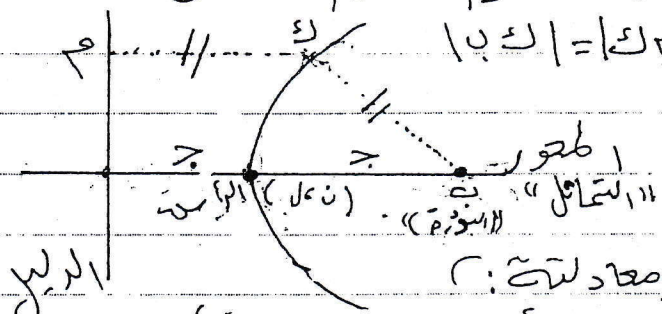
القطع المكافئ

هو المحل الهندسي لمجموعة النقط المتحركة (س، ص) والتي يكون بعدها عن نقطه ثابته "البؤرة" مساويا لبعدها عن مستقيم معلوم "الدليل".

ي ا م ك ا = ا ك ب ا



ومعادلتة:

(ص - ل)² = ٤ جـ (س - ن)

* نستنتج من التعريف أنه هناك خصائص للقطع المكافئ وهي:-

① البؤرة عبارة عن نقطة على المحور تقع داخل المنحنى

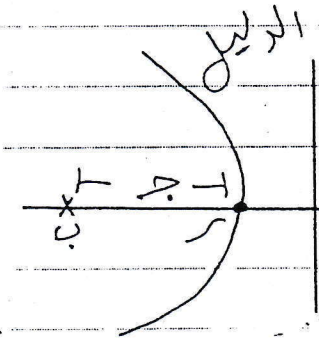
② الرأس عبارة عن نقطة في المنتصف تماماً بين البؤرة والدليل

③ الدليل هو عبارة مستقيم يكون عمودي على المحور التماثل ويكون عكس اتجاه المنحنى باتجاه الخلف

④ هناك نوعان من القطوع المكافئ سيني او صادي حيث اذا كان المحور سيني فالقطع سيني واذا كان المحور صادي فالقطع صادي.

⑤ هناك ثلاث اشكال أخرى للقطع المكافئ وهي:-

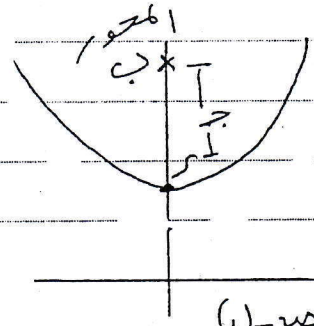
P



النوع "سيني"

المعادلة: (ص - ل)² = -٤ جـ (س - ن)

ب

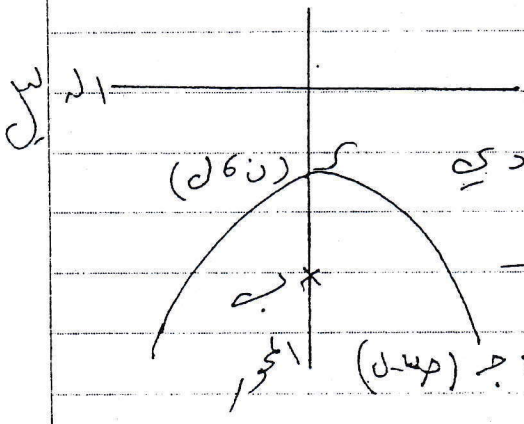


النوع: صادي

المعادلة:

(س - ن)² = ٤ جـ (ص - ل)

جـ



النوع: صادي

المعادلة:

(س - ن)² = -٤ جـ (ص - ل)

القطوع المخروطيه | بسم الله الرحمن الرحيم | اعداد الاستاذ اياد عماد عباد

١ أوجد الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ ثم ارسم منحناه في كل مما يلي :-

أ البؤرة هي (٣،٠) معادلة الدليل س = -٣

الحل :-

الرأس $\left(\frac{3+(-3)}{2}، 0\right)$

= (٠،٠)

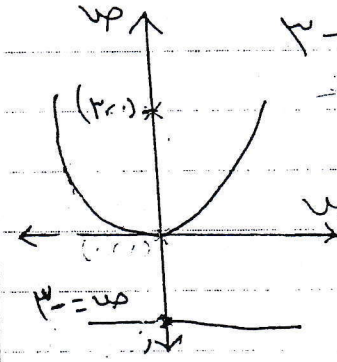
ج = ٣ - (-٣)

٢ج = ٦ ⇐ ج = ٣

المعادلة هي :-

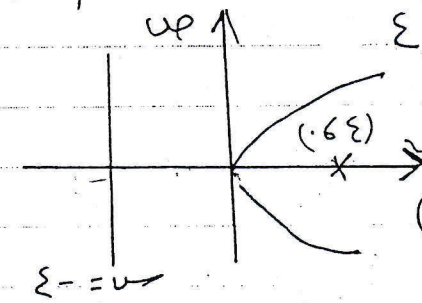
$(ص - 0)^2 = 12(س - 0)$

$ص^2 = 12س$



ب البؤرة هي (٤،٠) ومعادلة الدليل س = -٤

الحل :-



الرأس $\left(\frac{4+(-4)}{2}، 0\right)$

= (٠،٠)

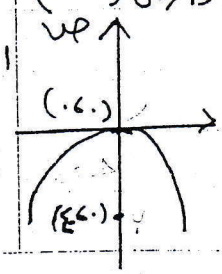
٢ج = ٤ - (-٤) = ٨ ⇐ ج = ٤

المعادلة $(ص - 0)^2 = 16(س - 0)$

$ص^2 = 16س$

ج البؤرة هي (-٤،٠) والرأس (٠،٠)

