الدرس الأول: الكميات القياسية والكميات المتجهة

* للكميات المتجهة خصائص تمتاز بها عن الكميات القياسية.

* تقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين رئيسين، هما:

1. الكميات القياسية: هي الكميات التي تحدد فقط بالمقدار.

مثال: 1. درجة حرارة الجو (4°C) ← ٤ س°

2. كتلة طالب تساوي (62 kg) ← ٦٢ كغ

2. الكميات المتجهة: هي الكميات التي تحدد بالمقدار والاتجاه معًا.

مثال: 1. سرعة الرياح (22 km/h) باتجاه الشمال ← ٢٢ كم/ساعة

2. تسارع الجاذبية الأرضية ($9.8\ m/s^2$) نحو الأسفل ← ٩,٨ م/ث^2

سؤال/ صنّف الكميات الفيزيائية الآتية إلى كميات قياسية وأخرى متجهة:

1. الحجم	قياسية [m^3]	6. القوة	متجهة [$kg.m/s^2$]
2. التسارع	متجهة [m/s^2]	7. الكتلة	قياسية [kg]
3. المسافة	قياسية [m]	8. الطاقة	قياسية [$kg.(m/s)^2$]
4. الإزاحة	متجهة [m]	9. الشغل	قياسية [$kg.(m/s)^2$]
5. الضغط	قياسية [N/m^2]	10. التدفق المغناطيسي	قياسية [$tesla.m^2$]
12. المجال	متجهة [N/C]	11. المقاومة الكهربائية	قياسية [Ω]

*ملاحظة: السرعة قد تكون كمية قياسية أو متجهة، وسوف نتعامل هنا مع السرعة المتجهة Velocity

* لتمييز الكمية المتجهة من القياسية نضع سهم فوق رمز الكمية المتجهة مثل $(\vec{F})$، $(\vec{a})$

متجه القوة، متجه التسارع

* يعبر عن مقدار القوة بـ $|\vec{F}|$ أو F لتسهيل الكتابة.

* ملاحظة: في الكتاب يتم استخدام الخط العريض لرمز المتجهة مثل **F** بدلًا من $\vec{F}$.

* بعض الرموز المستخدمة للتعبير عن الكميات الفيزيائية:

القوة $\vec{F}$، التسارع $\vec{a}$، السرعة $\vec{v}$، الكتلة m، الشغل W

الشحنة q، المجال المغناطيسي $\vec{B}$، عزم القوة $\vec{T}$، التدفق Φ، المساحة $\vec{A}$

السؤال الأول: أحسب القوة المحصلة لمجموعة القوى الآتية:

$F_1 = 60\ N, (\theta = 37)$, $F_2 = 40\ N, (-X)$, $F_3 = 50\ N, (-y)$

السؤال الثاني: أثّرت قوة مقدارها 20 N على جسم باتجاه يصنع زاوية مقدارها $(\theta = 37)$ ،فحركته ازاحة 6 m إلى اليمين، على سطح أفقيّ. احسب الشغل الذي تبذله القوة على الجسم.

السؤال الثالث: إذا كان كل من المتجهين $A = 5u, \theta = 0$ ، و $B = 4u, \theta = 60$ ، يقعان في مستوى الورقة. فأوجد حاصل الضرب التقاطعي $A \times B$

السؤال الرابع: مثّل بالرسم الكميات المتجهة الآتية:

$V = 80\ km\backslash h$ باتجاه 60 غرب الجنوب.

$a = 3\ m\backslash s^2$ باتجاه الشمال

$F = 70\ N, (\theta = 220)$

السؤال الخامس: متجهان متساويين مقدارًا، مقدار كل منهما 5 u وناتج جمعهما 6 u باتجاه (+Y). ما مقدار الزاوية بين المتجهين؟

السؤال السادس: ما الفرق بين الضرب النقطي والضرب التقاطعي للمتجهات؟

سؤال/ أجب بنعم أو لا ، مع ذكر مثال :

1. هل يمكن أن تكون الكمية المتجهة سالبة ؟

نعم ، ولكن الاشارة السالبة تشير إلى الاتجاه وليس المقدار

مثال : القوة $\vec{F}$ تساوي $-50\,N$ ، الاشارة هنا تعني الاتجاه المعاكس .

2. هل يمكن أن تكون الكمية القياسية سالبة ؟

نعم ، ولكن الاشارة السالبة تشير الى المقدار

مثال : درجة الحرارة T تساوي $-3^{\circ}C$ ، الاشارة هنا تعني أن المقدار سالب

أي أن درجة الحرارة منخفضة تحت الصفر المئوي .

3. هل يمكن أن يكون للكمية المتجهة و الكمية القياسية الوحدة نفسها ؟

نعم ، فالمسافة كمية قياسية وتقاس بوحدة متر $[m]$ ، والازاحة كمية متجهة وتقاس بوحدة متر $[m]$ أيضاً .

4. هل يمكن أن تتساوى كميتان متجهتان في المقدار وتختلفان في الاتجاه ؟

نعم ، مثال : تؤثر في جسم قوتان متساويتان أحدهما باتجاه الشرق ، والأخرى باتجاه الغرب

القانون الثالث لنيوتن $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

5. هل يمكن أن تختلف كميتان متجهتان في المقدار وتتساوى في الاتجاه ؟

نعم ، مثال : دفع طالب كتلة بقوة $40N$ باتجاه الغرب ودفع طالب آخر الكتلة نفسها بقوة $60N$ باتجاه الغرب أيضاً .

سؤال/ في أثناء جلوسك في الغرفة الصفية سقط قلم باتجاه سطح الأرض ، حدد كميتين قياسيتين وكميتين متجهتين تتعلق بهذه الحادثة .

الكميات القياسية / زمن وصول القلم إلى الارض ، المسافة التي قطعها القلم ليصل الى الأرض

الكميات المتجهة / تسارع الجاذبية الارضية ، سرعة القلم .

ملاحظة : القوى بجميع أنواعها (قوة كهربائية ، قوة مغناطيسية ، قوة جاذبية) تعتبر كميات متجهة .

سؤال/ اذكر اختلافاً واحداً وتشابهاً واحداً بين الكمية المتجهة والكمية القياسية .

