الوحدة الثانية

العزم و الاتزان السكوني

Torque and Static Equilibrium

العزم

Torque

1. **العزم Torque**

- هو مقياس لمقدرة القوة على أحداث دوران للجسم
- كمية متجهة (موجب عندما يكون مع عقارب الساعة و سالب عندما يكون عكس عقارب الساعة)
- يرمز له بالرمز (τ) ويلفظ **تاو**
- يعطى العزم بالعلاقة التالية

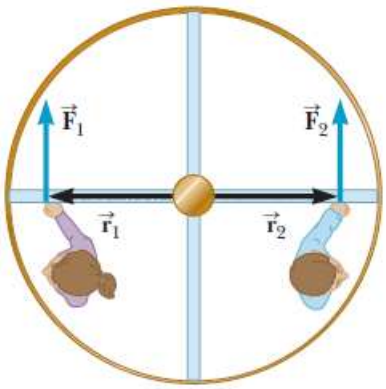
$$\tau = r F \sin\theta$$

- وحدته حسب النظام العالمي للوحدات (N.m)
- يمكن إيجاد محصلة عدة عزوم تؤثر على جسم واحد من خلال جمع العزوم جمعا جبريا مع الأخذ بعين الاعتبار اتجاه العزوم كما ذكر أعلاه

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$

مثال1 :

اثنين من رجال الأعمال يستخدمون الباب الدوار كما في الشكل، المراءة على اليسار تؤثر بقوة مقدارها 635 N بشكل عامودي على الباب و بمسافة 1.2 m عن مركز الدوران بينما الرجل على اليمين يؤثر بقوة مقدارها 8.5×10^2 N عامودية على الباب وبمسافة 0.8 m عن مركز الدوران . احسب العزم الكلي على الباب الدوار؟



$$\tau_1 = -r_1 F_1 = -(1.20\ \text{m})(625\ \text{N}) = -7.50 \times 10^2\ \text{N} \cdot \text{m}$$

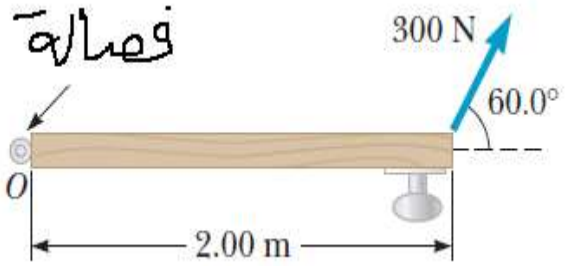
$$\tau_2 = r_2 F_2 = (0.800\ \text{m})(8.50 \times 10^2\ \text{N}) = 6.80 \times 10^2\ \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{\text{net}} = \tau_1 + \tau_2 = -7.0 \times 10^1\ \text{N} \cdot \text{m}$$

مثال 2 :

رجل يقوم بفتح باب من خلال تطبيق قوة مقدارها $F = 3 \times 10^2$ N بزاوية مقدارها 60° وعلى مسافة تبعد 2m عن (فصالة الباب) كما في الشكل المرفق .

a. احسب العزم المطبق على الباب على اعتبار أن فصالة الباب (henge)هي محور الدوران
b. عند تركيب رداد للباب (wedge) على بعد 1.5 m من الفصالة على الناحية الأخرى من الباب . احسب اقل قوة يجب على رداد الباب أن يؤثر فيها على الباب بحيث أن القوة المطبقة من الفرع (a) لا تستطيع أن تفتح الباب



منظر علوي للباب يوضح القوة المؤثرة عليه

الحل :

(a

$$\tau_F = rF\sin\theta = (2.00\text{ m})(3.00 \times 10^2\text{ N})\sin 60.0°$$
$$= (2.00\text{ m})(2.60 \times 10^2\text{ N}) = 5.20 \times 10^2\text{ N}\cdot\text{m}$$

(b

$$\tau_{\text{hinge}} + \tau_{\text{wedge}} + \tau_F = 0$$

$$0 + F_{\text{wedge}}(1.50\text{ m})\sin(-90.0°) + 5.20 \times 10^2\text{ N}\cdot\text{m} = 0$$

$$F_{\text{wedge}} = 347\text{ N}$$

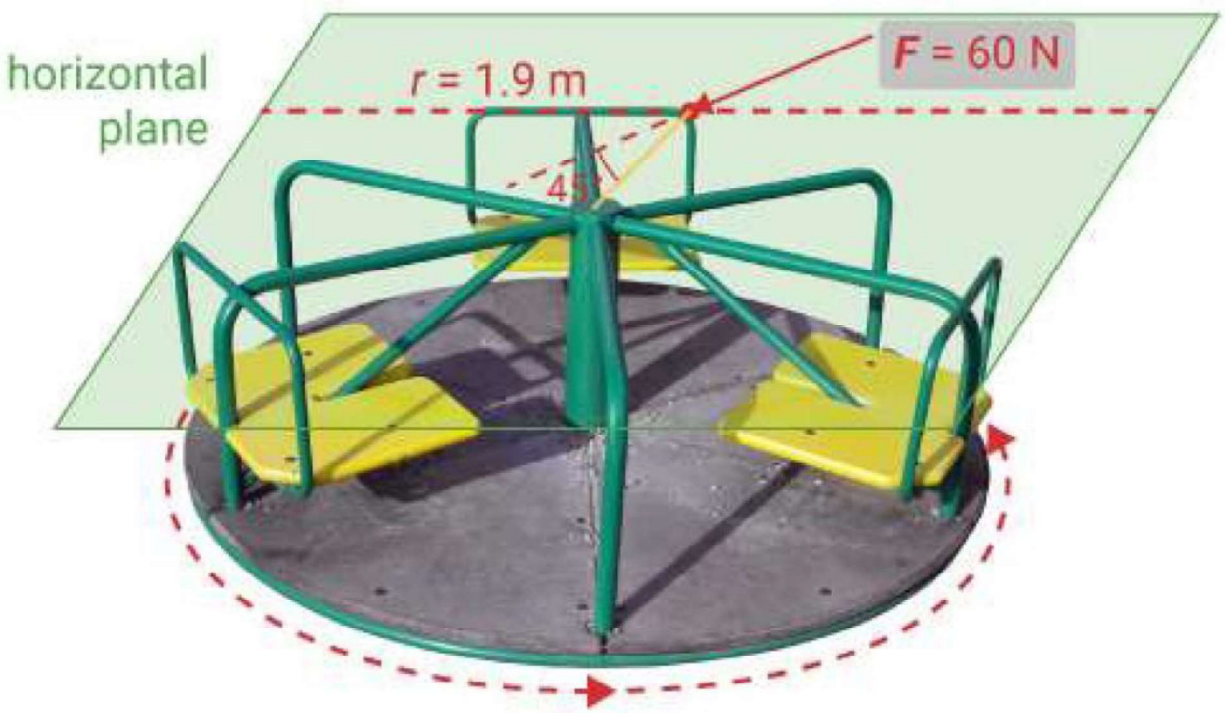
مثال 3 :

رجل يربط حبل طوله 8 m في مؤخرة سيارته و ترتفع مؤخرة السيارة 0.5 m . الطرف الأخر للحبل مربوط بشكل أفقي بجذع شجرة طولها 3 m , يستخدم الرجل قوة السيارة لصنع شد في الحبل مقداره 8×10^2 N . احسب مقدار العزم المؤثر على الشجرة بسبب الشد أخذا بعين الاعتبار قاعدة الشجرة كمرجع للدوران؟

الجواب : 2.28×10^3 N . m

مثال 4 :

اب يدفع ابنه على اللعبة الدوارة كما في الشكل المرفق ، أن مقدار العزم الذي يقدمه الاب هو ؟



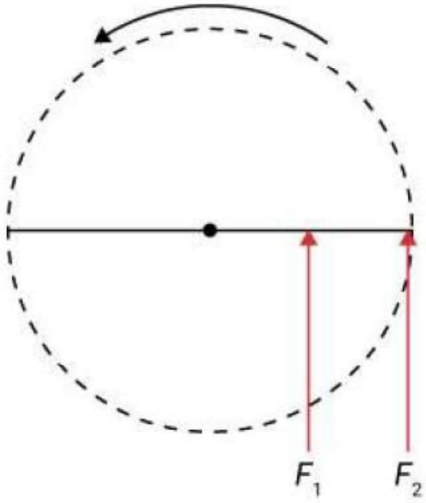
$$\tau = F \times r \times \sin(\theta)$$

$$\tau = 60\ \text{N} \times 1.9\ \text{m} \times \sin(45°)$$

$$\tau = 81\ \text{N.m}$$

مثال 5:

تم تطبيق قونين (F1 و F2) على التوالي على باب دوار كما في الشكل المرفق . القوة F1 تؤثر على بعد مقداره نصف r و القوة F2 تؤثر عند r . اي العبارات التالية صحيحة ؟



a. عزم القوة F2 يبلغ نصف عزم القوة F1
b. عزم القوة F2 يبلغ 3/4 عزم القوة F1
c. عزم القوة F2 يبلغ ضعفي عزم القوة F1
d. عزم القوة F2 يساوي عزم القوة F1

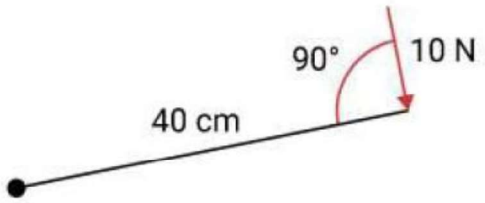
مثال 6 :

ماذا يقيس العزم ؟

a. يقيس فعالية القوة في احداث التسارع الخطي
b. يقيس مقدار القوة المسببة للدوران
c. يقيس فعالية القوة في احداث الدوران للاجسام
d. يقيس مقدار القوة المطبقة على الاجسام لابقائها في حالة سكون

مثال 7 :

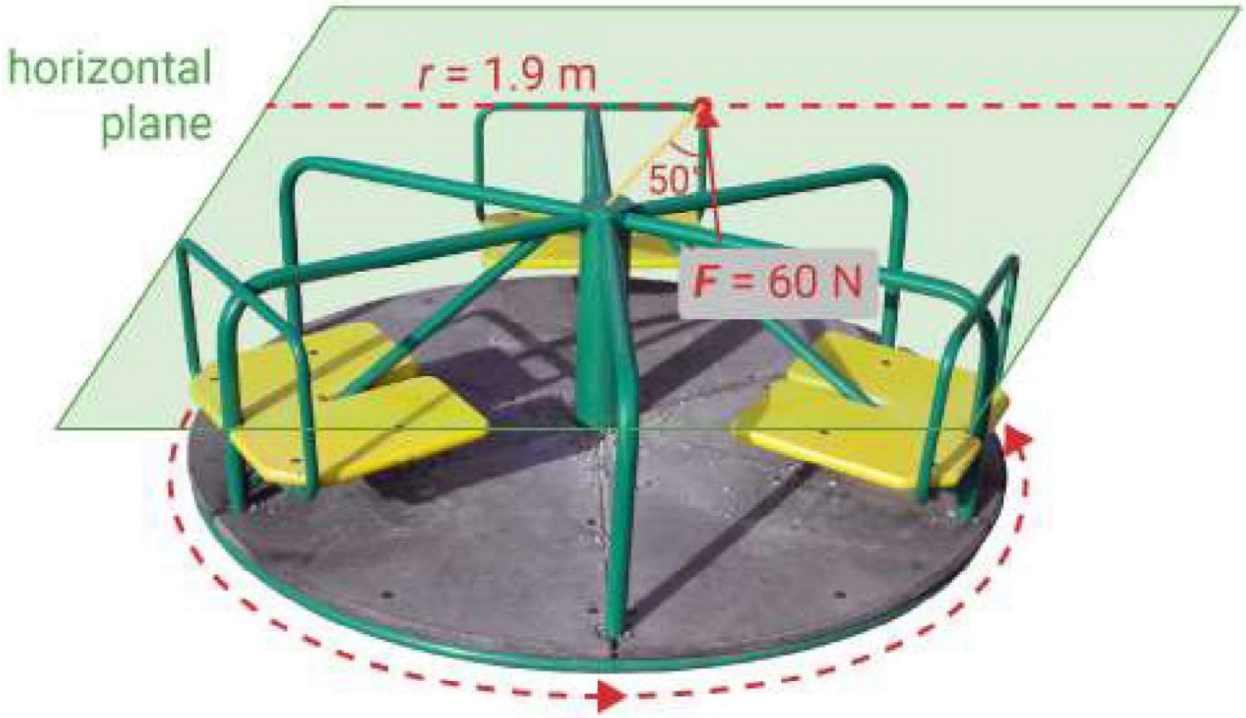
عند سحب ذراع معدني طوله 40 cm باستخدام قوة مماسية مقدارها 10 N (انظر الشكل المرفق) . فأن مقدار العزم المؤثر سيكون



a. 4 N.m
b. -8 N.m
c. -4 N.m
d. 8 N.m

مثال 8 :

هادي يقوم بدفع اخته الصغيرة في اللعبة الدوارة كما في الشكل المرفق . ما مقدار العزم الذي يقوم بتطبيقه؟



a. 87 N.m
b. -87 N.m
c. 78 N.m
d. -78 N.m

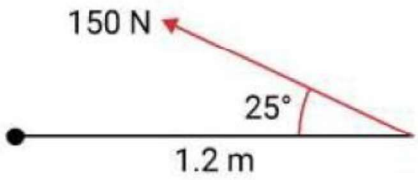
مثال 9 :

احمد يقوم باصلاح دراجته و يقوم بشد اخر صامولة التي تحتاج الى اقل عزم مقداره 55 N.m اذا علمت ان احمد يستطيع بذل قوة مماسية مقدارها 240 N حتى يقدم هذا العزم لشد الصامولة .اذا كان لدى احمد لربعة مفاتيح لشد الصواميل اطوالها هي : 10 cm ، 25 cm ، 50 cm ، 75 cm ، ما هو اقصر مفتاح يجب ان يستخدمه احمد حتى يحقق العزم المذكور سابقا؟

a. 25 cm
b. 10 cm
c. 50 cm
d. 75 cm

مثال 10 :

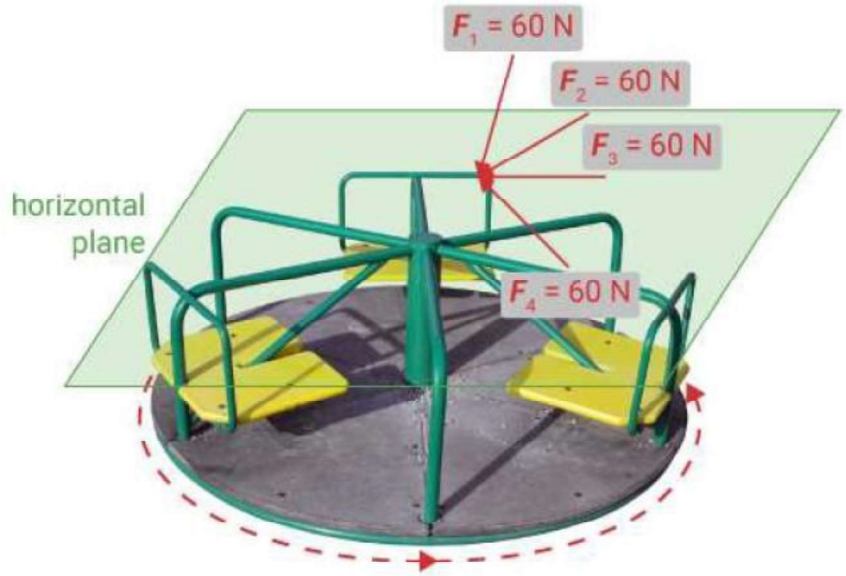
عمر يستخدم حبلا لسحب باب كما في الشكل . ما مقدار العزم الذي يبذله عمر لفتح الباب ؟



a. – 76 N
b. -67 N
c. + 76 N
d. +67 N

مثال 11 :

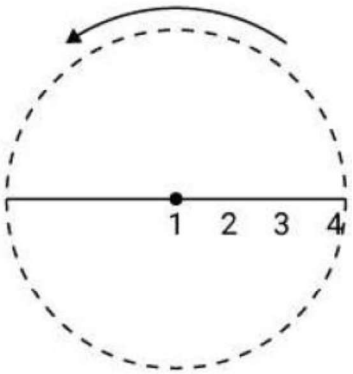
محمد يقوم بتحريك اللعبة الدوارة من خلال تطبيق قوة ثابتة المقدار مقدارها 60 N لكن باتجاهات مختلفة كما في الشكل ، ما هي القوة التي لها اقصى فعالية في تحريك اللعبة بشكل دائري ؟



a. F4
b. F1
c. F3
d. F2

مثال 12:

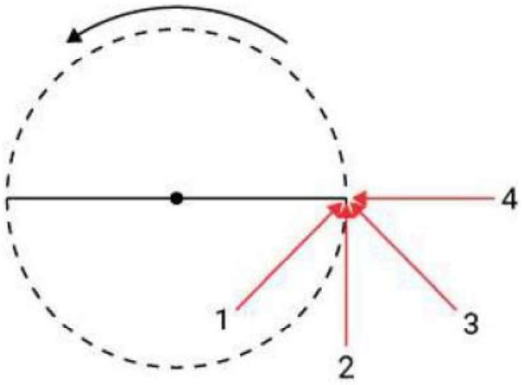
باب دوار في مدخل عمارة (الشكل المرفق يظهر منظر علوي على الباب) ، اقل قوة مماسية لفتح الباب ستؤثر عند :



a. 2
b. 4
c. 3
d. 1

مثال 13:

باب دوار على مدخل عمارة (الشكل المرفق يظهر منظر علوي على الباب) ، اي من القوى الاربعة لها اكبر تأثير على على تحريك الباب :

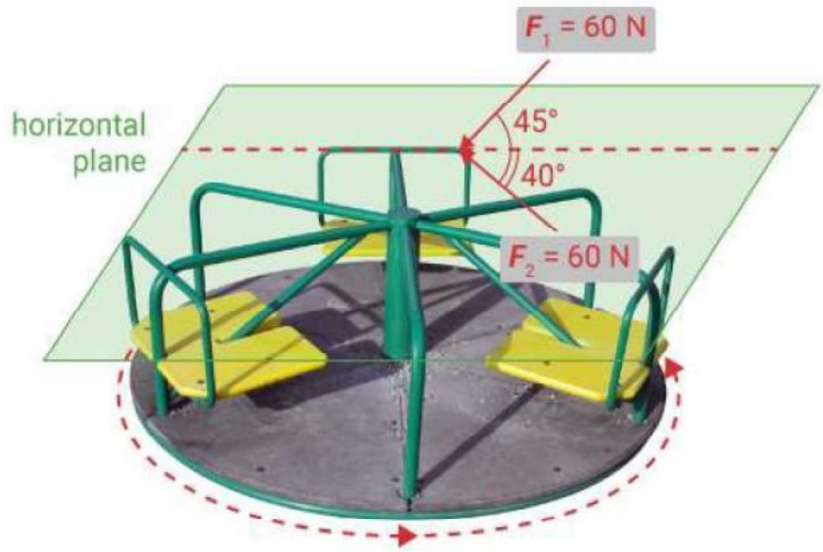


a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

مثال 14:

علي يقوم بدفع اللعبة الدوارة (كما في الشكل المرفق) مرتين مستخدما نفس مقدار القوة (60 N) لكن كل مرة بزاوية مختلفة . المرة الاولى كانت الزاوية مقدارها 45° عن المماس (الخط الاحمر المتقطع عند نقطة تأثير القوى) و المرة الثانية كان مقدار الزاوية 40° بالنسبة للماس. أن مقدار القوة المماسية المسببة لدوران اللعبة سيكون على الترتيب ؟

a. F2 = 46 N و F1 = 42 N
b. F2 = 42 N و F1 = 46 N
c. F2 = 42 N و F1 = 24 N
d. F2 = 24 N و F1 = 46 N



The tangential force of the first force is 42 N.

$$F_{tan} = F \times \cos(45°)$$
$$F_{tan} = 60\ N \times 0.71$$
$$F_{tan} = 42\ N$$

The tangential force of the second force is 46 N.

$$F_{tan} = F \times \cos(40°)$$
$$F_{tan} = 60\ N \times 0.77$$
$$F_{tan} = 46\ N$$

مثال 15 :

كيف يتم تحديد اشارة العزم ؟ اختر الاجابات الصحيحة؟

a. القيمة السالبة تظهر ان القوة تعمل على تحريك الجسم بحركة دورانية عكس عقارب الساعة
b. القيمة الموجبة تظهر ان القوة المؤثرة تعمل على تحريك الجسم بحركة دورانية مع عقارب الساعة
c. القيمة السالبة تظهر ان اتجاه القوة و اتجاه الدوران متعاكسان
d. القيمة الموجبة تظهر ان القوة تعمل على تحريك الجسم بحركة دورانية مع عكس عقارب الساعة
e. القيمة السالبة تظهر ان القوة تعمل على تحريك الجسم بحركة دورانية مع اتجاه عقارب الساعة
f. القيمة الموجبة تظهر ان اتجاه القوة واتجاه الدوران في نفس الاتجاه

مثال 16:

اي من المعادلات التالية تستخدم لحساب العزم (τ) لاي قوة مقدارها F تعمل على تدوير جسم ما ؟

a. $\boldsymbol{\tau = F\ x\ r\ x \sin\theta}$
b. $\tau = F\ x\ Ftan$
c. $\tau = F\ .\ Fx$
d. $\tau = F\ x\ r\ x \cos\theta$

مثال 17:

العزم و الشغل يتم حسابهم من خلال ضرب القوة بالازاحة . بالنسبة للعزم يكون اتجاه القوة عند زاوية مقدارها ( ) بالنسبة للازاحة . اما بالنسبة للشغل فأن اتجاه القوة يجب ان يكون عند زاوية مقدارها ( ) بالنسبة للازاحة؟

a. 90° ، 0°
b. 0° ، 90°
c. 45° ، 45°
d. 90° ، 90°

مثال 18:

احمد يعمل على شد صامولة عجل سيارة من خلال تطبيق قوة مماسية مقدارها 30 N . اي من العبارات التالية صحيحة بخصوص العزم المطبق ؟

a. قيمة العزم دائما اكبر من قيمة القوة المماسية
b. القوة المماسية تساوي العزم
c. العزم يساوي ذراع القوة
d. القوة المماسية هي احد عوامل العزم

مثال 19 :

استخدام مفتاح شد البراغي و الصواميل يسهل فك البراغي و الصواميل لانه يعمل على زيادة ؟

a. طول نصف قطر الدوران
b. القوة المطبقة
c. المقطع العرضي لذراع القوة
d. سرعة دوران ذراع القوة

مثال 20 :

كيف يتم حساب العزم عندما لا تكون القوة المطبقة على الجسم مماسية ؟

a. ضرب القوة المطبقة في المركبة الافقية لها
b. ضرب القوة المطبقة في ذراع القوة
c. ضرب القوة المطبقة في القوة المماسية
d. ضرب القوة المطبقة في 3/4

مثال 21 :

كيف يتم حساب العزم اذا كانت القوة مماسية؟

a. ضرب القوة في الازاحة الزاوية للجسم
b. ضرب القوة في نصف قطر دوران الجسم
c. ضرب القوة المؤثرة في المركبة العامودية لها
d. ضرب القوة في 1

مثال 22 :

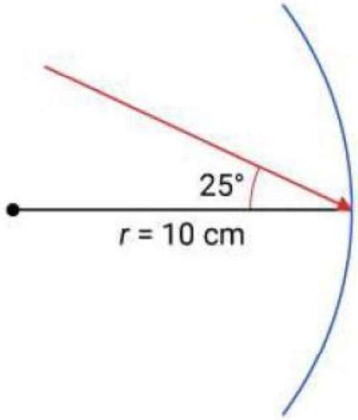
عند تطبيق قوة تميل بزاوية $\theta = 70°$ عن محور مفتاح لشد الصواميل طوله 50 cm . فأن طول ذراع القوة L سيكون ؟

a. 47 cm
b. 47 cm
c. 50 cm
d. صفرا

مثال 23 :

قوة F مقدارها 50 N تعمل على تدوير قضيب معدني نصف قطره 10 cm ، القوة تؤثر بزاوية مقدارها 25° بالنسبة للقضيب (انظر الشكل المرفق) . ما هو طول ذراع القوة ؟

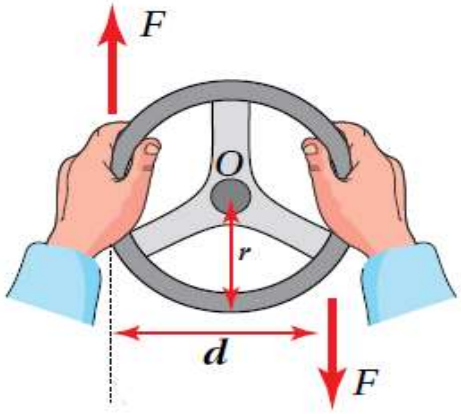
a. 4.2 cm
b. 21 cm
c. 6.5 cm
d. 0.50 cm



$$L = r\sin(25°)$$
$$L = (10\ \text{cm}) \times \sin(25°)$$
$$L = 4.2\ \text{cm}$$

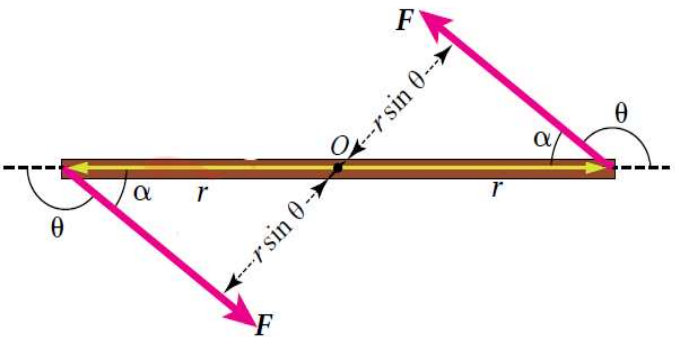
✓ عزم الازدواج(τ_{couple})

- عندما تكون القوتان متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا وخطّا عملهما غير متطابقين



$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$= -Fr - Fr$$
$$= -F(2r)$$
$$= -Fd = \tau_{couple}$$

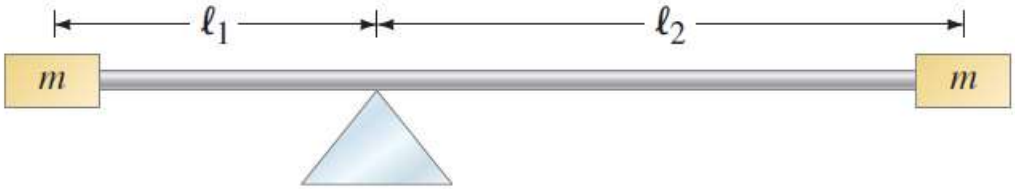
- الإشارةُ السالبة لعزم الازدواج في العلاقة السابقة تعني أنّ المِقوَد يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.
- عندما تصنعُ قوتا الازدواج زاويةً غير قائمةٍ مع المُتّجه (r) (كما في الشكل المرفق) فان عزم الازدواج يعطى بالعلاقة التالية:



$$\tau_{couple} = F(2r\sin\theta) = Fd$$

- ويعمل عزم الازدواج في الشكل على تدوير القضيب الفلزيّ بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة، يمرُّ بالنقطة (O).

