المبحث: الرياضيات

الفرع : العلمي

إسم الطالب : ....

مدة الامتحان: ١:١٥

اليوم: الأحد

التاريخ: ٢٠٢٢/١٠/٩

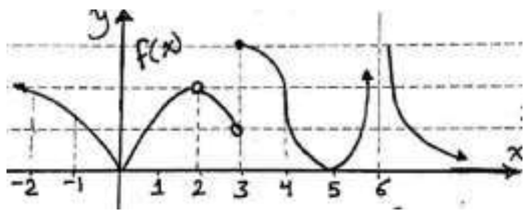
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣/٢٠٢٢

الوحدة الأولى

السؤال الأول :اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممايأتي ، علماًبأن عدد القرات (18) وعدد الصفحات (4)

(54 علامات)

1) **الشكل المجاور يمثل منحنى f(x) ، قيم x التي يكون عندها f(x) غير قابل للاشتقاق هي:**



a) $\{-1,0,3,6\}$ b) $\{0,2,3,6\}$

c) $\{0,2,3,4,5,6\}$ d) $\{0,2,3,4,6\}$

2) **من الشكل السابق قيمة x التي يكون عندها f'(x)=0 هي :**

a) $\{0,2\}$ b) $\{5\}$ c) $\{0,3\}$ d) $\{6,4\}$

3) **اذا كان : $f(1) = 4$, $f'(1) = -2$, $g(x) = x^2 + 1$ فإن $\left(\frac{f}{y}\right)'(1)$:**

a) 3 b) -3 c) 4 d) -4

4) **اذا كان : $f(x) = |3 - 2x|$ ، فإن $f'\left(\frac{2}{3}\right)$ تساوي:**

a) -2 b) 2 c) $Zero$ d) غير موجودة

5) **إذا كان $f(x) = acsc(3\pi x)$، وكان $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 6\sqrt{2}\pi$ فجد قيمة a :**

a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6) **اذا كان $f(x) = 3^{x^2} \times log_3(2x+3)$ فإن f'(0) تساوي:**

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{\ln 3}$ c) $\frac{2+\ln 3}{3}$ d) $\frac{2}{ln27}$

7) اذا كان $f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$ ، $x \in [0, 2\pi]$ ، قيم x التي تجعل المماس لمنحنى f افقياً :

a) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ b) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$ c) $\left\{\frac{5\pi}{6}\right\}$ d) $\emptyset$

8) اذا كان $y = a \sin(\ln x)$، وكان $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = 2$ أجد الثابت a :

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 2 d) -1

9) اذا كان $x \neq 0$ ، $f(x^3 - 7) = \frac{3}{x}$ ، فإن $f'(1)$ تساوي :

a) -3 b) -16 c) $\frac{1}{16}$ d) $-\frac{1}{16}$

10) اذا كان $y = e^{2\ln x^2}$ ، فإن y' عندما $x = -\frac{1}{2}$ تساوي:

a) $-\frac{1}{2}$ b) -2 c) $\frac{1}{2}$ d) 1

11) يعطى منحنى المعادلة الوسيطية $y = b \sin t$ ، $x = a \cos t$ ، $0 \le t \le 2\pi$ أجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $t = \frac{\pi}{4}$ بدلالة a & b.

a) $\frac{a}{b}$ b) $-\frac{a}{b}$ c) $\frac{b}{a}$ d) $-\frac{b}{a}$

12) اذا كان $y \in \left(0, \frac{\pi}{8}\right)$ ، $x = \sin 2y$ ، فإن قيمة $y'' \cos^3 2y$ يساوي :

a) $\frac{1}{2}x$ b) x c) $Zero$ d) $2x$

13) اذا كان $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ فإن $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ تساوي :

a) $\frac{\pi}{8}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14) ميل مماس المنحنى $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y^2}=5$ عند النقطة $(8,1)$ هو :

