد نوع الارتباط.

الحل

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$
٥	٦	-٣	-٢	٩	٤	٦
٦	٧	-٢	-١	٤	١	٢
٧	٨	-١	٠	١	٠	٠
٨	٩	٠	١	٠	١	٠
١٤	١٠	٦	٢	٣٦	٤	١٢
٤٠	٤٠	٠	٠	٥٠	١٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠ \times ١٠}}$$

$$= \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠٠}} = \frac{٢٠}{٢٢٫٣٦} = \frac{٢٠}{٢٢٫٣٦}$$

$= \frac{٢٠}{٢٢٫٣٦}$ الارتباط طردي

سؤال (٤)

يبين الجدول الآتي معامل الذكاء (س) وعلامة الرياضيات (ص) لخمسة طلاب .

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
معامل الذكاء (س)	١٣٠	١٢٠	١١٥	١١٠	١٠٠
علامة الرياضيات (ص)	٩٥	٧٠	٨٥	٨٠	٥٠

احسب معامل الارتباط بيرسون بين معمل الذكاء (س) وعلامة الرياضيات (ص).

الحل

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س-\bar{س})^2$	$(ص-\bar{ص})^2$	$(س-\bar{س})(ص-\bar{ص})$
١٣٠	٩٥	١٥	١٩	٢٢٥	٣٦١	٢٨٥
١٢٠	٧٠	٥	٦-	٢٥	٣٦	٣٠-
١١٥	٨٥	٠	٩	٠	٨١	٠
١١٠	٨٠	٥-	٤	٢٥	١٦	٢٠-
١٠٠	٥٠	١٥-	٢٦-	٢٢٥	٦٧٦	٣٩٠
٥٧٥	٣٨٠	٠	٠	٥٠٠	١١٧٠	٦٢٥

$$\bar{س} = \frac{٥٧٥}{٥} = ١١٥$$

$$\bar{ص} = \frac{٣٨٠}{٥} = ٧٦$$

$$ر = \frac{\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sqrt{\sum (س-\bar{س})^2 \times \sum (ص-\bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٦٢٥}{\sqrt{١١٧٠ \times ٥٠٠}}$$

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

الإنحدار

مثال (١)

س	٥	٦	٢	٨
ص	٣	٥	٣	٦

أوجد ما يلي :

١- معادلة خط الأنحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س .

٢- أوجد القيمة المتوقعة ل ص إذا كانت س = ٧

٣- أوجد خطأ التنبؤ عند س = ٥

الحل

س	ص	س − س̄	(ص − ص̄)²	(س − س̄)²	(س − س̄)(ص − ص̄)
٥	٣				
٦	٥				
٣	٣				
٨	٦				

مثال (٢)

يبين الجدول المجاور قيم المتغيرين س، ص جد :

أ) معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص.

ب) معادلة الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.

س	١	٢	٦	٧
ص	١٠	٨	٩	٥

الحل

$$\bar{س} = \frac{١٦}{٤} = ٤ \quad ، \quad \bar{ص} = \frac{٣٢}{٤} = ٨$$

س	ص	س − $\bar{س}$	ص − $\bar{ص}$	(س − $\bar{س}$)(ص − $\bar{ص}$)	(ط − ص)^{٢}	(س − $\bar{س}$)^{٢}	(ص − $\bar{ص}$)^{٢}
١	١٠	−٣	٢	−٦	٩	٩	٤
٢	٨	−٢	٠	٠	٤	٤	٠
٦	٩	٢	١	٢	٤	٤	١
٧	٥	٣	−٣	−٩	٩	٩	٩
١٦	٣٢	٠	٠	−١٣	٢٦	٢٦	١٤

أ)

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^{٢} \times \sum (ص - \bar{ص})^{٢}}}$$

$$= \frac{-١٣}{\sqrt{٢٦ \times ١٤}} = \frac{-١٣}{\sqrt{٣٦٤}}$$

ب)

$$م = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^{٢}}$$

$$م = \frac{-١٣}{٢٦} = -\frac{١}{٢}$$

$$ب = \bar{ص} - م \bar{س}$$

$$= ٨ - (-\frac{١}{٢}) \times ٤$$

$$= ٨ + ٢ = ١٠$$

$$ص = ب + م س$$

$$= ١٠ - \frac{١}{٢} س$$

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

مثال (٢)

بين الجدول الآتي نتائج دراسة أجريت لمعرفة تأثير عدد ساعات العمل المتواصل في دقة العمل، من حيث الأخطاء التي يرتكبها الموظف.