سؤال1:
كتلتان مقدار كل منهما m متصلتان مع بعضهما البعض كما في الشكل المرفق بواسطة قضيب مهمل الكتلة . في البداية كان النظام مستقر أفقيا و من ثم اصبح حر الحركة . احسب محصلة واتجاه العزم الكلي على النظام لحظة الحركة ؟



$$\sum \tau = mg\ell_2 - mg\ell_1 = \boxed{mg(\ell_2 - \ell_1), \text{ clockwise}}$$

سؤال 2 : سائق دراجة هوائية كتلته 52 kg يضع كل وزنه على كل بدالة أثناء التبديل لتسلق تلة بواسطة دراجته، البدالة تدور في حركة دائرية نصف قطرها 17 cm :

a . ما هي اقصى قيمة للعزم الذي يبذله السائق؟

b. كيف يمكن للسائق أن يزيد من مقدار العزم الذي يبذله؟

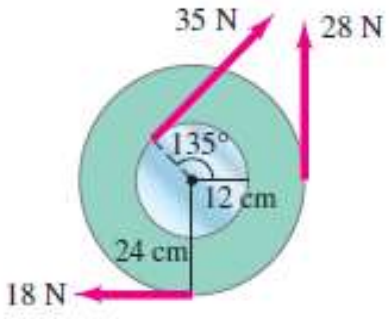
الإجابات:

$$\tau = r_\perp F = r_\perp mg = (0.17\text{ m})(52\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 86.6\text{ m}\cdot\text{N} \approx \boxed{87\text{ m}\cdot\text{N}}$$

يمكن له أن يزيد من العزم بواسطة الضغط بقوة للأسفل برجله مع رفع جسمه للأعلى بحيث يرتفع مركز كتلته أوان يرفع المقود للأعلى أثناء التبديل مما يسبب زيادة القوة للأسفل لرجله .

سؤال 3 :

احسب العزم الكلي حول محور العجل (الشكل المرفق) . افترض أن عزم احتكاك مقداره 0.6 N.m يقاوم الحركة



$$\tau_{net} = (28\ \text{N})(0.24\ \text{m}) - (18\ \text{N})(0.24\ \text{m}) - (35\ \text{N})(0.12\ \text{m}) + 0.60\ \text{m}\cdot\text{N} = -1.2\ \text{m}\cdot\text{N}$$

سؤال 4 :

احسب العزم الكلي المؤثر على قضيب معدني طوله 2m منتظم الكتلة حسب الشكل المرفق، جميع القوة المؤثرة ظاهرة على القضيب . عند النقطة (C) حيث مركز الكتلة و كذلك عند النقطة (b) عند احد الطرفين؟

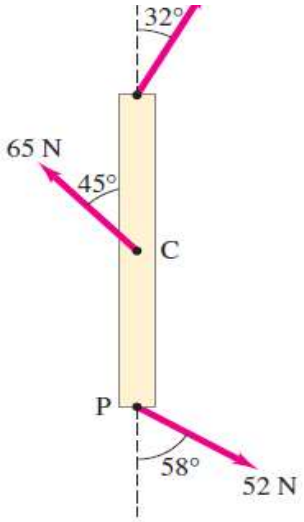
(*a*) Each force has a lever arm of 1.0 m.

$$\tau_{\underset{C}{about}} = -(1.0\ \text{m})(56\ \text{N})\sin 32° + (1.0\ \text{m})(52\ \text{N})\sin 58° = 14.42\ \text{m}\cdot\text{N} \approx \boxed{14\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

(*b*) The force at C has a lever arm of 1.0 m, and the force at the top has a lever arm of 2.0 m.

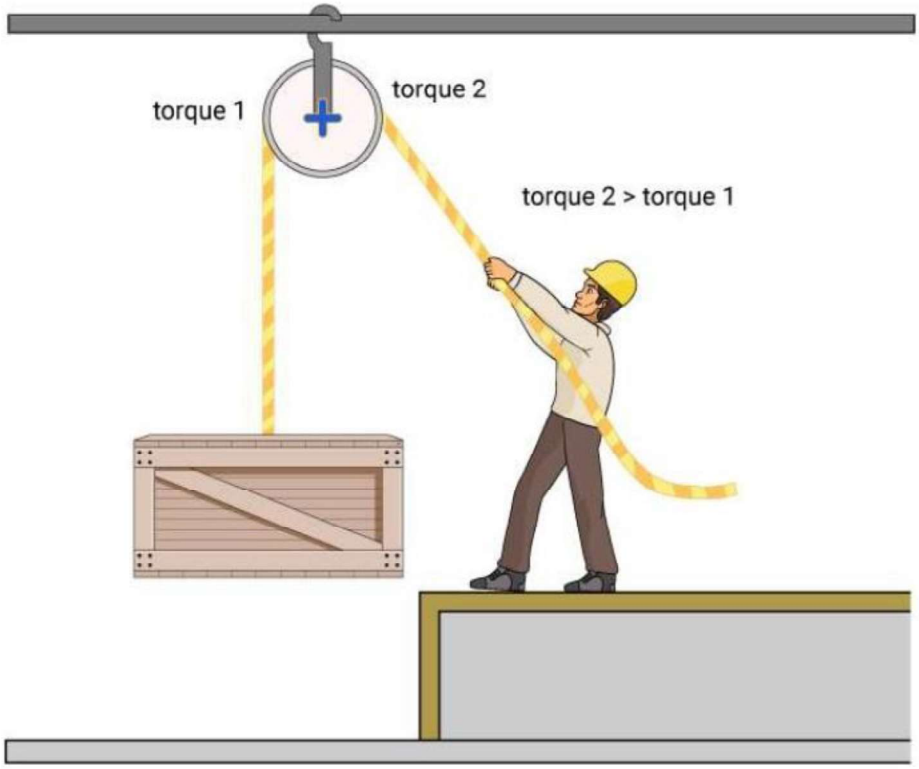
$$\tau_{\underset{P}{about}} = -(2.0\ \text{m})(56\ \text{N})\sin 32° + (1.0\ \text{m})(65\ \text{N})\sin 45° = -13.39\ \text{m}\cdot\text{N} \approx \boxed{-13\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

The negative sign indicates a clockwise torque.



سؤال 5 :

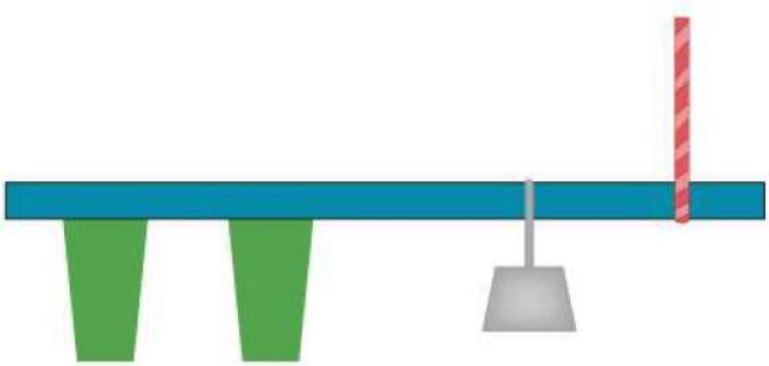
اذا كان مقدار العزم 1 يساوي(Torque 1 = 450 N.m) و العزم 2 (Torque 2 = 500 N.m) . ماذا سيحصل للبكرة في الشكل المرفق ؟



a. سوف لن تدور
b. ستدور اولا باتجاه عقارب الساعة و من ثم ستدور باتجاه عكس عقارب الساعة عندما يصبح ارتفاع الصندوق عاليا
c. سوف تدور باتجاه عكس عقارب الساعة
d. سوف تدور باتجاه عقارب الساعة

سؤال 6 :

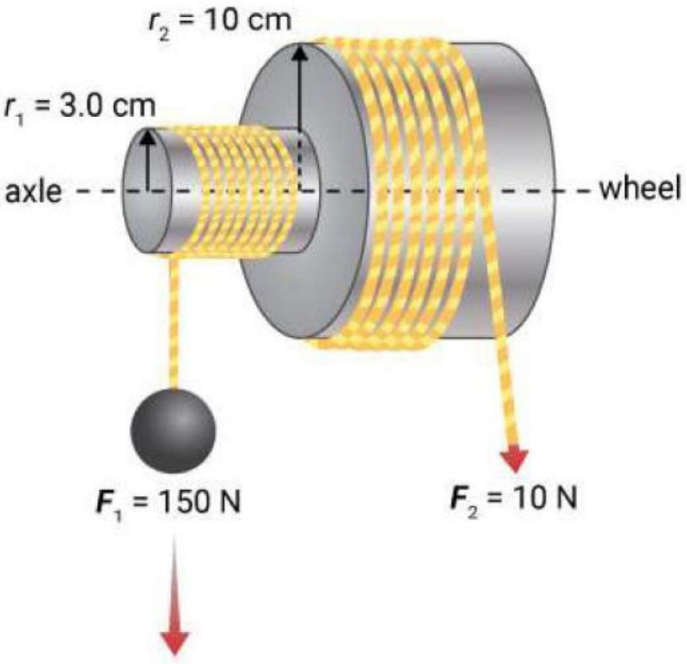
لوح خشبي لونه ازرق (كما في الشكل) لديه داعامات عدد اثنين لونها اخضر و يتصل فيه ثقل لونه سكني و الطرف البعيد للوح الازرق متصل بحبل لونه احمر . أي من الاشياء المذكورة سابقا باللوح الازرق من الممكن ان يؤثر بقوة تؤدي الى توليد عزم دوران للوح الازرق ؟



a. الثقل فقط
b. كل ما تم ذكره
c. الحبل فقط
d. الثقل و الحبل فقط

سؤال 7:

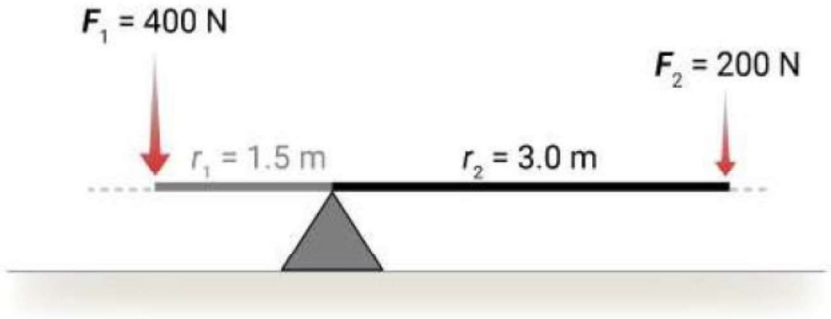
اسطوانة تم تركيبها على محور (كما في الشكل المرفق) اذا علمت ان ذراع القوة للسطوانة هو نصف قطرها و ذراع القوة للمحور هو كذلك نصف قطره . القوتان (F1 و F2) مماسيتان لكل من المحور و الاسطوانة . ما هو مقدار العزم الذي تؤثر فيه كل قوة ؟



a. $\tau 2 = 1.0\ N.m$ و $\tau 1 = -4.5\ N.m$
b. $\boldsymbol{\tau 2 = -1.0\ N.m}$ و $\boldsymbol{\tau 1 = 4.5\ N.m}$
c. $\tau 2 = -10\ N.m$ و $\tau 1 = 4.5\ N.m$
d. $\tau 2 = 10\ N.m$ و $\tau 1 = 45\ N.m$

سؤال 8:

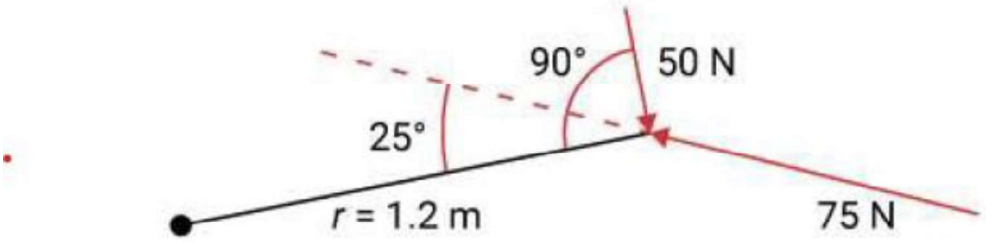
لعبة سيسو (انظر الشكل المرفق) يؤثر على طرفيها قوتان مماسيتان . ما هو العزم الكلي المؤثر على السيسو و في اتجاه ستدور لعبة السيسو ؟



a. العزم الكلي يساوي 300 N.m – و سيدور السيسو مع اتجاه عقارب الساعة
b. العزم الكلي يساوي صفرا و السيسو لن يدور
c. العزم الكلي يساوي 600 N.m و السيسو سيدور عكس عقارب الساعة
d. العزم الكلي يساوي 1200 N.m- و السيسو سيدور مع اتجاه عقارب الساعة

سؤال 9 :

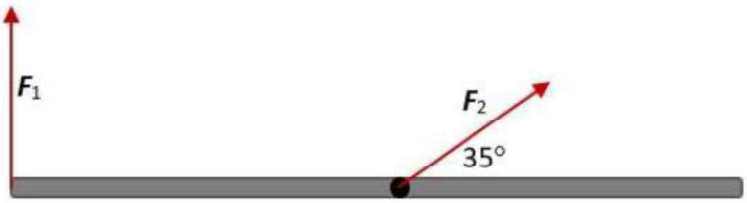
احمد يدفع قضيب معدني (كما في الصورة المرفقة) بقوة مقدارها 75 N بينما وزن القضيب 50 N ، هل قوة احمد كافية لرفع القضيب للاعلى ؟



a. نعم ، و مقدار العزم 22 N.m و اتجاهه عكس عقارب الساعة
b. نعم ، و مقدار العزم 38 N.m و اتجاهه عكس عقارب الساعة
c. لا ، و مقدار العزم 22 N.m و اتجاهه مع عقارب الساعة
d. لا ، و مقدار العزم 60 N.m و اتجاهه مع عقارب الساعة

سؤال 10 :

قوتان مقدار كل منهما (F1 = 96 N و F2 = 120 N) يؤثران على قضيب معدني منتظم طوله 1.2 m (كما في الشكل المرفق) و القضيب مثبت عند منتصفه لكن له حرية الدوران حول مركزه (محوره) . ما هو مقدار العزم الكلي المطبق على القضيب المعدني؟



a. -27 N.m
b. 58 N.m
c. 27 N.m
d. -58 N.m

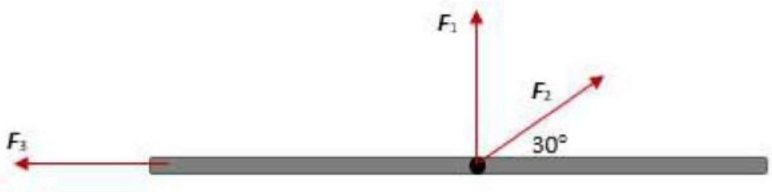
سؤال 11 :

قوتان مقدار كل منهما (F1 = 72 N و F2 = 85 N) تؤثران على قضيب معدني منتظم طوله 25 cm كما في الشكل المجاور . القضيب مثبت في منتصفه وله حرية الدوران . ان مقدار العزم المطبق من قبل القوتين F1 و F2 على التوالي سيكون؟

a. $\boldsymbol{\tau 2 = 0\ N.m}$ **و** $\boldsymbol{\tau 1 = -7.8\ N.m}$
b. $\tau 2 = -7.8\ N.m$ و $\tau 1 = 0\ N.m$
c. $\tau 2 = -7.8\ N.m$ و $\tau 1 = 8.7\ N.m$
d. $\tau 1 = -8.7\ N.m$ و $\tau 2 = -7.8\ N.m$

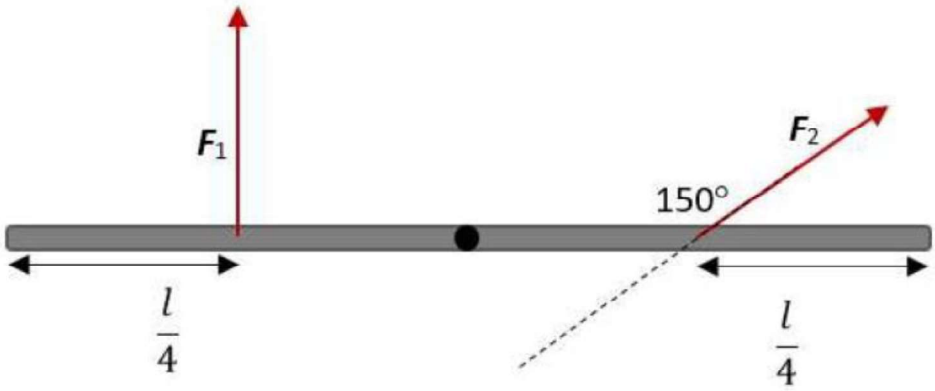
سؤال 12 :

ثلاث قوى (F1 = 120 N ، F2 = 95 N ، F3 = 125 N) تؤثر على قضيب معدني منتظم طوله 1.0 m (كما في الشكل المرفق) . القضيب مثبت من منتصفه و لديه القدرة على الدوران عند محور التثبيت . ما هي محصلة العزوم من تاثير هذه القوى على القضيب المعدني ؟



a. -24 N.m
b. -42 N.m
c. 24 N.m
d. 0 N.m

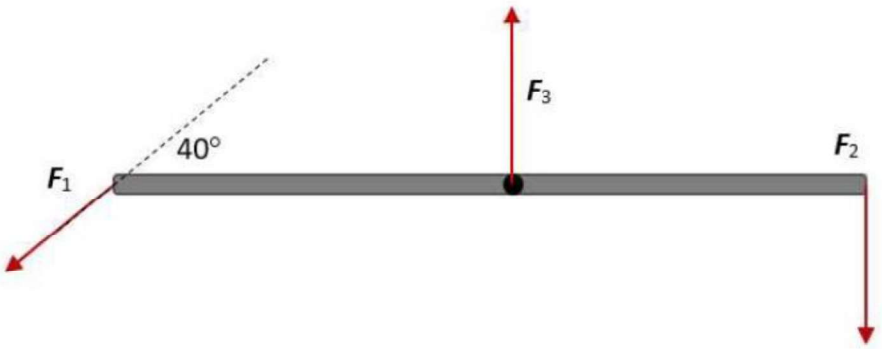
سؤال 13:
قوتان (F1 = 55 N و F2 = 65 N) تؤثران على قضيب معدني منتظم كما في الشكل المجاور . طول القضيب 75 cm ، والقضيب مثبت عند منتصفه مع حرية الدوران عند نقطة التثبيت . احسب محصلة العزم المؤثر على القضيب بفعل القوتين؟



a. 6.1 N.m
b. 16 N.m
c. -3.9 N.m
d. -5.9 N.m

سؤال 14 :

ثلاث قوى (F1 = 36 N ، F2 = 65 N ، F3 = 54 N) تؤثر على قضيب منتظم طوله 64 cm ، القضيب مثبت عند منتصفه مع حرية الدوران عند نقطة التثبيت (كما في الشكل المجاور) . اختر الاجابات الصحيحة ؟



a. $\boldsymbol{\tau net = -14\ N.m}$
b. $\tau net = 28\ N.m$
c. $\tau 1 = 14\ N.m$
d. $\tau 2 = 21\ N.m$
e. سيدور القضيب باتجاه عكس عقارب الساعة
f. لن يدور القضيب
g. $\boldsymbol{\tau 1 = 7.4\ N.m}$
h. $\boldsymbol{\tau 3 = 0\ N.m}$
i. $\boldsymbol{\tau 2 = -21\ N.m}$
j. $\tau 3 = 34\ N.m$

Equilibrium الاتزان

حتى يكون الجسم تحت اتزان ميكانيكي يجب عليه إن يحقق الشرطان التاليين:

1. **محصلة القوى الخارجية المؤثرة عليه يجب أن تساوي صفرا $\sum F = 0$**

هذا الشرط يوضح ماذا يعني الاتزان الانتقالي للجسم : حسب قانون نيوتن الثاني في الحركة اذا كان الجسم تحت تأثير محصلة قوى متزنة فأن الجسم إما يسير بسرعة ثابتة أو انه مستقر في مكانه بدون حركة أي أن تسارعه في الحالتين ($a = 0$). والذي يهمنا هنا في هذا الجزء هو الحالة الثانية عندما يكون الجسم مستقر في مكانه لكن خاضع للشرط الثاني و الذي هو.

