الوحدة الثالثة

مكثّف الوحدة الثالثة

الدرس الأول

① جد ميل المماس :

① $f(x)=\frac{3}{x-2}$, $x=3$

② $f(x)=(3x+2)^4$, $x=0$

③ $f(x)=3x^2+\sqrt{2x-1}$, $x=1$

④ $f(x)=x(x-5)^2$, $x=1$

---

② احسب ميل المماس لمنحنى $f(x)$ عند القيمة المعطاة لكل مما يلي :

① $f(x)=x^2+3x-2\ ,(x=2)$

$a)7$ $b)2$ $c)3$ $d)-7$

② $f(x)=\frac{7}{2x+3}\ ,(x=-1)$

$a)-4$ $b)-14$ $c)8$ $d)-3$

وزاري: إذا كان $f(x)=\frac{16}{x^2+3}$ ، فإن ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عندما $x=1$ هو:

$a)\ 8$ $b)-8$ $c)-2$ $d)\ 2$

③ جد معادلة المماس لما يلي :

① $f(x)=\frac{2x-1}{x}$ $x=1$

② $f(x)=(\ln x)^2$, $x=e$

③ $f(x)=x^2+3x+2$ $,(2,12)$

---

④ احسب معادلة المماس لمنحنى

$f(x)=x^3-2x$ عندما $x=2$

$a)\ y=10x-16$ $b)\ y=10-16x$

$c)\ y=8x-16$ $d)\ y=2x-16$

---

⑤ احسب معادلة المماس لمنحنى

$f(x)=\frac{4}{x+2}$ عندما $(x=0)$

$a)y=x-2$ $b)y=2-x$

$c)y=x+3$ $d)y=x+2$

---

⑥ إذا كان $f(x)$ اقترانا متصلا,حيث $f(0)=1$

$f'(0)=0$, فإن معادلة المماس لمنحنى $f(x)$ عند $x=0$ هو :

$a)y=-1$ $b)y=1$

$c)x=1$ $d)x=-1$

0788118727

⑦ أوجد ميل العمودي على المماس لمنحنى $f(x) = 2x + 2e^x$ عندما $x = 0$ هو :

$a)\frac{-1}{4}$ $b)\frac{1}{4}$ $c)4$ $d)-4$

وزاري: ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = 2x^3 - x - 1$ عند النقطة $(-1,-2)$ هو:

$a)\frac{1}{5}$ $b)-\frac{1}{5}$ $c)5$ $d)-5$

⑧ معادلة العمودي على المماس لمنحنى : $f(x) = x^2 + x + 5$ هي عندما $(x = 1)$:

$a)y = \frac{1}{3}x + 22$

$b)y = \frac{-1}{3}x + \frac{22}{3}$

$c)y = 3x + 22$

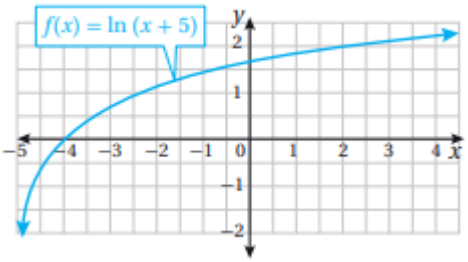
⑨ جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = e^{3x}$ عند النقطة $(0,1)$

اذا كان $f(x) = 4e^{2x+1}$، فجد كل مما يأتي :

① معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المستقيم $x = -1$

② معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المحور y

⑩ يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = \ln(x + 5)$



① جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المحور x

② جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المحور y

وزاري: جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = x^2 - 10$ عندما $x = 4$

⑪ جد احداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران $f(x) = -x^3 + 6x^2$ التي يكون عندها ميل المماس أفقيا

⑫ جد احداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران $f(x)=\sqrt{x}-1$ التي يكون عندها مماس منحنى الاقتران موازيًا : $y=2x-1$

---

⑬ إذا كان $f(x)=kx^3+h$ حيث h , k ثابتان , فجد قيمة k التي تجعل المستقيم $y=2x+5$ مماسًا لمنحنى الاقتران $f(x)$ عندما $x=1$

⑭ جد النقطة التي على منحنى $f(x)=x^2-5x+3$ التي يكون المماس يوازي للمستقيم : $y=3x+4$

$a)(4,-1)$ $b)(4,1)$

$c)(-1,4)$ $d)(1,4)$

---

⑮ أوجد احداثيات النقاط الواقعة على منحنى $f(x)=x^3+3x^2-2$ التي يكون المماس أفقيًا

$a)(0,2)$ $b)(2,2)$

$c)(0,2)(2,2)$ $d)(1,3)(0,2)$

---

⑯ جد احداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران $f(x)=x^3-3x$ التي يكون عندها المماس أفقيا.