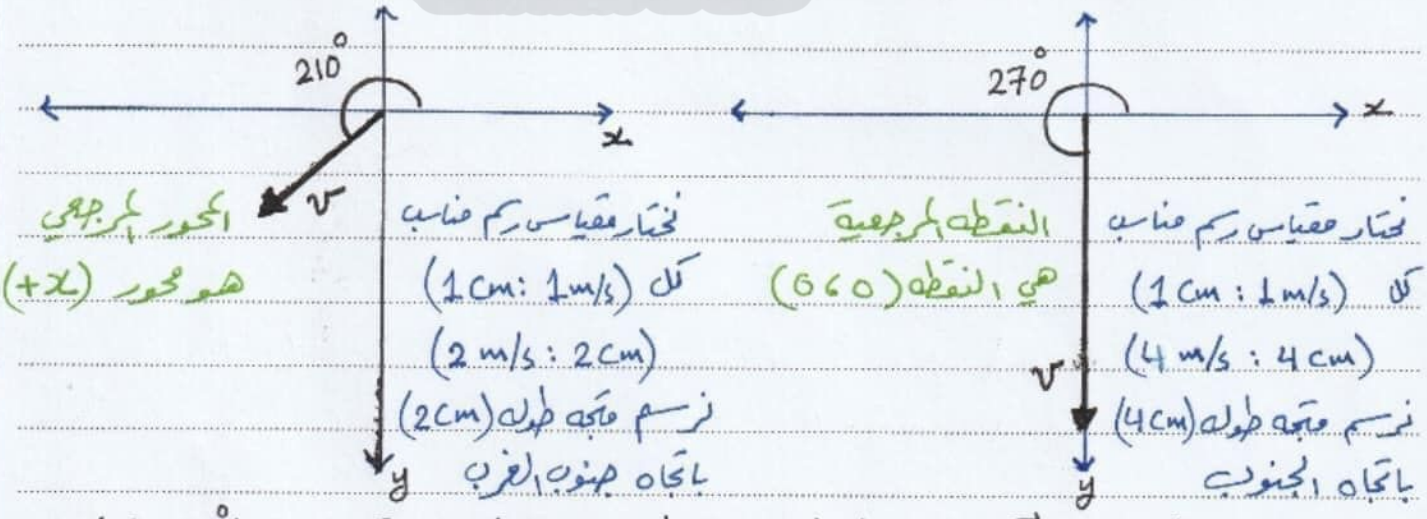
● تمثيل المتجهات بيانيًا

- نستخدم التمثيل البياني لتسهيل التعامل مع الكميات المتجهة، وإيجاد محصلة كميات متجهة عدة، وإجراء عمليات الجمع والطرح عليها.
- للكمية المتجهة مقدار يُحدّد بعدد ووحدة قياس، ولها اتجاه أيضًا.

* كيفية التمثيل البياني للمتجهات :

1. نختار مستوى إحداثي مثل (x-y)
2. نحدّد نقطة اسناد مرجعية مثل نقطة الأصل (0,0)
3. نرسم سهم يقع ذيله (نقطة بدايته) عند نقطة الأصل.
4. نحدد طول السهم الذي يمثل قيمة المتجه (المقدار) باستخدام مقياس رسم مناسب.
5. نحدد اتجاه السهم نسبة الى اتجاه مرجعي مثل (شمال، جنوب، شرق، غرب) أو باستخدام الزاوية (θ) التي يصنعها المتجه مع محور مرجعي مثل محور (+x).

مثال (1) : اكتسب جسم سرعة ($\vec{v}=4\ m/s$) باتجاه يصنع زاوية ($\theta=270^\circ$) مع محور (+x) مثل متجه السرعة بيانيًا. فإذا تحرك الجسم بسرعة ($\vec{v}=2\ m/s$) بزاوية مقدارها ($\theta=210^\circ$) مثل متجه السرعة بيانيًا مرة أخرى ثم قارن بينهما.



المحور المرجعي هو محور (+x)

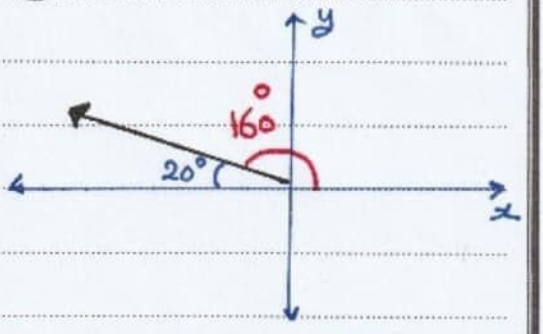
نختار مقياس رسم مناسب كل (1 cm : 1 m/s) (2 m/s : 2 cm) نرسم متجه طوله (2cm) باتجاه جنوب الغرب

النقطة المرجعية هي النقطة (0,0)

نختار مقياس رسم مناسب كل (1 cm : 1 m/s) (4 m/s : 4 cm) نرسم متجه طوله (4cm) باتجاه الجنوب

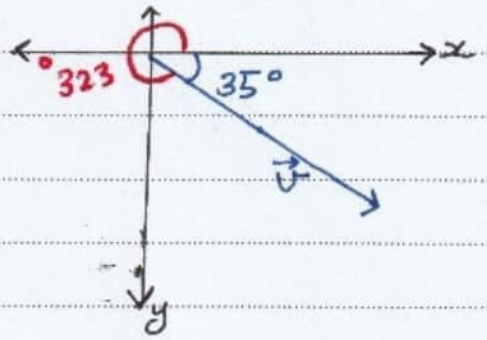
مثال (2) : تؤثر قوة ($\vec{F}$) مقدارها (30 N) في جسم يصنع زاوية مقدارها ($\theta=20^\circ$) شمال الغرب، مثل المتجه ($\vec{F}$) بيانيًا.

* كل (1 cm : 10 N) فيكون طول السهم (3 cm).
* عندما نقول شمال الغرب يعني أن نبدأ من الغرب باتجاه الشمال وقطع زاوية (20°)، وعندما نقول غرب الشمال نبدأ من الشمال باتجاه الغرب.



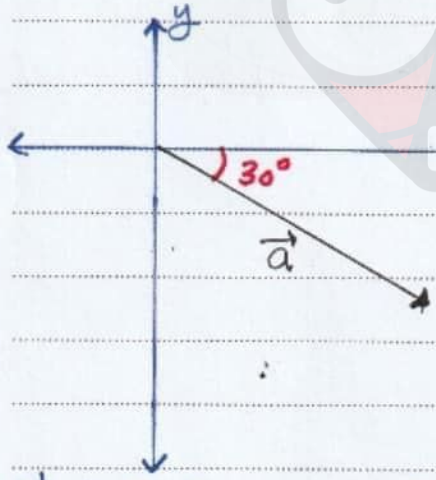
مثال (3) : تسير سيارة بسرعة ($\vec{v}$) مقدارها (35 km/h) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 37° جنوب الشرق ، مثل متجه السرعة بيانيًا .

* كل (1 cm : 10 km/h) فيكون طول السهم (3.5 cm)
* جنوب الشرق أي نبدأ من الشرق باتجاه الجنوب ونقطع زاوية مقدارها (35°) .
* الاتجاه كما هو موضح في الرسم .

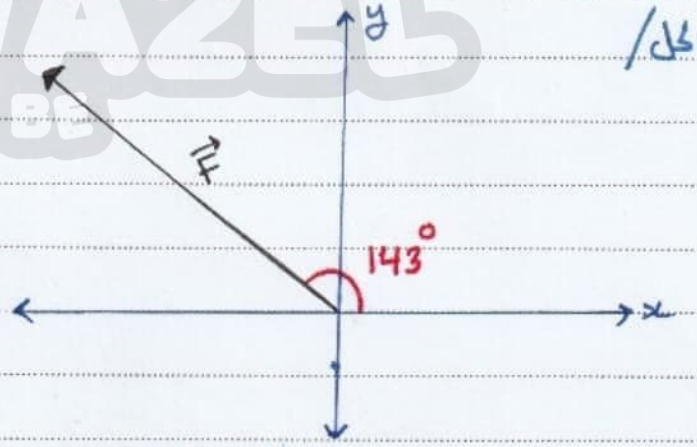


سؤال (3)/ صفحة (21) : مثّل بيانيًا الكميتين المتجهتين الآتيتين .
من الكتاب المدرسي a. قوة مغناطيسية مقدارها (0.25 N) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 143° مع محور (+x) .
b. تسارع ثابت مقداره ($4 m/s^2$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 30° جنوب الشرق .