2. **محصلة العزوم الخارجية يجب أن تساوي صفرا $\sum \tau = 0$**

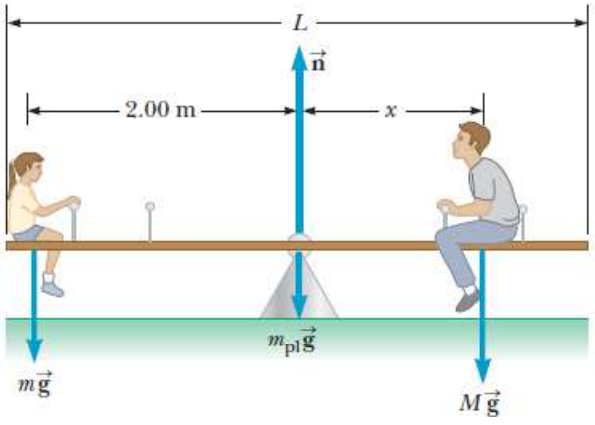
هذا الشرط يوضح ماذا يعني الاتزان الدوراني للجسم : مجموع العزوم المؤثرة على الجسم يجب ان يكون صفرا بحيث أن الجسم **لا يكتسب** تسارعا زاويا أي أن ($\alpha = 0$)

أي أن الجسم لا يكون متزنا ألا بشرط أن يتحرك (ينتقل) بسرعة ثابتة (constant velocity) ويدور أيضا بسرعة زاوية ثابتة (constant angular velocity).

مثال 1 :

امرأة كتلتها $m = 55\ kg$ تجلس على الطرف الأيسر للعبة السيسو طولها $L = 4m$ ، ترتكز اللعبة في المنتصف كما في الشكل المرفق :

a. أين يجب أن يجلس رجل كتلته $M = 75\ kg$ بحيث يتزن النظام (السيسو و الرجل و المرأة)
b. ما هو مقدار القوة العامودية n (Normal Force) التي تؤثر فيها نقطة الارتكاز على لوح السيسو (كتلة لوح السيسو $m_{pi} = 12\ kg$)
c. اعد حسابات العزوم في الفرع a مرة أخرى لكن هذه المرة المحور على الطرف الأيسر للوح السيسو



الحل:

a. أين يجب أن يجلس الرجل؟
نطبق الشرط الثاني للاتزان بحيث أن يكون مجموع العزوم يساوي صفرا

$$\tau_{pivot} + \tau_{gravity} + \tau_{man} + \tau_{woman} = 0$$

$$0 + 0 - Mgx + mg(L/2) = 0$$

$$x = \frac{m(L/2)}{M} = \frac{(55.0\ kg)(2.00\ m)}{75.0\ kg} = 1.47\ m$$

b. مقدار القوة العامودية n
نطبق الشرط الأول في الاتزان

$$-Mg - mg - m_{pl}g + n = 0$$
$$n = (M + m + m_{pl})g$$
$$= (75.0\text{ kg} + 55.0\text{ kg} + 12.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)$$
$$n = \boxed{1.39 \times 10^3\text{ N}}$$

c. إعادة الحسابات

$$\tau_{man} + \tau_{woman} + \tau_{plank} + \tau_{pivot} = 0$$
$$-Mg(L/2 + x) + mg(0) - m_{pl}g(L/2) + n(L/2) = 0$$

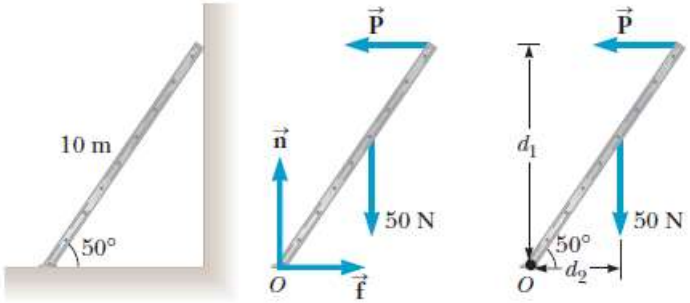
$$-(75.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m} + x) + 0$$
$$-(12.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m}) + n(2.00\text{ m}) = 0$$
$$-(1.47 \times 10^3\text{ N}\cdot\text{m}) - (735\text{ N})x - (235\text{ N}\cdot\text{m})$$
$$+ (2.00\text{ m})n = 0$$

$$x = \boxed{1.46\text{ m}}$$

مثال 2 :

سلم طوله 10 m و وزنه 50 N يرتكز على جدار املس (عديم الاحتكاك)، يكون السلم على وشك الانزلاق عندما يعمل زاوية مع الأرض مقدارها 50° كما في الشكل المرفق. احسب معامل الاحتكاك السكوني μ_s ما بين السلم و الأرض؟

P :هي مقدار القوة التي يؤثر
فيها الحائط على اعلى السلم



الحل:

(1) $\Sigma F_x = f - P = 0 \rightarrow f = P$
(2) $\Sigma F_y = n - 50.0\text{ N} = 0 \rightarrow n = 50.0\text{ N}$

P هي مقدار القوة التي يؤثر
فيها الحائط على اعلى السلم

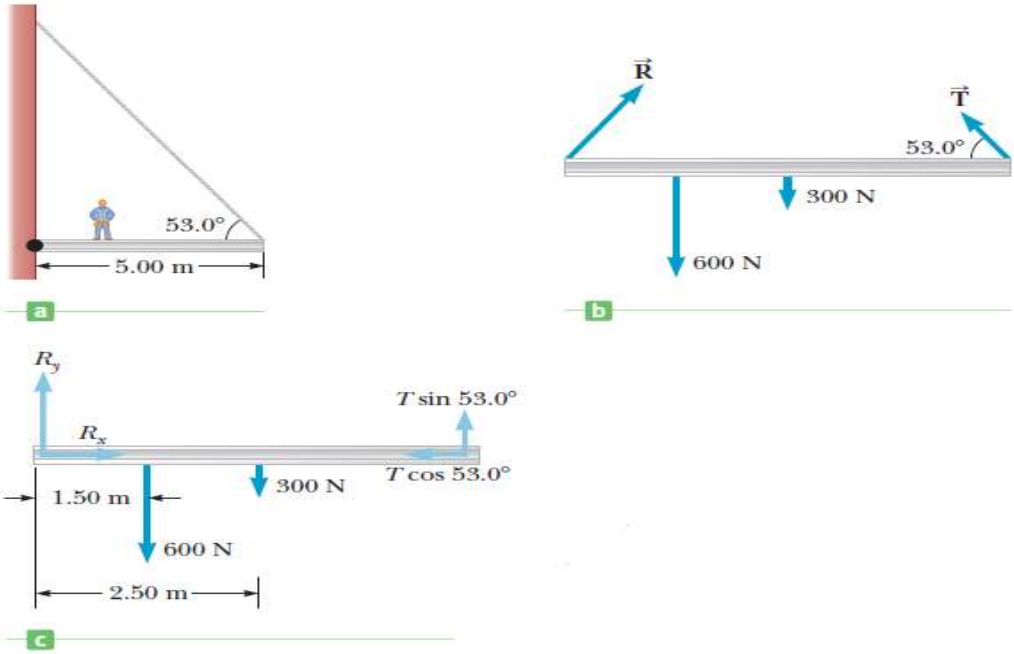
$$\Sigma\tau_i = \tau_f + \tau_n + \tau_{grav} + \tau_P = 0$$

$$0 + 0 - (50.0\text{ N})(5.00\text{ m})\sin 40.0° + P(10.0\text{ m})\sin 50.0° = 0$$
$$P = 21.0\text{ N}$$

$$21.0\text{ N} = f = f_{s,max} = \mu_s n = \mu_s(50.0\text{ N})$$
$$\mu_s = \frac{21.0\text{ N}}{50.0\text{ N}} = \boxed{0.420}$$

مثال 3 :

قضيب معدني أفقي طوله 5 m و وزنه 3×10^2 N يتصل بالحائط (كما في الشكل) من خلال مسمار يسمح للقضيب المعدني بالدوران . الطرف البعيد للقضيب مدعوم بسلك معدني يصنع زاوية مقدارها 53° مع الأفق . اذا كان هنالك رجل وزنه 6×10^2 N يقف على بعد 1.5 m من الحائط . احسب مقدار الشد في الحبل **T** و القوة **R** التي يؤثر فيها الحائط على القضيب المعدني؟



A . الشكل يوضح القضيب المعدني و السلك و الزاوية التي يصنعها

B . الشكل يوضح مخطط القوى المؤثرة على القضيب المعدني

C . الشكل يوضح مركبات القوة المؤثرة على القضيب

$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_B + \tau_M + \tau_T = 0$$

الحل:

$$\sum \tau_i = 0 - w_B(L/2) - w_M(1.50\ \text{m}) + TL \sin(53°) = 0$$

$$-(3.00 \times 10^2\ \text{N})(2.50\ \text{m}) - (6.00 \times 10^2\ \text{N})(1.50\ \text{m}) + (T \sin 53.0°)(5.00\ \text{m}) = 0$$

$$T = 413\ \text{N}$$

$$(1) \quad \sum F_x = R_x - T \cos 53.0° = 0$$

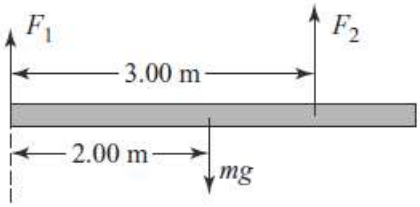
$$(2) \quad \sum F_y = R_y - w_B - w_M + T \sin 53.0° = 0$$

$$R_x = 249\ \text{N} \qquad R_y = 5.70 \times 10^2\ \text{N}$$

مثال 4:

لوح أفقي طوله 4 m و كتلته 20 kg يستقر على دعامتين كنقاط ارتكاز أحداهما على الطرف الأيسر للوح و الأخرى تقع قبل الطرف الأيمن بمسافة 1 m . ما هي محصلة القوة المؤثرة على اللوح بفعل الدعامة الثانية؟

A. 32 N
B. 45.2 N 112 N
C. 131 N
D. 98.2 N



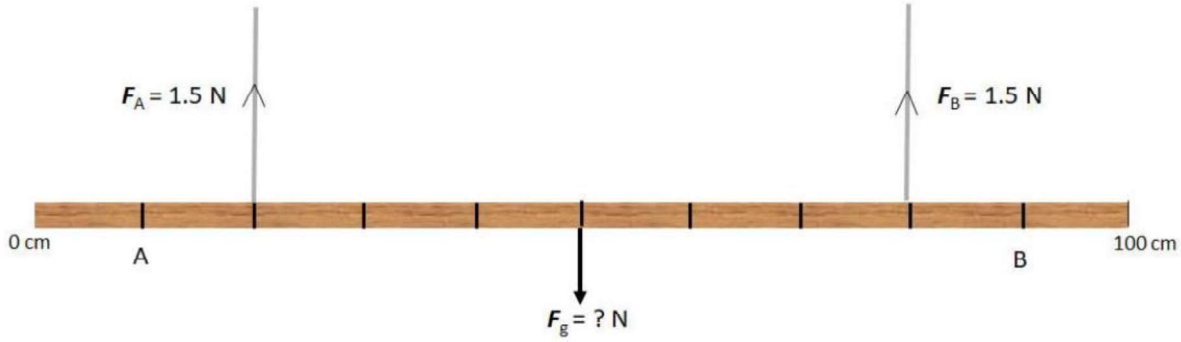
$\Sigma t = 0$

$$-mg(2.00\ \text{m}) + F_2(3.00\ \text{m}) = 0, \text{ or}$$

$$F_2 = \frac{2mg}{3} = \frac{2(20.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{3} = 131\ \text{N}$$

مثال 5:

مسطرة طولها 1m في و ضعية اتزان سكوني و معلقة بواسطة خيطين (كما في الشكل المرفق). اذا كان الشد في كل خيط يساوي 1.5 N و كان موضع كل خيط يبعد مسافة 20 cm من طرف المسطرة . فأن وزن المسطرة هو :



$$F_{net} = F_g - (F_A + F_B) = 0$$
$$F_g = F_A + F_B$$
$$F_g = 1.5\ \text{N} + 1.5\ \text{N}$$
$$F_g = 3.0\ \text{N}$$

a. 20 N
b. 1.5 N
c. 15 N
d. 3 N

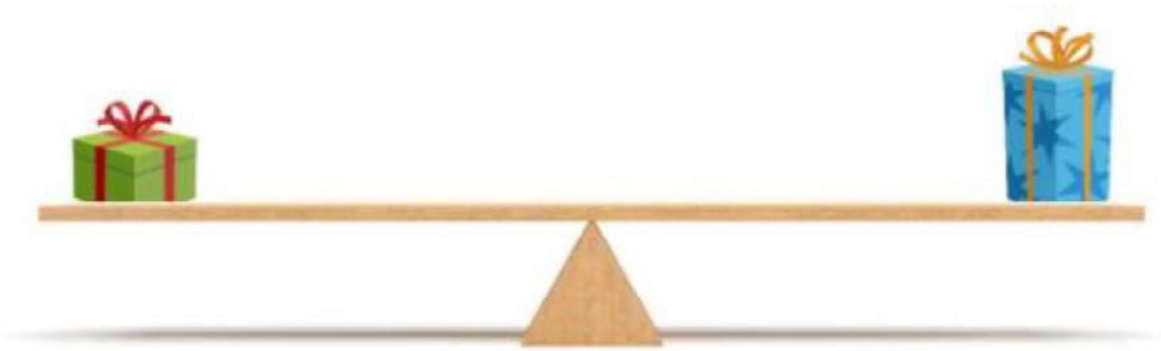
مثال 6 :

عندما يكون الجسم في حالة اتزان سكوني فأن سرعته الخطية (V) و سرعته الزاوية (ω) يكون مقدارهما:

a. متساويان
b. في نفس الاتجاه
c. متعاكسان في الاتجاه
d. صفر

مثال 7 :

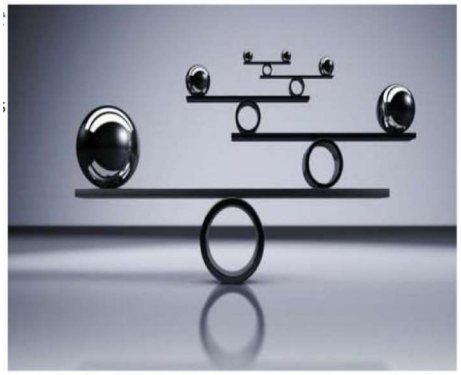
صندوقي هدايا موضوعان على لوح خشبي و يبعدان عن بعضهما نفس المسافة عن نقطة الارتكاز (كما يظهر في الشكل المرفق) . اذا علمت ان طول اللوح الخشبي 2 m ، اذا كان اللوح في حالة اتزان سكوني و كان وزن الهدية الزرقاء 8 N فماذا سيكون وزن الهدية الخضراء ؟



a. 1 N
b. 8 N
c. 4 N
d. 6 N

مثال 8 :

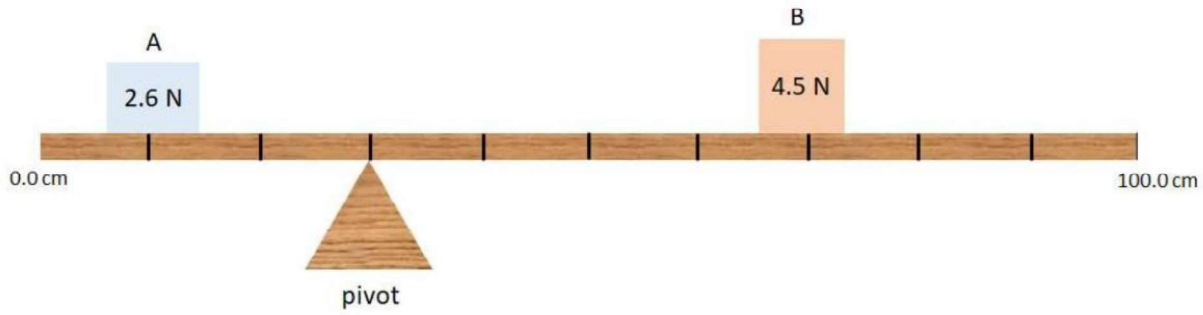
اي العبارات التالية صحيحة في ما يتعلق بجسم متزن اتزان سكوني :



a. العزم الكلي المؤثر على لجسم يكون سالب الاشترة
b. العزم الكلي المؤثر على الجسم يساوي صفرا
c. محصلة القوة المؤثرة على الجسم تكون سالبة الاشارة
d. محصلة القوة المؤثرة على الجسم تساوي صفرا

مثال 9 :

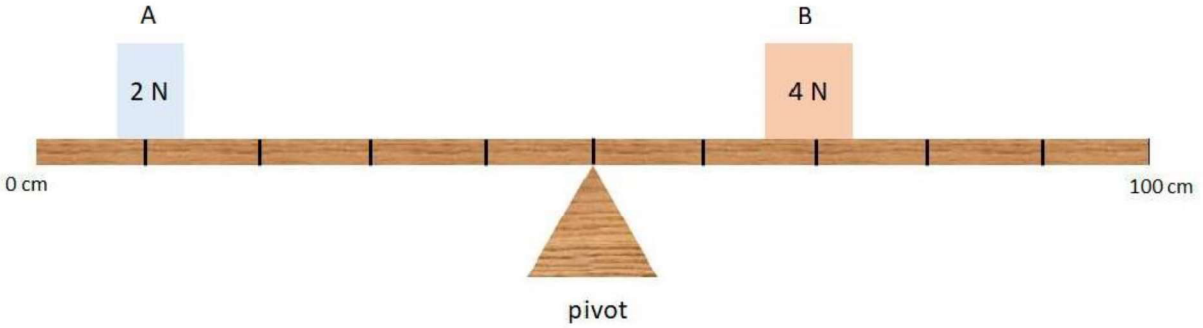
جسمين مختلفي الكتلة موضوعان على لوح خشبي طوله 1m (كما يظهر في الشكل المجاور) . اي من العبارات التالية تكون صحيحة في ما يتعلق بالنظام .



a. النظام في حالة اتزان دوراني
b. اتجاه محصلة العزم للنظام مع عقارب الساعة
c. اتجاه محصلة العزم مع عكس عقارب الساعة
d. النظام في حالة اتزان انتقالي

مثال 10 :

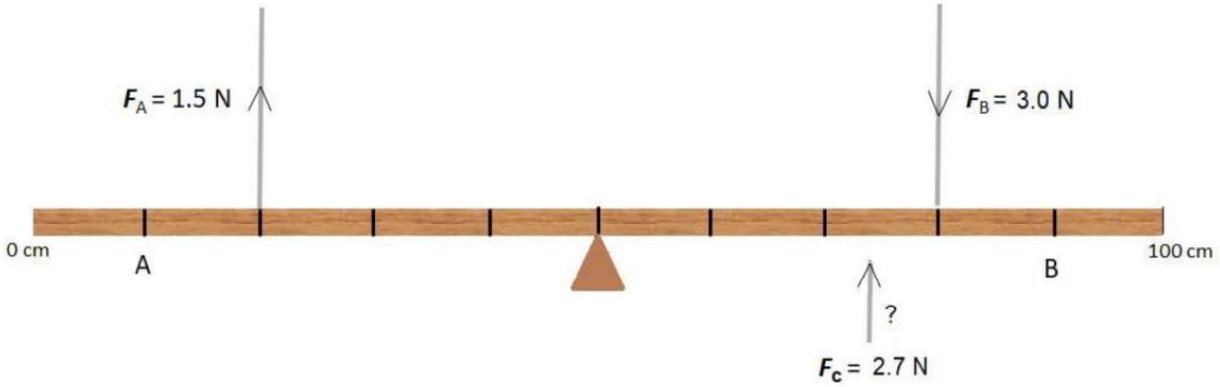
محصلة العزم للنظام المرفق صورته هي :



a. 0 N.m
b. 2.5 N.m
c. 5 N.m
d. 7.5 N.m

مثال 11 :

اقترح سمير تطبيق قوة مقدارها 2.7 N باتجاه عكس عقارب الساعة حتى يتزن النظام المرفق صورته . لكن سمير لا يعلم اين سيكون موقع هذه القوة لتحقيق الاتزان . ساعد سمير في اختيار موقع القوة من خلال اجراء الحسابات الضرورية التي اظهرت ما يلي . اختر الجواب المناسب ؟



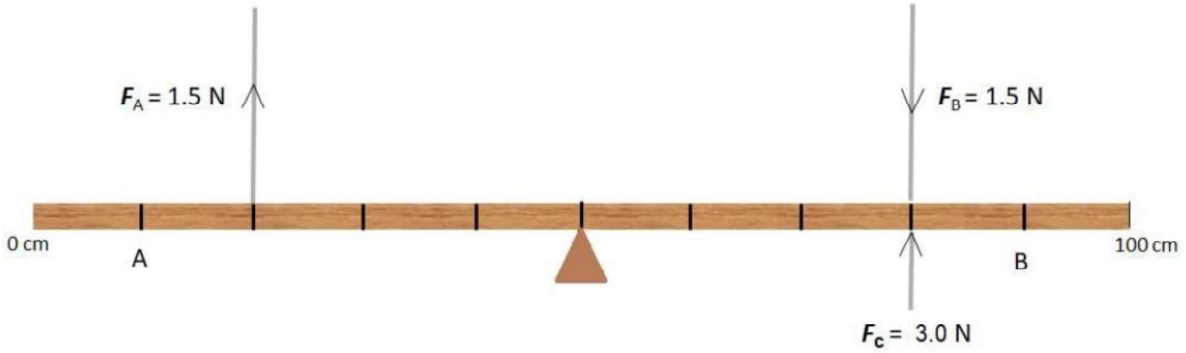
a. 0.3 m لليمين من موقع نقطة الارتكاز
b. 0.15 m لليسار من موقع نقطة الارتكاز
c. 0.5 m لليمين من موقع نقطة الارتكاز
d. 0.5 m لليسار من موقع نقطة الارتكاز

↩ Clockwise torque = ↪ Counterclockwise torque

$$\tau_A + \tau_B = \tau_C$$

مثال 12 :

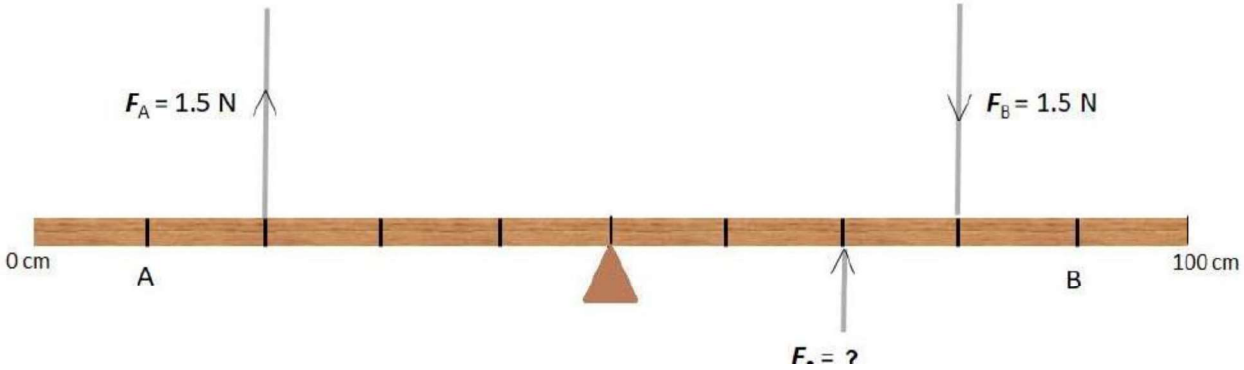
اي العبارات التالية صحيحة في وصف النظام المرفق صورته :



a. المسطرة ليست في حالة اتزان سكوني
b. المسطرة ليست في حالة اتزان انتقالي
c. المسطرة في حالة اتزان انتقالي لكنها ليست في حالة اتزان دوراني
d. المسطرة في حالة اتزان سكوني

مثال 13 :