الحل :-



ج = ٠ - (-٤) = ٤

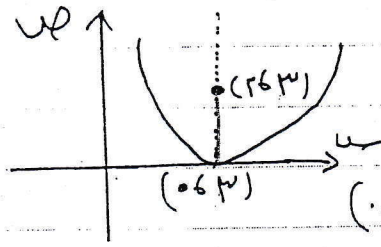
المعادلة

$(س - 0)^2 = -16(ص - 0)$

$س^2 = -16ص$

د البؤرة (٣،٢) والرأس (٣،٠)

الحل :-



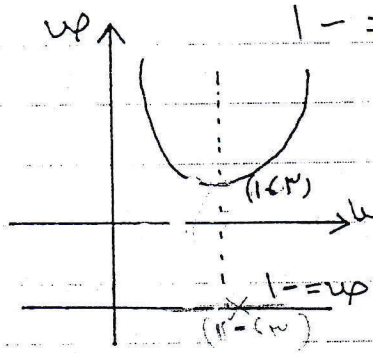
ج = ٢ - ٠ = ٢

المعادلة

$(س - 3)^2 = 8(ص - 0)$

هـ الرأس هو (١،٣) ومعادلة الدليل ص = -١

الحل :-



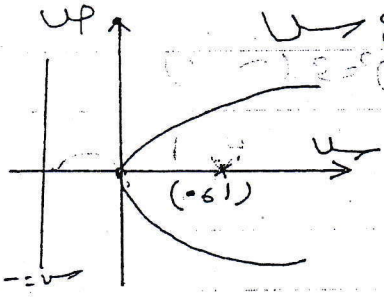
ج = ١ - (-١) = ٢

المعادلة :-

$(س - 3)^2 = 8(ص - 1)$

٢ أوجد الرأس واحداثيات بؤرة ومعادلتي المحور والدليل لكل مما يلي ثم ارسم منحناه ؟؟

أ $ص^2 = 4س$



الرأس (٠،٠)

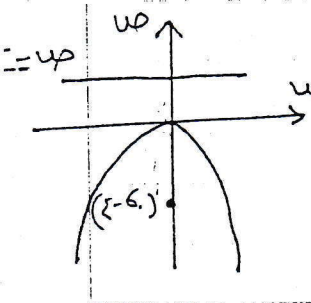
٤ج = ٤

ج = ١ ⇐

الدليل س = -١

البؤرة (١،٠)

ب $س^2 = -16ص$



الحل :- الرأس (٠،٠)

٤ج = ١٦ ⇐ ج = ٤

المحور س = ٠

الدليل ص = ٠ + ٤ = ٤

البؤرة (٠،-٤)

(٠،-٤)

ج) $ص = 4(س-2)^2 - 3$

الحل:- نرتب المعادلة

$ص = 4(س-2)^2 - 3$

$ص + 3 = 4(س-2)^2$

$\Leftarrow (س-2)^2 = \frac{1}{4}(ص+3)$

الرأس $(2, -3)$

المحور $س = 2$

$4ج = \frac{1}{4}$

$\Leftarrow ج = \frac{1}{16}$

البؤرة $(2, -3+\frac{1}{16})$

$= (2, -\frac{15}{16})$

الدليل $ص = -3 - \frac{1}{16} = -3\frac{1}{16}$

و) $(ص+2)^2 = -2(س+1)$

الرأس $(-1, -2)$

المحور $ص = -2$

$4ج = 2$

$ج = \frac{1}{2}$

البؤرة $(-1-\frac{1}{2}, -2)$

$= (-\frac{1}{2}, -2)$

الدليل $س = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

٣) في كل مما يأتي اوجد معادلة القطع المكافئ ثم ارسم منحناه.

ه) $ص^2 = -4(س-2)$

الرأس $(2, 0)$

المحور $ص = 0$

$4ج = 4 \Leftarrow ج = 1$

البؤرة $(2-1, 0)$

$= (1, 0)$

الدليل $س = 2+1 = 3$

ز) $(س-1)^2 = 8(ص-1)$

الرأس $(1, 1)$

المحور $س = 1$

$4ج = 8$

$ج = 2$

البؤرة

$(1, 1+2) = (1, 3)$

الدليل $\Leftarrow ص = 1-2 = -1$

ط) الذي رأسه $(2, 1)$ ويمر بالنقطة $(4, 5)$ ومحوره يوازي محور الصادات.

الحل:-

$(س-2)^2 = 4ج(ص-1)$

يمر بالنقطة $(4, 5)$

$\Leftarrow (4-2)^2 = 4ج(5-1)$

$4 = 4ج \Leftarrow 4ج = 1$

المعادلة هي $(س-2)^2 = 1 \times (ص-1)$

ك) الذي رأسه $(2, 1)$ وبؤرته $(3, 2)$

الحل:-

$ج = 3-(-1)$

$ج = 4$

$(ص-2)^2 = 16(س+1)$

ملاحظة: يحفظ

1 معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات هو
$ص = أ س^2 + ب س + جـ$ ، $أ \neq 0$
← ① المميز يوازي السينات.

2 معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات هي
$س = أ ص^2 + ب ص + جـ$ ، $أ \neq 0$
← او المميز يوازي الصادات.

