"مكثّف التكامل"

SHEFA' AL HERSH

أ.محمّد عوّاد

الوحدة الرابعة

الدّرس الأوّل

قواعد التكامل :

$$\int \text{عدد}\ dx \Rightarrow \text{عدد}\ x + v$$

$$\int x^n\ dx \Rightarrow \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int \text{عدد}\ x^n\ dx \Rightarrow \frac{\text{عدد}\ x^{n+1}}{n+1} + c$$

سؤال 1

$f(x) = -2x^6$ **جد اقترانًا أصليًا**
$\int (10x^4 + 8x^{-3})\,dx$
$\int \left(3x^{-2} + 6x^{-\frac{1}{2}} + x - 4\right) dx$

① **أوجد الاقتران الأصلي للاقتران :**

$f(x) = -3x^{-4}$

$a)\ g(x) = x^{-3} + c$

$b)\ g(x) = x^{-4} + c$

$c)\ g(x) = -12x^{-5} + c$

② **احسب اقتران أصلي للاقتران :**

$f(x) = -9x^{10}$

$a)\ g(x) = x^{-9} + c$

$b)\ g(x) = 90x^{11} + c$

$c)\ g(x) = x^8 + c$

③ **قيمة** $\int 3x^2\,dx$ **هو :**

$a)\ 5x^3 + c$ $\quad b)\ x^3 + c$ $\quad c)\ 6x + c$

قواعد التكامل (المحرمات)

قاعدة الجذر

$$\int \sqrt{\quad}\ dx \rightarrow \int (\quad)^{\frac{\text{داخل}}{\text{خارج}}}$$

$\int \sqrt{x}\,dx$	$\int \sqrt[3]{x}\,dx$	$\int (3\sqrt{x})\,dx$

④ **قيمة** $\int \sqrt[5]{x^2}\,dx$ **هو :**

$a)\ \frac{5}{7}\sqrt[5]{x^7} + c$

$b)\ \sqrt[5]{x^2} + c$

$c)\ \sqrt[5]{x^3} + c$

قاعد الضرب

$$\int (\quad)(\quad)\,dx$$

$\int x(x^3 - 7)dx$
$\int (3x + 2)(x - 1)dx$
$\int \sqrt{x}\,(x - 1)dx$
$\int (x - 1)^2\ dx$

0788118727

الوحدة الرابعة

$\int x(x+1)^2\ dx$
$\int (x-1)(x-3)(x+5)\ dx$

⑤ قيمة $\int (3x-4)^2\ dx$ تساوي :

$a)\ 3x^3-12x^2+16x+c$

$b)\ x^2-4x+8+c$

$c)\ x^3+x^2-4x+c$

$d)\ x^3-4x+c$

"قسمة"

① $\int \frac{\text{عدد}}{x^n}\ dx$ $\int$ عدد $x^{-n}\ dx$

$\int \left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx$	$\int \frac{10}{\sqrt{x}}dx$	$\int \left(\frac{x^2}{3}+\frac{3}{x^2}\right)dx$

③ $\int \frac{ax^m+b}{x^n}\ dx \Rightarrow \int \frac{a\,x^m}{x^n}+\frac{b}{x^n}\ dx$

2. $\int \frac{8x^3+5x}{x}\ dx$	3. $\int \frac{4x^3-2}{x^3}dx$	4. $\int \frac{x^4-8x^3}{x^2}dx$

④ $\int \frac{\text{معادلة كبيرة}}{\text{معادلة صغيرة}}\ dx$

① $\int \frac{x^2-1}{x-1}\ dx$	② $\int \frac{4-x^2}{2+x}\ dx$	③ $\int \frac{x^2-25}{x-5}\ dx$
④ $\int \frac{x^2-x-6}{x-3}\ dx$	⑤ $\int \frac{x^2+2x+1}{x+1}\ dx$	⑥ $\int \frac{x^2+3x-4}{x+4}\ dx$
⑦ $\int \frac{x^3+8}{x+2}\ dx$	⑧ $\int \frac{x^3-8}{x-2}\ dx$	⑨ $\int \frac{x^3+27}{x+3}\ dx$
⑩ $\int \frac{x^2+2x}{x+2}\ dx$	⑪ $\int \frac{2x^3+2}{x+1}\ dx$	⑫ $\int \frac{2x^2-2}{x-1}\ dx$

0788118727

الوحدة الرابعة

سؤال 2

تبرير : إذا كان : $\int (\frac{P}{2x^2} + Q)\ dx = \frac{2}{x} + 10x + c$ **, فجد قيمة كل من الثابت P والثابت Q**

■ واجب بيتي :

احسب قيمة التكاملات التالية :