في النظام المرفق صورته . ما هو مقدار القوة F_C حتى يتزن النظام ويتم المحافظة على الاتزان السكوني للنظام . علما ان المسطرة مقسمة لمسافات متساوية المقدار طولها 10 cm ؟



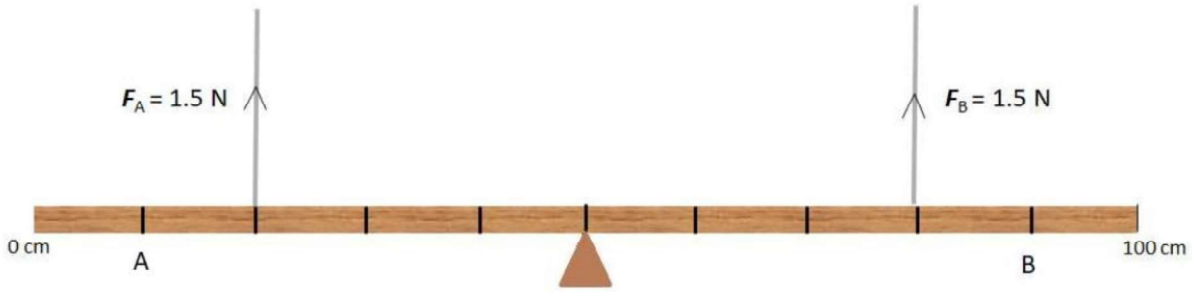
↩ Clockwise torque = ↪ Counterclockwise torque

$\tau_A + \tau_B = \tau_C$

a. 9.0 N
b. 4.5 N
c. 3.0 N
d. 1.5 N

مثال 14 :

أي من العبارات التالية تصف الوضع في الصورة المرفقة . افترض ان المسطرة عديمة الوزن :

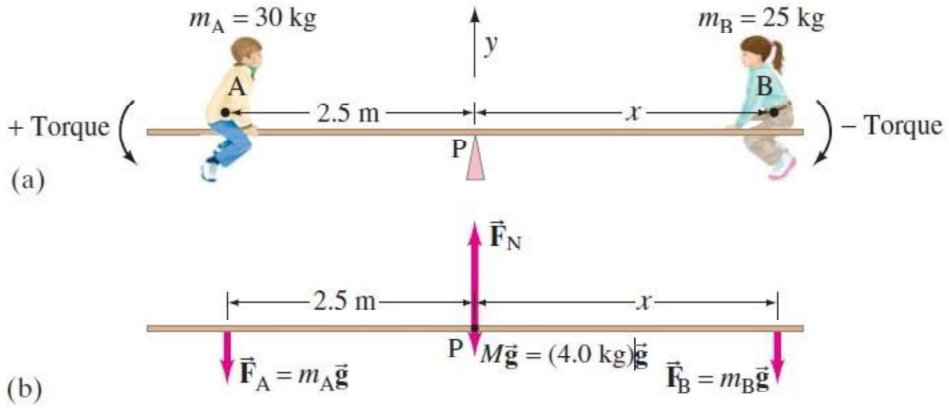


a. **المسطرة في وضع اتزان دوراني و لكن ليست في وضع اتزان انتقالي**
b. المسطرة ليست في وضع اتزان دوراني و لا وضع اتزان انتقالي
c. المسطرة في وضع اتزان انتقالي و اتزان دوراني
d. المسطرة ليست في وضع اتزان دوراني لكنها في وضع اتزان اتقالي

مثال 15 :

يجلس طفلان على لعبة سيسو (كما في الشكل المرفق) . كتلة لوح السيسو 4 kg و الطفل A يجلس على بعد مسافة 2.5 m من نقطة الارتكاز و كتلته 30 kg و الطفل B كتلته 25 kg ، اين يجب ان يجلس الطفل B حتى يتزن السيسو . افترض ان لوح السيسو منتظم الكتلة ؟

$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_N - m_A g - m_B g - Mg = 0,$$
$$F_A = m_A g \text{ and } F_B = m_B g.$$



$$\Sigma\tau = 0$$
$$m_A g(2.5\text{ m}) - m_B gx + Mg(0\text{ m}) + F_N(0\text{ m}) = 0$$
$$m_A g(2.5\text{ m}) - m_B gx = 0,$$

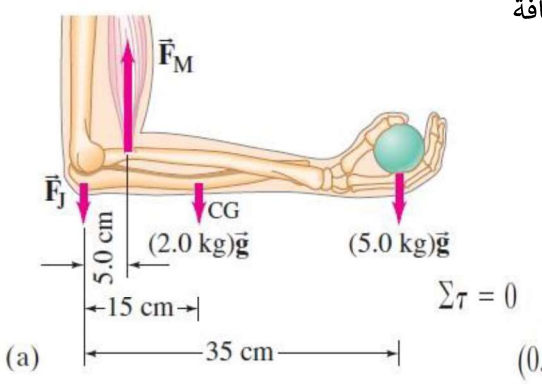
$$x = \frac{m_A}{m_B}(2.5\text{ m}) = \frac{30\text{ kg}}{25\text{ kg}}(2.5\text{ m}) = 3.0\text{ m}.$$

مثال 16 :

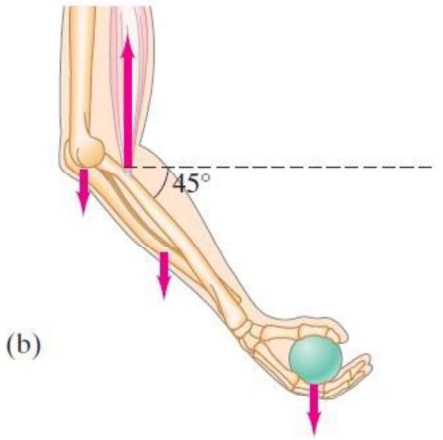
ما مقدار القوة (F_M) التي يجب ان تؤثر فيها عضلة البايسبس (العضلة الثنائية) عندما يتم حمل كرة كتلتها 5 kg في اليد (كما يظهر في الشكل المرفق) في الحالتين التاليتين :

a. عندما يكون الساعد بشكل افقي
b. عندما يكون الساعد مائل بزاوية مقدارها 45° عن الافق (حسب الشكل المرفق)

علما ان كتلة الساعد 2 kg وعضلة البايسبس تؤثر على الساعد بمسافة 5 cm عن الكوع



$$\Sigma\tau = 0$$
$$(0.050\text{ m})F_M - (0.15\text{ m})(2.0\text{ kg})g - (0.35\text{ m})(5.0\text{ kg})g = 0.$$



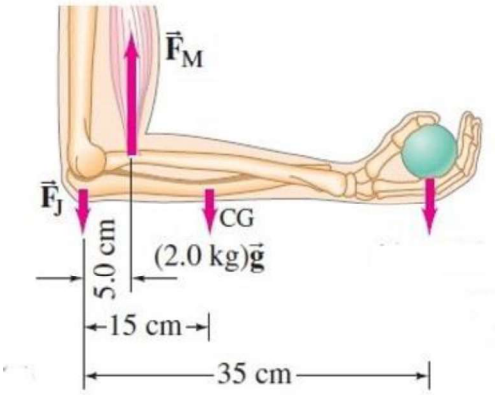
$$F_M = \frac{(0.15\text{ m})(2.0\text{ kg})g + (0.35\text{ m})(5.0\text{ kg})g}{0.050\text{ m}} = (41\text{ kg})g = 400\text{ N}.$$

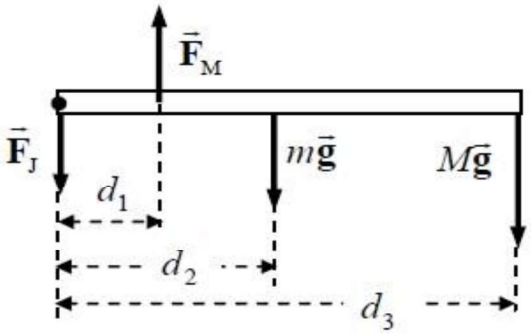
في الحالة b سيتم تطبيق نفس المعادلات كما في الحالة a وستكون كل القوى متاثرة بالعامل cos 45 والذي يتم حذفه من المعادلات و بالتالي ستكون الاجابة هي :

$$F_M = 400\text{ N}.$$

مثال 17:

افرض ان نقطة التقاء العضلة الثنائية (البايسبس) في المثال السابق مع الساعد اصبح على بعد 6 cm بدلا من 5 cm من مفصل الكوع . كم سيكون مقدار الكتلة التي قد يحملها شخص في يده اذا علمت ان العضلة الثنائية تؤثر بقوة مقدارها $F_M = 450\ N$ ؟



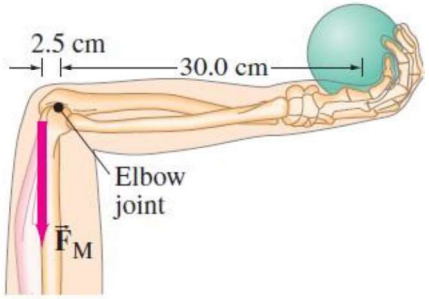


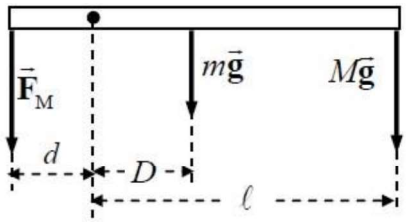
$$\sum \tau = F_M d_1 - mgd_2 - Mgd_3 = 0 \quad \rightarrow$$

$$M = \frac{F_M d_1 - mgd_2}{gd_3} = \frac{(450\ \text{N})(0.060\ \text{m}) - (2.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(0.15\ \text{m})}{(9.80\ \text{m/s}^2)(0.35\ \text{m})} = \boxed{7.0\ \text{kg}}$$

مثال 18:

ما مقدار القوة F_M التي تؤثر فيها العضلة الثلاثية (الترايسبس) التي تقع خلف المرفق (كما يظهر في الشكل المرفق) على الساعد لحمل كرة كتلتها 7.3 kg ، افترض ان كتلة الساعد 2.3 kg و مركز تاثير قوة الجاذبية Mg على الساعد يبعد مسافة 12 cm عن مفصل الكوع ؟





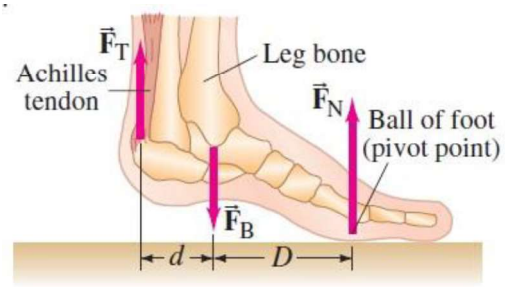
$$\sum \tau = F_M d - mgD - Mg\ell = 0$$

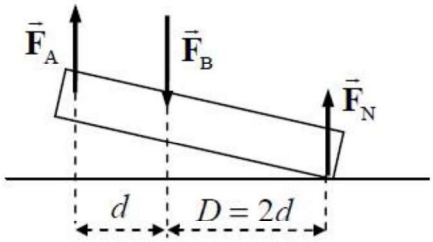
$$F_M = \frac{mD + M\ell}{d} g$$

$$= \left[\frac{(2.3\ \text{kg})(0.12\ \text{m}) + (7.3\ \text{kg})(0.300\ \text{m})}{0.025\ \text{m}}\right](9.80\ \text{m/s}^2) = \boxed{970\ \text{N}}$$

مثال 19 :

وتر اخيل (Achilles tendon) (الوتر الخلفي للقدم الذي يتصل بالكعب مع الركبة) كما يظهر في الشكل المرفق . عندما يريد شخص ان يرفع جسمه متكاء على اصابعه الامامية (كما يوضح الشكل) فكم سيكون مقدار الشد F_T في وتر اخيل لرفع الجسم للاعلى و كم ستكون القوة F_B التي تؤثر فيها عظمة الساق القدم باتجاه الاسفل . افرض ان كتلة الشخص هي 72 kg و المسافة D هي ضعفي المسافة d ؟





$$\sum \tau = F_N(2d) - F_A d = 0 \rightarrow$$

$$F_A = 2F_N = 2mg = 2(72\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = \boxed{1400\text{ N}}$$

The net force in the y direction must be zero. Use that to find F_B.

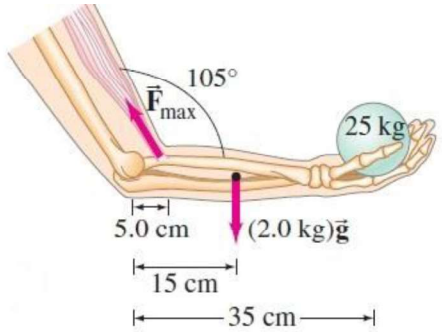
$$\sum F_y = F_N + F_A - F_B = 0 \rightarrow F_B = F_N + F_A = 2mg + mg = 3mg = \boxed{2100\text{ N}}$$

سيكون هنالك قوة عامودية F_N باتجاه الاعلى تساوي في المقدار قوة وزن الشخص و تعاكسها في الاتجاه ($F_N = mg$) .
سنقوم بحساب العزوم عند نقطة على الارض مباشرة اسفل عظمة الساق (وعلى خط موازي لتاثير قوة عظم الساق F_B) .
و بما ان القدم في حالة اتزان فسيكون مجموع العزوم يساوي صفرا .

مثال 20 :

اذا كانت اقصى كتلة يستطيع شخص حملها في يده تساوي 25 kg عندما يكون الذراع بزاوية 105 ° كما يظهر في الشكل المرفق . ما مقدار اقصى قوة F_{max} تستطيع العضلة الثنائية تطبيقها على الساعد ؟

افرض ان الساعد واليد كتلتهما 2.0 kg و مركز تاثير قوة الجاذبية (F_g) يبعد مسافة 15 cm عن مفصل الكوع . العضلة الثنائية تتصل بالذراع عند نقطة تبعد مسافة 5 cm عن مفصل الكوع.

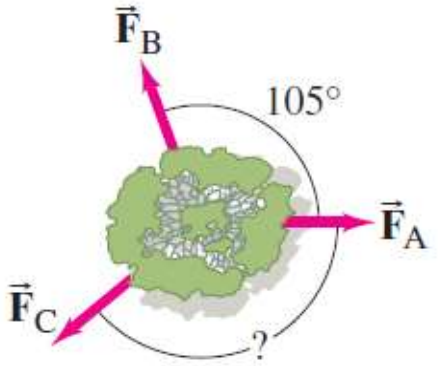


$$\sum \tau = (2.0\text{ kg})g(0.15\text{ m}) + (25\text{ kg})g(0.35\text{ m}) - F_{max}(0.050\text{ m})\sin 105^\circ = 0 \rightarrow$$

$$F_{max} = \frac{(2.0\text{ kg})g(0.15\text{ m}) + (25\text{ kg})g(0.35\text{ m})}{(0.050\text{ m})\sin 105^\circ} = 1836\text{ N} \approx \boxed{1800\text{ N}}$$

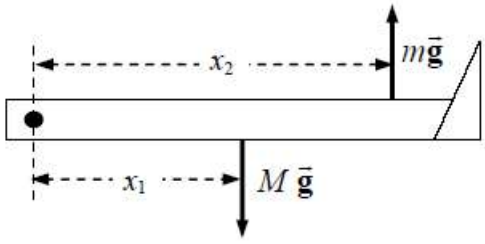
اسئلة

1. تم تثبيت شجرة حتى لا تسقط على الأرض بثلاث قوى (كما في الشكل المرفق) , اذا كانت F_A = 385 N و F_B = 475 N .
احسب قيمة F_C واتجاهها؟



$$\sum F_x = F_A + F_B \cos 105^\circ + F_{Cx} = 0 \quad \rightarrow$$
$$F_{Cx} = -F_A - F_B \cos 105^\circ = -385\ \text{N} - (475\ \text{N}) \cos 105^\circ = -262.1\ \text{N}$$
$$\sum F_y = F_B \sin 105^\circ + F_{Cy} = 0 \quad \rightarrow$$
$$F_{Cy} = -F_B \sin 105^\circ = -(475\ \text{N}) \sin 105^\circ = -458.8\ \text{N}$$
$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(-262.1\ \text{N})^2 + (-458.8\ \text{N})^2} = 528.4\ \text{N} \approx \boxed{528\ \text{N}}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \tan^{-1}\frac{-458.8\ \text{N}}{-262.1\ \text{N}} = 60.3^\circ,\ \phi = 180^\circ - 60.3^\circ = \boxed{120^\circ}$$

2. احسب مقدار الكتلة (m) اللازم لتثبيت القدم معلقة في الهواء (كما في الشكل المرفق) القدم مع الجبيرة كتلتهما 15 kg= M و مركز كتلت القدم يقع على بعد 35 cm من مفصل الفخذ (Hip joint) الحبل الذي يحمل الدعامة يبعد 78 cm من مفصل الفخذ؟



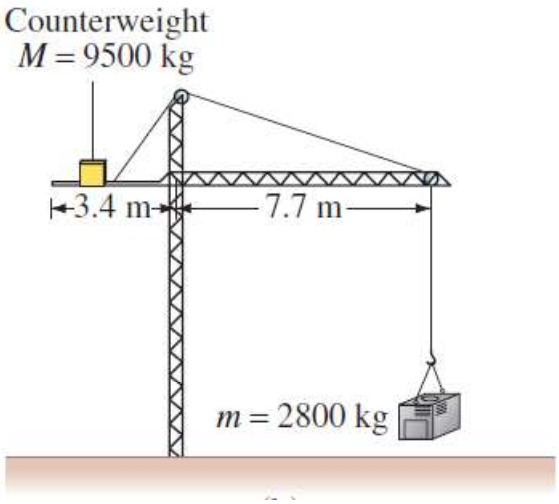
$$\sum \tau = mgx_2 - Mgx_1 = 0 \quad \rightarrow \quad m = M\frac{x_1}{x_2} = (15.0\ \text{kg})\frac{(35.0\ \text{cm})}{(78.0\ \text{cm})} = \boxed{6.73\ \text{kg}}$$

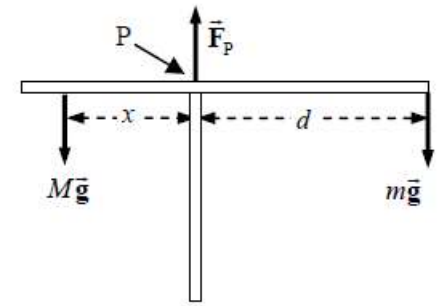
3. الرافعة البرجية (كما في الشكل المرفق) يجب أن تكون دائما في حالة توازن(العزم الكلي يساوي صفرا) أثناء رفعها للأوزان و ألا سوف تنقلب مما يمكن أن يؤدي الى كوارث فظيعة. تم استخدام رافعة لبناء برج سكني لرفع مكيف هواء كتلته 2800 kg , أبعاد الرافعة كما في الصورة المرفقة . احسب ما يلي:

a. أين يجب وضع الكتلة المقاومة 9500 N (counterweight) عند رفع المكيف عن الأرض؟ الكتلة المقاومة يمكن تحريكها على الرافعة بواسطة محركات و حساسات مسيطر عليها حاسوبيا لموازنة العزم أثناء رفع الأثقال .

b. احسب اقصى كتلة يمكن رفعها عندما تكون الكتلة المقاومة في اقصى امتداداها.

اهمل كتلة الرافعة

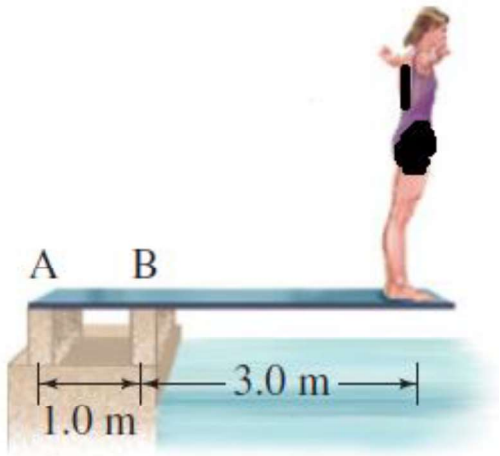




$$\sum \tau = Mgx - mgd = 0 \rightarrow$$

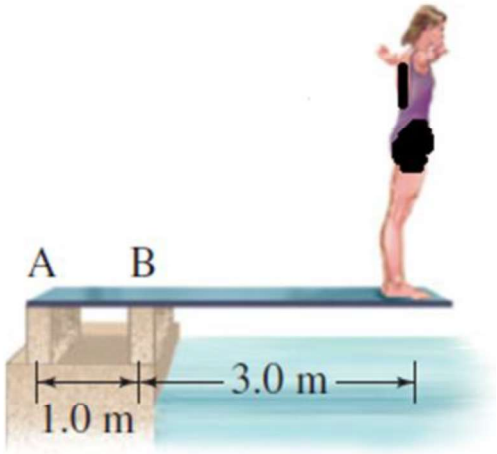
$$x = \frac{md}{M} = \frac{(2800\ \text{kg})(7.7\ \text{m})}{(9500\ \text{kg})} = \boxed{2.3\ \text{m}}$$

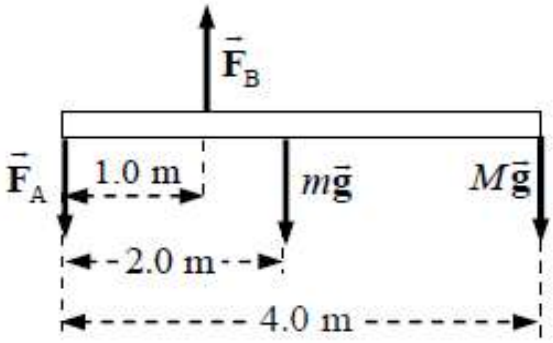
4. ما هي كتلة الغطاس (انظر الشكل المرفق) اذا اثر بعزم مقداره 1800 N.m على لوح القفز حيث نقطة الارتكاز هي النقطة (A)



$$\tau = mgx \rightarrow m = \frac{\tau}{gx} = \frac{1800\ \text{m}\cdot\text{N}}{(9.80\ \text{m/s}^2)(4.0\ \text{m})} = \boxed{46\ \text{kg}}$$

5. احسب القوى (FB & FA) التي تؤثر فيها الدعامات (B & A) على لوح القفز (انظر الشكل المرفق) عندما يقف الغطاس الذي كتلته 52 kg على حفته في الحالتين :
   a. عند إهمال وزن اللوح
   b. عندما تكون كتلة اللوح 28 kg (افترض أن مركز كتلة اللوح تقع في منتصفه)





a

$$\sum \tau = F_B(1.0\text{ m}) - Mg(4.0\text{ m}) = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_B = 4Mg = 4(52\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 2038\text{ N}$$

$$\approx \boxed{2.0\times10^3\text{ N, up}}$$

$$\sum F_y = F_B - Mg - F_A = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_A = F_B - Mg = 4Mg - Mg = 3Mg = 3(52\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 1529\text{ N} \approx \boxed{1500\text{ N, down}}$$

b

$$\sum \tau = F_B(1.0\text{ m}) - mg(2.0\text{ m}) - Mg(4.0\text{ m}) = 0 \quad \rightarrow$$

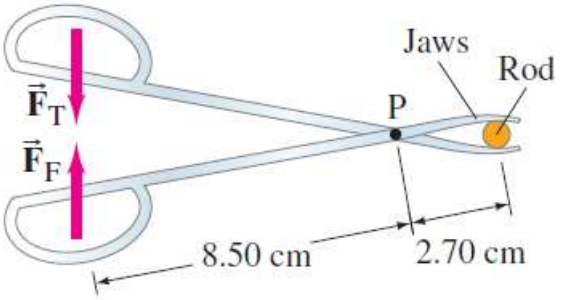
$$F_B = 4Mg + 2mg = [4(52\text{ kg}) + 2(28\text{ kg})](9.80\text{ m/s}^2) = 2587\text{ N} \approx \boxed{2600\text{ N, up}}$$

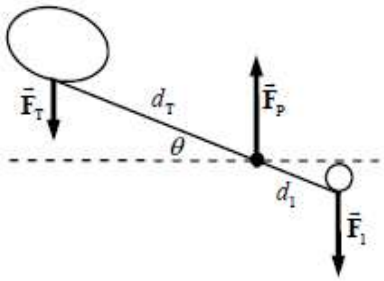
$$\sum F_y = F_B - Mg - mg - F_A \quad \rightarrow$$

$$F_A = F_B - Mg - mg = 4Mg + 2mg - Mg - mg = 3Mg + mg$$

$$= [3(52\text{ kg}) + 28\text{ kg}](9.80\text{ m/s}^2) = 1803\text{ N} \approx \boxed{1800\text{ N, down}}$$

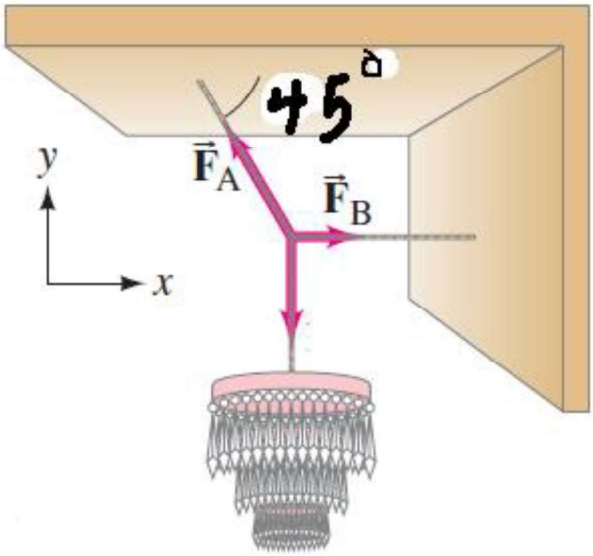
6. الشكل المجاور يوضح ملقط يستخدم في مسك قضيب بلاستيكي صغير بثبات . الإبهام و السبابة يعصران بقوة متساوية ($F_T = F_F = 11N$) , ما هي القوة التي يؤثر فيها فكي (Jaws) الملقط على القضيب البلاستيكي؟

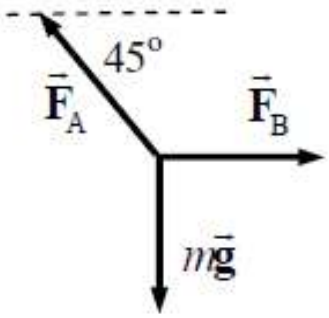




$$\sum \tau = F_T d_T \cos\theta - F_1 d_1 \cos\theta = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 = F_T \frac{d_T}{d_1} = (11.0\ \text{N})\frac{8.50\ \text{cm}}{2.70\ \text{cm}} = 34.6\ \text{N}$$

7. ثريا معلقة بثلاث حبال (حسب الشكل المرفق). فاذا كانت الحبال تستطيع تحمل وزن مقداره 1660N قبل أن تنقطع . ما هو اقصى وزن للثريا يمكن تعليقه؟





$$\sum F_x = F_B - F_A \cos 45^\circ = 0$$

From this, we see that $F_A > F_B$. Thus set $F_A = 1660$ N.