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $-\frac{1}{3}$

15) يمثل الاقتران $S(t)=t^3-6t^2+9t+3$ ، حيث $t\geq 0$ ، موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم حيث t الزمن بالثواني ، S الموقع بالأمتار ، فإن تسارع الجسيم عندما يسكن لحظياً هو:

a) $3\ m/s^2$ b) $1\ m/s^2$ c) $6\ m/s^2$ d) $4\ m/s^2$

16) يعطى طول مستطيل بالمقدار $6t+5$ ويعطى عرضه بالمقدار $\sqrt{t}$ ، حيث t الزمن بالثواني ، والابعاد بالسنتمترات ، فإن معدل تغير مساحة المستطيل بالنسبة الى الزمن عندما $t=1$ هو :

a) $13.5\ cm^2/s$ b) $11.5\ cm^2/s$ c) $12\ cm^2/s$ d) $16\ cm^2/s$

17) اذا كان المماس لمنحنى الاقتران $f(x)=ax^3-8x$ ، يوازي المستقيم $y=4x-2$ عندما $x=1$ ، فإن قيمة الثابت a هي:

a) 3 b) 4 c) 2 d) -4

18) أي الاتية تمثل معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)=\sin x+\cos x$ عندما $x=\pi$:

a) $y=x+\pi-1$ b) $y=x-\pi+1$ c) $y=-x+\pi-1$ d) $y=x-\pi-1$

السؤال الثاني:

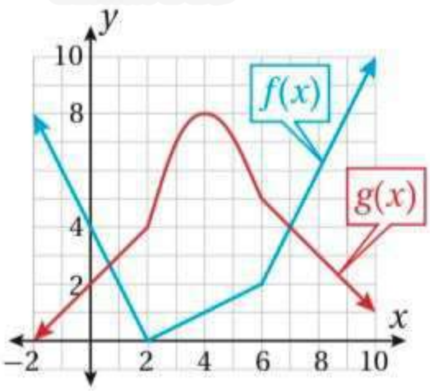
A) أجد مشتقة كل أقتران مما يأتي : (9 علامات)

1) $\frac{x}{y^2}+\frac{y^2}{x}=5$

2) $y=x^{\frac{2}{x}}$

3) $x^2-3xy+y^2=x+3y$ ؛ $(2\,,-1)$

B) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$ ، $g(x)$ اذا كان $p(x)=f(x)g(x)$ ، وكان $q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ ، فأجد كلاً مما يأتي : (6 علامات)



1) $p'(4)$

2) $q'(7)$

السؤال الثالث:

A) اذا كان $f(x)=\begin{cases}ax^2+4bx-8 & ,x<1\\ ax^3-bx+2 & ,x\ge 1\end{cases}$ ، قابلاً للأشتقاق عندما $x=1$ ، أجد قيمة الثابتين b,a ؟ (8 علامات)

B) إبحث في قابلية اشتقاق $f(x)=x^3|x-2|$ عند $x=2$ بإستخدام تعريف المشتقة : (8 علامات)

السؤال الرابع:

A) يعطى منحنى بالمعادلة الوسيطية $y=2(1-\cos t)$ ، $x=2(t-\sin t)$ ، أثبت أن ميل المماس وميل العامودي على المماس لمنحنى هذه العلاقات عندما $t=\frac{\pi}{4}$ هما $1+\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$ على الترتيب : (8 علامات)

B) أجد احداثي النقطة على المنحنى $(y-4)^2=x+2$ بحيث يكون عندها المماس موازياً للمستقيم $3x+6y+2=0$ (7 علامات)

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والـ

الصافي
في الرياضيات

اجابة اختبار العلمي لوحدة الأولى التفاضل 2005

السؤال الأول

1 $\underline{d}$ $\{0, 2, 3, 4, 6\}$

2 $\underline{b}$ $\{5\}$

3 $\underline{b}$ $\frac{g(1)f'(1) - f(1)g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{(2)(-2) - (4)(2)}{4} = \frac{-12}{4} = -3$

4 $\underline{a}$ $f(\frac{2}{3}) = |3 - \frac{2*2}{3}| = +1$

$\therefore f(x) = 3 - 2x \longrightarrow f'(x) = -2 \longrightarrow f'(\frac{2}{3}) = -2$

5 $\underline{a}$ $f'(x) = -a\csc(3\pi x)\cot(3\pi x) * 3\pi$

$f'(\frac{1}{4}) = 6\sqrt{2}\pi = -a3\pi\csc(\frac{3\pi}{4}) * \cot(\frac{3\pi}{4})$