① $\int x^2 + 5x - 7\ dx$

② $\int 5x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 4x - 3\ dx$

③ $\int \sqrt[3]{x^2} + \frac{7}{x^2}\ dx$

④ $\int (2x + 3)(x^2 - 4)\ dx$

⑤ $\int x^2(1 + \frac{1}{x^2})\ dx$

⑥ $\int \sqrt{x}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

⑦ $\int (3x + 3)^2\ dx$

⑧ $\int \frac{x^2 + 5}{x^2}\ dx$

⑨ $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 6}{x^2}\ dx$

⑩ $\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^4}\ dx$

⑪ $\int \frac{x^2 - 9}{x - 3}\ dx$

⑫ $\int \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}\ dx$

⑬ $\int \frac{x^2 - 2x - 15}{x - 5}\ dx$

⑭ $\int \frac{x^3 - 8}{x - 2}\ dx$

⑮ $\int (x + 2)(x - 1)(x + 3)\ dx$

⑯

إذا كانت :

$\int ax^2 + bx + c\ dx = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x + c$

فما قيم a , b , c **؟**

0788118727

الوحدة الرابعة

أسئلة وزارية

① إذا كان $f(x) = -7x^{-8}$ فإن أي اقتران أصلي للاقتران $f(x)$ يكتب على الصورة:

$a)\ G(x) = -8x^{-7} + c$

$b)\ G(x) = x^{-8} + c$

$c)\ G(x) = -8x^{-9} + c$

$d)\ G(x) = x^{-7} + c$

② $\int \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\ .dx$ هو:

$a)\ 3\sqrt[3]{x^2} + c$

$b)\ \sqrt[3]{x^2} + c$

$c)\ \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2} + c$

$d)\ \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} + c$

③ $\int \frac{x^2 - 4}{x - 2}\ .dx$ هو:

$a)\ x^2 - 2x + c$

$b)\ x^2 + 2x + c$

$c)\ \frac{1}{2}x^2 + 2x + c$

$d)\ \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$

④ إذا كان $f(x) = -3x^{-4}$ فإن أي اقتران أصلي للاقتران $f(x)$ يكتب على الصورة:

$a)\ G(x) = \frac{1}{x^3} + c$

$b)\ G(x) = -\frac{1}{x^3} + c$

$c)\ G(x) = 3x^{-3} + c$

$d)\ G(x) = -3x^{-3} + c$

⑤ $\int \frac{7x - 2x^2}{x}\ .dx$ هو:

$a)\ 7x - 2x^2 + c$

$b)\ 7x - x^2 + c$

$c)\ \frac{7}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + c$

$d)\ \frac{7}{2}x - \frac{2}{3}x^2 + c$

⑥ $\int x(x^4 - 3)\ .dx$ هو:

$a)\ \frac{1}{5}x^5 - 3x + c$

$b)\ \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^2 + c$

$c)\ \frac{1}{6}x^6 - \frac{3}{2}x^2 + c$

$d)\ \frac{1}{6}x^6 - 3x + c$

0788118727

الوحدة الرابعة

مكثّف الدّرس الثّاني

المطلوب

قاعدة الاقتران

$h(x), f(x), g(x), \ldots.$

(كلها أشكال ممكنة لقاعدة الاقتران)

المُعطى

مشتقة الاقتران $f'(x), \frac{dy}{dx}$

أو معدل التغير أو ميل المنحنى

(كلها اسماء مختلفة تدل على المشتقة)

الشرط الأولي ⇐ نقطة يمر بها المنحنى (x,y)

$f(x) = y$

طريقة الحل

- كامل
- أوجد C
- نقطة أولى + قيمة C

سؤال 1

أجد قاعدة الاقتران $f(x)$ إذا كان $f'(x) = 3x^2 + 4x - 3$ ومر منحناه بالنقطة $(2\ ,4)$

سؤال 2

أجد قاعدة الاقتران $f(x)$ إذا كان $f'(x) = 6x^2 + 5$ ومر منحناه بالنقطة $(1\ ,9)$

سؤال 3

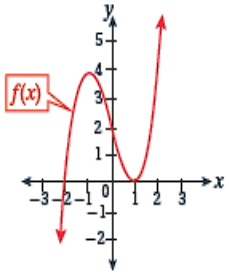
إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x + 8$ ، ومَرَّ منحناها بنقطة الأصل، فأجد الإحداثي x لجميع نقاط تقاطع منحنى العلاقة مع المحور x، مُبرِّرًا إجابتي.

0788118727

الوحدة الرابعة

سؤال 4

يُبيِّن الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$ ، حيث: $f'(x) = 3x^2 - 3$ ، أجد قاعدة الاقتران $f(x)$



سؤال 5

يُمثِّل الاقتران: $S(t) = 500\sqrt[4]{t}$ مُعدَّل تغيُّر المبيعات الشهرية لهاتف جديد، حيث t عدد الأشهر منذ طرح الهاتف في الأسواق، و $S(t)$ عدد الهواتف المَبيعة شهريًّا. أجد $S(t)$ ، علمًا بأنَّ $S(0) = 0$

سؤال 6

يمثل الاقتران $C'(x) = 0.3x^2 + 2x$ التكلفة الحدية (بالدينار) لكل قطعة تُنتج في إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المنتجة، و $C(x)$ تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار، أجد اقتران التكلفة $C(x)$ علماً بأن تكلفة إنتاج 10 قطع هي $JD\ 2200$

سؤال 7

يتحرَّك جُسَيْم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = 3t^2 - 12t + 11$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجُسَيْم حركته من نقطة الأصل، فأجد موقعه بعد ثانيتين من بَدْء الحركة.