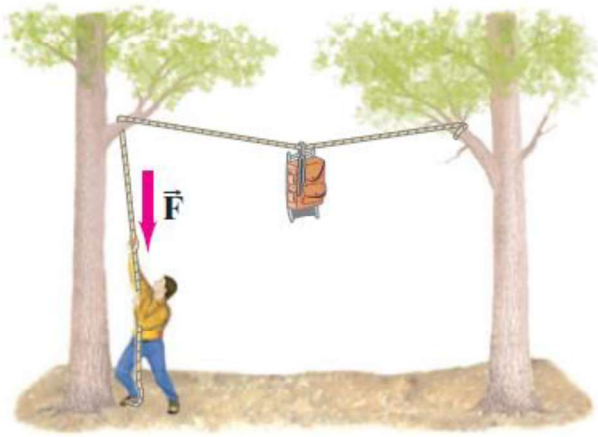
$$\sum F_y = F_A \sin 45^\circ - mg = 0$$

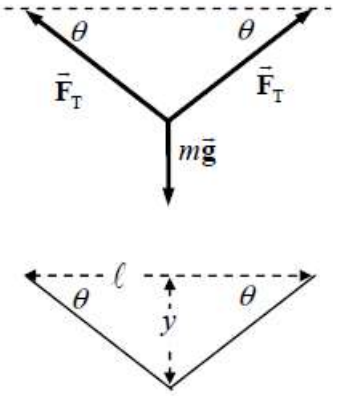
$$mg = F_A \sin 45^\circ = (1660\ \text{N}) \sin 45^\circ = 1174\ \text{N} \approx \boxed{1200\ \text{N}}$$

8. شجرتان المسافة بينهما 6.6 m (كما في الشكل المرفق)، هنالك متنزه يريد أن يرفع حقيبته عن الحيوانات، احسب مقدار القوة **F** التي يجب أن يؤثر فيها للأسفل لرفع الحقيبة التي كتلتها 19 kg بحيث أن الحبل يتدلى من منتصفه في حالتين :

a. مسافة 1.5 m

b. مسافة 0.15 m





$$(a)\quad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{\ell/2} = \tan^{-1}\frac{1.5\text{ m}}{3.3\text{ m}} = 24.4^\circ$$

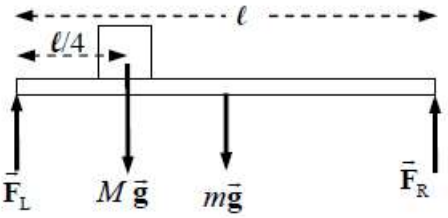
$$\sum F_y = 2F_T \sin\theta_1 - mg = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_T = \frac{mg}{2\sin\theta_1} = \frac{(19\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2\sin 24.4^\circ} = 225.4\text{ N} \approx \boxed{230\text{ N}}$$

$$(b)\quad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{\ell/2} = \tan^{-1}\frac{0.15\text{ m}}{3.3\text{ m}} = 2.60^\circ$$

$$F_T = \frac{mg}{2\sin\theta_1} = \frac{(19\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2\sin 2.60^\circ} = 2052\text{ N} \approx \boxed{2100\text{ N}}$$

9. قضيب من الحديد كتلته 110 kg يرتكز على دعامتين من طرفيه، تم وضع بيانو كتلته 320 kg على بعد ربع المسافة من احدى طرفيه . ما هي القوة العامودية (Normal Forces) على كل واحدة من الدعامات ؟



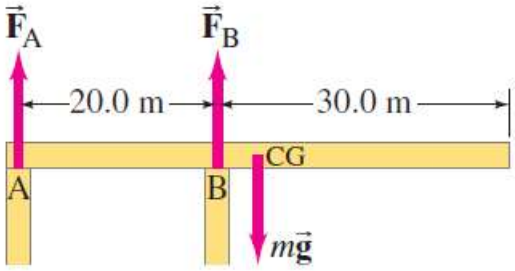
$$\sum \tau = F_R \ell - mg\left(\tfrac{1}{2}\ell\right) - Mg\left(\tfrac{1}{4}\ell\right) = 0$$

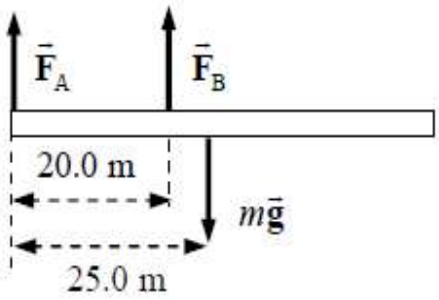
$$F_R = \left(\tfrac{1}{2}m + \tfrac{1}{4}M\right)g = \left[\tfrac{1}{2}(110\text{ kg}) + \tfrac{1}{4}(320\text{ kg})\right](9.80\text{ m/s}^2) = 1320\text{ N}$$

$$\sum F_y = F_L + F_R - mg - Mg = 0$$

$$F_L = (m+M)g - F_R = (430\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) - 1.32\times10^3\text{ N} = 2890\text{ N}$$

10. احسب القوى FA و FB المؤثرة على الشرفة (كما في الشكل المرفق) اذا علمت أن كتلتها هي 1200 kg ؟





$$\sum \tau = F_B(20.0\text{ m}) - mg(25.0\text{ m}) = 0 \quad \rightarrow$$

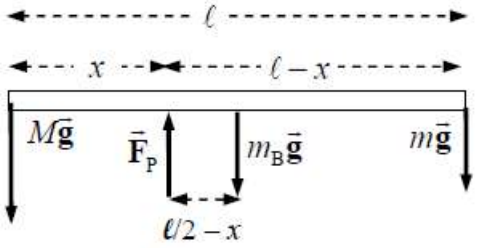
$$F_B = \frac{25.0}{20.0}mg = (1.25)(1200\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = \boxed{1.5\times10^4\text{ N}}$$

$$\sum F_y = F_A + F_B - mg = 0$$

$$F_A = mg - F_B = mg - 1.25mg = -0.25mg = -(0.25)(1200\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = \boxed{-2900\text{ N}}$$

11. رجل كتلته 75 kg يجلس على نهاية طرف لوح طوله 9 m و ابنه الصغير الذي كتلته 25 kg يجلس على الطرف الأخر :

a. أين يجب أن يكون موضع نقطة الارتكاز(الدعامة) حتى يتزن اللوح (باهمال كتلة اللوح)
b. أين يجب وضع نقطة الارتكاز (الدعامة) حتى يتزن اللوح علما بان كتلة اللوح هي 15 kg



(*a*) Ignore the force $m_B g$.

$$\sum \tau = Mgx - mg(\ell - x) = 0 \quad \rightarrow$$

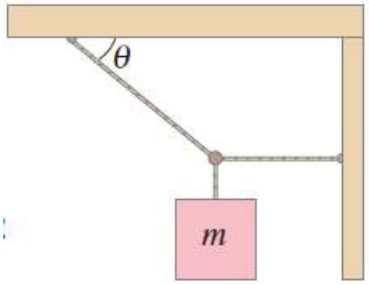
$$x = \frac{m}{m+M}\ell = \frac{(25\text{ kg})}{(25\text{ kg}+75\text{ kg})}(9.0\text{ m}) = 2.25\text{ m} \approx \boxed{2.3\text{ m from adult}}$$

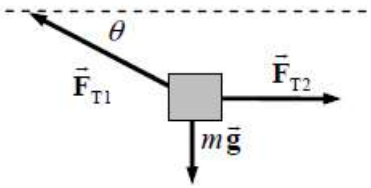
(*b*) Include the force $m_B g$.

$$\sum \tau = Mgx - mg(\ell - x) - m_B g(\ell/2 - x) = 0$$

$$x = \frac{(m + m_B/2)}{(M + m + m_B)}\ell = \frac{(25\text{ kg}+7.5\text{ kg})}{(75\text{ kg}+25\text{ kg}+15\text{ kg})}(9.0\text{ m}) = 2.54\text{ m} \approx \boxed{2.5\text{ m from adult}}$$

12. احسب قوة الشد في الحبلين (انظر الشكل المرفق) . اهمل كتلة الحبلين و اعتبر أن الزاوية θ = 33° و الكتلة m = 190 kg





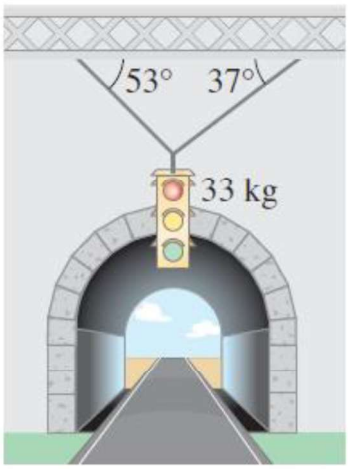
$$\sum F_x = F_{T2} - F_{T1}\cos\theta = 0 \quad \rightarrow \quad F_{T2} = F_{T1}\cos\theta$$

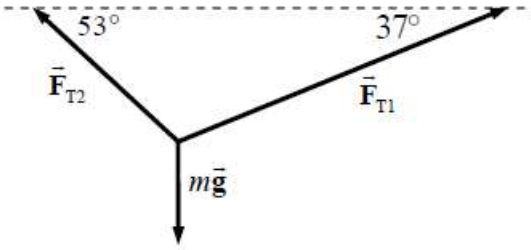
$$\sum F_y = F_{T1}\sin\theta - mg = 0 \quad \rightarrow \quad F_{T1} = \frac{mg}{\sin\theta}$$

$$F_{T2} = F_{T1}\cos\theta = \frac{mg}{\sin\theta}\cos\theta = \frac{mg}{\tan\theta} = \frac{(190\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{\tan 33^\circ} = 2867\text{ N} \approx \boxed{2900\text{ N}}$$

$$F_{T1} = \frac{mg}{\sin\theta} = \frac{(190\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{\sin 33^\circ} = 3418\text{ N} \approx \boxed{3400\text{ N}}$$

13. احسب قوة الشد في الحبلين الذين يحملان الإشارة الضوئية (انظر الشكل) :





$$\sum F_x = F_{T1}\cos 37^\circ - F_{T2}\cos 53^\circ = 0 \rightarrow F_{T2} = \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}F_{T1}$$

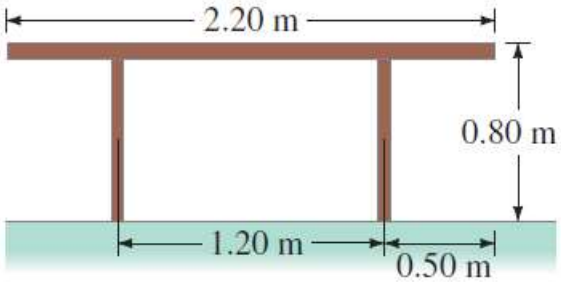
$$\sum F_y = F_{T1}\sin 37^\circ + F_{T2}\sin 53^\circ - mg = 0$$

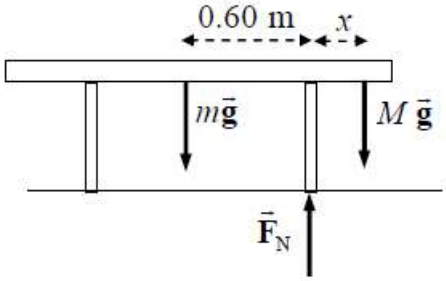
$$F_{T1}\sin 37^\circ + \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}F_{T1}\sin 53^\circ - mg = 0 \rightarrow$$

$$F_{T1} = \frac{(33\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{\sin 37^\circ + \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}\sin 53^\circ} = 194.6\text{ N} \approx \boxed{190\text{ N}}$$

$$F_{T2} = \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}F_{T1} = \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}(1.946\times 10^2\text{ N}) = 258.3\text{ N} \approx \boxed{260\text{ N}}$$

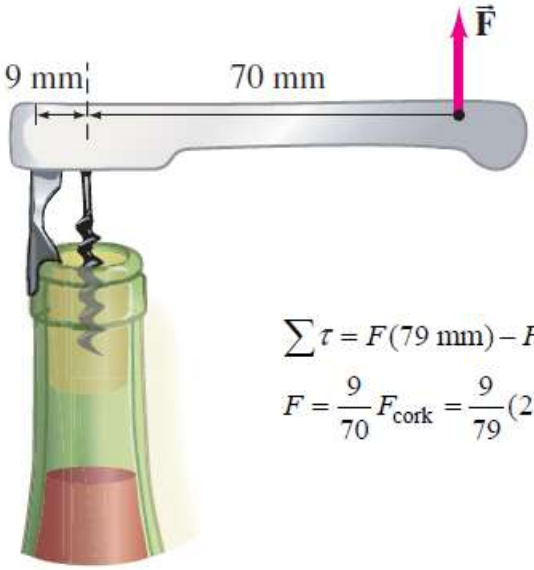
14. على بعد كم من حافة طاولة متماثلة الأبعاد كتلتها m = 24 kg (انظر الصورة المرفقة) يستطيع شخص كتلته M = 66 kg الجلوس بدون أن يؤدي ذلك الى انقلابها :





$$\sum \tau = mg(0.60\text{ m}) - Mgx = 0 \rightarrow x = (0.60\text{ m})\frac{m}{M} = (0.60\text{ m})\frac{24.0\text{ kg}}{66.0\text{ kg}} = 0.218\text{ m}$$

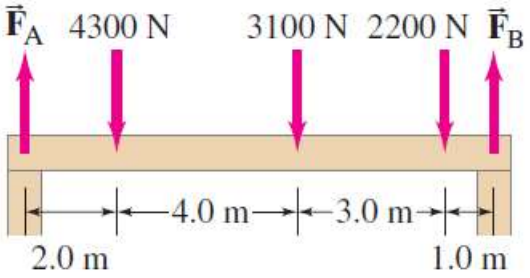
15. لسحب سدادة زجاجة العصير (الفلينة - cork) يتطلب قوة مداها من (200 N الى 400 N) (انظر الصورة) . ما هو مدى القوة F التي يتطلبها لسحب السدادة باستخدام أداة فتح الزجاجات (الفتاحة) الواضح شكلها في الصورة المرفقة

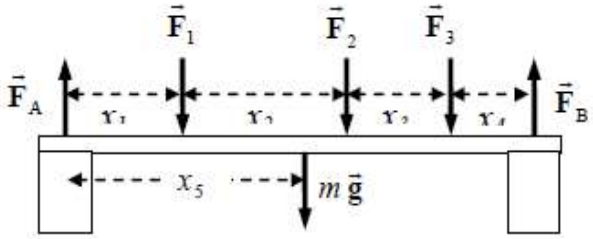


$$\sum \tau = F(79\text{ mm}) - F_{\text{cork}}(9\text{ mm}) = 0 \rightarrow$$

$$F = \frac{9}{70}F_{\text{cork}} = \frac{9}{79}(200\text{ N}) \text{ to } \frac{9}{79}(400\text{ N}) = 22.8\text{ N to }45.6\text{ N} \approx \boxed{20\text{ N to }50\text{ N}}$$

16. احسب القوى (F_A و F_B) التي يؤثر فيها القضيب المعدني المنتظم و الذي كتلته 280 kg , علما انه هنالك ثلاث قوى تؤثر في القضيب باتجاه الأسفل (انظر الصورة المرفقة)





$$\sum \tau = F_B(x_1+x_2+x_3+x_4) - F_1x_1 - F_2(x_1+x_2) - F_3(x_1+x_2+x_3) - mgx_5$$

$$F_B = \frac{F_1x_1 + F_2(x_1+x_2) + F_3(x_1+x_2+x_3) + mgx_5}{(x_1+x_2+x_3+x_4)}$$

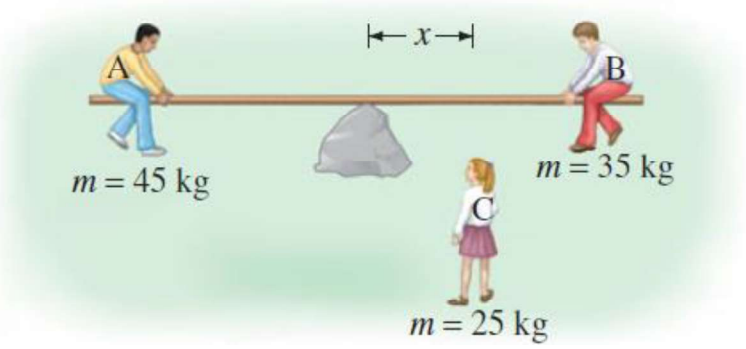
$$= \frac{(4300\text{ N})(2.0\text{ m}) + (3100\text{ N})(6.0\text{ m}) + (2200\text{ N})(9.0\text{ m}) + (280\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(5.0\text{ m})}{10.0\text{ m}}$$

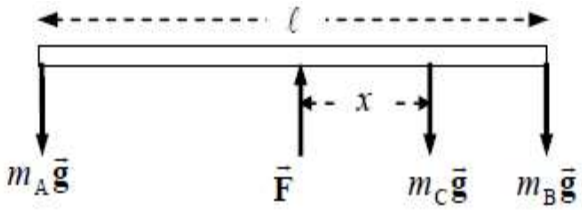
$$= 6072\text{ N} \approx \boxed{6100\text{ N}}$$

$$\sum F = F_A + F_B - F_1 - F_2 - F_3 - mg = 0$$

$$F_A = F_1 + F_2 + F_3 + mg - F_B = 9600\text{ N} + (280\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) - 6072\text{ N} = 6272\text{ N} \approx \boxed{6300\text{ N}}$$

17. ثلاثة أطفال يريدون موازنة لعبة السيسو (انظر الصورة) حيث يبلغ طول لوح اللعبة 3.2 m مهمل الكتلة . طفلين جالسين على طرفي السيسو، أين يجب أن تجلس البنت حتى يتحقق الاتزان؟

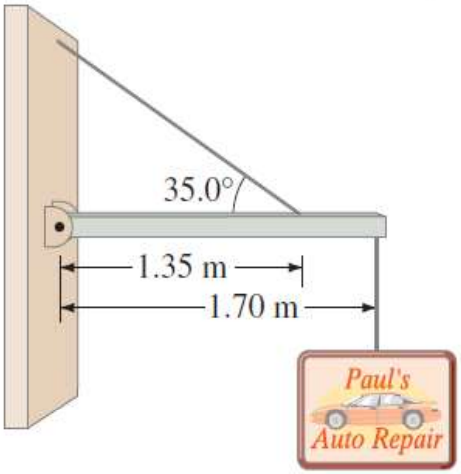


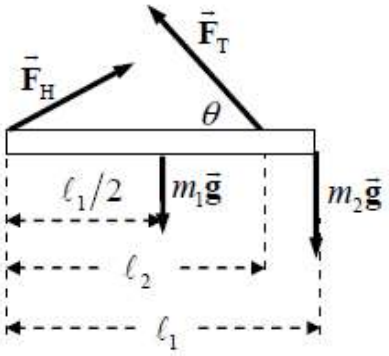


$$\sum \tau = m_A g\left(\tfrac{1}{2}\ell\right) - m_C g x - m_B g\left(\tfrac{1}{2}\ell\right) = 0$$

$$x = \frac{(m_A - m_B)}{m_C}\left(\tfrac{1}{2}\ell\right) = \frac{(45\text{ kg} - 35\text{ kg})}{25\text{ kg}}\tfrac{1}{2}(3.2\text{ m}) = \boxed{0.64\text{ m}}$$

18. أرمة محل تزن 215 N تتدلى من طرف قضيب معدني منتظم الكتلة وزنه 155 N (كما في الشكل) .
   a. احسب قوة الشد في الحبل
   b. احسب القوة العامودية و الأفقية التي تؤثر فيها الفصالة المتصلة في الحائط على القضيب





$$\sum \tau = (F_T \sin\theta)\ell_2 - m_1 g \ell_1/2 - m_2 g \ell_1 = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_T = \frac{\frac{1}{2}m_1 g \ell_1 + m_2 g \ell_1}{\ell_2 \sin\theta} = \frac{\frac{1}{2}(155\text{ N})(1.70\text{ m}) + (215\text{ N})(1.70\text{ m})}{(1.35\text{ m})(\sin 35.0^\circ)}$$

$$= 642.2\text{ N} \approx \boxed{642\text{ N}}$$

$$\sum F_x = F_{Hx} - F_T \cos\theta = 0 \quad \rightarrow \quad F_{Hx} = F_T \cos\theta = (642.2\text{ N})\cos 35.0^\circ = 526.1\text{ N} \approx \boxed{526\text{ N}}$$