$6\sqrt{2} = -3a(\sqrt{2})(-1)$

$+2 = a$

6 $\underline{d}$ $f'(x) = 3^{x^2} * \frac{2}{(2x+3) * \ln 3} + \log_3(2x+3) * 2x(3)^{x^2} * \ln(3)$

$f'(0) = 1 * \frac{2}{3\ln(3)} + 1 * 0 * 2x \ln(3)$ zero

$= \frac{2}{3\ln 3} = \frac{2}{\ln 3^3} = \frac{2}{\ln 27}$

$\boxed{7}$ $\underline{b}$

$$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}$$

$$\cos x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in (0, 2\pi)$$

$$x = \frac{5\pi}{3} \in (0, 2\pi)$$

$$x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$$

$\boxed{8}$ $\underline{c}$

$$y' = \frac{a\cos(\ln x)}{x}$$

$$2 = \frac{a\cos(0)}{1} \longrightarrow 2 = a$$

$\boxed{9}$ $\underline{d}$

$$f'(x^3 - 7) * 3x^2 = \frac{-3}{x^2}$$

$$x^3 - 7 = 1$$
$$x^3 = 8$$
$$x = 2$$

$$f'(1) * \frac{12}{12} = \frac{\frac{-3}{4}}{12}$$

$$f'(1) = \frac{-3}{4 * 12} = \frac{-1}{16}$$

$\boxed{10}$ $\underline{a}$

$$y = e^{2\ln x^2} = e^{\ln (x^2)^2} = (x^2)^2 = x^4$$

$$y' = 4x^3$$

$$y'\Big|_{x=-\frac{1}{2}} = 4 * \frac{-1}{8} = -\frac{1}{2}$$

11 $\underline{d}$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{b\cos t}{-a\sin t} = -\frac{b}{a}\tan t$$

$$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{-b}{a}\tan\frac{\pi}{4} = \frac{-b}{a}$$

12 $\underline{b}$

$$x = \sin 2y \longrightarrow 1 = 2\cos 2y * y' \longrightarrow y' = \frac{1}{2\cos 2y}$$

$$y'' = \frac{+4\sin(2y) * y'}{4\cos^2(2y)}$$

[illegible]

$$2y''\cos^3(2y) \longrightarrow 2 * \frac{\sin(2y)}{\cancel{\cos^2(2y)}} * \frac{1}{\cancel{2\cos(2y)}} * \cancel{\cos^3(2y)}$$

$$= \sin(2y) = x$$

13 $\underline{b}$

[illegible]

$$f(x) = 1 + \sin 2x$$

$$f'(x) = 2\cos(2x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\cos\left(\frac{2\pi}{8}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

14 $\underline{b}$

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 5 \longrightarrow \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}y^{-\frac{1}{3}}y' = 0$$

$$y' = -\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} \longrightarrow \left.y'\right|_{(8,1)} = \frac{-1}{2}$$

$\boxed{15}$ $\underline{\underline{c}}$

$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 3$

$v(t) = 3t^2 - 12t + 9$

$a(t) = 6t - 12$

$a(1) = -6$

$a(3) = 6$ $\quad \underline{\underline{6}}$

a/

$v(t) = 0$

$3t^2 - 12t + 9 = 0$

$t^2 - 4t + 3 = 0$

$(t-1)(t-3)$

$t = 1 \quad t = 3$

$\boxed{16}$ $\underline{\underline{b}}$

[illegible] $= A = \sqrt{t}\,(6t+5)$

$A'(t) = \sqrt{t}\,(6) + (6t+5)\left(\frac{1}{2\sqrt{t}}\right)$

$A'(1) = 6 + \frac{11}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$

$\boxed{17}$ $\underline{\underline{b}}$

$f'(x) = 3ax^2 - 8 \xrightarrow{x=1} m = 3a - 8$

$y' = 4 \longrightarrow m = 4$

$3a - 8 = 4$

$3a = 12$

$a = 4$

$\boxed{18}$ $\underline{\underline{c}}$

$f(\pi) = \sin(\pi) + \cos(\pi) = -1$

$f'(x) = \cos(x) - \sin(x)$

$f'(\pi) = -1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y + 1 = -1(x - \pi)$