الدرس الثاني

① جد المشتقة الثانية لكل مما يأتي :

① $f(x)=\ln x+e^x$

② $f(x)=\dfrac{2}{x^3}$

③ $f(x)=5e^{4x}$

④ $f(x)=x^7\ln x$

② المشتقة الثانية هي :

$a)-18x\cos 3x-12\sin 3x$

$c)x\cos x+3\sin x$

---

③ إذا كان الاقتران $f(x)=2x^3-3x^2+11$ جد $f''(2)$

---

④ إذا كان $f(x)=\ln(2x+4)$, فجد $f''(1)$

⑤ إذا كان $f(x) = e^{2x} + \ln(2x+1)$,
جد $f''(0)$

---

⑥ إذا كان $f(x) = e^{2x}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

$a) 2e^{2x}$ $b) 2e^{x}$ $c) 4e^{2x}$ $d) 4e^{x}$

---

⑦ إذا كان $f(x) = cos4x$, فإن $f''(x)$ تساوي :

$a) -4sin4x$ $b) 16cos\ 4x$

$c) -16cos\ 4x$ $d) -16sin\ 4x$

---

⑧ إذا كان $f(x) = \ln(4x+2)$, فجد $f''(1)$

وزاري : إذا كان $f(x) = x^2 + sin\ 2x$ ، فإن $f''(x)$ يساوي :

$a)\ 2 + 2\ sin\ 2x$ $b)\ 2 - 4\ sin\ 2x$

$c)\ 2 - 4\ cos\ 2x$ $c)\ 2 + 2\ cos\ 2x$

مجاهيل :

إذا كان $f(x) = x^4 - ax^2 + x$, فجد
قيمة a التي تجعل $f''(-1) = 0$

إذا كان $f(x) = ax^3 - 8x^2$, فما قيمة
الثابت a التي تجعل $f''(2) = 32$

إذا كان $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3$, فإن
قيمة x التي تجعل $f''(x) = 0$ تساوي :

$a) -1$ $b) 1$ $c) 2$ $d) 3$

---

⑨ يمثل الاقتران $s(t) = 3t^2 - t^3, t \geq 0$
موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع
بالأمتار ، و t الزمن بالثواني :

① ما سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 3$ ؟

② في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما $t = 3$ ؟

③ ما تسارع الجسم عندما $t = 3$ ؟

④ جد قيم t التي يكون عندها الجسم في
حالة سكون لحظي

---

⑩ يمثل الاقتران $s(t) = (t-3)^3 , t \geq 0$
موقع الجسم يتحرك في مسار مستقيم , حيث
s الموقع بالأمتار , و t الزمن بالثواني :

① ما سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 5$

② في اي اتجاه يتحرك الجسم عندما $t = 5$ ؟

③ ما تسارع الجسم عندما $t = 5$ ؟

④ جد قيم t التي يكون عندها الجسم في
حالة سكون لحظي ؟

⑪ دراجات : يُمكن نمذجة موقع شخص يقود دراجة في مسار مستقيم باستعمال الاقتران :

$s(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t$, حيث s الموقع بالأمتار , و t الزمن بالثواني :

① ما سرعة الشخص المتجهة بعد 3 ثوانٍ من بدء حركته ؟

② ما تسارع الشخص بعد 3 ثوانٍ من بدا حركته ؟

③ جد قيم t التي يكون عندها الشخص في حاله سكون لحظي ؟

---

⑫ تحدٍّ : إذا مثل الاقتران $s(t) = 2t^3 - 24t - 10, t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث s الموقع بالأمتار , و t الزمن بالثواني , فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته صفرًا ؟

يتحرك جسم حسب العلاقة :

$s(t) = 6t^2 - 2t^3$

⑬ فأجب عن الأسئلة التالية تباعًا :

1. سرعة الجسم المتجهة بعد $t = 1$:

$a)1 \qquad b)6 \qquad c)3 \qquad d)4$

2. أوجد اتجاه الحركة عند $t = 5$:

$a)$ الاتجاه الموجب $\qquad b)$ الاتجاه السالب

3. احسب التسارع عندما $t = 3$:

$a)24 \qquad b)-24 \qquad c)12 \qquad d)2$

4. متى يسكن الجسم لحظيًا :

$a)1 \qquad b)2 \qquad c)3 \qquad d)4$

---

⑭ يتحرك جسيم وفق العلاقة :

$s(t) = 3t^3 - 18t^2 + 10$, حيث s المسافة بالأمتار , t الزمن بالثواني , جد سرعة الجسيم عندما ينعدم تسارعه

---

⑮ يتحرك جسيم وفق العلاقة :

$s(t) = 3t^3 - 3t^2, t \geq 0$, جد المسافة التي يقطعها الجسيم عندما يكون تسارعه $30m/s^2$