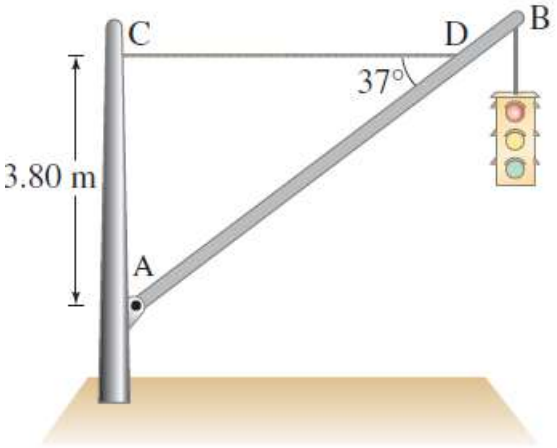
$$\sum F_y = F_{Hy} + F_T \sin\theta - m_1 g - m_2 g = 0 \quad \rightarrow$$

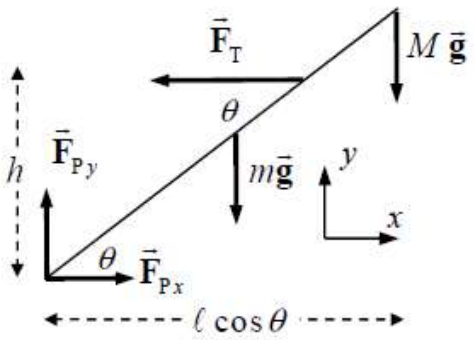
$$F_{Hy} = m_1 g + m_2 g - F_T \sin\theta = 155\text{ N} + 215\text{ N} - (642.2\text{ N})\sin 35.0^\circ = 1.649\text{ N} \approx \boxed{2\text{ N}}$$

19. إشارة ضوئية تتدلى من قضيب الألمنيوم (AB = 7.2 m) وكتلته m = 12 kg . كتلة الإشارة الضوئية M = 21.5 kg . احسب ما يلي:

a. قوة الشد المؤثرة على الكيبل مهمل الكتلة (CD)

b. المركبات الأفقية والعامودية التي تؤثر فيها نقطة الارتكاز A على قضيب الألمنيوم (AB)





a.

$$\sum \tau = F_T h - mg(\ell/2)\cos\theta - Mg\ell\cos\theta = 0$$

$$F_T = \frac{(m/2+M)\,g\ell\cos\theta}{h}$$

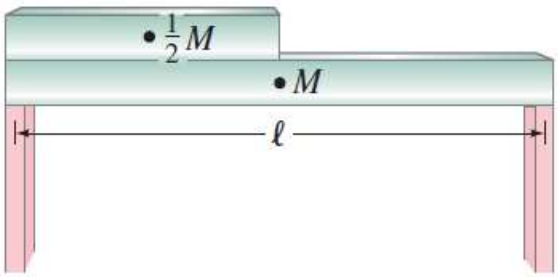
$$= \frac{(6.0\text{ kg}+21.5\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(7.20\text{ m})\cos 37^\circ}{3.80\text{ m}} = 407.8\text{ N} \approx \boxed{410\text{ N}}$$

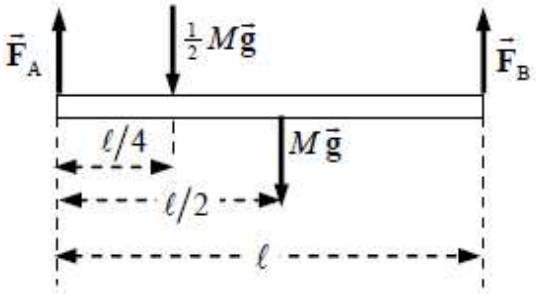
b.

$$\sum F_x = F_{Px} - F_T = 0 \;\rightarrow\; F_{Px} = F_T = \boxed{410\text{ N}}$$

$$\sum F_y = F_{Py} - mg - Mg = 0 \;\rightarrow\; F_{Py} = (m+M)g = (33.5\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = \boxed{328\text{ N}}$$

20. قضيب معدني من الستانلس ستيل كتلته M = 940 kg و طوله L يتواجد أعلاه نصف قضيب مطابق للقضيب السفلي (انظر الصورة) . احسب القوى التي تؤثر فيها الركائز العامودية على القضيبين؟





$$\sum \tau = F_B \ell - Mg(\ell/2) - \tfrac{1}{2}Mg(\ell/4) = 0 \quad \rightarrow$$

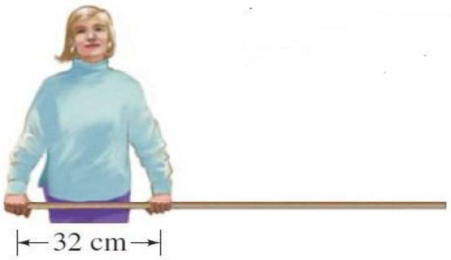
$$F_B = \tfrac{5}{8}Mg = \tfrac{5}{8}(940\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 5758\ \text{N} \approx \boxed{5800\ \text{N}}$$

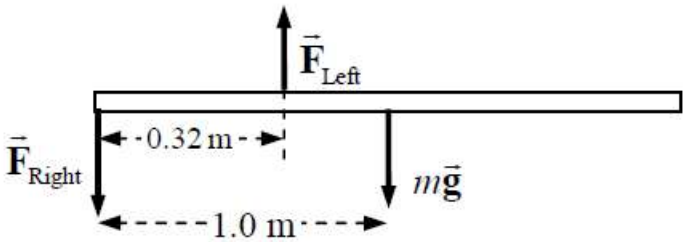
$$\sum F_y = F_A + F_B - Mg - \tfrac{1}{2}Mg = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_A = \tfrac{3}{2}Mg - F_B = \tfrac{7}{8}Mg = \tfrac{7}{8}(940\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 8061\ \text{N} \approx \boxed{8100\ \text{N}}$$

21. امرأة تحمل قضيب معدني منتظم طوله 2m وكتلته 10 kg (انظر الصورة):

a. احسب القوى التي يجب أن تقدمها المراءة بكل يد (مقدارا و اتجاها)





$$\sum \tau = F_{Left}(0.32\ \text{m}) - mg(1.0\ \text{m}) = 0 \quad \rightarrow$$

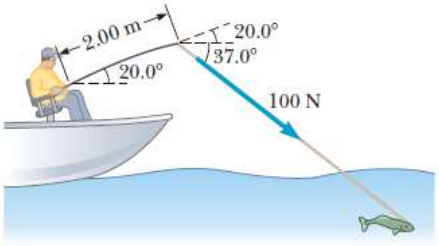
$$F_{Left} = mg\left(\frac{1.0\ \text{m}}{0.32\ \text{m}}\right) = \frac{(10.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{0.32} = 306.25\ \text{N} \approx \boxed{310\ \text{N, upward}}$$

$$\sum F_y = F_{Left} - F_{Right} - mg = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_{Right} = F_{Left} - mg = 306.25\ \text{N} - (10.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 208.25\ \text{N} \approx \boxed{210\ \text{N, downward}}$$

أسئلة إضافية

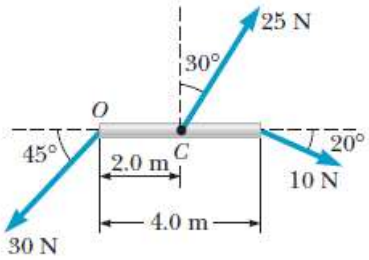
1 . صنارة لصيد الأسماك تعمل زاوية مقدارها 20° مع الأفق (انظر الشكل المرفق). ما هو مقدار العزم الذي تولده السمكة حول محور دوران عامودي على الصفحة و يمر خلال يد الصياد اذا علمت ان قوة الشد التي تبذلها السمكة في خيط الصنارة تعادل F = 100N وتؤثر بزاوية مقدارها 37° اسفل الأفق



وعلى مسافة تبعد 2m عن يد الصياد؟

$$\tau = 168\ \text{N}\cdot\text{m clockwise}$$

2. احسب العزم الكلي (مقدارا و اتجاها) المؤثر على القضيب المعدني (الظاهر في الشكل المرفق) في الحالات التالية:



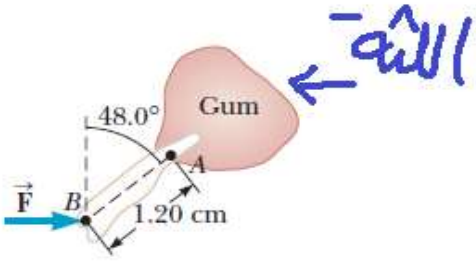
A . اذا كان محور الدوران عامودي على الصفحة عند النقطة (O)

$$\tau_O = 30\ \text{N}\cdot\text{m counterclockwise}$$

B . اذا كان محور الدوران عامودي على الصفحة عند النقطة (C)

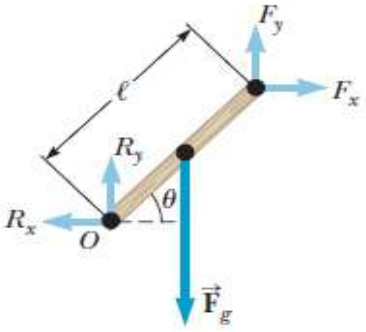
$$\tau_C = 36\ \text{N}\cdot\text{m counterclockwise}$$

3 . طبيب أسنان يقوم بخلع سن من خلال تطبيق قوة على السن مقدارها 80 N عند النقطة B كما يوضح الشكل المرفق . ما هو مقدار العزم المطبق على جذر السن عند النقطة A ؟



$$0.642\ \text{N}\cdot\text{m counterclockwise}$$

4. اكتب المعادلات الضرورية التي تصف اتزان الجسم الموضح في الشكل المرفق . خذ في عين الاعتبار إن يكون محور الدوران عامودي على الصفحة عند النقطة (O)

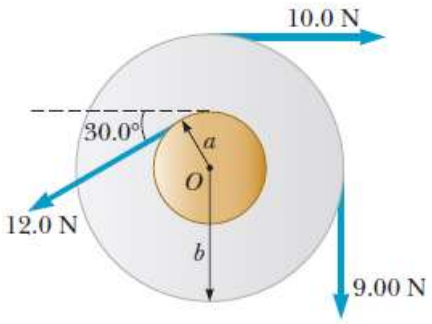


$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{F_x - R_x = 0}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \boxed{F_y + R_y - F_g = 0}$$

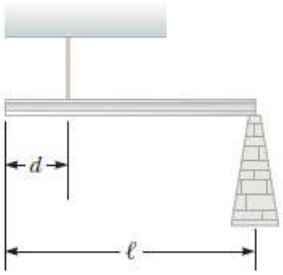
$$\Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow \boxed{F_y(\ell\cos\theta) - F_x(\ell\sin\theta) - F_g\left(\frac{\ell}{2}\cos\theta\right) = 0}$$

5. احسب محصلة العزم المؤثر على عجل (انظر الشكل المرفق) الذي يدور حول محور يقع عند النقطة (O) عامودي على الصفحة، a = 10 cm و b = 25 cm ؟



$$\boxed{3.55\ \text{N}\cdot\text{m clockwise}}$$

6. قضيب معدني منتظم كتلته 35 kg وطوله L=5 m . مثبت من طرفه الأيسر بحبل (كما في الشكل) على مسافة مقدارها d=1.2 m من حافته اليسرى . الطرف الأيمن من القضيب مثبت بواسطة عامود . احسب ما يلي:

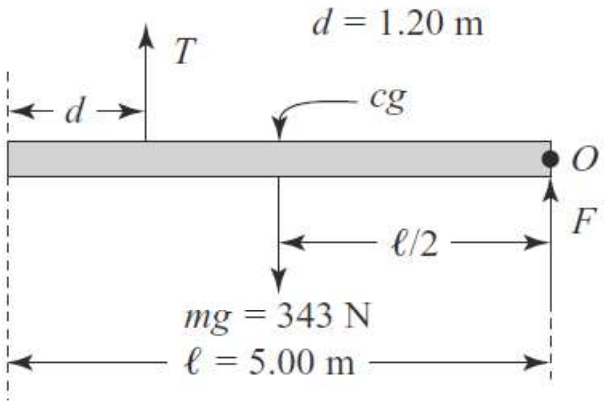


A. مقدار الشد في الحبل

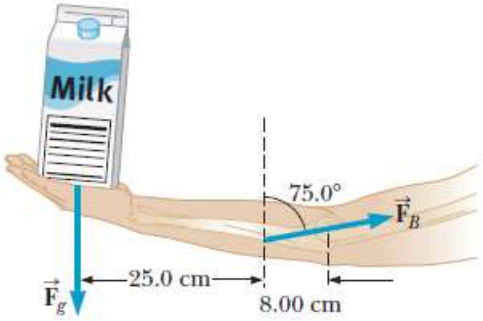
$$\boxed{226\ \text{N}}$$

B. القوة التي يؤثر فيها العامود على الطرف الأيمن من القضيب

$$\boxed{717\ \text{N upward}}$$



7. طباخ يحمل علبة حليب كتلتها 2 kg عند طرف ذراعه (كما يظهر في الشكل المرفق) . ما هو مقدار القوة F_B التي تؤثر فيها عضلة البايسبس ؟ (اهمل وزن الذراع)



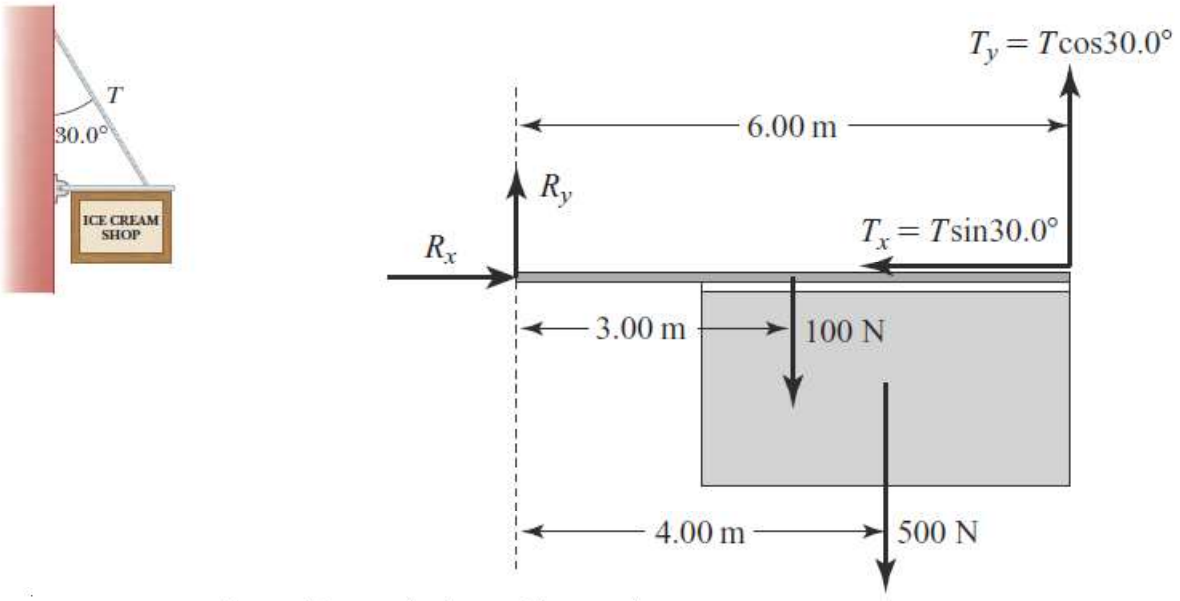
$$\Sigma\tau = +\left[(2.00\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)\right](25.0\ \text{cm}+8.00\ \text{cm}) - (F_B\cos 75.0^\circ)(8.00\ \text{cm}) = 0$$

$$F_B = \frac{(19.6\ \text{N})(33.0\ \text{cm})}{(8.00\ \text{cm})\cos 75.0^\circ} = \boxed{312\ \text{N}}$$

8. وجد أن مسطرة (طولها 1m) تتزن عند المسافة 49.7 m عند تعليقها على ركازه . تم تعليق كتلة مقدارها 50 g عند المسافة 10 cm و وجد انه يجب تحريك الركازة لعند المسافة 39.2 cm حتى تتزن . ما هي كتلة المسطرة؟

9. لافتة إعلانية وزنها 500 N مستطيلة الشكل طولها 4m و عرضها 3m كما في الشكل المرفق، تم تعليقها على قضيب معدني أفقي طوله 6 m و وزنه 100 N ، الطرف الأيسر للقضيب المعدني متصل بفصاله (hinge) معدنية و الطرف الأيمن له متصل بسلك معدني يعمل زاوية مقدارها 30° مع الحائط، احسب ما يلي:

a. مقدار الشد T في السلك المعدني
b. مقدار المركبة الأفقية و العامودية للقوة التي تؤثر فيها الفصالة المعدنية على الطرف الأيسر للقضيب المعدني



$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T = \frac{(100\text{ N})(3.00\text{ m}) + (500\text{ N})(4.00\text{ m})}{(6.00\text{ m})\cos 30.0°}$$

$$T = \boxed{443\text{ N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_x = T\sin 30.0° = (443\text{ N})\sin 30.0°$$

$$R_x = \boxed{222\text{ N toward the right}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_y + T\cos 30.0° - 100\text{ N} - 500\text{ N} = 0$$

$$R_y = 600\text{ N} - (443\text{ N})\cos 30.0° = \boxed{216\text{ N upward}}$$

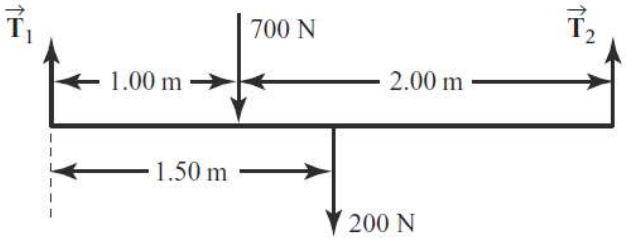
10 . عامل تنظيف نوافذ يقف على سقالة مدعومة بحبلين عاموديين على طرفيها 200 N و طولها 3m احسب الشد في كل حبل اذا علمت أن العامل وزنه 700N ويقف على بعد 1 m عن احد اطراف السقالة؟

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_1(0) - (700\text{ N})(1.00\text{ m}) - (200\text{ N})(1.50\text{ m}) + T_2(3.00\text{ m}) = 0$$

$$T_2 = \boxed{333\text{ N}}$$

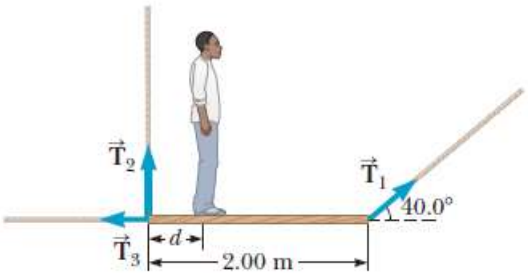
$$\Sigma F_y = 0,$$

$$T_1 + T_2 - 700\text{ N} - 200\text{ N} = 0$$



$$T_1 = 900\text{ N} - T_2 = 900\text{ N} - 333\text{ N} = \boxed{567\text{ N}}$$

11 . لوح خشبي طوله 2m وكتلته 30 kg متصل بثلاثة حبال كما في الشكل المرفق (اتجاه الشد T في كل حبل ممثل بمتجه ازرق) احسب الشد في كل حبل عندما يقف رجل وزنه 700 N على بعد d = 0.5 m من الجهة اليسرى للوح الخشبي؟



$$\Sigma\tau = 0$$

$$-(700\text{ N})(0.500\text{ m}) - (294\text{ N})(1.00\text{ m}) + (T_1 \sin 40.0°)(2.00\text{ m}) = 0$$

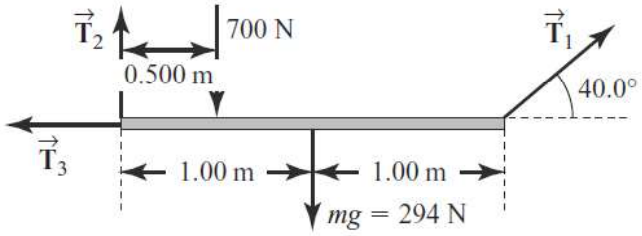
$$T_1 = \boxed{501\text{ N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \qquad -T_3 + T_1 \cos 40.0° = 0,$$

$$T_3 = (501\text{ N})\cos 40.0° = \boxed{384\text{ N}}$$

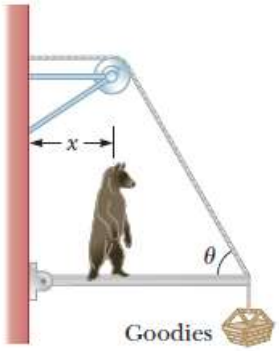
$$\Sigma F_y = 0,\ T_2 - 994\text{ N} + T_1 \sin 40.0° = 0,$$

$$T_2 = 994\text{ N} - (501\text{ N})\sin 40.0° = \boxed{672\text{ N}}$$

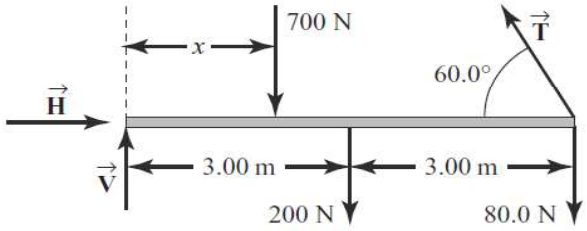


12 . دب جائع يزن 700 N يمشي على قضيب معدني منتظم ويحاول الوصول الى سلة الطعام المعلقة على الطرف الأيمن للقضيب المعدني (كما في الشكل المرفق) . القضيب يزن 200 N و طوله 6m ومتصل طرفه الأيمن بسلك معدني لتثبيته ويعمل زاوية مقدارها θ = 60° وسلة الطعام تزن 80 N :

a. ارسم مخطط القوى المؤثرة على القضيب المعدني
b. عندما يكون الدب واقفا على بعد x = 1m . احسب الشد في السلك المعدني و كذلك مركبات القوة التي يؤثر فيها الحائط على الطرف الأيسر للقضيب المعني
c. اذا كان اقصى شد يحتمله السلك المعدني حتى ينقطع يساوي 900 N فما هي اقصى مسافة يستطيع الدب أن يمشيها قبل أن ينقطع السلك؟



(a)



(b) $x = 1.00\ \text{m}$

$$\Sigma\tau)_{\text{left end}} = 0 \Rightarrow -(700\ \text{N})(1.00\ \text{m}) - (200\ \text{N})(3.00\ \text{m}) - (80.0\ \text{N})(6.00\ \text{m}) + (T\sin 60.0°)(6.00\ \text{m}) = 0$$

$$T = \boxed{343\ \text{N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H - T\cos 60.0° = 0, \quad \text{or} \quad H = (343\ \text{N})\cos 60.0° = \boxed{172\ \text{N to the right}}$$

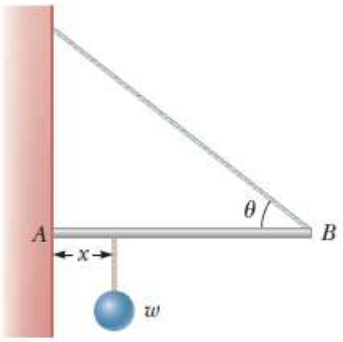
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V - 980\ \text{N} + (343\ \text{N})\sin 60.0° = 0, \text{ or } V = \boxed{683\ \text{N upward}}$$

(c) $T = 900\ \text{N}$

$$\Sigma\tau)_{\text{left end}} = -(700\ \text{N})x_{\max} - (200\ \text{N})(3.00\ \text{m}) - (80.0\ \text{N})(6.00\ \text{m}) + [(900\ \text{N})\sin 60.0°](6.00\ \text{m}) = 0$$

$$x_{\max} = \boxed{5.14\ \text{m}}$$

13. قضيب معدني منتظم طوله 4 m و وزنه w و يتصل طرفه الأيمن بسلك معدني لغايات التثبيت و يعمل زاوية مقدارها θ = 37° مع القضيب المعدني (كما يظهر في الشكل المرفق) . الطرف الأيسر للقضيب المعدني يتكئ على الحائط و مستقر عليه بفعل قوة الاحتكاك . معامل الاحتكاك السكوني μ_s = 0.5 . ما هي اقل قيمة للمسافة x من النقطة A بحيث انه يمكن تعليق وزن إضافي قيمته w (مشابه للوزن المعلق على القضيب) بدون أن يسبب في انزلاق القضيب المعدني عن الحائط ؟

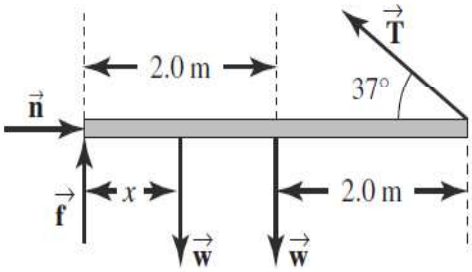


$x = x_{\min}$.