3 اكتب الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقاط $(0,6)$ ، $(4,1)$ ، $(-6,-1)$

الحل:-
محوره يوازي محور السينات
$\Leftarrow س = أ ص^2 + ب ص + جـ$
$(0,6) \Leftarrow 6 = 0 + 0 + جـ \Leftarrow جـ = 6$
$(4,1) \Leftarrow 1 = 16أ + 4ب + 6$
$\Leftarrow 16أ + 4ب = -5$ ①
$(-6,-1) \Leftarrow -1 = 36أ - 6ب + 6$
$\Leftarrow 36أ - 6ب = -7$ ②
بحل المعادلتين ① و ② $\Leftarrow$
$16أ + 4ب = -5$
$36أ - 6ب = -7$ × 2
$\Leftarrow 16أ + 4ب = -5$
$72أ - 12ب = -14$ × 3
$\Leftarrow 16أ + 4ب = -5$
$216أ - 36ب = -42$ × 4
$\Leftarrow 64أ + 16ب = -20$
$216أ - 36ب = -42$
$280أ = -62$
$\Leftarrow أ = -\frac{62}{280} = -\frac{31}{140}$
عوض قيمة أ في ① $\Leftarrow$
$16(-\frac{31}{140}) + 4ب = -5$
$-\frac{124}{35} + 4ب = -5$
$4ب = -5 + \frac{124}{35}$
$4ب = -\frac{51}{35}$
$\Leftarrow ب = -\frac{51}{140}$
$\Leftarrow$ المعادلة هي
$س = -\frac{31}{140} ص^2 - \frac{51}{140} ص + 6$

4 واجب
اوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط $(2,3)$ ، $(-1,6)$ ، $(1,0)$
الجواب النهائي:
$ص = 2س^2 - 3س + 1$

5 اوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط $(0,6)$ ، $(4,2)$ ، $(6,4)$

الحل:-
محوره يوازي محور الصادات $\Leftarrow$
$ص = أ س^2 + ب س + جـ$
$(0,6) \Leftarrow 6 = 0 + 0 + جـ \Leftarrow جـ = 6$
$(4,2) \Leftarrow 2 = 16أ + 4ب + 6$
$\Leftarrow 16أ + 4ب = -4$ ①
$(6,4) \Leftarrow 4 = 36أ + 6ب + 6$
$\Leftarrow 36أ + 6ب = -2$ ②
بحل المعادلتين ① و ② $\Leftarrow$
$16أ + 4ب = -4$
$36أ + 6ب = -2$ × (-2)
$\Leftarrow 16أ + 4ب = -4$
$-72أ - 12ب = 4$ × 3
$\Leftarrow 48أ + 12ب = -12$
$-72أ - 12ب = 4$
$-24أ = -8$
$\Leftarrow أ = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3}$
عوض قيمة أ في ① $\Leftarrow$
$16(\frac{1}{3}) + 4ب = -4$
$\frac{16}{3} + 4ب = -4$
$4ب = -4 - \frac{16}{3}$
$4ب = -\frac{28}{3}$
$\Leftarrow ب = -\frac{28}{12} = -\frac{7}{3}$
$\Leftarrow$ المعادلة هي
$ص = \frac{1}{3} س^2 - \frac{7}{3} س + 6$

٧ اوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره $ص = ٠$ ويمر بالنقطتين $(٤، ٣)$ ، $(٢، -٣)$.

الحل:-

محوره $ص = ٠$ ⇐ المحور هو محور السينات

⇐ المعادلة هي $س = ب ص^{٢} + ب ص + ج$

لكن $ص = ٠$ ⇐ $ج = ٠$ ⇐ $ب = ٠$

$\therefore$ المعادلة هي $س = ب ص^{٢}$

عوض $(٤، ٣)$ ⇐ $٣ = ب \times ٤^{٢}$

$٣ = ١٦ ب$ ⇐ $ب = \frac{٣}{١٦}$

$\therefore$ المعادلة هي $س = \frac{٣}{١٦} ص^{٢}$

٨ "واجب"

اوجد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يوازي محور السينات ويمر بالنقطة $(٠، ٠)$ ، $(٤، ١)$

الجواب: $ص = -س^{٢} - ٤ ص + ٠$

١٢ ما معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $ص = س^{٢} + ٢ س - ٢$

الحل:-

$ص = س^{٢} + ٢ س + ١ - ٣$

$ص + ٣ = (س + ١)^{٢}$

$٤ ب = ١$ ⇐ $ب = \frac{١}{٤}$

معادلة الدليل $ص = -٣ - \frac{١}{٤}$ ⇐ $ص = -٣\frac{١}{٤}$

١٣ اذا كانت $س^{٢} = ٨ ص - ٤ س - ٢$ تمثل معادلة قطع مكافئ، أوجد ما يأتي:

أ) احداثيات الرأس ب) البؤرة.

ج) معادلة المحور والدليل.

الحل:-

$س^{٢} + ٤ س = ٨ ص - ٢$

$س^{٢} + ٤ س + ٤ = ٨ ص - ٢ + ٤$

$(س + ٢)^{٢} = ٨ ص - ٤$

$(س + ٢)^{٢} = ٨ (ص - ٣)$

$٤ ب = ٨$ ⇐ $ب = ٢$

الرأس $(-٢، ٣)$

البؤرة $(-٢، ٣ + ٢) = (-٢، ٥)$

المحور $س + ٢ = ٠$ ⇐ $س = -٢$

الدليل $ص = ٣ - ٢$

$ص = ١ +$

ملاحظات:-

١) اذا كانت معادلة القطع المكافئ دليله يوازي السينات يعني أن محوره يوازي الصادات

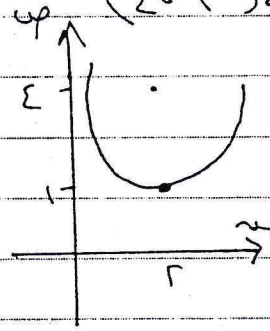
٢) اذا كانت معادلة القطع المكافئ دليله يوازي الصادات يعني أنه محوره يوازي السينات.