الحل/



كل ($1 cm : 1 m/s^2$) فيكون طول السهم (4 cm) ، والاتجاه كما في الشكل .

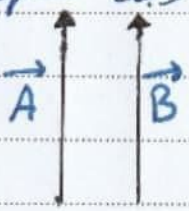


كل (1 cm : 0.05 N) فيكون طول السهم (5 cm) ، والاتجاه كما في الشكل .

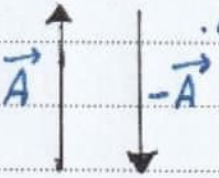
سؤال إضافي : تحرك جسم بسرعة ($\vec{v}$ = 2.5 m/s) فقطع إزاحة مقدارها ($\vec{r}$ = 4.5 m) باتجاه يصنع زاوية مقدارها ($\theta = 25°$) مع محور (+y) ، مثّل كل من متجه السرعة ومتجه الإزاحة بيانيًا على نفس الرسم البياني .

خصائص المتجهات

1. تساوي المتجهين : يتساوى المتجهان عندما يكون لهما المقدار والاتجاه نفسهما وأن يكونا من النوع نفسه.



* سالب (معكوس) المتجه هو متجه له مقدار المتجه الاصلي نفسه ولكنه يعاكسه في الاتجاه.



2. ضرب المتجه في كمية قياسية

ضرب متجه ما مثل $(\vec{B})$ في كمية قياسية مثل (n) للحصول على متجه جديد.

(n) عدد حقيقي.

* إذا كانت اشارة n موجبة فإن المتجه $n\vec{B}$ يكون في الاتجاه نفسه للمتجه $\vec{B}$
* إذا كانت اشارة n سالبة فإن المتجه $n\vec{B}$ يكون عكس اتجاه المتجه $\vec{B}$

مثال: القانون الثاني لنيوتن (متجه محصلة القوى $\Sigma\vec{F}$ هو حاصل ضرب الكتلة m في متجه التسارع $\vec{a}$)

$$\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}$$

سؤال/ لماذا يكون اتجاه التسارع $\vec{a}$ دائماً بنفس اتجاه محصلة القوى $\Sigma\vec{F}$ ؟

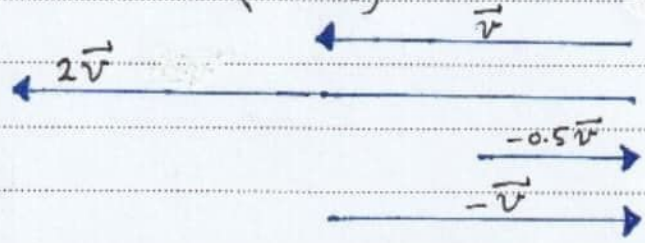
فسّر نيوتن ذلك بقانون نيوتن الثاني للحركة حيث بيّن أنّ مجموع محصلة القوى التي تؤثر على جسم ما تكون في اتجاه التسارع للجسم، فمثلاً تتسارع السيارة إلى الأمام بفعل القوة التي تنشأ من محرك السيارة وعندما تتباطئ السيارة فإنها تفعل ذلك بفعل قوة الاحتكاك التي تولدها المكابح بعكس اتجاه الحركة.

سؤال/ ما المقصود بكل مما يأتي :

- تساوي المتجهين : متجهين لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه.
- ضرب المتجه بعدد سالب : تغيير مقدار المتجه بحسب هذا العدد وعكس اتجاهه.

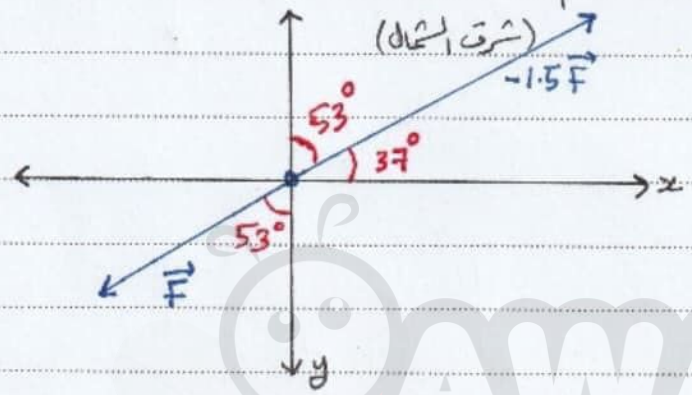
سؤال/ اذكر اختلافاً واحداً وتشابهاً واحداً بين المتجه وسالب المتجه.

مثال (1) : تتحرك عربة بسرعة متجهة $\vec{v}$ مقدارها (40 m/s) في اتجاه الغرب ، مثّل بيانياً :



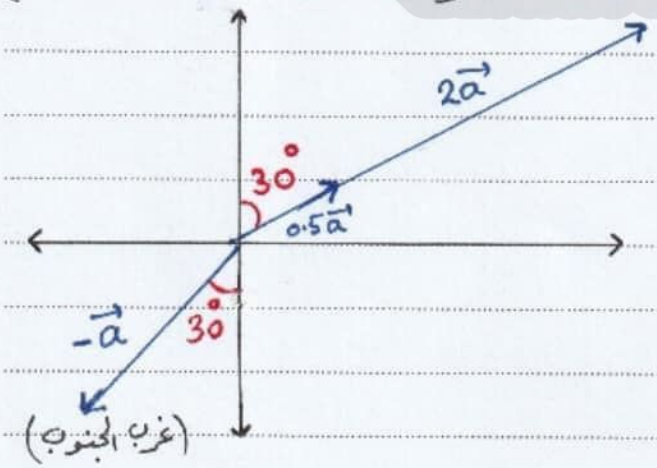
1. متجه السرعة $\vec{v}$
2. المتجه $2\vec{v}$
3. المتجه $-0.5\vec{v}$
4. سالب المتجه $\vec{v}$

مثال (2) : تؤثر قوة $\vec{F}$ مقدارها (50 N) في جسم باتجاه يصنع زاوية مقدارها ($\theta = 53^\circ$) غرب الجنوب، مثّل بيانياً :



1. متجه القوة ($\vec{F}$)
2. المتجه ($-1.5\vec{F}$)

مثال (3) : تسير سيارة بتسارع ثابت ($a = 3 m/s^2$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها ($\theta = 30^\circ$) شرق الشمال ، مثل بيانياً :



1. سالب المتجه $\vec{a}$
2. ضرب المتجه $\vec{a}$ في الرقم (2)
3. المتجه ($0.5\vec{a}$)

سؤال/ تؤثر قوة مغناطيسية ($\vec{F}$) مقدارها (20 N) في شحنة (q) متحركة بسرعة ($\vec{v}$) في مجال مغناطيسي ($\vec{B}$) ، مثّل المتجه $\vec{F}$ بيانياً إذا علمت أنّه يصنع زاوية مقدارها ($\theta = 90^\circ$) مع محور السينات الموجب .