$f = (f_s)_{\max} = \mu_s n = 0.50\,n$

$\Sigma F_x = 0,\ n - T\cos 37° = 0,\ \text{or}\ \ n = 0.80\,T$

$f = 0.50(0.80\,T) = 0.40\,T.$

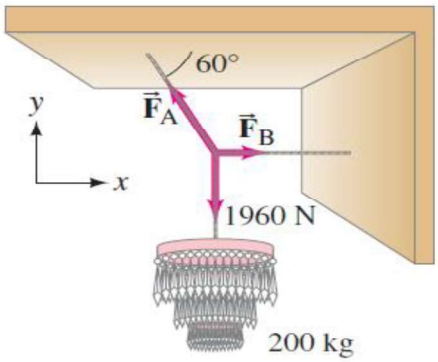


$\Sigma F_y = 0,\ f + T\sin 37° - 2w = 0,\ \text{or}\ \ 0.40\,T + 0.60\,T - 2w = 0,\ \text{giving}\ T = 2w.$

$\Sigma\tau = 0$

$-w \cdot x_{\min} - w(2.0\ \text{m}) + [(2w)\sin 37°](4.0\ \text{m}) = 0,\ \text{which reduces to}\ x_{\min} = \boxed{2.8\ \text{m}}.$

14. احسب قوى الشد لكل من (F_A، F_B) (انظر الشكل المرفق) في الحبلين المتصلين مع الحبل المتصل بالثريا بشكل عامودي، كتلة الثريا 200 kg . اهمل كتلة الحبال :



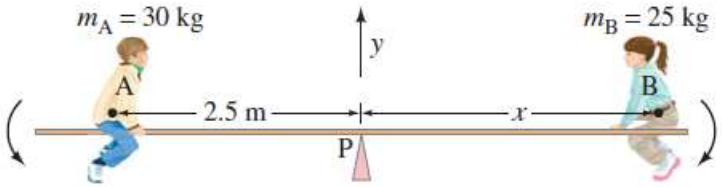
$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_A \sin 60^\circ - (200\ \text{kg})(g) = 0$$

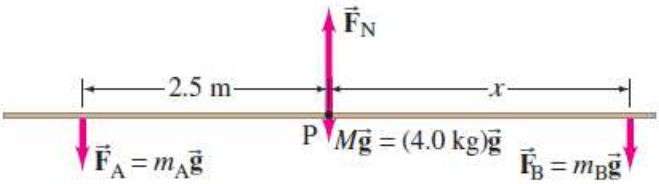
$$F_A = \frac{(200\ \text{kg})g}{\sin 60^\circ} = (231\ \text{kg})g = (231\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 2260\ \text{N}.$$

$$\Sigma F_x = 0,$$
$$\Sigma F_x = F_B - F_A \cos 60^\circ = 0.$$

$$F_B = F_A \cos 60^\circ = (231\ \text{kg})(g)(0.500) = (115\ \text{kg})g = 1130\ \text{N}.$$

15. لوح خشبي كتلته 4 kg يستخدم في لعبة سيسو (كما في الشكل المرفق) حيث يجلس على طرفيه طفلين . الطفل A كتلته 30 kg ويجلس على بعد 2.5 m من نقطة الارتكاز . ما هي المسافة (X) التي يجب أن يجلس الطفل B عندها و الذي كتلته 25 kg بحيث يتزن اللوح بشكل أفقي ؟





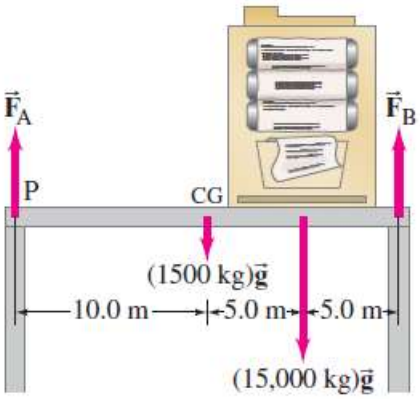
$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \\ F_N - m_A g - m_B g - Mg &= 0, \end{aligned}$$

where $F_A = m_A g$ and $F_B = m_B g$.

$$\begin{aligned} \Sigma \tau &= 0 \\ m_A g(2.5\text{ m}) - m_B gx + Mg(0\text{ m}) + F_N(0\text{ m}) &= 0 \\ m_A g(2.5\text{ m}) - m_B gx &= 0, \end{aligned}$$

$$x = \frac{m_A}{m_B}(2.5\text{ m}) = \frac{30\text{ kg}}{25\text{ kg}}(2.5\text{ m}) = 3.0\text{ m}.$$

16. قضيب معدني كتلته 1500 kg و طوله 20 m يوجد على ظهره طابعة كتلتها 15000 kg تقع جهة النصف الأيمن للقضيب (انظر الصورة المرفقة) . احسب القوة المؤثرة على كل قضيب عامودي يقوم بدعم القضيب الأفقي؟



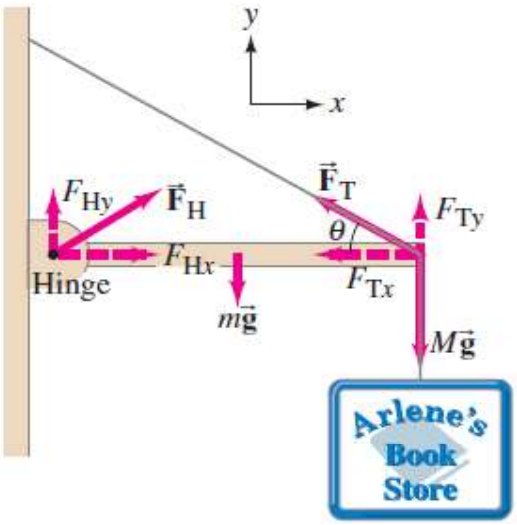
$$\Sigma\tau = -(10.0\,\text{m})(1500\,\text{kg})g - (15.0\,\text{m})(15{,}000\,\text{kg})g + (20.0\,\text{m})F_B = 0.$$

Solving for F_B, we find $F_B = (12{,}000\,\text{kg})g = 118{,}000\,\text{N}$. To find F_A, we use $\Sigma F_y = 0$, with $+y$ upward:

$$\Sigma F_y = F_A - (1500\,\text{kg})g - (15{,}000\,\text{kg})g + F_B = 0.$$

Putting in $F_B = (12{,}000\,\text{kg})g$, we find that $F_A = (4500\,\text{kg})g = 44{,}100\,\text{N}$.

17. قضيب معدني منتظم طوله 2.2m وكتلته 25 kg يرتكز على (فصالة) صغيرة كما في الشكل المرفق . القضيب مثبت بشكل أفقي بواسطة كيبل يصنع زاوية مقدارها θ = 30° . القضيب المعدني يتصل فيه من الناحية البعيدة لوحة إعلانية كتلتها M = 28 kg . احسب مكونات القوة F_H التي تؤثر فيها الفصالة على القضيب المعدني؟



$$\Sigma F_y = 0 \qquad \Sigma F_x = 0$$
$$F_{Hy} + F_{Ty} - mg - Mg = 0. \qquad F_{Hx} - F_{Tx} = 0.$$

$$\Sigma\tau = 0$$
$$-(F_{Hy})(2.20\,\text{m}) + mg(1.10\,\text{m}) = 0.$$

We solve for F_{Hy}:

$$F_{Hy} = \left(\frac{1.10\,\text{m}}{2.20\,\text{m}}\right)mg = (0.500)(25.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 123\,\text{N}.$$

$$\tan\theta = F_{Ty}/F_{Tx}, \text{ or}$$
$$F_{Ty} = F_{Tx}\tan\theta = F_{Tx}(\tan 30.0°).$$

$$F_{Ty} = (m + M)g - F_{Hy} = (53.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) - 123\,\text{N} = 396\,\text{N}.$$

$$F_{Tx} = F_{Ty}/\tan 30.0° = 396\,\text{N}/\tan 30.0° = 686\,\text{N};$$
$$F_{Hx} = F_{Tx} = 686\,\text{N}.$$

The components of $\vec{F}_H$ are $F_{Hy} = 123\,\text{N}$ and $F_{Hx} = 686\,\text{N}$. The tension in the wire is $F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} = \sqrt{(686\,\text{N})^2 + (396\,\text{N})^2} = 792\,\text{N}.$†

مركز الكتلة

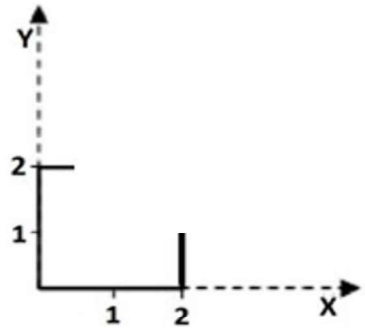
Center of Mass

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$

مثال1 :

سلك محني حسب الشكل المرفق . ما هو مركز الكتلة له؟



مثال 2 :

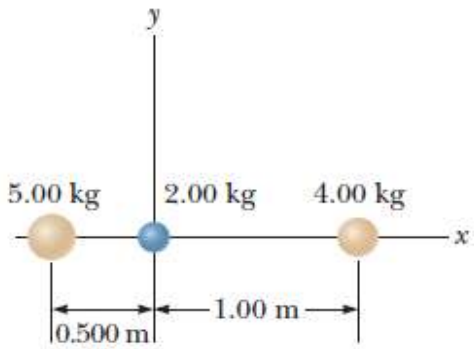
اعتبر التوزيع التالي للكتل حيث الإحداثيات X و Y تعطى بالأمتار :

1. 5 kg (0,0)
2. 3 kg (0,4)
3. 4 kg (3,0)

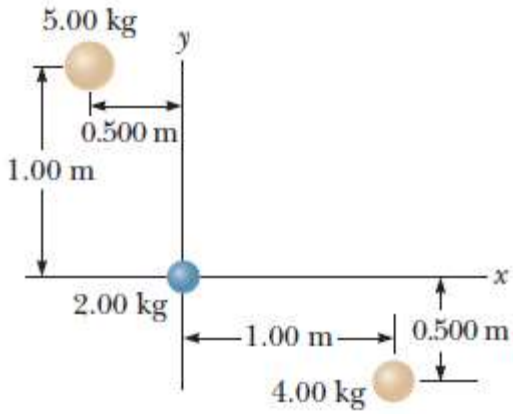
أين يجب وضع جسم كتلته 8 kg بحيث يصبح إحداثيات مركز الكتلة للنظام يقع في نقطة الأصل ؟

مثال 3 :

ما هو مركز الكتلة للنظام المرفق صورته ؟

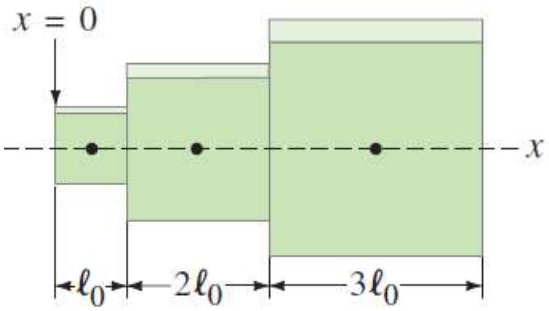


اذا أعيد ترتيب النظام ليصبح كما في الشكل التالي فكيف سيتغير مركز الكتلة؟



مثال 4:

ثلاث مكعبات أطوال أضلاعها *Lo , 2Lo , 3Lo* كما في الشكل المرفق، ما هو مركز الكتلة لهذه المكعبات على فرض أن المكعبات مصنوعة من نفس المادة ؟



$$m_1 = \rho(\ell_0)^3,\ m_2 = \rho(2\ell_0)^3,\ m_3 = \rho(3\ell_0)^3.$$

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\rho\ell_0^3\left(\frac{1}{2}\ell_0\right) + 8\rho\ell_0^3(2\ell_0) + 27\rho\ell_0^3(4.5\ell_0)}{\rho\ell_0^3 + 8\rho\ell_0^3 + 27\rho\ell_0^3} = \frac{138}{36}\ell_0 = \frac{23}{6}\ell_0$$

$$= \boxed{3.8\ell_0 \text{ from the left edge of the smallest cube}}$$

5. اذا كان لدينا كتلتين غير متساويتان M , m . أي من العبارات التالية تعتبر **خاطئة**:
   a. مركز الكتلة لهما يقع على الخط الواصل بين مركز كتلة كل جسم بشكل منفصل
   b. مركز الكتلة لهما يكون اقرب للجسم الأكبر
   c. ممكن أن يكون مركز الكتلة لهما يقع في مركز احد الجسمين
   d. اذا كان هناك قضيب منتظم الكتلة و كتلته m يربط بين الكتلتين فلربما لن يتغير موقع مركز الكتلة للنظام كما لو أن القضيب غير موجود

6. عندما يمشي رجل على حبل مشدود فانه يستخدم قضيب طويل مرن حتى:
   a. يزيد من الوزن الكلي
   b. يسمح لكلتا اليدين بمسك شيئا ما
   c. يخفض من مركز الكتلة
   d. يمشي بسرعة على الحبل
   e.

7. طيارة تطير أفقيا تطلق قنبلة تنفجر في الجو قبل أن تصطدم بالأرض . بأهمال مقاومة الهواء فأن مركز كتلة الشظايا بعد انفجار القنبلة سيتحرك بشكل:

a. أفقي

b. عامودي

c. لن يكون هنالك مركز كتلة

d. قطع منحني

8. جسم كتلته 4 kg عند نقطة الأصل و جسم أخر كتلته 10 kg عند النقطة x = +21 m . أين تقع إحداثيات مركز الكتلة لهذا النظام؟

a. + 7 m
b. +10.5 m
c. +14 m
d. +15 m

9. مركز الكتلة لجسمين يقع عند نقطة الأصل . الجسم الأول يقع عند إحداثيات (0 , 3m) وكتلته 2 kg . ما هي إحداثيات موقع الجسم الثاني اذا كانت كتلته 3 kg ؟

a. (-3m , 0)
b. (-2m , 0)
c. (2m ,0)
d. (3m , 0)

10. ثلاث كتل لها المقادير و الإحداثيات التالية . (0,0) 2 kg و (0 , 2) 2kg و (1 , 2) 4kg . ما هي إحداثيات مركز الكتلة لهذه الأجسام؟

a. (0.5 , 1.5)
b. (1.5 , 0.5)
c. (2.5 , 1.5)
d. (2.5 , 0.5)

11. ثلاث كتل . 1 kg و 2 kg و 3 kg تتواجد عند الإحداثيات التالية (0 , 0) و (1m , 1m) و (2m , -2m) على الترتيب . ما هو إحداثيات مركز الكتلة لها؟

a. (1.3 m , 0.67 m)
b. (1.3 m , -0.67 m)
c. (-1.3 m , 0.67 m)
d. (-1.3 m , -0.67 m)

12. جسم كتلته 3 kg يقع عند إحداثيات (8 , 0) و جسم أخر كتلته 1 kg و يقع عند إحداثيات (0 , 12) . ما هي إحداثيات جسم كتلته 4 kg بحيث تكون إحداثيات مركز الكتلة لهذه الأجسام الثلاث هو نقطة الأصل؟

a. (-3 , -6)
b. (-12 , -8)
c. (3 , 6)
d. (-6 , -3)

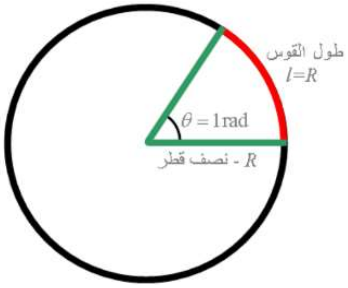
ديناميكا الحركة الدورانية

Dynamics of Rotational Motion

الراديان

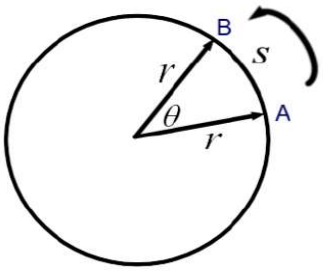
ما هو الراديان؟

يعرّف الراديان الواحد على أنّه الزاوية المركزيّة في دائرة التي تقابل قوسًا طوله مساوٍ لطول نصف قطر الدائرة



ما علاقة الراديان مع محيط الدائرة ومجموع زوايا الدائرة وكم يعادل

من الدرجات؟



$$\theta = \frac{s}{r}$$

θ هي الإزاحة الزاوية (Angular Displacement) وهي النسبة بين طول القوس S الى نصف القطر r . و هي تقاس بالريديان .

حسب الشكل أعلاه اذا تحركت النقطة A من مكانها على طول محيط الدائرة و عادت الى نفس الموقع فأنها بذلك تكون عملت لفة (دورة) واحدة طولها ($S = 2\pi r$) و هو ما يعادل 360° .

و باستخدام تعريف الإزاحة الزاوية أعلاه كالتالي :

$$\theta = 360° = s/r = 2\pi r/r = 2\pi \text{ radians}$$

$$360° = 2\pi \text{ radians}$$

$$1 \text{ radian} = 360° / 2\pi = 57.3°$$

أي أن الجسم عندما يعمل دورة واحدة فانه سيعمل أو يمسح إزاحة زاوية مقدارها 360° أو 2π radians

1 radian = 57.3°

عادة يتم اختصار الراديان (Radians) بكلمة راد (Rad)

مثال 1:

ما هي الزاوية داخل الدائرة بالريديان والتي تقابل قوس طوله 0.25 m ؟ اذا علمت أن نصف قطر الدائرة 5 m .

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{0.25m}{5.0m}$$
$$\theta = 0.05rad$$

مثال 2 :

ماذا تعادل الزاوية π/2 radian بالدرجات؟

360° = 2π rad

X° = π/2

X = 90°

مثال 3 :

أسطوانة أغاني تدور 4 دورات (لفات) حول مركزها . كم راديان تكون قد اجتازت ؟

2π rad = 1 rev

X rad = 4 rev

X = 8π rad

مثال 4 :

حلقة دائرية نصف قطرها 0.86 m دارت π/3 rad حول مركزها . اذا كان هنالك نملة على الحفة الخارجية للحلقة , ما هو مقدار المسافة التي قطعتها النملة أثناء دوران الحلقة (طول القوس) ؟

$$\theta = \frac{s}{r}$$
$$s = r\theta = (0.86m)\left(\frac{\pi}{3}rad\right)$$
$$s = 0.90m$$

مثال 5 :

ماذا يعادل الزوايا التالية بوحدة الراديان (Rad):

a . 45°

b . 60°

c . 90°

d . 360°

e . 445°

الإزاحة الزاويّة

Angular Displacement

تحسب الإزاحة الزاوية لجسم ما من خلال العلاقة التالية:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

أشارتها موجبة اذا كانت حركتها عكس عقارب الساعة و سالبة اذا كانت مع عقارب الساعة

و تقاس بوحدة Rad

السرعة الزاوية

Angular Velocity

هي نسبة الإزاحة الزاوية $\Delta\theta$ لجسم ما الى الفترة الزمنية Δt التي حدثت خلالها هذه الإزاحة

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

تقاس بوحدة Rad /s

السرعة الزاوية موجبة اذا كانت عكس عقارب الساعة و وموجبة اذا كانت باتجاه عقارب الساعة

التسارع الزاوي

Angular Acceleration

هو نسبة التغيير في مقدار السرعة الزاوية الى الزمن اللازم لحدوث هذا التغيير

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- ✓ يقاس بوحدة rad / s^2
- ✓ يكون دوران الجسم في حالة تسارع زاوي موجب اذا كان التغير في السرعة الزاوية $\Delta\omega$ أشارته موجبا
- ✓ يكون الجسم يدور في تباطئ اذا كانت إشارة التغير في السرعة الزاوية $\Delta\omega$ سالبة
- ✓ عندما يدور جسم حول محور ثابت فان كل جسيم (جزء صغير منه) يدور بالزاوية نفسها خلال فترة زمنية معينة و بذلك فان لجميع أجزاء الجسم جميعها نفس السرعة الزاوية و التسارع الزاوي نفسه .