سؤال 8

يتحرك جسيم في مسار مستقيم، ويُعطى تسارعه بالاقتران $a(t) = 4t - 4$ حيث t الزمن بالثواني، و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع، إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة متجهة مقدارها $5\ m/s$ ، فأجد موقعه بعد 3 ثوانٍ من بدء الحركة.

أسئلة وزارية

① إذا كان $f'(x) = 12x^2 + 4x$, فإن قاعدة الاقتران $f(x)$ الذي يمر منحناه بالنقطة $(1, 9)$ هي :

$a)\ f(x) = 12x^3 + 4x^2 + 5$

$b)\ f(x) = 12x^3 + 4x^2 - 5$

$c)\ f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3$

$d)\ f(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3$

---

② يتحرك جسيم في مسار مستقيم وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران :

$v(t) = 6t^2 - 4$, حيث t الزمن بالثواني , و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية ,

إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو $4m$, فجد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة

---

③ إذا كان $f'(x) = 3x^2 - 4$, فإن قاعدة الاقتران $f(x)$ الذي يمر منحناه بالنقطة $(1, 0)$ هي :

$a)\ f(x) = x^3 - 4x + 3$

$b)\ f(x) = x^3 - 4x - 3$

$c)\ f(x) = x^3 - 4x + 1$

$d)\ f(x) = x^3 - 4x - 1$

④ إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ هو $f'(x) = 4\sqrt[3]{x} - 2x$, فما قاعدة الاقتران $f(x)$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة $(1, 12)$ ؟

الوحدة الرابعة

مكثّف الدّرس الثّالث

سؤال 1

$$\int_0^1 (2x-5)\,dx$$

$$\int_1^9 \left(\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{x}}\right)dx$$

$$\int_0^6 x(6-x)\,dx$$

$$\int_1^6 \left(6x-\frac{12}{x^4}+3\right)dx$$

$$\int_1^2 \frac{x^2+x^3}{x}\,dx$$

تغيُّر التكلفة : يُمثِّل الاقتران: $C'(x)=6x+1$ التكلفة الحدّية (بالدينار) لكل قطعة تُنتِجها إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المُنتجة، و $C(x)$ تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار. أجد مقدار التغيُّر في التكلفة عند زيادة الشركة إنتاجها من 10 قطع إلى 20 قطعة شهريًّا.

تلوُّث : يُلوِّث مصنعٌ بحيرةً بمُعدَّل يُمكِن نمذجته بالاقتران: $N'(t)=280t^{3/2}$ ، حيث t عدد الأشهر منذ الآن، و $N(t)$ عدد الكيلوغرامات من المُلوِّثات التي يطرحها المصنع في البحيرة. كم كيلوغرامًا من المُلوِّثات يدخل البحيرة منذ الآن حتى 4 أشهر؟

سؤال 2

إذا كان $\int_1^m (2x+3)\,dx=6$ فأجد قيمة الثابت m

سؤال 3

إذا كان $\int_1^k \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx=3$ فأجد قيمة الثابت k

---

سؤال 4

إذا كان: $\int_1^m (6x-10)\,dx=4$ ، فأجد قيمة الثابت m .

0788118727

سؤال 5

إذا كان: $\int_1^5 (2ax+7)\,dx = 4a^2$ ، فأجد قيمة الثابت a

سؤال 6

إذا كان $\int_3^1 g(x)\,dx = 8$

$\int_5^3 g(x)\,dx = 7$, فأوجد $\int_5^3 g(x)\,dx$

سؤال 7

إذا كان $\int_0^5 2f(x)\,dx = 10$

$\int_0^7 \frac{f(x)}{3}\,dx = -4$, فأوجد $\int_5^7 f(x)\,dx$

سؤال 8

$\int_1^2 f(x)\,dx = -4$

$\int_1^5 f(x)\,dx = 6$

$\int_1^5 g(x)\,dx = 8$

فأجد قيمة كلٌّ ممّا يأتي :

1) $\int_2^2 g(x)\,dx$

2) $\int_5^1 (g(x)-2)\,dx$

3) $\int_1^2 (3f(x)+x)\,dx$

4) $\int_2^5 f(x)\,dx$

5) $\int_1^5 (f(x)-g(x))\,dx$

سؤال 9

إذا كان :

$f(x) = \begin{cases} 12 & , \ x < 2 \\ 3x^2 & , \ x \geq 2 \end{cases}$ فأجد قيمة $\int_1^4 f(x)\,dx$