ضرب المتجهات

يوجد نوعان من ضرب المتجهين بعضهما في بعض، هما :
الضرب القياسي (النقطي) و الضرب المتجهي.

1. الضرب القياسي (النقطي)

تذكر

$\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos(60) = \frac{1}{2}$
$\cos(45) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos(0) = 1$
$\cos(180) = -1$
$\cos(90) = 0$

* يُعرَّف الضرب القياسي لمتجهين بالصيغة الرياضية الآتية :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

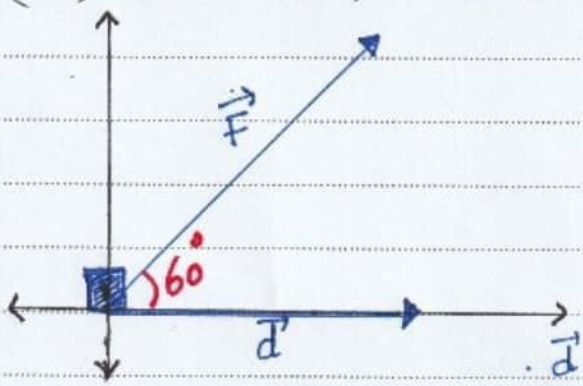
حيث : A : مقدار المتجه $\vec{A}$
B : مقدار المتجه $\vec{B}$
θ : الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$
$0 \le \theta \le 180^\circ$

* الناتج من عملية الضرب القياسي يكون كمية قياسية لها مقدار فقط.
* من التطبيقات الفيزيائية على الضرب القياسي الشغل (W) وهو حاصل الضرب القياسي لمتجه القوة ($\vec{F}$) في متجه الإزاحة ($\vec{d}$).

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$= F d \cos\theta$$

* حاصل ضرب $\vec{A} \cdot \vec{B}$ يساوي حاصل ضرب $\vec{B} \cdot \vec{A}$

مثال (1) : أثرت قوة ($\vec{F}$) مقدارها (100N) في جسم، فحركته إزاحة ($\vec{d}$) مقدارها (4m) في اتجاه الشرق. فإذا علمت أنّ الشغل (W) الذي تنجزه القوة ($\vec{F}$) يُعطى بالعلاقة ($W = \vec{F} \cdot \vec{d}$) وأنّ الزاوية بين اتجاه ($\vec{F}$) واتجاه ($\vec{d}$) (60°)



أجب عما يأتي :
1. مثّل المتجهات $\vec{F}$ و $\vec{d}$ بيانياً.
2. هل يعد الشغل كمية متجهة، وضح ذلك.
3. جد مقدار الشغل الذي أنجزته القوة

الحل / 1. مقياس الرسم (1cm : 1m)، (1cm : 20N)
2. لا، بل كمية قياسية لأنه حاصل ضرب قياسي بين $\vec{F}$ و $\vec{d}$.
3. $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta$
$= 100 \times 4 \times \cos(60)$
$= 100 \times 4 \times \frac{1}{2} = 200\ J$

2. الضرب المتجهي (التقاطعي)

* نُعرّف الضرب المتجهي لمتجهين بالصيغة الرياضية الآتية:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin\theta$$

حيث: $|\vec{A} \times \vec{B}|$: قيمة ناتج الضرب المتجهي للمتجهين $\vec{A}, \vec{B}$

A : مقدار المتجه $\vec{A}$

B : مقدار المتجه $\vec{B}$

θ : الزاوية بين المتجهين $\vec{A}, \vec{B}$

$0 \le \theta \le 180^\circ$

$\sin(60) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin(30) = \frac{1}{2}$

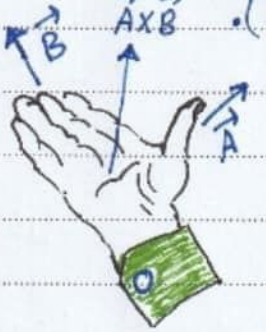
$\sin(45) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin(90) = 1$

$\sin(0) = 0$

$\sin(180) = 0$

* الناتج من عملية الضرب المتجهي يكون كمية متجهة لها مقدار واتجاه
* يكون اتجاه $\vec{A} \times \vec{B}$ عمودي مع كل من المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$
* لتحديد اتجاه $\vec{A} \times \vec{B}$ نستخدم قاعدة كف اليد اليمنى بحيث يُشير الإبهام الى اتجاه المتجه الأول $\vec{A}$ ، وتشير الاصابع الى اتجاه المتجه $\vec{B}$ فيكون اتجاه $\vec{A} \times \vec{B}$ عمودي على الكف وخارجًا منها.
* من التطبيقات الفيزيائية على الضرب المتجهي القوة المغناطيسية $(\vec{F})$ المؤثرة على شحنة كهربائية (q) متحركة بسرعة $(\vec{v})$ في مجال مغناطيسي $(\vec{B})$.



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$$

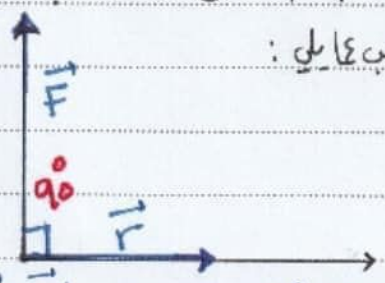
أيضًا عزم القوة $(\vec{T})$

حيث $(\vec{F})$ القوة المؤثرة و $(\vec{r})$ متجه الموقع.

* حاصل ضرب $\vec{A} \times \vec{B}$ يساوي حاصل ضرب $-\vec{B} \times \vec{A}$

مثال (1) : إذا كانت القوة المؤثرة في جسم $(\vec{F})$ تساوي $(250\,N)$ باتجاه الشمال وكان متجه الموقع $(\vec{r})$ يساوي مقدارًا $(0.3\,m)$ باتجاه الشرق، أجب عما يلي:

1. جد مقدار عزم القوة $(\vec{r} \times \vec{F})$ واتجاهه.
2. إذا تغيرت الزاوية بين $\vec{r}$ و $\vec{F}$ لتصبح (30°) فما مقدار $\vec{r} \times \vec{F}$ واتجاهه؟



الحل / 1.

$|\vec{r} \times \vec{F}| = r \times F \times \sin\theta$

$= 0.3 \times 200 \times \sin(90)$

$= 0.3 \times 200 \times 1 = 60\,N.m$

باتجاه خارج من الورقة (باتجاه محور $+Z$)

2.

$|\vec{r} \times \vec{F}| = r \times F \times \sin\theta$

$= 0.3 \times 200 \times \sin(60)$

$= 0.3 \times 200 \times \frac{1}{2} = 30\,N.m$

باتجاه محور $+Z$

أسئلة على الدرس الأول :

1 اذكر اختلافاً واحداً وتشابهاً واحداً بين الضرب القياسي والضرب المتجهي .