١٤ قطع مكافئ معادلته
$س^2 - ٤س + ٤ص - ٨ = ٠$
أوجد مايلي :-
أ) احداثيات الرأس
ب) احداثيات البؤرة
ج) معادلة الدليل.

الحل :-
$س^2 - ٤س + ٤ص - ٨ = ٠$
$س^2 - ٤س = -٤ص + ٨$
$س^2 - ٤س + ٤ = -٤ص + ٨ + ٤$
(نظيف للطرفين من خلال إكمال المربع)
$(س-٢)^2 = -٤ص + ١٢$
$(س-٢)^2 = -٤(ص-٣)$
$٤جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ١$
$\Leftarrow$ الرأس $(٢، ٣)$
البؤرة $(٢، ٣-١) \Leftarrow (٢، ٢)$
الدليل $ص = ٣ + ١ = ٤$

١٥ ما معادلة الدليل للقطع
$(س-١)^2 - ٨ = ٤ص$
الحل :-
$(س-١)^2 = ٤ص + ٨$
$(س-١)^2 = ٤(ص+٢)$
$٤جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ١$
المركز $(١، -٢)$
$ص = -٢ - ١ = -٣$
$\Leftarrow$ معادلة الدليل $ص = -٣$

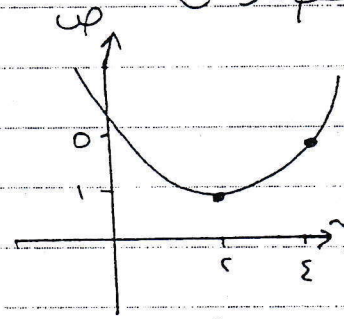
١٦ اوجد معادلة القطع المكافئ الذي إحداثيات رأسه $(١، ٢)$ وإحداثيات بؤرته $(٤، ٢)$



الحل :-
الرأس $(١، ٢)$
$جـ = ٤ - ١ = ٣$
نوعه مكافئ للأعلى $\rightarrow س$
المعادلة :-
$(س-٢)^2 = ٤جـ(ص-١)$
$(س-٢)^2 = ٤ \times ٣(ص-١)$
$(س-٢)^2 = ١٢(ص-١)$

١٧ اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه النقطة $(٢، ١)$ ويمر صخناه بالنقطة $(٤، ٥)$ ومحوره يوازي محور الصادات.

الحل :-

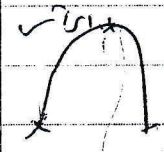


نوعه مكافئ للأعلى
$جـ = ؟$
المعادلة
$(س-٢)^2 = ٤جـ(ص-١)$
لكن $(٤، ٥)$ تحقق المعادلة $\Leftarrow$
$(٤-٢)^2 = ٤جـ(٥-١)$
$٤ = ٤جـ \times ٤ \Leftarrow \frac{١٦}{١٦} = \frac{٤جـ}{١٦}$
$\Leftarrow جـ = \frac{١}{٤}$
$\Leftarrow$ المعادلة
$(س-٢)^2 = ٤ \times \frac{١}{٤}(ص-١)$
$(س-٢)^2 = (ص-١)$

1 قذف جسيم رأسياً إلى الأعلى حيث العلاقة ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن² حيث ن الزمن بالثواني، ف المسافة بالأمتار احسب اقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم مستخدماً تعريف القطع المكافئ.

الحل:-

← المطلوب احداثيات الرأس.



ف = ٢٠ن - ٥ن²

٥ن² - ٢٠ن = -ف

٥(ن² - ٤ن) = -ف اكمال مربع

٥(ن² - ٤ن + ٤) = -ف + ٢٠

٥(ن - ٢)² = -(ف - ٢٠)

(ن - ٢)² = $\frac{1}{5}$(ف - ٢٠) ← الرأس (٢، ٢٠)

يصل اقصى ارتفاع عندما ن = ٢

ويكون اقصى ارتفاع هو ٢٠ متر.

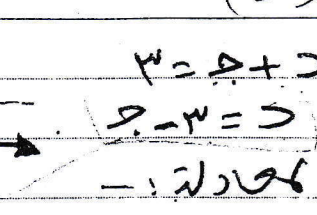
2 اوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره ص يوازي محور الصادات ورأسه يقع على المستقيم ص = س + ٥ ويمر بالنقطتين (٤، ٣) (٠، ٥).

3 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة (٤، ١) ومحوره يوازي محور السينات ويمر منحناه بالنقطة (٥، ٥).

الحل:-

يوجد حالتان:-

الحالة الأولى: الشكل لليمين



د + جـ = ٣

د = ٣ - جـ

المعادلة:-

(ص - ١)² = ٤جـ (س - د)

(ص - ١)² = ٤جـ (س - (٣ - جـ)) ، يمر (٥، ٥)

١٦ = ٤جـ (٢ + جـ)

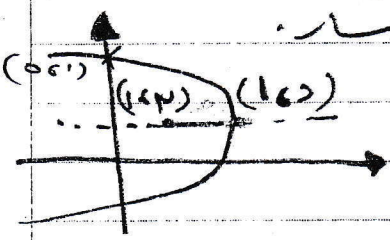
٤ = ٢جـ + جـ² ← جـ² + ٢جـ - ٤ = صفر

(جـ - ٤)(جـ + ١) = صفر ← جـ = ٤

جـ = -١ تهمل

← المعادلة: (ص - ١)² = ١٦ (س + ١)

الحالة الثانية: الشكل لليسار.