سؤال 10

a) إذا كان $f(x) = |x-3|$ فأجد قيمة

$\int_{-1}^4 f(x)\,dx$

الوحدة الرابعة

واجب

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

① $\int_1^3 x^3\,dx$ تساوي

$a)\ 10$ $b)\ 20$ $c)15$

② $\int_{-2}^5 9-2x\,dx$ تساوي

$a)\ 42$ $b)\ 41$ $c)10$

③ $\int_0^1 x^2(6x^3+3)\ dx$

$a)\ 1$ $b)\ 2$ $c)3$

④ $\int_2^3 3x^2-6x+7\ dx$

$a)\ 10$ $b)\ -10$ $c)11$

⑤ $\int_1^3 \frac{8}{x^3}\ dx$

$a)\ 8$ $b)\ 9$ $c)\ -8$

⑥ $\int_1^9 \frac{5}{\sqrt{x}}\ dx$

$a)\ 20$ $b)\ -3$ $c)3$

$\int_0^3 |2-x|\,dx$

$\int_0^7 |2x-1|\,dx$

$\int_{-3}^4 |x|\,dx$

$\int_0^5 (|x+3|-5)\,dx$

الوحدة الرابعة

⑦ $\int_1^3 \frac{4x^3+5x^2-6}{x^2}\,dx$

$a)\ 20 \qquad b)21 \qquad c)22$

⑧ $\int_0^2 \frac{x^2-4}{x-2}\,dx$

$a)\ -6 \qquad b)6 \qquad c)7$

⑨ $\int_1^a 3x^2\ dx = 26$

فما قيم a تساوي :

$a)\ 3 \qquad b)\ -3 \qquad c)2$

⑩ $\int_1^b 2x\ dx = 15$

فإن قيمة b تساوي :

$a)\ 4 \qquad b)\ -4 \qquad c)4\ ,-4$

⑪ $\int_1^b \frac{7}{\sqrt{x}}dx = 42$

فإن قيمة b تساوي :

$a)\ 16 \qquad b)6 \qquad c)\ -16$

⑫ $\int_1^a 2x+5\ dx = 18$

فما قيم a تساوي :

$a)\ 3 \qquad b)\ -8 \qquad c)3\ ,-8$

⑬ $\int_{b^3-1}^7 f(x)\,dx = 0$

فإن قيمة b تساوي :

$a)\ 2 \qquad b)\ -2 \qquad c)\ -1$

⑭ $\int_4^{-2} f(x)\,dx = -7$ إذا كانت

فإن قيمة $\int_{-2}^4 f(x)\,dx$ تساوي :

$a)\ 4 \qquad b)7 \qquad c)\ -2$

⑮ $\int_1^4 f(x)\,dx = 15$ إذا كانت

فإن قيمة $\int_1^4 \frac{f(x)}{3}dx$ تساوي :

$a)\ 5 \qquad b)1 \qquad c)\ -2$

⑯ $\int_1^5 f(x)\,dx = 10$ إذا كانت

$\int_1^5 g(x) = -8$

فإن قيمة $\int_5^1 g(x)+f(x)\ dx$ تساوي :

$a)\ 2 \qquad b)\ -2 \qquad c)18$

⑰ $\int_1^4 3f(x)+2x\ dx = 33$ إذا كانت

فإن قيمة $\int_1^4 2f(x)\ dx$ تساوي :

$a)\ 27 \qquad b)12 \qquad c)3$

⑱ $\int_1^5 f(x) = 11\ ,\int_1^7 f(x) = 20$

احسب $\int_5^7 f(x)\,dx$

$a)\ 7 \qquad b)3 \qquad c)9$

أسئلة وزارية

• إذا كان $\int_{-3}^{2} f(x)dx =$

$\int_{-3}^{2} g(x)dx = 2$, -5 , فأجب عن الفقرتين 1 , 2 الآتيين :

1. قيمة $\int_{-3}^{2}(f(x)-2g(x))dx$ تساوي :

$a) -1$ $b) 1$

$c) -9$ $d) 9$

2. قيمة $\int_{2}^{-3}(f(x)+4)dx$ تساوي :

$a) -25$ $b) 25$

$c) 15$ $d) -15$

---

③ إذا كان $\int_{0}^{k} 6x^2dx = 16$, فإن قيمة الثابت k تساوي :

$a) -2$ $b) 2$

$c) -4$ $d) 4$

---

④ إذا كان $f(x) = |x-5|$, فجد

$\int_{0}^{6} f(x)dx$

⑲ $\int_{1}^{3} 2f(x)\,dx = 10, \int_{3}^{5} \frac{f(x)}{2}dx = 4$

احسب $\int_{1}^{5} 2f(x)+6\ dx$

$a) 18$ $b) 22$ $c) -31$

⑳ $f = \begin{cases} 3x^2 & , \ x<2 \\ 2x+8 & , \ x>2 \end{cases}$

فإن $\int_{0}^{5} f(x)\ dx$ يساوي :

$a) 18$ $b) 51$ $c) 53$

21. $\int_{0}^{6} |2x-4|\,dx$

$a) 20$ $b) 31$ $c) -4$

22. $\int_{-1}^{4} |3x-6|\,dx$

$a) \frac{39}{2}$ $b) 39$ $c) 2$

• إذا كان :

$\int_{-1}^{3} f(x)dx = -1$, $\int_{3}^{-1} g(x)dx = 5$

$\int_{-1}^{2} f(x)dx = -2$,

فأجب عن الفقرتين 5 , 6 :

5. قيمة $\int_{-1}^{3}(2f(x) - g(x))dx$ تساوي :