2 ما مقدار الزاوية بين المتجهين $\vec{F}$ و $\vec{L}$ في الحالات الآتية :

1. $\vec{F} \times \vec{L} = 0$
2. $\vec{F} \cdot \vec{L} = 0$

3 اعتماداً على العلاقة الآتية للتدفق المغناطيسي Φ ، $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ ، احسب مقدار التدفق المغناطيسي عندما تكون $(B = 0.1\ Tesla)$ و $(A = 2 \times 10^{-6}\ m^2)$ ومقدار الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ (45°) .

4 احسب مقدار الزاوية بين المتجهين: $\vec{F}$ و $\vec{r}$ التي يتساوى عندها مقدار الضرب القياسي ومقدار الضرب المتجهي للمتجهين $|\vec{r} \times \vec{F}| = \vec{r} \cdot \vec{F}$

5 متجهان : الأول $(F = 8N)$ في اتجاه محور $(-y)$ ، والثاني $(r = 5m)$ في اتجاه محور $(+x)$ ، احسب :

1. $3\vec{F}$
2. $-0.5\vec{r}$
3. $|\vec{r} \times \vec{F}|$
4. $|\vec{r} \times \vec{r}|$
5. $|\vec{F} \cdot \vec{r}|$
6. $|\vec{F} \times \vec{r}|$

6 متجهان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ مقدار كل منها (20 u) (الرمز u يعني وحدة unit) ، جد مقدار الزاوية بين المتجهين في الحالتين الآتيتين :

a. $\vec{A}.\vec{B} = 320\ u$

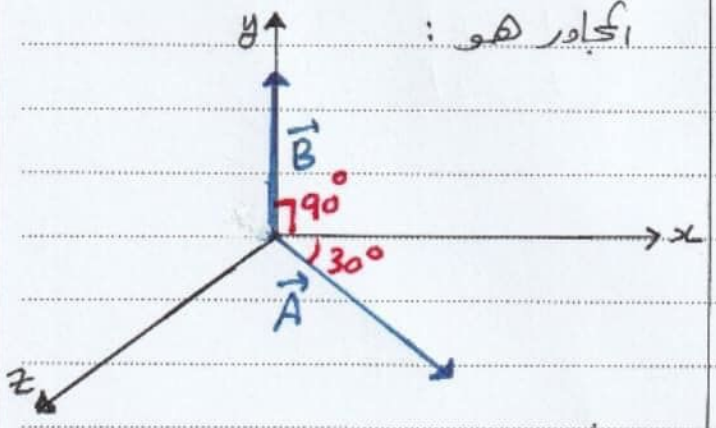
b. $|\vec{A}\times\vec{B}| = 200\ u$

7 ما مقدار الزاوية بين المتجهين : $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ في الحالتين الآتيتين :

a. $|\vec{A}\times\vec{B}| = AB$

b. $\vec{A}.\vec{B} = AB$

8 ضع دائرة حول حرف الإجابة الصحيحة : حاصل الضرب المتجهي $|\vec{A}\times\vec{B}|$ في الشكل المجاور هو :



a. $AB \sin 90^\circ$

b. $AB \sin 30^\circ$

c. $AB \sin 120^\circ$

d. $AB \cos 90^\circ$

الدرس الثاني: جمع المتجهات وطرحها

* تجمع الكميات القياسية وتطرح بطريقة بشرط أن تكون من النوع نفسه، وأن يكون لها الوحدات نفسها ويكون ناتج الجمع أو الطرح كمية قياسية أيضاً.

مثال: (١) استغرق أحمد ٤ ساعات في الدراسة، وساعتين في الرياضة وساعة في قراءة القرآن الكريم ونصف ساعة في قراءة قصة، ما هو مجموع عدد الساعات التي استغرقها أحمد؟ $٤ + ٢ + ١ + \frac{١}{٢} = ٧,٥$ ساعة.

نلاحظ أن الكميات القياسية تجمع جبرياً.

* يمكن جمع متجهين مثل $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بحيث يكون الناتج متجه جديد $\vec{A}+\vec{B}$ يختلف مقداره واتجاهه باختلاف المقدار والاتجاه لكل من المتجهين.

مثال: (١) تؤثر قوة مقدارها (20N) باتجاه الشرق وقوة أخرى مقدارها (30N) باتجاه الشرق أيضاً، ما هو مجموع القوتين؟ $20 + 30 = 50\ N$ باتجاه الشرق.

(٢) تؤثر قوة مقدارها (20N) باتجاه الشرق وقوة أخرى مقدارها (30N) باتجاه جنوب الشرق، ما هو مجموع القوتين؟

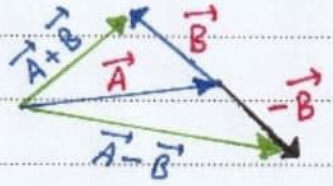
هنا لا يمكن القول أن ناتج جمع المتجهين يساوي (50N) لأن اتجاهات مختلفة.

* متجه المحصلة: هو المتجه الناتج من الجمع المتجهي لمتجهات عدة على أن تكون المتجهات من النوع نفسه ويرمز إليه بالرمز $(\vec{R})$.

* جمع المتجهات: جمع متجهي للكميات المتجهة يراعى فيه المقدار والاتجاه وليس جمع جبري.

* عند طرح المتجه $\vec{B}$ من المتجه $\vec{A}$ أي $(\vec{A}-\vec{B})$ فإن المتجه $\vec{A}$ يجمع مع معكوس المتجه الثاني $\vec{B}$ أي أن $\vec{A}-\vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

* طرح المتجهات: طرح متجهي للكميات المتجهة يراعى فيه المقدار والاتجاه وليس طرح جبري.



* محصّلة متجهات عدّة

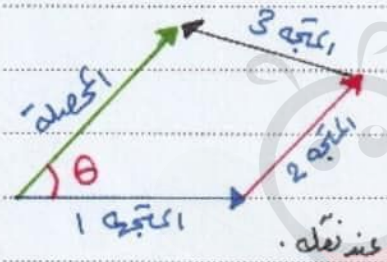
لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر سواء أكانت في بعد واحد أو بعدين نستخدم إحدى الطريقتين الآتيتين :

١ الطريقة البيانية (الرسم) : طريقة لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر بالرسم وتلخيصه بتمثيل المتجهات المراد جمعها بأسهم ثم تركيب تلك الأسهم إما بطريقة متوازي الأضلاع أو طريقة المضلع (الذيل على الرأس)

* طريقة المضلع (الذيل على الرأس) :

تستخدم هذه الطريقة لإيجاد محصلة العديد من المتجهات بيانياً كالآتي :

١. اختيار مقياس رسم مناسب.



٢. رسم الأسهم تمثل المتجهات المراد جمعها (ايجاد محصلتها).

٣. رسم المتجه الأول

٤. رسم المتجه الثاني (بحيث يقع ذيله عند رأس المتجه الأول).