د - جـ = ٣

د = ٣ + جـ

المعادلة:-

(ص - ١)² = -٤جـ (س - (٣ + جـ))

يمر بـ (٥، ٥)

(٥ - ١)² = -٤جـ (٠ - (٣ + جـ))

١٦ = -٤جـ (-٣ - جـ)

٤ = جـ² + ٣جـ

جـ² + ٣جـ - ٤ = صفر

(جـ + ٤)(جـ - ١) = صفر

جـ = ١ ، جـ = -٤ تهمل.

المعادلة:-

(ص - ١)² = -٤ (س - ٤).

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

٤ أرسم منحنى القطع المكافئ الذي معادلته $٣س^{٢} - ٩س - ص + ٢٥ = ٠$ موضحاً عليه عناصره.

"واجب"

٥ اوجد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (١،٦٨) (٤،٤٤) ومحوره هو محور السينات.

الحل:-

الرأس (د، ٥٠)

المعادلة:-

$ص^{٢} = ٤ب(س - د)$

$(٤،٤٤) \leftarrow ١٦ = ٤ب(٤ - د)$

$(١،٦٨) \leftarrow ١٠٠ = ٤ب(٨ - د)$

بالقسمة $\frac{١٦}{١٠٠} = \frac{٤ - د}{٨ - د}$

$\frac{٤}{٢٥} = \frac{٤ - د}{٨ - د}$

$٣٢ - ٤د = ١٠٠ - ٢٥د$

$٢٥د - ٤د = ١٠٠ - ٣٢$

$٢١د = ٦٨ \leftarrow د = \frac{٦٨}{٢١}$

بالتعويض:

$١٦ = ٤ب(٤ - \frac{٦٨}{٢١})$

$١٦ = ٤ب \times \frac{١٦}{٢١}$

$٤ب = ١٦ \times \frac{٢١}{١٦} \leftarrow ٤ب = ٢١$

المعادلة:-

$ص^{٢} = ٢١(س - \frac{٦٨}{٢١})$

٦ اوجد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره $س = ٢$ ومعادلة دليله $ص = ١$ ويمر منحناه بالنقطة (٦،٦).

الحل:-

الرأس (د، ٥)

يقع على المستقيم $ص = ٢$

$\leftarrow د = ٢$

$٥ - ب = ١$

$٥ = ١ + ب$

المعادلة: $(س - ٢)^{٢} = ٤ب(ص - (ب + ١))$

يمر بالنقطة (٦،٦)

$(٦ - ٢)^{٢} = ٤ب(٦ - (ب + ١))$

$١٦ = ٤ب(٥ - ب)$

$٤ = ٥ب - ب^{٢}$

$ب^{٢} - ٥ب + ٤ = ٠$

$(ب - ٤)(ب - ١) = ٠$

$ب = ٤ ، ب = ١$

أولاً: $ب = ٤$

المعادلة: $(س - ٢)^{٢} = ١٦(ص - ٥)$

ثانياً: $ب = ١$

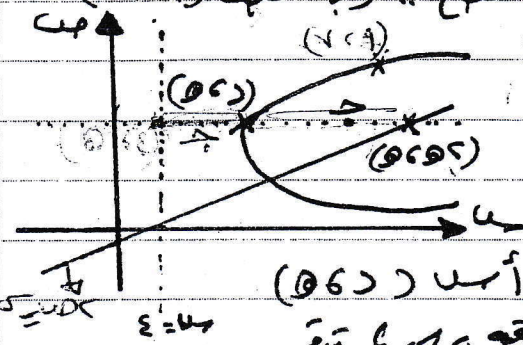
$(س - ٢)^{٢} = ٤(ص - ٤)$

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

٧ أكتب معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته على المستقيم ص = -٤ ودليله س = ٤ والقطع يمر بالنقطة (٩، ٧).

الحل :-



نفرض الرأس (د، ه)
البؤرة تقع على المستقيم
ص = -٤ فتكون احداثيات البؤرة
(٤، ه) وتكون ل = ب + ٤
٢ه = ب + ب + ٤
٢ه = ٢ب + ٤ ⇐ ه = ب + ٢

المحاطة :- مكافئ سفي موجب
(ص - ه)^٢ = ٤ب (س - د)
(ص - (ب + ٢))^٢ = ٤ب (س - (ب + ٤))
يمر بـ (٩، ٧) ⇐
(٧ - (ب + ٢))^٢ = ٤ب (٩ - (ب + ٤))
(٥ - ب)^٢ = ٤ب (٥ - ب)
(٥ - ب)^٢ - ٤ب (٥ - ب) = ٠
(٥ - ب) ((٥ - ب) - ٤ب) = ٠
(٥ - ب) (٥ - ٥ب) = ٠

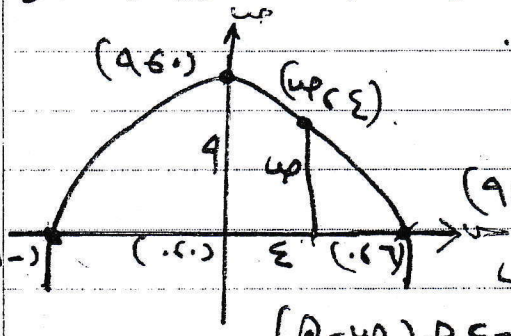
ب = ٥ ، ب = ١

أولاً : ب = ٥ ⇐ المعادلة :-
(ص - ٧)^٢ = ٠ (س - ٩)

ثانياً : ب = ١ ⇐ المعادلة :-
(ص - ٣)^٢ = ٤ (س - ٥) .