$a) -7$ $b) -6$

$c) 3$ $d) 4$

6. قيمة $\int_{2}^{3}(f(x) + 3)dx$ تساوي :

$a) 0$ $b) 2$

$c) 3$ $d) 4$

---

⑦ إذا كان $\int_{k}^{2k-1} 2dx = 18$, فإن قيمة الثابت k تساوي :

$a) 10$ $b) -10$

$c) 8$ $d) -8$

---

⑧ يتغير عدد سكان في إحدى القرى شهريا بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران $P'(t) = 2t^{\frac{1}{2}}$ حيث t عدد الأشهر من الآن , $P(t)$ عدد السكان . مقدار الزيادة في عدد سكان القرية في الأشهر التسعة القادمة يساوي :

$a) 6$ $b) 3$

$c) 36$ $d) 18$

⑨ إذا كان $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 10 & , \ x < 3 \\ 2x + 11 & , \ x \geq 3 \end{cases}$

أوجد $\int_{0}^{4} f(x)dx$,

مكثّف الدّرس الرّابع

سؤال 1

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = x^2 - 4$ ، والمحور x ، والمستقيمين $x = -1$ ، $x = 1$

سؤال 2

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = 3x^2 - 12$ والمحور x ، والمستقيمين $x = 1$ ، $x = 3$

سؤال 3

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = x^2(2 - x)$ ، والمحور x .

سؤال 4

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = (x + 1)(x - 4)$ ، والمحور x .

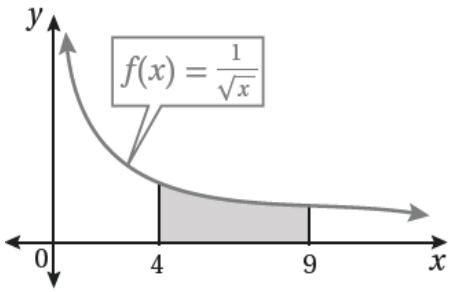
سؤال 5

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = x^3 - x$ والمحور x

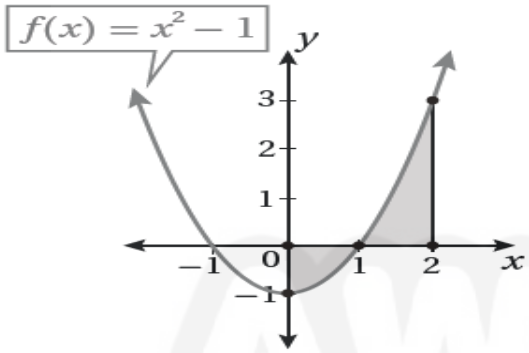
سؤال 6

أجد مساحة المنطقة المُظلَّلة في كلٍّ من التمثيلات البيانية الآتية:

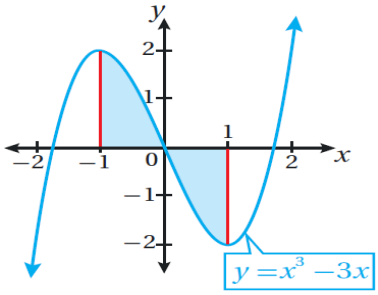
أ)



ب)



ج)



0788118727

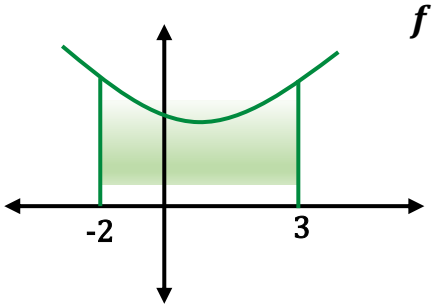
الوحدة الرابعة

واجب بيتي :

■ السؤال الأول :

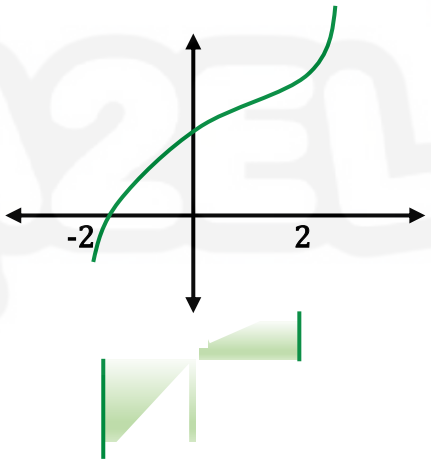
احسب المساحة المظللة في الشكل :

$f(x) = x^2 + 3$



■ السؤال الثاني :

احسب المساحة المظللة في الشكل : $f(x) = x^3$



■ السؤال الثالث :

احسب المساحة المحصورة بين $f(x) = x^2 - 2x$ ومحور x

■ السؤال الرابع :

احسب المساحة المحصورة بين $f(x) = x^2 - 4x$ ومحور x

■ السؤال الخامس :

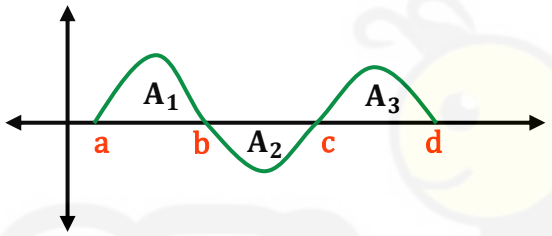
احسب المساحة المحصورة بين $f(x) = x^3 - 1$ ومحور x والمستقيم $x = 2$ ، $x = 4$