⑯ يتحرك جسم حسب العلاقة:

$s(t) = t^3 - 15t^2 + 63t$ فإن قيم t التي يكون عندها الجسيم في حالة سكون لحظي :

$a) t = 7 \qquad b) t = 3 \qquad c) t = 3,7$

وزاري: اذا كان الاقتران

$S(t) = 5t^2 - t + 3 \, , t \geq 0$ يمثل موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم حيث S الموقع بالأمتار ، و t الزمن بالثواني ، فإن سرعة الجسيم المتجهة عندما $t = 2$ هي:

$a)\ 21m/s \qquad b)\ 22m/s$

$c)\ 20m/s \qquad d) 19m/s$

وزاري: يمثل الاقتران

$S(t) = 2t^3 - 6t^2 + 8t \, , t \geq 0$ موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم, حيث S الموقع بالأمتار ، و t الزمن بالثواني ، فإن سرعة الجسيم المتجهة عندما يكون تسارعه صفرا؟

وزاري: يمثل الاقتران

$S(t) = t^4 - 32t \, , t \geq 0$ موقع جسيم يتحرك على خط مستقيم, حيث S الموقع بالأمتار ، و t الزمن بالثواني . عندما يكون تسارعه صفرا؟

الدرس الثالث

① إذا كان : $f(x) = x^4 - 2x^2$, أوجد القيم الحرجة للاقتران

---

② إذا كان : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$,

فاستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للاقتران f

وزاري: إذا كان $f(x) = x^3 - 3x^2$ ، فإن للاقتران $f(x)$ قيمة صغرى محلية عندما x تساوي:

$a)\ 0 \qquad b)\ 2 \qquad c)\ 3 \qquad d)\ 4$

الوحدة الثالثة

وزاري : إذا كان $f(x) = 6x - x^2$ ، فإن القيمة العظمى للاقتران $f(x)$ هي:

$a) 9 \quad b) -9 \quad c) 3 \quad d) -3$

---

③ بنى نجّار سقفًا خشبيًا لحظيرة حيوانات , وكان السقف على شكل مستطيل محيطه 54 m , جد أكبر مساحة ممكنة لسطح الحظيرة

وزاري : حديقة منزلية على شكل مستطيل، أنشئت مقابل جدار، إذا كان محيط الحديقة من دون الجدار $400m$ ، فجد بعدي الحديقة اللذين يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن.

وزاري : يمثل الاقتران $A(x) = 40x - 2x^2$ مساحة حديقة مستطيلة الشكل بالأمتار المربعة، حيث x أحد بعدي الحديقة. أكبر مساحة ممكنة لهذه الحديقة تساوي :

$a) 800 \quad b) 600 \quad c) 400 \quad d) 200$

---

④ أراد مصنع انتاج علب من الكرتون على شكل متوازي مستطيلات مغلق بحيث يكون حجم كل منها $1000\ cm^3$, وقاعدتها مربعة الشكل . جد أبعاد العلبة الواحدة التي تجعل كمية الكرتون المستعملة أقل ما يمكن

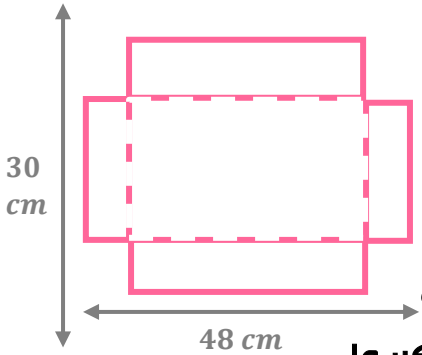
وزاري : أرادت احدى الشركات أن تصنع خزانات معدنية على شكل متوازي مستطيلات مفتوح من الأعلى بحيث يكون حجم كل منها $32m^3$ وقاعدته مربعة , جد أبعاد الخزان الواحد التي تجعل مساحة سطحه أقل ما يمكن

---

⑤ لدى حداد صفيحة معدنية مساحتها $54\ m^2$. أراد الحداد أن يصنع منها خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات مغلق وأن يكون الخزان مفتوحًا من الأعلى , وقاعدته مربعة الشكل . جد أبعاد الخزان التي تجعل حجمه أكبر ما يُمكن

---

⑥ قطعة ورق مستطيلة الشكل , طولها $48\ cm$, عرضها $30\ cm$, قُص من زوايا القطعة مربعات متطابقة , طول ضلع كلّ منها $x\ cm$, كما في الشكل المجاور , ثم ثُنيت لتشكيل علبة :