عدد ساعات العمل (س)	٨	٨	١٢	١٢	١٦	٢٠	٢٠	٢٤
عدد الأخطاء (ص)	٦	٦	٦	١٠	٨	١٢	١٦	١٦

أ) ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص.

ب) هل تعتقد بوجود خطية بين المتغيرين س، ص؟

جـ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.

د) قدّر عدد الإخطاء إذا كانت عدد ساعات العمل ١٠ ساعات.

الحل

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
٨	٦	-٧	-٤	٢٨	٤٩	١٦
٨	٦	-٧	-٤	٢٨	٤٩	١٦
١٢	٦	-٣	-٤	١٢	٩	١٦
١٢	١٠	-٣	٠	٠	٩	٠
١٦	٨	١	-٢	-٢	١	٤
٢٠	١٢	٥	٢	١٠	٢٥	٤
٢٠	١٦	٥	٦	٣٠	٢٥	٣٦
٢٤	١٦	٩	٦	٥٤	٨١	٣٦
١٢٠	٨٠	٠	٠	١٦٠	٢٤٨	١٣٠

أ) $س̄ = \frac{١٢٠}{٨} = ١٥$

$ص̄ = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$

$$ر = \frac{مج (س - س̄)(ص - ص̄)}{مج (س - س̄)^٢}$$

$$= \frac{١٦٠}{٢٤٨} = \frac{٤٠}{٣١}$$

ب) $ب = ص̄ - ر س̄$

$$= ٨ - ١٢٠ \times \frac{٤٠}{٣١}$$

$$= \frac{٢٤٨٠}{٣١} - \frac{٤٨٠٠}{٣١}$$

$$= \frac{٨٠}{٣١}$$

جـ) $ص = ر س + ب$

$$= \frac{٤٠}{٣١} س + \frac{٨٠}{٣١}$$

د) عندما س = ١٠

$$ص = \frac{٤٠}{٣١} \times ١٠ + \frac{٨٠}{٣١}$$

$$= \frac{٤٨٠}{٣١}$$

مثال (٤)

يبين الجدول الاتي علامات خمسة طلاب في مبحثي التاريخ والجغرافيا ، حيث النهاية العظمى للعلامة (٢٠)
جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.،

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
علامته في التاريخ	١١	١٢	١٠	١٣	١٤
علامته في الجغرافيا (ص)	١٢	١٦	١٠	١٤	١٨

الحل

س	ص	س ـ س̄	ص ـ ص̄	(س ـ س̄)٢	(س ـ س̄)(ص ـ ص̄)
١١	١٢	-١	-٢	١	٢
١٢	١٦	٠	٢	٠	٠
١٠	١٠	-٢	-٤	٤	٨
١٣	١٤	١	٠	١	٠
١٤	١٨	٢	٤	٤	٨
٦٠	٧٠	٠	٠	١٠	١٨

$\bar{س} = \frac{٦٠}{٥} = ١٢$

$\bar{ص} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢}$

$= \frac{١٨}{١٠}$

$ب = \bar{ص} - أ \bar{س}$

$= ١٤ - \frac{١٨}{١٠} \times ١٢$

$= \frac{١٤٠}{١٠} - \frac{٢١٦}{١٠}$

$= \frac{-٧٦}{١٠}$

$ص = أ س + ب$

$= \frac{١٨}{١٠} س + (\frac{-٧٦}{١٠})$

$= \frac{١٨}{١٠} س - \frac{٧٦}{١٠}$

مثال (٥)

٢) يبين الجدول آتي عدد المركبات المشتركة في حدوادث السير في الأردن في الفترة ٢٠٠٠ -٢٠٠٤ لأقرب ألف

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
رقم السنة (س)	١	٢	٣	٤	٥
غدد المركبات المشتركة بالحوادث (ص)	٩٥	٩٦	٩٤	١١٧	١٣٣

أ- جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.