٨ بني جسر على شكل قطع مكافئ طول قاعدته الأفقية ١٢ متر وأعلى ارتفاع للجسر ٩ متر.
أكتب معادلة الجسر على إعتبار أنه متماثل حول محور الصادات. ثم أوجد ارتفاع الجسر على بعد ٤ متر من مركز القاعدة.

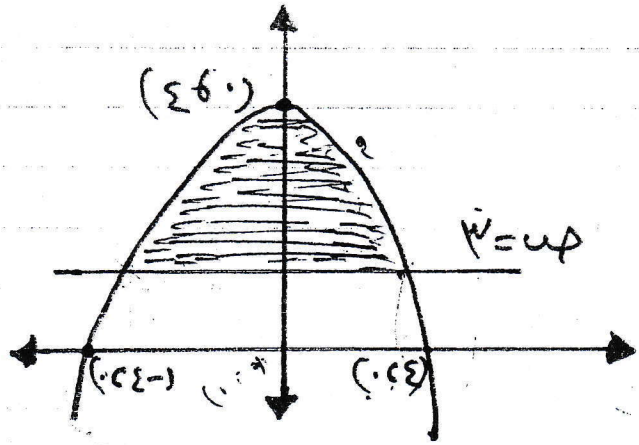
الحل :-



الرأس (٠، ٩)
المعادلة :-
(س - د)^٢ = -٤ب (ص - ه)
(س - ٠)^٢ = -٤ب (ص - ٩)
يمر بالنقطة بـ (٦، ٠) ⇐ (٦)^٢ = -٤ب (٠ - ٩)
٣٦ = ٣٦ب ⇐ ب = ١

المحاطة :- س^٢ = -٤ (ص - ٩)
يمر بـ (٤، ص) ⇐ ١٦ = -٤ص + ٣٦
⇐ ٤ص = ٣٦ - ١٦ = ٢٠ ⇐ ص = ٥
⇐ ارتفاع الجسر بعد ٤ أمتار يساوي ٥ متر

٩ ما مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور.



واجب : ص ٨٠ حل تحليل ص ١٤ رقم (١١)

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

١٠ أكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه يمس المماسات ويمر بالنقطتين (٤٦١) (٨٦٩).

الحل:-

الرأس $(د، ٥)$ يقع على المماسات ⇐

المعادلة $(ص - ٥)^{٢} = ٤ أ (س - د)$

$(ص - ٥)^{٢} = ٤ أ س$

يمر بـ (٤٦١)

$\Leftarrow (٤ - ٥)^{٢} = ٤ أ \times ١$ ..... ①

يمر بـ (٨٦٩)

$\Leftarrow (٨ - ٥)^{٢} = ٤ أ \times ٩$ ..... ②

بالقسمة: $\frac{(٤ - ٥)^{٢}}{(٨ - ٥)^{٢}} = \frac{١}{٩}$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ⇐

$\frac{٤ - ٥}{٨ - ٥} = \pm \frac{١}{٣}$

أولاً:- $\frac{٤ - ٥}{٨ - ٥} = \frac{١}{٣}$

$١٢ - ٣٥ = ٨ - ٥$

$١٢ - ٨ = -٥ + ٣٥ \Leftarrow ٤ = ٢٥$

$\Leftarrow \boxed{٥ = ٢}$

بالتعويض $(٤ - ٢)^{٢} = ٤ أ \times ١$

$\boxed{٤ = ٤ أ}$

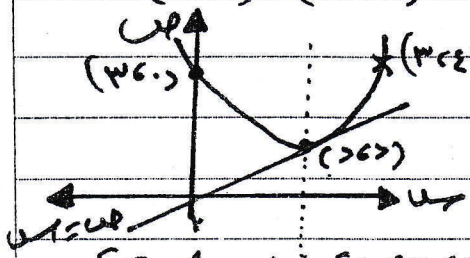
$\Leftarrow$ المعادلة $(ص - ٢)^{٢} = ٤ س$

ثانياً:- $\frac{٤ - ٥}{٨ - ٥} = \frac{-١}{٣}$

$\therefore$ المعادلة $(ص - ٥)^{٢} = ١ س$.

١١ أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي المحاور ورأسه على المستقيم $ص = س$ ويمر بالنقطتين (٣٦٤) (٣٦٠).

الحل:-



الرأس $(د، د)$ يقع على المستقيم

$ص = س \Leftarrow د = د \Leftarrow$ الرأس $(د، د)$

$\Leftarrow$ المعادلة $(س - د)^{٢} = ٤ أ (ص - د)$

يمر بـ (٣٦٠) $\Leftarrow د^{٢} = ٤ أ (٣ - د)$

يمر بـ (٣٦٤) $\Leftarrow (٤ - د)^{٢} = ٤ أ (٣ - د)$

بالقسمة: $\frac{د^{٢}}{(٤ - د)^{٢}} = \frac{٤ أ (٣ - د)}{٤ أ (٣ - د)}$

$\frac{د^{٢}}{(٤ - د)^{٢}} = \frac{١}{١} \Leftarrow د^{٢} = (٤ - د)^{٢}$

$\Leftarrow د^{٢} = ١٦ - ٨د + د^{٢}$

$د^{٢} - د^{٢} = ١٦ - ٨د \Leftarrow \boxed{د = ٢}$

بالتعويض: $د^{٢} = ٤ أ (٣ - د)$

$(٢)^{٢} = ٤ أ (٣ - ٢)$

$٤ = ٤ أ \Leftarrow \boxed{أ = ١}$

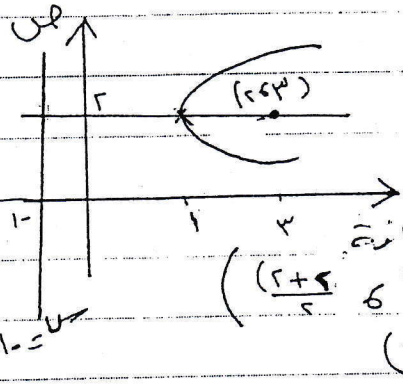
المعادلة:-

$(س - ٢)^{٢} = ٤ (ص - ٢)$.