① جد الاقتران الذي يُمثل حجم العلبة بدلالة x

② جد قيمة x التي تجعل حجم العلبة أكبر ما

⑦ يُمثل الاقتران $S(x) = 500 - 0.002x$ سعر منتج لإحدى الشركات , حيث x عدد القطع المنتجة , ويُمثل الاقتران : $C(x) = 300 + 1.10x$ تكلفة إنتاج x قطعة :

① جد اقتران الإيراد

② جد اقتران الربح

③ جد عدد القطع اللازم بيعها من المنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن , ثم جد أكبر ربح ممكن

④ جد سعر الوحدة الواحدة من المنتج الذي يحقق أكبر ربح ممكن

وزاري : يمثل الاقتران $s(x) = 1500 - 2x$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين حيث x عدد القطع المبيعة ويمثل الاقتران $C(x) = 3000 + 0.5x^2$ تكلفة انتاج x قطعة من المنتج بالدينار. جد عدد القطاع اللازم بيعها من المنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن.

وزاري : يمثل الاقتران $s(x) = 300 - 0.2x$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج لاحدى الشركات حيث x عدد القطع المنتجة , ويمثل الاقتران $C(x) = 100 + 2x$ تكلفه انتاج x قطعة من المنتج (بالدينار) , ما عدد القطع اللازم بيعها من المنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن؟

---

⑧ وجد مصنع ألعاب الأطفال أن التكلفة الكلية لإنتاج x لعبة أسبوعيًا تعطى بالاقتران $c(x) = 60x + 200$ دينار , وأن الربح الناتج من بيع x لعبة هو : $p(x) = 0.2x^2 + 20x + 65$, جد الإيراد الحدي

---

⑨ وجد مصنع أن الربح الكلي الناتج عن بيع x وحدة من منتج معين هو : $R(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 1000$, فجد عدد الوحدات الواجب أن يبيعها المصنع ليحقق أكبر ربح

الوحدة الثالثة

الدرس الرابع

① أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

① $x^2 + y^2 = 2$

② $xy - 2y = 3e^x$

③ $xy + y^2 = 4\cos x$

④ $\cos x + \ln y = 3$

⑤ $e^x y = xe^y$

⑥ $2x^2 - 3y^3 = 5 \quad , \quad (-2, 1)$

---

② إذا كانت $x^2 = \ln y$, فجد $\frac{dy}{dx}$

---

③ جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة

$x^2 + y^2 - 8x = 4$ عند النقطة $(0, 2)$

إذا كان $y^2 + xy = 5$, فجد $\frac{dy}{dx}$

---

④ إذا كان $xy + y^3 = 10x$, فجد قيمة

$\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(1, 2)$

وزاري : اذا كان $y^2 + \cos x = 5$، فإن $\frac{dy}{dx}$ هي:

$a) \frac{\sin x}{2}$ $\quad$ $b) -\frac{\sin x}{2y}$

$c) \frac{\sin x}{2y}$ $\quad$ $d) -\frac{\sin x}{2}$

وزاري : اذا كان $3x^2 - y^3 = 13$، فإن قيمة $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(2, -1)$ تساوي:

$a) \frac{1}{4}$ $\quad$ $b) -\frac{1}{4}$ $\quad$ $c) -4$ $\quad$ $d) 4$

---

⑤ جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $y^3 + xy = 2$ عند النقطة $(1, 1)$

0788118727

الوحدة الثالثة

⑥ نفخت هديل بالونًا على شكل كرة , فازداد نصف قطرها بمعدّل $3\ \mathrm{cm/s}$ أجد معدل تغير البالون عندما يكون نصف قطره $4\ \mathrm{cm}$, علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (v) ونصف قطره (r) هي : $v = \frac{4}{3}\pi r^3$

---

⑦ تتناقص اطوال أضلاع مكعب بمعدل $6cm/s$. أجد معدل تغير حجم المكعب عندما يكون طول ضلعه $30cm$, علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم المكعب (v) وطول ضلعه (x) هي : $v = x^3$

وزاري : خزان ماء أسطواني الشكل طول قطر قاعدته $1\mathrm{m}$ اذا ملئ الخزان بالماء بمعدل $0.2m^3/s$, فجد معدل تغير ارتفاع الماء فيه علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزان (V) وارتفاعه (h) هي $V = \pi r^2 h$

وزاري : يتغير حجم بالون كروي الشكل عند نفخه فإذا ازداد نصف قطره بمعدل $2cm/s$, فما معدل تغير حجم البالون عندما يكون قطره $6cm$ علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (V) ونصف قطره (r) هي :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

---

⑧ خزانات مياه : يبين الشكل المجاور خزّان ماء أسطواني الشكل , إذا كانت كمية الماء في الخزان تزداد بمعدل $0.4m^3/s$, فأجد معدل تغير عمق الماء فيه (h) , علما بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزان (v) وارتفاعه (h) هي : $v = \pi r^2 h$