ب-جد الخطا في التنبؤ بعددالمركبات المشتركة في الحوادث إذا كان العدد الفعلي لعدد المركبات المشتركة في الحوادث (١١٧) ألف مركبة.

جـ)استخدم معادلة خط الانحدار للتنبؤ بعدد المركبات المشتركة في الحوادث في الأردن عام ٢٠٠٦م.

الحل

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$
١	٩٥	-٢	-١٢	٤	٢٤
٢	٩٦	-١	-١١	١	١١
٣	٩٤	٠	-١٣	٠	٠
٤	١١٧	١	١٠	١	١٠
٥	١٣٣	٢	٢٦	٤	٥٢
١٥	٥٣٥	٠	٠	١٠	٩٧

أ) $\bar{س} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

$\bar{ص} = \frac{٥٣٥}{٥} = ١٠٧$

$م = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$

$م = \frac{٩٧}{١٠} = ٩,٧$

$ب = \bar{ص} - م\bar{س}$

$= ١٠٧ - ٩,٧ \times ٣$

$ب = ٧٧,٩$

$\hat{ص} = ٩,٧س + ٧٧,٩$

ب) عندما ص = ١١٧ ⇐ س = ٤

$\hat{ص} = ٩,٧ \times ٤ + ٧٧,٩ = ١١٦,٧$

الخطأ = ص - $\hat{ص}$

$= ١١٧ - ١١٦,٧ = ٠,٣$

جـ) عند عام ٢٠٠٦

⇐ س = ٧

$\hat{ص} = ٩,٧ \times ٧ + ٧٧,٩ = ١٤٥,٨$

الأستاذ
إياد عماد عباد
ت: ٠٧٩/٩٣٦٦٦١١

مثال (٦)

إذا كان س ، ص بمثلان رأس مال الشركة وأرباحها مقدره بآلف الدنانير على الترتيب ، وجمعت البيانات الآتية لخمس شركات : $\overline{س} = ١٠$ ، $\overline{ص} = ١٢$ ، $\sum (س_ر - \overline{س})^٢ = ١٠٠٠$ ،

$\sum (س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص}) = ٨٠$.

أ) جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.

ب) قدّر ربح شركة رأس مالها س = ١٠٠ ألف دينار.

الحل

$$م = \frac{\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sum (س - \overline{س})^٢}$$

$$= \frac{٨٠}{١٠٠٠} = \frac{٨}{١٠٠}$$

$$ب = \overline{ص} - م \overline{س}$$

$$= ١٢ - \frac{٨}{١٠٠} \times ١٠$$

$$= ١٢ - \frac{٨}{١٠} = ١٢ - ٠٫٨ = ١١٫٢$$

$$ص = م س + ب$$

$$= \frac{٨}{١٠٠} س + ١١٫٢$$

ب) $س = ١٠٠$

$$ص = \frac{٨}{١٠٠} \times ١٠٠ + ١١٫٢$$

$$= ٨ + ١١٫٢$$

$$= ١٩٫٢$$

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

مثال (٧)

يبين الجدول الآتي عدد عقود البيع الشهرية (ص) التي أبرمها ستة من مندوبي مبيعات شركة أدوية ومدة خبرة كل واحد منهم بالسنوات (س) .

عدد سنوات الخبرة (س)	٤	٨	٥	٨	٧	١٠
عدد العقود المبرمة (ص)	٦	٦	٨	١٠	١٢	١٢

أ) جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص.

ب) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س .

جـ) جد الخطأ في التنبؤ لعدد العقود المبرمة لمندوب مبيعات خبرته (١٠) سنوات .

د) تنبأ بعدد العقود المبرمة لمندوب مبيعات خبرته (٧) سنوات.