واجب أكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه يقع على المستقيم $ص = ٢س$ والقطع يمر بالنقطتين (٤٠٦) (٨٤٤) ومحوره يوازي المحور السيني.

١٣ ما معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٣، ٢) ودليله المستقيم س = -١

الحل:-



متصف المسافة

الرأس = $\left(\frac{٣+(-١)}{٢}, \frac{٢+٢}{٢}\right)$

= (١، ٢)

$\Leftarrow$ جـ = ٣ - ١ = ٢

المعادلة

$(ص-٢)^{٢} = ٤ \times ٢ (س-١)$

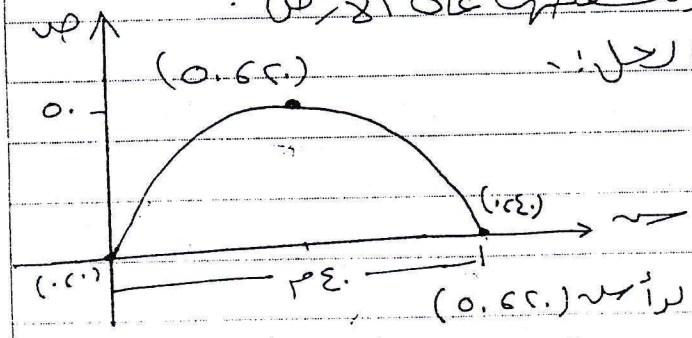
$(ص-٢)^{٢} = ٨ (س-١)$

١٤ الملقنة قذيفة من مستوى سطح الأرض إلى الأعلى، ثم عادت إلى نفس المستوى وكانت مسارها على منحنى قطع مكافئ، فإذا كانت أعلى ارتفاع وصلت القذيفة ٥٠ م واقصى مدى افقي لها هو ٤٠ م معتبراً نقطة الانطلاق القذيفة النقطة (٠، ٠) اوجد ما يلي:

أ) معادلة القطع المكافئ.

ب) ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة الانطلاق القذيفة ومسقطها على الأرض.

الحل:-



الرأس (٢٠، ٥٠)

جـ = ؟ ، مكافئ للأسفل $\Leftarrow$

المعادلة هي:

$(س-٢٠)^{٢} = -٤ جـ (ص-٥٠)$

لكن (٠، ٠) تحقق $\Leftarrow$

$(٠-٢٠)^{٢} = -٤ جـ (٠-٥٠)$

$\Leftarrow \frac{٤٠٠}{٢٠٠} = \frac{-٤ جـ ٥٠}{-٢٠٠} \Leftarrow$ جـ = ٢

$\Leftarrow$ المعادلة هي: $(س-٢٠)^{٢} = -٤ \times ٢ (ص-٥٠)$

ب) قيمة ص عندما ص = س

$\Leftarrow$ (س، س) تحقق $\Leftarrow$

$(س-٢٠)^{٢} = -٨ (س-٥٠)$

$\Leftarrow س^{٢} - ٤٠ س + ٤٠٠ = -٨ س + ٤٠٠$

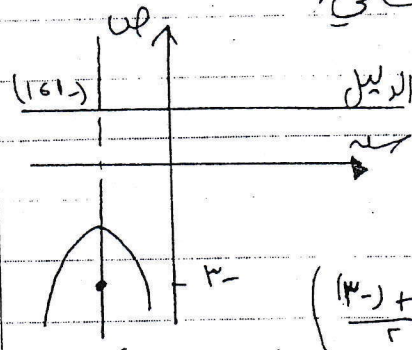
$\Leftarrow س^{٢} - ٣٢ س = ٠$

$\Leftarrow س(س-٣٢) = ٠ \Leftarrow$ س = ٠ أو س = ٣٢ وهو المطلوب

١٥ أوجد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) حيث أن بعدها عن النقطة و (-١، -٣) يساوي بعدها عن المستقيم ص = ١

الحل:-

المحل الهندسي من التعريف هو قطع مكافئ



يمر بؤرته (-١، -٣)

الدليل ص = ١

نوجه للأسفل

الرأس $\left(\frac{-١+(-١)}{٢}, \frac{١+(-٣)}{٢}\right)$

$= \left(\frac{-٢}{٢}, \frac{-٢}{٢}\right) = (-١، -١)$

جـ = ١ - (-١) = ٢

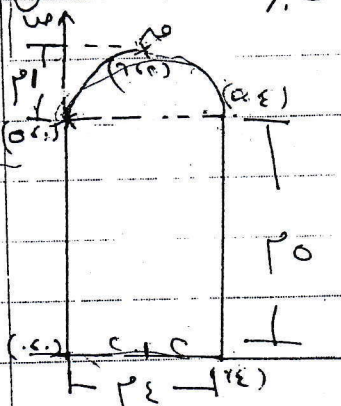
المعادلة

$(س-(-١))^{٢} = -٤ جـ (ص-(-١))$

$(س+١)^{٢} = -٤ \times ٢ (ص+١)$

١٥ الشكل المجاور يمثل المدخل الجنوبي لوزارة التربية و التعليم وهو على شكل قطع مكافئ
أوجد مساحة واجهة هذا المدخل