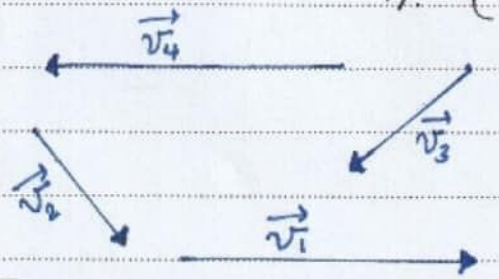
وهكذا الحال لباقي المتجهات، مع الحفاظ على طول السهم واتجاهه عند نقله.

٥. رسم سهم من ذيل المتجه الأول الى رأس المتجه الاخير ليمثل طوله مقدار المحصلة مع مراعاة مقياس الرسم، ويمثل اتجاهه قياس الزاوية θ كما في الشكل السابق.

مثال (١) : تؤثر ثلاث قوى في جسم ($\vec{F_1} = 30\,N$ ، $+y$ ، $\vec{F_2} = 50\,N$ ، 143° ، $\vec{F_3} = 60\,N$ ، $-y$) جد مقدار واتجاه محصلة القوى المؤثرة في الجسم بيانياً.

(٢) : شحنة كهربائية تؤثر فيها ثلاث قوى كهربائية ($\vec{F_1} = 200\,N$ ، $-y$ ، $\vec{F_2} = 300\,N$ ، 127° ، $\vec{F_3} = 300\,N$ ، $-x$) جد مقدار محصلة القوى الكهربائية واتجاهها بيانياً.

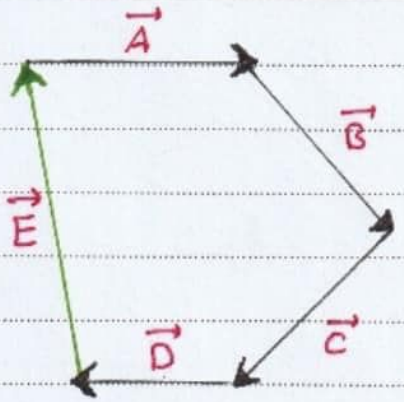
(٣) : مثّلت أربعة متجهات للسرعة ($\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$ ، $\vec{v_3}$ ، $\vec{v_4}$) بالرسم كما في الشكل المجاور وذلك باستخدام مقياس الرسم ($1\,cm : 5\,m/s$). جد :



١. مقدار متجه محصلة السرعة، واتجاهه.

٢. $\vec{v_1} + \vec{v_2} + 2\vec{v_3} - \vec{v_4}$

(٤) اعتماداً على الشكل المجاور :



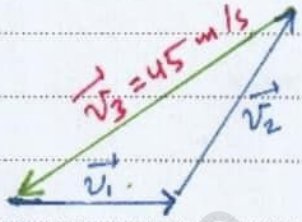
١. ما محصلة المتجهات الممثلة في الرسم.

٢. جد بيانياً محصلة المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

٣. اثبت بالرسم أنّ $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=-\vec{D}+(-\vec{E})$

H.W ☺

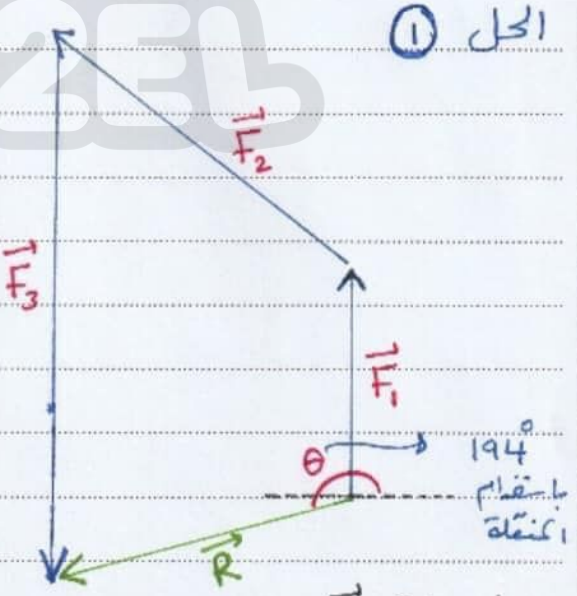
(٥) ثلاثة متجهات للسرعة تشكل مثلثاً مغلقاً كما في الشكل المجاور، جد :



١. $\vec{v_1}+\vec{v_2}$

٢. محصلة المتجهات الثلاثة .

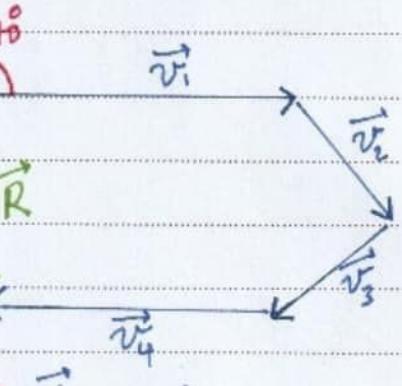
الحل ①



طول المتجه $\vec{R}$ يساوي 4.1 cm

مقياس الرسم (1cm : 10 N)

لذلك $\vec{R}=41$ N, 194°



② (c)

طول المتجه $\vec{R}$ يساوي 5 cm

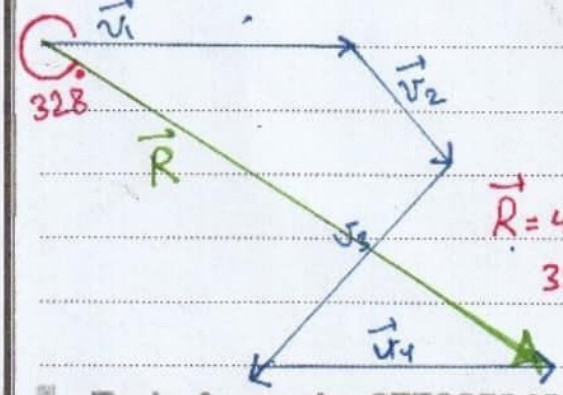
مقياس الرسم (1cm : 100 N)

لذلك $\vec{R}=500$ N, 174°

③ (a)

$\vec{R}=25$ m/s

270°



(b)

$\vec{R}=40$ m/s

328°

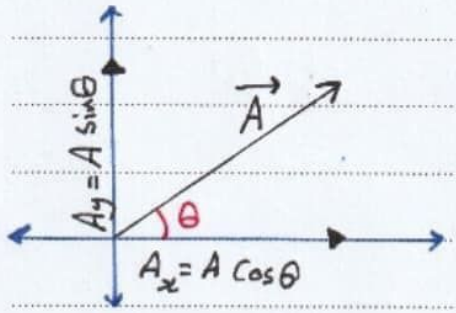
⑤ (a) : $\vec{v_1}+\vec{v_2}=\vec{v_3}=45$ m/s

(+x) مع 223°

(b) $\vec{v_1}+\vec{v_2}+\vec{v_3}=0$

٣ الطريقة التحليلية : طريقة رياضية لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر من خلال تحليل المتجهات الى مركباتها وهي اكثر دقة من الطريقة البيانية .

* تحليل المتجهات : استبدال متجه بمتجهين متعامدين (على محوري x-y مثلاً) يُسميان مركبتي المتجه ومحصلتهما بالمتجه نفسه ، ويتحدان في نقطة البداية.