■ السؤال السادس :

■ السؤال السابع :

احسب المساحة المحصورة بين $f(x) = 2x - 4$ ومحور x والمستقيم $x = -2$ ، 5

■ السؤال الثامن :



وكانت $A_1 = 5$ ، $A_2 = 13$ ، $A_3 = 6$

احسب ما يلي :

① $\int_a^b f(x)dx =$

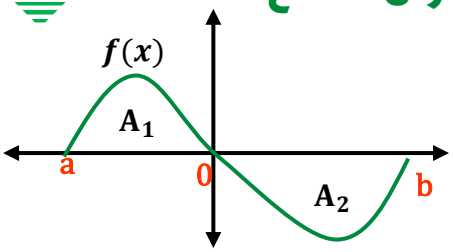
② $\int_b^c f(x)dx =$

③ $\int_a^d f(x)dx =$

④ $\int_d^a f(x)dx =$

⑤ المساحة الكلية $=$

■ السؤال التاسع :



إذا كانت $\int_a^b f(x)dx = 4$ ، $A_1 = 9$ احسب قيمة المساحة A_2

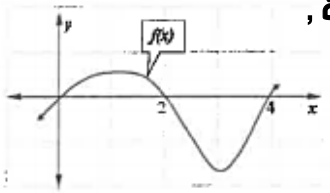
أسئلة وزارية

① التكامل المحدود الذي قيمته تساوي مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = (x+1)(x-2)$ والمحور x هو :

$a)\ \int_{-1}^{2} f(x).dx$ $\quad b)\ \int_{-1}^{-2} f(x).dx$

$c)\ \int_{1}^{2} f(x).dx$ $\quad d)\ \int_{1}^{-2} f(x).dx$

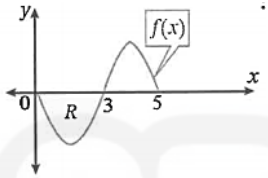
② يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$,
إذا كان $\int_0^2 f(x).dx = 5$, وكانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ ومحور x تساوي 12 وحدة مساحة ,
فإن قيمة $\int_2^4 f(x).dx$ تساوي :



$a)\ \int_{-1}^{2} f(x).dx$ $b)\ \int_{-1}^{-2} f(x).dx$

$c)\ \int_{1}^{2} f(x).dx$ $d)\ \int_{1}^{-2} f(x).dx$

③ يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$,
إذا كانت مساحة المنطقة R تساوي 5 وحدات مربعة , وكان $\int_0^5 f(x).dx = -3$,
فإن قيمة $\int_3^5 f(x).dx$ تساوي :



$a)\ -8$ $b)\ 8$

$c)\ -2$ $d)\ 2$

④ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = 2x - x^2$, والمحور x والمستقيمين $x = 1$ و $x = 3$

⑤ التكامل المحدود الذي قيمته تساوي مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = 9x - x^2$ والمحور x هو :

$a)\ \int_0^9 (9x - x^2).dx$ $b)\ \int_9^0 (9x - x^2).dx$

$c)\ \int_0^3 (9x - x^2).dx$ $d)\ \int_3^0 (9x - x^2).dx$

⑥ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = x^3 - 16x$, والمحور x

مكثّف الدّرس الخامس

سؤال 1

أجد كلاً من التكاملات الآتية :

1) $\int (7x - 5)^6\, dx$

2) $\int \sqrt{2x + 1}\, dx$

3) $\int 4\cos(3x - 7)\, dx$

4) $\int (\sin 5x + e^{2x})\,dx$

5) $\int (6x^2 - 3e^{7x+1})\,dx$

6) $\int \frac{5}{3x+2}\,dx$

7) $\int_0^1 (6e^{-3x} + 12x^3)\,dx$

8) $\int_{-1}^2 (x+1)^3\,dx$

9) $\int_2^3 \frac{1}{7-2x}\,dx$

سؤال 2

في دراسة أجرتها شركة نفطية، تبين أن معدل إنتاج إحدى الآبار النفطية يُمنذج بالاقتران:

$R'(t) = \frac{100}{t+1} + 5$ حيث $R(t)$ عدد البراميل المنتجة (بالآلاف) في السنة، و t عدد السنوات منذ بدء ضخ النفط من البئر. أجد عدد براميل النفط المنتجة بعد 9 سنوات من بدء عملية الضخ من البئر، علما بأن $R(0) = 0$

سؤال 3

أشارت دراسة إلى أن عدد السكان في إحدى القرى يزداد سنويا بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران:

$P'(t) = 105e^{0.03t}$ حيث $P(t)$ عدد السنوات منذ عام 2010 م، و $P(t)$ عدد السكان. أجد عدد سكان القرية عام 2020 م، علما بأن عدد سكانها عام 2010 م هو 3500 شخص.