الحل:-



معادلة ه هي معادلة قطع مكافئ، للأسفل
الرأس (٢،٤)
ج = ؟؟

⇐ المعادلة
$(س-٢)^{٢} = -٤ج(ص-٤)$
(٥،٠) تحقق ⇐ $(٣،٠)^{٢} = -٤ج(٥-٤)$
$٩ = -٤ج \Leftarrow ج = -\frac{١}{٤}$
⇐ المعادلة $(س-٢)^{٢} = -٤(ص-٤)$
$س^{٢} - ٤س + ٤ = -٤ص + ١٦$
$\Leftarrow ص = -\frac{س^{٢}}{٤} + س + ٥$

$م_{١} = \int_{٠}^{٤} (-\frac{س^{٢}}{٤} + س + ٥) - (٠)\, دس$
$= (-\frac{س^{٣}}{١٢} + \frac{س^{٢}}{٢} + ٥س)\Big|_{٠}^{٤}$
$= \frac{٦٨}{٣}$ وحدة مساحة.

١٦ عين نوع القطع ومعادلته في كل الحالات التالية:-
أ $س = جا\theta + جتا\theta$
$ص = جا٢\theta$
الحل:-
$س = جا\theta + جتا\theta$ ... ①
$ص = جا٢\theta$ ... ②

بتربيع المعادلة رقم ① ⇐
$س^{٢} = (جا\theta + جتا\theta)^{٢}$
$\Leftarrow س^{٢} = جا^{٢}\theta + ٢جا\theta جتا\theta + جتا^{٢}\theta$
$س^{٢} = ١ + جا٢\theta$
$س^{٢} = ١ + ص$
⇐ قطع مكافئ، رأسه $(١،٠)$

ب $س = ظتا\theta + ١$ ... ①
$ص = قتا^{٢}\theta$ ... ②
من ① ⇐ $س - ١ = ظتا\theta$
ومن ② $قتا^{٢}\theta = ١ + ظتا^{٢}\theta$
$ص = ١ + (س-١)^{٢}$
$\Leftarrow ص - ١ = (س-١)^{٢}$
إذ $(س-١)^{٢} = ص - ١$ قطع مكافئ

جـ $ص = جتا\theta$ ... ①
$س = جا\theta + جتا٢\theta$ ... ②
لكن $س = جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta - جا^{٢}\theta$
$س = جتا^{٢}\theta$
$\Leftarrow س = ص^{٢}$ قطع مكافئ

١٧ قذف جسيم رأسياً للأعلى حسب العلاقه ف(ن) = ٤٠ن - ٦ن٢
احسب اقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم مستخدماً تعريف القطع المكافئ ؟؟

الحل :-

ف = ٤٠ن - ٦ن٢

٦ن٢ - ٤٠ن = - ف (÷ ٦)

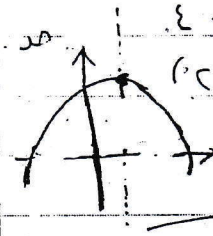
ن٢ - ٤ن = - ⅙ ف

ن٢ - ٤ن + ٤ = - ⅙ ف + ٤

(ن - ٢)٢ = - ⅙ (ف - ٢٤)

الرأس (٢ ، ٢٤) ⟵

⇐ اقصى ارتفاع هو ٢٤ متر



ب) باستخدام القرع م من السؤال السابق اوجد معادله أحد اوتار طبخي القطع المكافئ ص٢ = ١٦س عند النقطة (٤ ، ١).

الحل :-

ص٢ = ١٦س عند (٤ ، ١)

س١ = ١ ، ص١ = ٤

٤م = ١٦ ⇐ م = ٤

ميل الوتر في ٤م = ٨ (س + ١)

⇐ م = ٢ (س + ١)

⇐ ص١ ، ص - ٤م س١ = ص٢ - ٤م س٢

ص١ ص - ٢م س - ٤م س١ = ص٢ - ٤م س٢

ص١ ص = ٢م س + ٤م س١ + ص٢ - ٤م س٢

ص١ ص = ٢م س + ص٢ - ٤م س٢

ص ص١ = ٢م (س + س١)

١٨ ب) أثبت أن معادلة المماس طبخي القطع المكافئ ص٢ = ٤م س (حيث م عدد ثابت) عند النقطة (س١ ، ص١) هي

ص ص١ = ٢م (س + س١)

الحل :-

ص٢ = ٤م س

٢ص × د ص/د س = ٤م ⇐ د ص/د س = ٤م / ٢ص

⇐ د ص/د س = ٢م / ص ⇐ د ص/د س | (س١ ، ص١) = ٢م / ص١

معادلة المماس هي

ص - ص١ = م (س - س١)

(ص - ص١) = ٢م / ص١ (س - س١) × ص١

ص ص١ - ص١٢ = ٢م س - ٢م س١

لكن ص١٢ = ٤م س١

١٩ المعادلتان س = ن٢ ، ص = ن حددان موقع جسيم ، أكتب معادلة طبخي الذي يتحرك على الصورة س = هـ (ص) ثم عين نوع الطبخي وعناصره الأساسية ومثل ذلك بالرسم ؟؟

الحل :-

س = ن٢ ، ص = ن

⇐ س = ص٢ وهذه تمثل معادلة قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) ومحوره ص = ٠

٤ج = ١ ⟵ ج = ¼

البؤره (¼ ، ٠)

الدليل س = - ¼