$y = -x + \pi - 1$

السؤال الثاني

A) [1] $\left(\frac{x}{y^2}+\frac{y^2}{x}=5\right) * xy^2$

$$x^2+y^4=5xy^2$$

$$2x+4y^3y'=5x\cdot 2yy'+y^2(5)$$

$$4y^3y'-10xyy'=5y^2-2x$$

$$y'=\frac{5y^2-2x}{4y^3-10xy}$$

[2] $y=x^{\frac{2}{x}}$ لا تشتق إلا باللوغارتم

$$\ln y=\frac{2}{x}\ln x \rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{2}{x}*\frac{1}{x}+\ln x*\frac{-2}{x^2}$$

$$y'=x^{\frac{2}{x}}\left(\frac{2}{x^2}-\frac{\ln x}{x^2}\right)$$

$$y'=x^{\frac{2}{x}}\left(\frac{2-\ln x}{x^2}\right)$$

[3] $2x+3xy'+3y+2yy'=1+3y'$

$$3xy'+2yy'-3y'=1-2x-3y$$

$$y'=\frac{1-2x-3y}{3x+2y-3}$$

$$y'\Big|_{(2,-1)}=\frac{1-4+3}{-3+4-3}=0$$ أي أن مماس أفقي

B) 1) $p'(4) = f(4)\,g'(4) + g(4)\,f'(4)$

$= (1)(0) + (8)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \underline{\underline{4}}$

$\therefore$ $f(4)=1,\ g(4)=8$

$f'(4) = m = \frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}$

(2,0)
(6,2)

$g'(4)=0$ ميل المماس موازي لمحور x=0

2) $q'(7) = \dfrac{g(7)f'(7) - f(7)g'(7)}{(g(7))^2}$

$f'(7) = m = \frac{6-2}{8-6} = 2$

$g'(7) = m = \frac{4-5}{7-6} = -1$

$\longrightarrow q'(7) = \dfrac{(4)(2) - (4)(-1)}{(4)^2}$

$= \frac{8+4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

السؤال الثالث

A)

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + 4b & , x < 1 \\ 3ax^2 - b & , x > 1 \end{cases}$$

$f'_+(1) = f'_-(1)$

$3a - b = 2a + 4b$

$3a - 2 = 2a + 8$

$a = 10$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1)$

$\cancel{a} - b + 2 = \cancel{a} + 4b - 8$

$5b = 10$

$b = 2$

B) بإعادة تعريف $|x-2|$

$x-2=0 \longrightarrow x=2$ $\quad 2-x \;(-) \;|_2\; (+)\; x-2$

بالضرب في x^3

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-x^4 & , x<2 \\ x^4-2x^3 & , x\geq 2 \end{cases} \qquad 2x^3-x^4 \;|_2\; x^4-2x^3$$

$$f'_+(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^4-2(2+h)^3-0}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3(\cancel{2}+h-\cancel{2})}{\cancel{h}}=2^3=8$$

$$f'_-(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{2(h+2)^3-(2+h)^4-0}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(h+2)^3(\cancel{2}-\cancel{2}-h)}{\cancel{h}}=-8$$

$f'_+(2)\neq f'_-(2)$

$f'(2)$ غير موجودة

السؤال الرابع A)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2\sin t}{2(1-\cos t)}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{\pi}{4}}=\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{1-\cos\frac{\pi}{4}}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}*\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

$m_{\text{المماس}}=\sqrt{2}+1$

$$m_{\perp}=\frac{-1}{m_2}=\frac{-1}{\sqrt{2}+1}*\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1-\sqrt{2}}{2-1}=1-\sqrt{2}$$

B) ميل مماس المنحنى = ميل المستقيم

<u>المنحنى</u>

$$2(y-4)y' = 1$$

$$y' = \frac{1}{2(y-4)}$$

$$m\Big|_{(x_1,y_1)} = \frac{1}{2(y-4)}$$

المستقيم

$$3 + 6y' = 0$$

$$6y' = -3 \longrightarrow y' = \frac{-1}{2}$$

$$m = m$$

$$\frac{1}{\cancel{2}(y-4)} = \frac{-1}{\cancel{2}}$$

$$1 = 4 - y$$

$$\boxed{y = 3}$$

بالرجوع الى المنحنى

$$(y-4)^2 = x + 2$$

$$(3-4)^2 = x + 2$$

$$1 = x + 2$$

$$\boxed{-1 = x} \longrightarrow$$

احداثيات النقطة

$$(-1, 3)$$