الحل

س	ص	س − $\bar{س}$	ص − $\bar{ص}$	(س − $\bar{س}$)(ص − $\bar{ص}$)	(س − $\bar{س}$)^2	(ص − $\bar{ص}$)^2	(س − $\bar{س}$)(ص − $\bar{ص}$)
٤	٦	−٣	−٣	٩	٩	٩	٩
٨	٦	١	−٣	−٣	١	٩	−٣
٥	٨	−٢	−١	٢	٤	١	٢
٨	١٠	١	١	١	١	١	١
٧	١٢	٠	٣	٠	٠	٩	٠
١٠	١٢	٣	٣	٩	٩	٩	٩
٤٢	٥٤	٠	٠	١٨	٢٤	٣٨	١٨

$\bar{س} = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

$\bar{ص} = \frac{٥٤}{٦} = ٩$

أ

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{١٨}{\sqrt{٢٤ \times ٣٨}} = \frac{١٨}{\sqrt{٩١٢}}$$

ب

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

$$= \frac{١٨}{٢٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$$= ٩ - \frac{٣}{٤} \times ٧ = ٩ - \frac{٢١}{٤}$$

$$= \frac{٣٦}{٤} - \frac{٢١}{٤} = \frac{١٥}{٤}$$

$$\hat{ص} = أ + ب س$$

ب

$$= \frac{١٥}{٤} + \frac{٣}{٤} س$$

$$\hat{ص} = \frac{١٥}{٤} + \frac{٣}{٤} \times ١٠$$

$$= \frac{٤٥}{١١}$$

جـ

$$الخطأ = ص - \hat{ص}$$

$$= ١٢ - \frac{٤٥}{١١}$$

$$= \frac{٣}{٤}$$

د

$$\hat{ص} = \frac{١٥}{٤} + \frac{٣}{٤} \times ٧$$

$$= \frac{١٥}{٤} + \frac{٢١}{٤}$$

$$= \frac{٣٦}{٤} = ٩$$

الاسم: .....
الصف: .....

التاريخ: .....
اليوم: .....

معامل بيرسون / الانحدار

١ يمثل الجدول التالي علامات ٦ طلاب في الرياضيات (س) والجغرافيا (ص).

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦
الرياضيات (س)	٦	٧	٥	٣	٥	٤
الجغرافيا (ص)	٥	٦	٤	١	٥	٣

احسب
① رسم شكل الانتشار بين س، ص ② احسب معامل بيرسون

٢ اذا كانت س، ص متغيرين عدد قيم كل منهم ١٠ وكان
مج (س - س̄)² = ٣٦ / مج (ص - ص̄)² = ١٦٠٠ / مج (س - س̄)(ص - ص̄) = ١٨٠
احسب معامل بيرسون بين س، ص.

٣ اذا كانت معامل بيرسون بين س، ص هو ٠.٩ احسب معامل الارتباط بين س* = ٣س - ١ ، ص* = ٤ص + ١
① س* = ٣س - ١ ، ص* = ٤ص + ١ ② س* = ٢س + ٣ ، ص* = ٢ - ص

٤ يمثل الجدول التالي قيم المتغيرين س، ص

س	٥	٦	٢	٧
ص	٣	٥	٣	٦

احسب مايلي
① معامل بيرسون
② معادلة خط الانحدار
③ القيمة المتنبأ بها اذا كانت س = ٧
④ الخطأ في التنبؤ س = ٥

٥ اذا كانت س̄ = ١٠ / ص̄ = ١٢ / مج (س - س̄)² = ١٠٠ / مج (س - س̄)(ص - ص̄) = ٢٠٠
① احسب معادلة خط الانحدار ② قدر قيمة ص اذا كانت س = ٥

٦ اذا كانت ص = ٦ س + ١
① صاغ م، ب
② تنبأ بقيمة ص اذا كانت س = ٨.
③ ما الخطأ في التنبؤ اذا كانت س = ٣ وص الحقيقية ٦

الاستاذ: ايادعباد