* المركبة الأفقية A_x : تمثل مسقط المتجه $\vec{A}$ على محور (+x).

* المركبة العمودية A_y : تمثل مسقط المتجه $\vec{A}$ على محور (+y).

$$\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y}$$

الربع الثاني	الربع الأول
A_x , A_y − +	A_x , A_y + +
A_x , A_y − − الربع الثالث	A_x , A_y + − الربع الرابع

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A\sin\theta$$

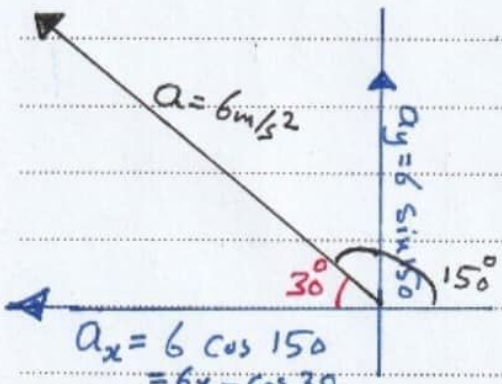
* تتغير اشارة المركبتين A_x و A_y بحسب الربع الذي يقع فيه المتجه .

نظرية فيثاغورس $\Rightarrow$ $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

الزاوية بين المتجه ومحور (+x) . $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$ (معكوس)

* تحدد اشارة الزاوية (θ) من معرفة اشارة كل من (A_x) و (A_y).

مثال (١) : تتحرك مركبة بتسارع ثابت ($a = 6\ m/s^2, 150^\circ$) ، جد مقدار المركبتين a_x ، a_y للتسارع وحدد اتجاههما .

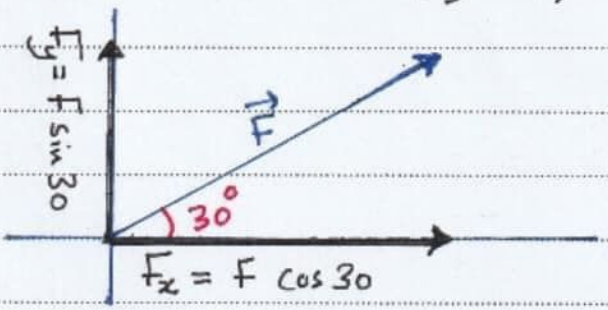


$$a_x = a\cos\theta = 6\cos(150) = 6 * -\cos(30)$$
$$= -5.2\ m/s^2$$

$$a_y = a\sin\theta = 6\sin(150) = 6 \times \sin(30)$$
$$= 6 \times \frac{1}{2} = 3\ m/s^2$$

حسب الرسم فإن المتجه $\vec{a}$ يقع في الربع الثاني .

مثال(٢): يسحب عمر صندوق بقوة (100N) في اتجاه يصنع زاوية θ مقدارها (30°) مع محور +x جد مقدار كل من المركبتين (Fy ، Fx) للقوة ، محددًا اتجاهها.



$F_x = F\cos\theta = 100\cos 30$

$= \frac{50}{100}\frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\ N$

$F_y = F\sin\theta = 100\sin 30$

$= 100\times\frac{1}{2} = 50\ N$

سيتجاه عمر قوة أقل إذا قلت الزاوية θ عن 30° .

مثال(٣): أطلقت قذيفة بسرعة v وكانت المركبة الأفقية للسرعة (-20 m/s) والمركبة العمودية لها (40 m/s) جد مقدار السرعة v واتجاهها.

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-20)^2 + (40)^2}$

$= \sqrt{400 + 1600}$

$= \sqrt{2000} = 44.7\ m/s$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{-20}\right)$

$= \tan^{-1}(-2)$

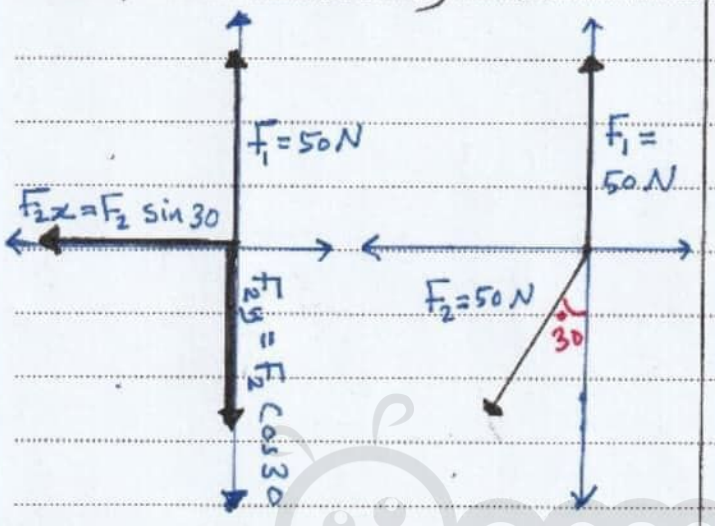
مع محور (-x)

$= -63.4° \rightsquigarrow$

$\theta = 180 - 63.4$

$= 116.5° \rightsquigarrow$ مع محور (+x)

مثال(٤): تؤثر قوتان ($F_1 = 50N$) باتجاه الشمال و($F_2 = 50N$) باتجاه غرب الجنوب بزاوية مقدارها (30°) ، جد مقدار المركبتين F_y ، F_x لكل قوة محددًا اتجاهها.



$F_{2x} = F_2\sin 30 = 50\times\frac{1}{2} = 25\ N$

$F_{2y} = F_2\cos 30 = 50\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\ N$

$F_{1x} = 0 = F_1\cos 90 = 0$

$F_{1y} = F_1\sin 90 = 50\times 1 = 50\ N$

مثال(٥): أكمل الفراغ في الجدول الآتي:

المتجه	المركبة الأفقية	المركبة العمودية
$\vec{d} = 8m, 53°$	4.81	6.38
$\vec{F} = 10, 126.8°$	6N	-8N
$\vec{v} = \sqrt{200}\ m/s, 45°$	10 m/s	10

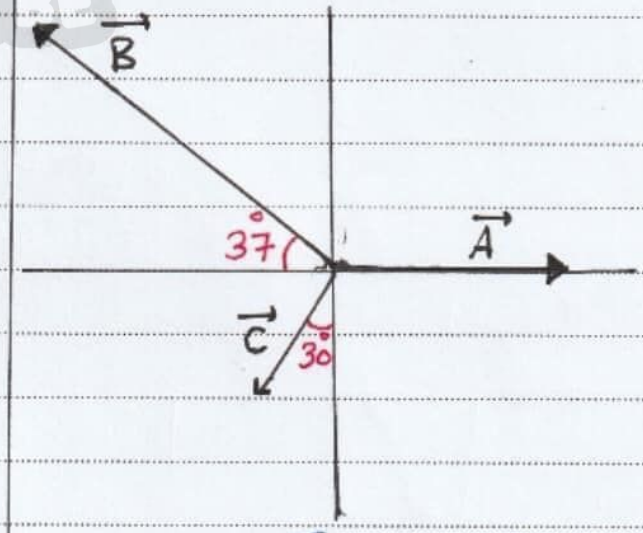
* محصلة المتجهات بالطريقة التحليلية :