سؤال 4

يتحرّك جُسَيْم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = e^{-2t}$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجُسَيْم $2\ m$ ، فأجد موقع الجُسَيْم بعد t ثانية من بَدْء الحركة.

سؤال 5

في كلٍّ ممّا يأتي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ، ونقطة يمرُّ بها منحنى $y = f(x)$.
أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران $f(x)$:

1) $f'(x) = 5e^x \; ; \; \left(0 \, , \frac{1}{2}\right)$

2) $f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \; ; \; (1 \, , -1)$

3) $f'(x) = e^{-x} + x^2 \; ; \; (0 \, , 4)$

واجب بيتي :

احسب قيمة التكاملات التالية :

① $\int 4e^x + 6x \, dx$

② $\int 2sinx + \frac{4}{x^3} \, dx$

③ $\int 3cosx + \sqrt{x} \, dx$

④ $\int 3e^x + 5sinx - 6cosx \, dx$

⑤ $\int 3x + \frac{1}{x} \, dx$

⑥ $\int \frac{2}{x} + 3e^x + 8 \, dx$

⑦ $\int \frac{x^2 + 3}{x} \, dx$

⑧ $\int 4cosx - \frac{6}{x} \, dx$

⑨ $\int (5x + 2)^6 \, dx$

⑩ $\int 8(3 - 4x)^3 \, dx$

⑪ $\int \sqrt{5x + 2} \, dx$

⑫ $\int \frac{6}{(3x - 2)^4} \, dx$

⑬ $\int (x^2 + 4x + 4)^3 \, dx$

⑭ $\int e^{8x+2} \, dx$

⑮ $\int 6e^{7-2x} \, dx$

⑯ $\int (e^{2x+3})^2 \, dx$

⑰ $\int \sqrt{e^x} \, dx$

⑱ $\int \frac{e^{3x} + 3}{e^x} \, dx$

⑲ $\int sin4x + cos3x \, dx$

⑳ $\int 5cos(2x + 3) \, dx$

21. $\int 3cos5x + \frac{7}{x} \, dx$

22. $\int \frac{1}{3x - 4} \, dx$

23. $\int \frac{5}{7 - 5x} \, dx$

24. $\int \frac{4x}{2x^2 + 5} \, dx$

الوحدة الرابعة

أسئلة وزارية

① $\int 3sin\,(2-3x).dx$ هو :

$a)\ 3cos(2-3x)+c$

$b)\ -3cos(2-3x)+c$

$c)\ cos(2-3x)+c$

$d)\ -cos(2-3x)+c$

---

② $\int(9e^{-3x}+4e^{2}).dx$ هو :

$a)\ -3e^{-3x}+2e^{2}+c$

$b)\ -3e^{-3x}+4e^{2}x+c$

$c)\ -18e^{-3x}+8e^{2}+c$

$d)\ -18e^{-3x}+4e^{2}x+c$

---

③ $\int \frac{4}{(3-2x)^3}.dx$ هو :

$a)\ \frac{-12}{(3-2x)^4}+c$

$b)\ \frac{24}{(3-2x)^4}+c$

$c)\ \frac{-2}{(3-2x)^2}+c$

$d)\ \frac{1}{(3-2x)^2}+c$

---

④ قيمة $\int_3^4 \frac{1}{9-2x}.dx$ هي :

$a)\ -\frac{1}{2}ln\,3$ $\qquad$ $b)\ \frac{1}{2}ln\,3$

$c)\ -2ln\,3$ $\qquad$ $d)\ 2ln\,3$

---

⑤ جد قيمة $\int\left(5cos(x+1)+\frac{2x+3}{x^2+3x}\right).dx$

25. $\int \frac{3x^2+4}{x^3+4x+5}\,dx$

26. $\int \frac{e^x}{e^x+3}\,dx$

27. $\int \frac{cos\,x}{sin\,x}\,dx$

28. $\int \frac{5x}{3x^2+4}\,dx$

29. $\int \frac{x^2+2}{x^3+6x}\,dx$

30. $\int \frac{x+2}{x^2+4x+3}\,dx$

31. $\int \frac{5e^{2x}}{3e^{2x}+7}\,dx$

32. $\int_0^3 \frac{5}{2x+1}\,dx$

33. $\int_0^2 \frac{2x}{x^2+1}\,dx$

34. $\int_2^3 \frac{5}{7-2x}\,dx$

35. $\int_1^2 8\,(2x-1)^3\,dx$

⑥ $\int 24sin\,(2x+6).dx$ هو :

$a) -24cos(2x+6)+c$

$b) 24cos(2x+6)+c$

$c) -12cos(2x+6)+c$

$d) 12cos(2x+6)+c$

---

⑦ $\int e^{-x}(4+2e^{x}).dx$ هو :

$a) -4e^{-x}+c$

$b) 4e^{-x}+c$

$c) 4e^{-x}+2x+c$

$d) -4e^{-x}+2x+c$

---

⑧ $\int \frac{13x}{4-x^2}.dx$ هو :

$a) 4ln|4-x^2|+c$

$b) -4ln|4-x^2|+c$

$c) 8ln|4-x^2|+c$

$d) -8ln|4-x^2|+c$

---

⑨ قيمة $\int_0^1 12(x-1)^5.dx$ هو :