لإيجاد مقدار واتجاه لمحصلة متجهين أو أكثر بالطريقة التحليلية، اتبع ما يلي :

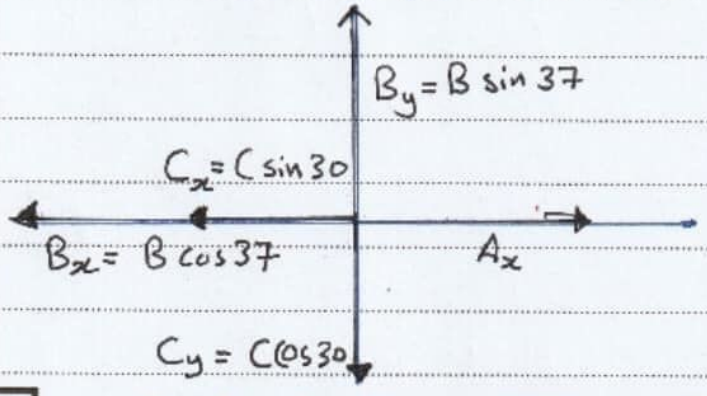
١. ارسم المتجهات بحيث يبدأ كل متجه بنقطة الأصل.
٢. حلل كل متجه الى مركبتيه.
٣. جد محصلة المتجهات على محور (x) R_x
٤. جد محصلة المتجهات على محور (y) R_y
٥. جد مقدار المحصلة الكلية $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$
٦. حدد اتجاه المحصلة الكلية $\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$

حيث α الزاوية ما بين اتجاه المحصلة $\vec{R}$ ومحور x .

مثال (١) : ثلاثة متجهات ($A=3u$ ، $B=5u$ ، $C=2u$) كما في الشكل المجاور. جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة التحليلية.



الحل : نحلل كل متجه الى مركبتيه :



$A_x = A\cos(0) = 3 \times 1 = 3u$

$A_y = 0$

الربع الثاني

$B_x = B\cos(37) = 5 \times -0.8 = -4u$

$B_y = B\sin(37) = 5 \times 0.6 = 3u$

$C_x = C\sin(30) = 2 \times \frac{-1}{2} = -1u$

الربع الثالث

$C_y = C\cos(30) = 2 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}u$

$R_x = A_x + B_x + C_x = 3 + -4 + -1$

$= -2u$

$R_y = A_y + B_y + C_y = 0 + 3 + -\sqrt{3}$

$= 1.26u$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (1.26)^2}$

$= 2.36u$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.26}{-2}\right)$

$= -32.2$

$\alpha = 180 + -32.2$

$= 147.8^\circ$

مثال(٢): قوتان متساويتان في المقدار، ما أكبر قيمة لمحصلتهما؟ وما أقل قيمة؟

- أكبر قيمة لمحصلتهما عند ($\theta=0$) أي أنهما بنفس الاتجاه.
- أقل قيمة لمحصلتهما عند ($\theta=180$) أي أنهما بعكس الاتجاه.

مثال(٣): ما مقدار الزاوية التي تطلق بها كرة قدم بسرعة متجهة $\vec{v}$. بحيث:

١. تساوي المركبة العمودية صفر ($v_y=0$).
٢. تساوي المركبة الأفقية ($v_x=v$)

الحل:

١. $v_y = v \sin\theta$

تكون v_y تساوي صفر عندما ($\theta=0, 180$).

٢. $v_x = v \cos\theta$

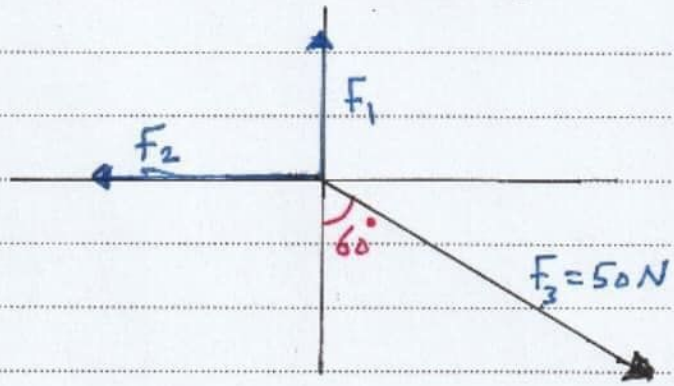
تكون v_x تساوي v عند ($\theta=0$).

سؤال: قارن بين كل مما يأتي: H.W

١. جمع المتجهات وتحليلها.
٢. جمع المتجهات ومحصلتها.
٣. جمع المتجهات وطرحها
٤. الطريقة التحليلية والطريقة البيانية.

أسئلة :

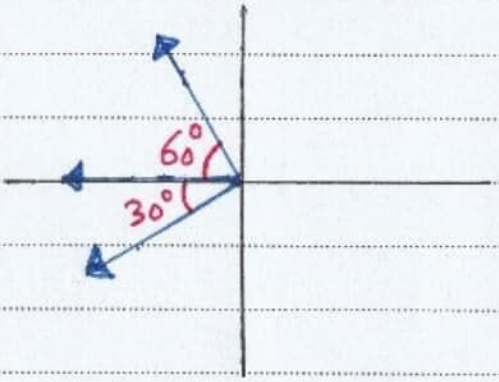
① في الشكل المجاور، تؤثر ثلاث قوى في نقطة مادية، إذا علمت أنّ محصلة تلك القوى تساوي صفرًا. جد مقدار كل من القوتين الأولى والثانية.



② ثلاثة قوى تحاول سحب صخرة كبيرة، إذا أثر كل منها بقوة ($F = 4000\ N$) كما في الشكل:

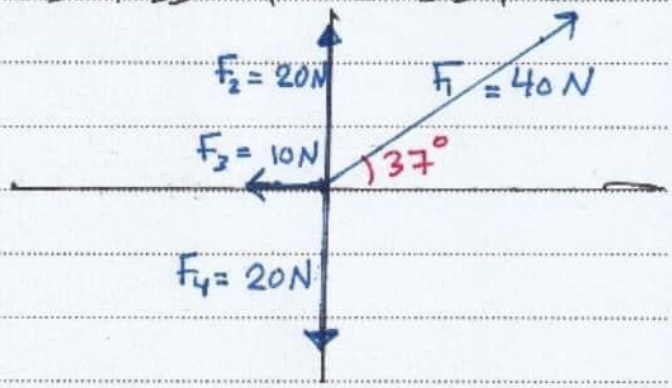
١. جد مقدار محصلة القوى

٢. في اي اتجاه ستتحرك الصخرة



AWA2EL LEARN 2 BE

(٣) تؤثر قوى عدّة في جسم كما في الشكل المجاور ، جد مقدار والاتجاه لمحصلة القوى المؤثرة في الجسم بالطريقة التحليلية.



(٣) ثلاثة قوارب كل منها يؤثر بقوة في منزل عائم في الماء لسحبه كما في الشكل فإذا تحرك المنزل باتجاه (+y) جد :

١. مقدار القوة F_1

٢. مقدار محصلة القوى الثلاث واتجاهها.