$a) 2 \qquad b) -2 \qquad c) 4 \qquad d) -4$

---

⑩ جد قيمة $\int \left(8cos\,x+\frac{3}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right).dx$

مكثّف الدّرس السادس

سؤال 1

أجد كلاً من التكاملات الآتية :

1) $\int 6x^2(2x^3-3)^4\,dx$

2) $\int xe^{x^2+1}\,dx$

3) $\int \frac{4x+8}{\sqrt{2x^2+8x}}\,dx$

4) $\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$

5) $\int x^3\cos(x^4-5)\,dx$

6) $\int \cos^4 x\sin x\,dx$

سؤال 2

أسعار: يمثل الاقتران $P(x)$ سعر حذاء رياضي بالدينار، حيث x عدد الأحذية المبيعة بالمئات، إذا كان:

$P'(x)=\frac{-136x}{\sqrt{9+x^2}}$ هو معدل التغير في سعر الحذاء، فأجد $P(x)$ ، علما بأن سعر الحذاء الواحد $30\ JD$ عندما يكون عدد الأحذية المبيعة 400 حذاء.

سؤال 3

يمثل الاقتران $P(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث x عدد القطع المبيعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان: $P'(x) = \frac{-300x}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$ هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأجد $P(x)$، علماً بأن سعر القطعة الواحدة 75 JD عندما يكون عدد القطع المبيعة 800 قطعة.

سؤال 4

يتحرّك جُسَيْم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجُسَيْم حركته من نقطة الأصل. فأجد موقعه بعد t ثانية من بَدْء الحركة.

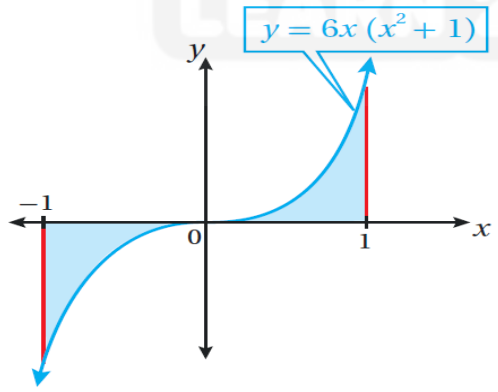
سؤال 5

يُمثّل الاقتران $C(t)$ تركيز دواء في الدم بعد t دقيقة من حقنه في جسم مريض، حيث C مَقيسة بالمِلّيغرام لكل سنتيمتر مُكعَّب (mg/cm^3) إذا كان تركيز الدواء في دم المريض يتغيَّر بمُعدَّل: $C'(t) = \frac{0.3t}{\sqrt{t^2+16}}$، فأجد مقدار التغيُّر في تركيز الدواء بالدم خلال الساعات الثلاث الأولى التي تلت حقنه في جسم المريض.

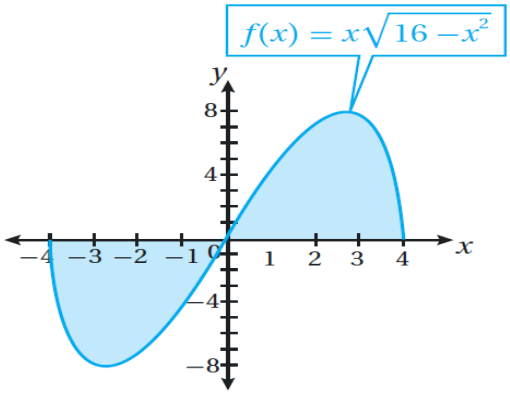
سؤال 6

أجد مساحة المنطقة المُظلَّلة في كلٍّ من التمثيلين البيانيين الآتيين:

1)



2)



سؤال 7

يتحرّك جُسَيْم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = \frac{-2t}{\sqrt{(1+t^2)^3}}$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعتها المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجُسَيْم $4\ m$ ، فأجد موقع الجُسَيْم بعد t ثانية من بَدْء الحركة.

واجب بيتي :

احسب قيمة التكاملات التالية :

① $\int (3x^2 + 5)(x^3 + 5x + 2)^7\ dx$

② $\int \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 5)^4}\ dx$

③ $\int (x^2 + 2)(x^3 + 6x + 2)^4\ dx$

④ $\int 5x\sqrt{x^2 + 3}\ dx$

⑤ $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 9}}\ dx$

⑥ $\int_0^2 4xe^{x^2+3}\ dx$

⑦ $\int_0^1 6x(x^2 + 1)^3\ dx$

⑧ $\int 8x(x - 1)^3\ dx$

أسئلة وزارية

① $\int cos^5x\ sinx.dx$ هو :

$a) -\frac{1}{6}sin^6x + c$

$b) \frac{1}{6}sin^6x + c$

$c) -\frac{1}{6}cos^6x + c$

$d) \frac{1}{6}cos^6x + c$

الوحدة الرابعة

② جد $\int_0^1 (x^3+1)\sqrt{x^4+4x+4}\,.\,dx$

③ جد $\int_1^2 \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+8}}\,.\,dx$

0788118727