أمثلة :

1. جسم يدور عكس عقارب الساعة حول محور ثابت . كل زوج من الأزواج التالية يمثل موقع زاوي ابتدائي و موقع زاوي نهائي لهذا الجسم – أي مجموعة منها يمكن أن يكون صحيحا اذا استدار هذا الجسم اكثر من 180° ؟
   a. 3 rad , 6 rad
   b. -1 rad , 1 rad
   c. 1 rad , 5 rad

الحل: حتى يكون الدوران اكبر من 180° يجب أن تكون الإزاحة الزاوية كذلك اكبر من(π rad = 3.14 rad) .

   a. 6 rad – 3 rad = 3 rad
   b. 1 rad – (-1 rad) = 2 rad
   c. 5 rad – 1 rad = 4 rad و هو الجواب الصحيح

2. حسب المعطيات في السؤال رقم 1 أعلاه أي الأزواج سيمثل اقل سرعة زاوية اذا علمت أن زمن الدوران لهذا الجسم كان 1 s ؟
   الجواب (b)

3. ما هي السرعة الزاوية للكرة الأرضية بوحدة (rad/s) أثناء دورانها حول الشمس ؟
   a. 2.22×10^{-6} rad/s
   b. 1.16×10^{-7} rad/s
   c. 3.17×10^{-8} rad/s
   d. 4.52×10^{-7} rad/s
   e. 1.99×10^{-7} rad/s

4 . حجر مطحنة دائري الشكل يزيد من سرعته الزاوية من 4 rad/s الى 12 rad/s خلال 4 s . ما مقدار الزاوية التي استدارها خلال هذه الفترة الزمنية؟ اذا علمت أن التسارع الزاوي كان ثابتا .

a. 8 rad
b. 12 rad
c. 16 rad
d. 32 rad
e. 64 rad

5 . ما هي السرعة الزاوية للكرة الأرضية أثناء دورانها حول محورها؟

الجواب

7.27×10^{-5} rad/ s

6. عجل نصف قطره 4.1 m . ما هي المسافة التي ستقطعها نقطة موجودة على محيطه اذا تحرك العجل :

a. 30°
b. 30 rad
c. 30 دورة

$$s = r\theta = (4.1\text{ m})\left[30^\circ\left(\frac{\pi\text{ rad}}{180^\circ}\right)\right] = \boxed{2.1\text{ m}}$$

$$s = r\theta = (4.1\text{ m})(30\text{ rad}) = \boxed{1.2\times10^{2}\text{ m}}$$

$$s = r\theta = (4.1\text{ m})\left[30\text{ rev}\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ rev}}\right)\right] = \boxed{7.7\times10^{2}\text{ m}}$$

7. يتم تصنيع إطارات بقطر مقداره 60.96 cm ، هذه الإطارات مكفولة مصنعيا لمسافة 96560.64 km :

A . ما هي الزاوية (rad) التي سيقطعها العجل خلال فترة الكفالة المصنعية

B . كم دورة سيدورها العجل خلال فترة الكفالة

8. احسب السرعة الزاوية ω لعقرب الثواني و عقرب الدقائق وكذلك عقرب الساعات بوحدة rad/s و كذلك التسارع الزاوي α لكل منهما ؟

عزم القصور الذاتي و القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية

Moment of Inertia and Newton's Second Law for Rotational Motion

- عندما يتحرك جسم حركة دورانية فان مقدار تسارعه الزاوي يتناسب طرديا مع مقدار العزم المحصل المؤثر فيه (قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية)

$$\sum \tau = I\alpha$$

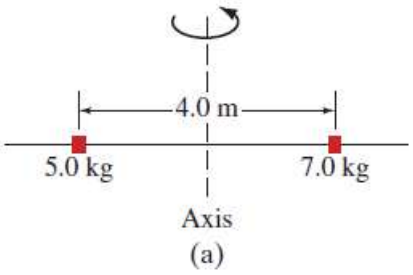
- **عزم القصور الذاتي** (Moment of inertia *I*) في القانون أعلاه يقابل الكتلة (m) في قانون نيوتن الثاني (∑ F = ma)

$$I = mr^2$$

- يقاس بوحدة $kg \cdot m^2$
- عزم القصور الذاتي مقياس لممانعة الاجسام للدوران عند تطبيق عزم عليها
- عند تغير العزم المطبق على اي جسم فأن عزم القصور الذاتي يعتبر عامل مهم في تغير سرعة هذا الجسم

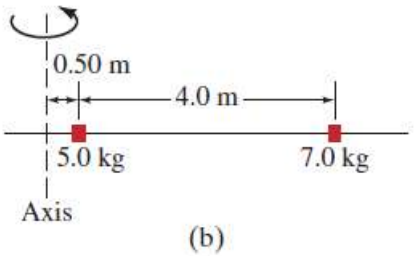
أمثلة :

1. كتلتين مقدارهما (5 kg و 7 kg) متصلتين مع بعض بواسطة قضيب مهمل الكتلة طوله 4 m . احسب عزم القصور الذاتي لهما في الحالتين التاليتين:
   a. عندما يدوران حول محور يمر في منتصف المسافة (انظر الصورة)



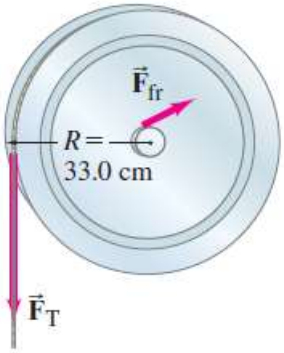
$$I = \Sigma mr^2 = (5.0\ \text{kg})(2.0\ \text{m})^2 + (7.0\ \text{kg})(2.0\ \text{m})^2$$
$$= 20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 + 28\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 = 48\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

   b. عندما يدوران حول محور يبعد 0.5 m لليسار عن الكتلة 5 kg (انظر الصورة)



$$I = \Sigma mr^2 = (5.0\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (7.0\ \text{kg})(4.5\ \text{m})^2$$
$$= 1.3\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 + 142\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 = 143\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

2. قوة مماسيه ($\mathbf{F}_T$) مقدارها 15 N طبقت بواسطة حبل حول بكرة كتلتها M = 4 kg و نصف قطر R = 33 cm (انظر الشكل) . تسارعت البكرة بشكل منتظم من السكون الى سرعة زاوية مقدارها 30 rad/s خلال 3 s . و كان هنالك عزم احتكاك T_f = 1.1 N.m يؤثر عند المحور . احسب عزم القصور الذاتي للبكرة (البكرة تدور حول محورها)



$$\Sigma\tau = RF_T - \tau_{fr} = (0.330\ \text{m})(15.0\ \text{N}) - 1.10\ \text{m}\cdot\text{N} = 3.85\ \text{m}\cdot\text{N}.$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{30.0\ \text{rad/s} - 0}{3.00\ \text{s}} = 10.0\ \text{rad/s}^2.$$

$$I = \frac{\Sigma\tau}{\alpha} = \frac{3.85\ \text{m}\cdot\text{N}}{10.0\ \text{rad/s}^2} = 0.385\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

3. جسم كتلته 10 kg مربوط بحبل طوله 2 m . تم تحريك النظام بشكل دائري . ما مقدار عزم القصور الذاتي للنظام ؟
   a. $20\ kg\ .\ m^2$
   b. $40\ kg\ .\ m^2$
   c. $2\ kg\ .\ m^2$
   d. $80\ kg\ .\ m^2$

4. اي من العبارات التالية صحيحة في ما يتعلق بالقصور الذاتي للاجسام . اختر كل الاجابات الصحيحة ؟
   a. مهما اختلفت محاور الدوران لاي جسم فأن عزم القصور الذاتي له سيبقى ثابتا
   b. الاجسام التي لها عزم قصور ذاتي كبير يكون تمركز كتلتها اكبر في المحيط الخارجي لها (الكتلة اكبر كلما ابتعدنا عن محور الدوران)
   c. الاشكال المختلفة للاجسام التي لها نفس الكتلة سيكون لها نفس عزم القصور الذاتي
   d. الاجسام التي لها عزم قصور ذاتي قليل يكون تمركز كتلتها اكبر في المحيط الخارجي لها (الكتلة متمركزة اكثر كلما ابتعدنا عن محور الدوران)
   e. كتلتين مختلفتين يبتعدان نفس المسافة عن محور دورانهما سيكون لهما نفس عزم القصور الذاتي
   f. الجسم الذي له عزم قصور ذاتي قليل سيدور لمدة اطول من جسم اخر عزم قصوره الذاتي كبير
   g. الاجسام المختلفة الشكل ولها نفس الكتلة سيكون لها عزم قصور ذاتي مختلف اعتمادا على شكلها الهندسي
   h. جسم عزم قصوره الذاتي كبير سيدور لفترة اطول مقارنة بجسم اخر عزم قصوره الذاتي قليل

5. لعبة الفيدجيت (انظر الصورة المرفقة) من السهل تدويرها و هذا يعني انه لها عزم قصور ذاتي قليل . اي من العبارات التالية تفسر لماذا لها عزم قصور ذاتي قليل ؟

   a. لان الكتلة متموضعة باتجاه الداخل للعبة
   b. لان نصف قطر الدوران يزداد عند دوران اللعبة
   c. لان الكتلة متموضعة باتجاه خارج اللعبة على الحافة الخارجية لها
   d. لان نصف قطر الدوران يقل عند دوران اللعبة

6. عند تدويرك لكتلة مرتبطة في طرف خيط قمت بزيادة نصف قطر الدوران تدريجيا من خلال زيادة طول الخيط المتصل بالكتلة . هذا الامر سيؤدي الى
   a. زيادة تسارع الدوران
   b. ستصبح عملية تدوير الكتلة اسهل
   c. ستصبح عملية تدوير الكتلة اصعب
   d. لن يغير شيء بالنسبة لعملية صعوبة او سهولة تدوير الكتلة

7. كتلتان متصلتان مع بعضهما بواسطة قضيب مهمل الكتلة طوله 2.0 m (انظر الشكل المرفق) . كم ستكون صعوبة تدوير النظام عند الطرف ذو الكتلة القليلة عنها من تدوير النظام عند الكتلة الكبيرة ؟

   a. سيكون لهما نفس الصعوبة
   b. سيكون 5 مرات اصعب
   c. سيكون 25 مرة اصعب
   d. سيكون اصعب بمقدار 0.2

8. قضيب معدني (1) عندما يكون محور دورانه يقع في منتصفه يكون عزم قصوره الذاتي

$$I = \frac{1}{12}\, mL^2$$

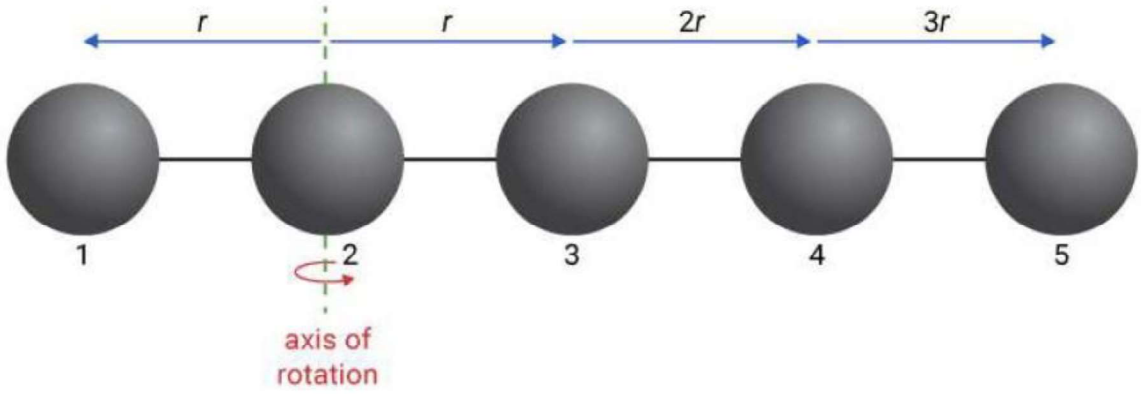
قضيب اخر معدني (2) عندما يكون محور دورانه عند طرفه يكون عزم قصوره الذاتي

$$I = \frac{1}{3} mL^2$$

أي من العبارات التالية صحيحة ؟

a. حتى يتساوى عزمي القصور الذاتي يجب ان تكون كتلة القضيب الاول (1) اربع اضعاف كتلة القضيب الثاني(2)
b. حتى يتساوى عزمي القصور الذاتي يجب ان تكون كتلة القضيب الاول (1) 1/4 كتلة القضيب الثاني (2)
c. حتى يتساوى عزمي القصور الذاتي يجب ان تكون كتلة القضيب الاول (1) ستة اضعاف كتلة القضيب الثاني (2)
d. حتى يتساوى عزمي القصور الذاتي يجب ان تكون كتلة القضيب الاول (1) 1/6 كتلة القضيب الثاني (2)

9. الشكل المرفق يبين خمس كرات لها نفس الكتلة متصلة مع بعضها البعض بواسطة قضيب مهمل الكتلة . اذا علمت ان النظام يدور عند الكرة الثانية . اي كرة من الكرات سيكون لديها اكبر عزم قصور ذاتي



a. الكرة الرابعة
b. الكرة الثالثة
c. الكرة الخامسة
d. الكرة الثانية

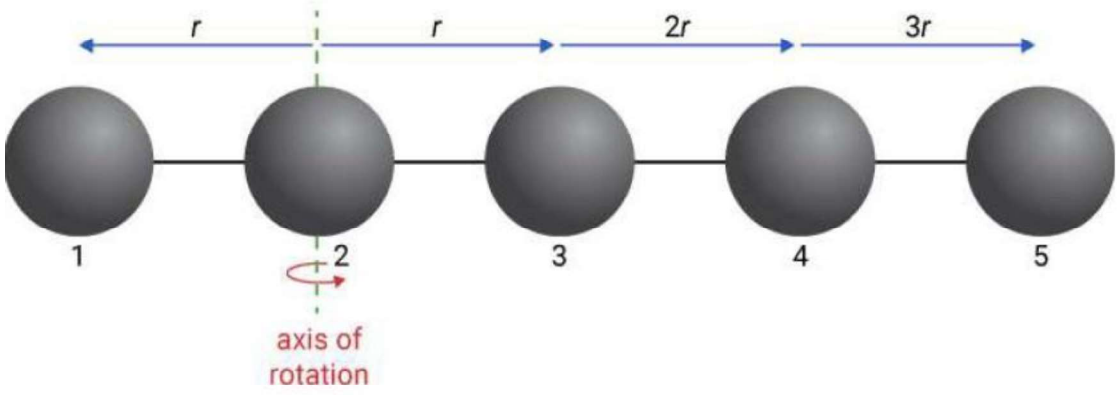
10. كرتان متساويتن في الكتلة مقدار كتلة كل واحد منها 1 kg و المسافة الفاصلة بينهما 1.5 m ، الكرتان متصلتان بواسطة قضيب مهمل الكتلة . اذا علمت ان محور دوران الكتلتين يمر من خلال منتصف احد الكرتين . فأن عزم القصور الذاتي الكلي للنظام سيكون ؟

a. $1\ kg\ .\ m^2$
b. $2.25\ kg\ .\ m^2$
c. $4.5\ kg\ .\ m^2$
d. $1.5\ kg\ .\ m^2$

11. أي من الكميات التالية سيكون لها تأثير على العزم الكلي الذي يؤثر في جسم ما ؟

a. الكتلة
b. التسارع الزاوي
c. السرعة الخطية
d. نصف قطر الدوران

12. في النظام المرفق صورته كل الكرات لها نفس مقدار الكتلة و سيكون للكتلة رقم 4 عزم قصور ذاتي اكبر من عزم القصور الذاتي للكرة رقم 3 بمقدار :

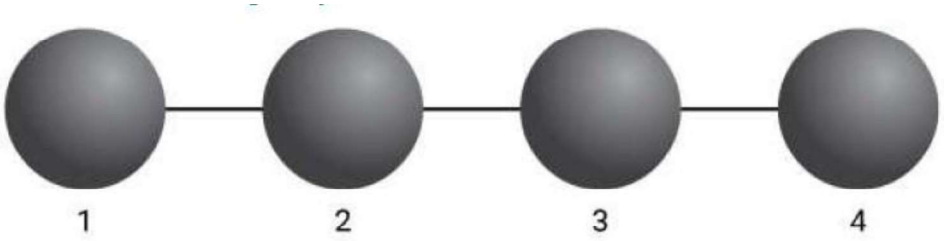


a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

13. كرتان متطابقتان مقدار كتلة كل منهما هي m و متصلتان بواسطة قضيب مهمل الكتلة طوله 8 m ، النظام يدور عند محور يقع عند منتصف القضيب بشكل عامودي عليه بحيث تبعد كل كرة مسافة 4 m عن محور الدوران . سيكون عزم القصور الذاتي للنظام :

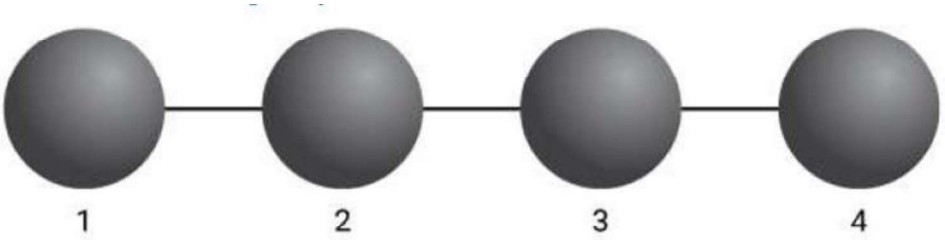
a. 34 m
b. 33 m
c. 32 m
d. 31 m

14. نظام يتكون من اربع كرات متساوية الكتلة (انظر الشكل المرفق) متصلة في ما بينها بواسطة قضيب مهمل الكتلة و المسافة بين الكرات متساوية المقدار . سيكون للنظام اكبر مقدار لعزم القصور للنظام عندما يكون محور دوران النظام يقع عند :



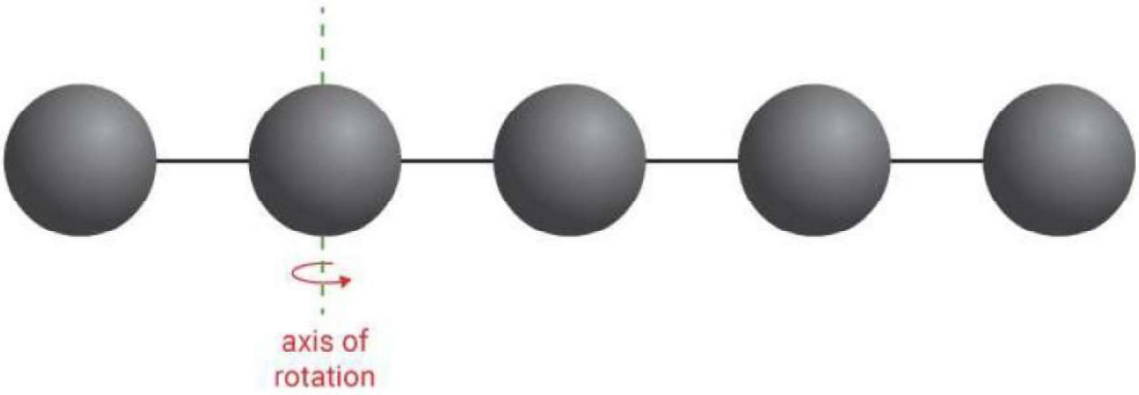
a. **الكرة الاولى**
b. ما بين الكرة الثانية والثالثة
c. الكرة الثالثة
d. الكرة الثانية

15. نظام يتكون من اربع كرات متساوية الكتلة (انظر الشكل المرفق) متصلة في ما بينها بواسطة قضيب مهمل الكتلة و المسافة بين الكرات متساوية المقدار . سيكون للنظام اقل مقدار لعزم القصور للنظام عندما يكون محور دوران النظام يقع عند :



a. الكرة الاولى
b. **ما بين الكرة الثانية والثالثة**
c. الكرة الثالثة
d. الكرة الثانية

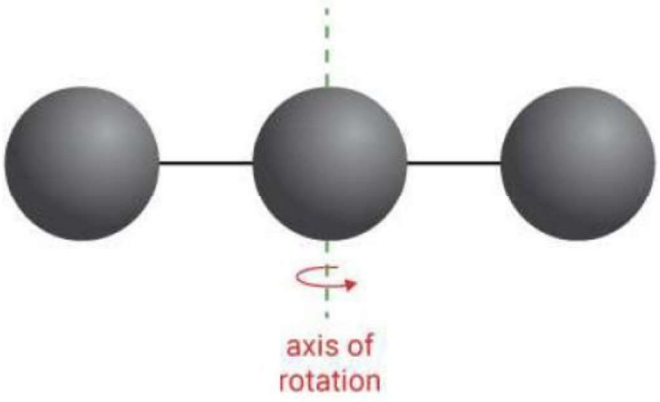
16. في النظام المرفق صورته الكرات الخمس لها نفس الكتلة و مقدارها m kg و متصلة مع بعضها البعض بواسطة قضيب مهمل الكتلة . كل كتلة تبعد عن الكتلة المجاورة لها بمقدار 2r ، سيكون مقدار عزم القصور الذاتي للنظام علما ان محور الدوران للنظام يقع بشكل عامودي في منتصف الكرة الثانية من جهة اليسار ؟



$$I_{net} = m(2r)^2 + m(2r)^2 + m(4r)^2 + m(6r)^2$$
$$I_{net} = 4mr^2 + 4mr^2 + 16mr^2 + 36mr^2$$
$$I_{net} = 60\,mr^2$$

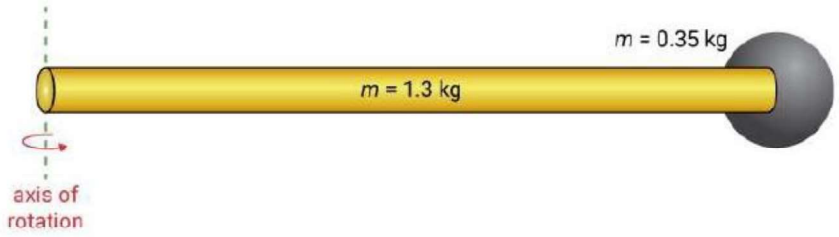
a. $14\ mr^2$
b. $16\ mr^2$
c. $60\ mr^2$
d. $56\ mr^2$

17. النظام المرفق صورته يدور حول محور يمر بشكل عامودي في منتصف الكرة الوسطى . الكرات متساوية الكتلة وتبتعد عن بعضها البعض مسافة r . ان مقدار عزم القصور الذاتي للنظام سيكون ؟



a. $4\ mr^2$
b. $2\ mr^2$
c. $8\ mr^2$
d. $6\ mr^2$

18. قضيب معدني على شكل اسطوانة (انظر الشكل المرفق) طوله 1.2 m وكتلته 1.3 kg يتصل في طرفه كرة كتلتها 035 kg ، النظام يدور حول محور كما هو موضح في الصورة . سيكون مقدار عزم القصور الذاتي للنظام :



a. 1.1 kg . m²
b. 0.50 kg . m²
c. 0.62 kg . m²
d. 1.9 kg . m²

19. كرة كتلتها 1.2 kg تدور في مسار نصف قطره 2.0 m وكرة اخرى كتلتها 2.4 kg و تدور في مسار نصف قطره 1.0 m ، اي من العبارات التالية صحيحة فيما يخص عزم القصور الذاتي للكرتين ؟

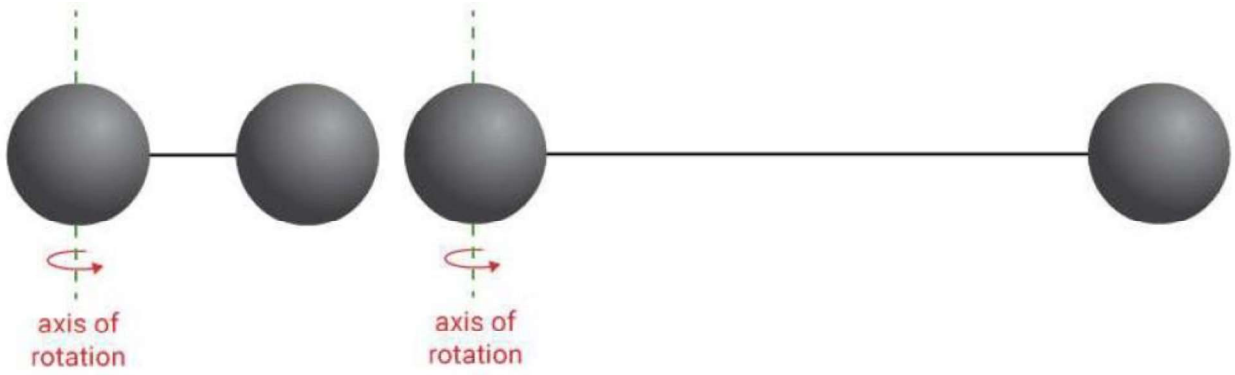
a. الكرة التي كتلتها 1.2 kg لديها عزم قصور مقداره اربع اضعاف عزم القصور الذاتي للكرة التي كتلتها 2.4 kg
b. الكرة التي كتلتها 1.2 kg لديها عزم قصور ذاتي مقداره نصف عزم القصور الذاتي للكرة التي كتلتها 2.4 kg
c. الكرة التي كتلتها 1.2 kg لديها عزم قصور ذاتي مقداره ضعفي عزم الفصور الذاتي للكرة التي كتلتها 2.4 kg
d. الكرتان لهما نفس عزم القصور الذاتي

20. كرتان لهما نفس مقدار الكتلة (انظر الشكل المرفق) . في الحالة الاولى (جهة اليسار) كانت المسافة بين الكرتين مقدارها r وعزم القصور الذاتي للنظام I_1 . بينما في الحالة الثانية (جهة اليمين) كانت المسافة بين بين الكرتين مقدارها 3r و عزم القصور الذاتي للنظام I_2 . فان النسبة

$$\frac{I_1}{I_2}$$

سيكون مقدارها :

a. 1/9
b. 1/6
c. 1/3
d. 1/12



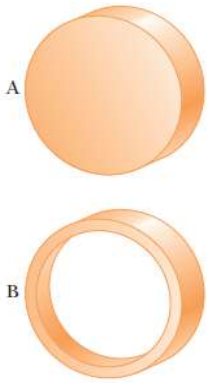
أسئلة

1. محصلة عزم ثابتة المقدار تؤثر في جسم . أي من الكميات الفيزيائية التالية لن تكون ثابتة:
   a. التسارع الزاوي
   b. **السرعة الزاوية**
   c. عزم القصور الذاتي
   d. مركز الكتلة

السبب: بما أن الجسم تحت تأثير عزم ثابت فان التسارع الزاوي سيبقى ثابت كذلك و حتى يبقى التسارع ثابتا في المقدار يجب أن تكون السرعة الزاوية متغيرة حتى تبقي على مقدار التسارع ثابتا

2. جسمان كما في الصورة المرفقة لهما نفس الكتلة و نفس نصف القطر و السرعة الزاوية نفسها و كان العزم المؤثر عليهما له نفس المقدار . أي من الجسمين سيحتاج الى وقت أطول حتى يتوقف عن الدوران بعد انتهاء تأثير العزم ؟

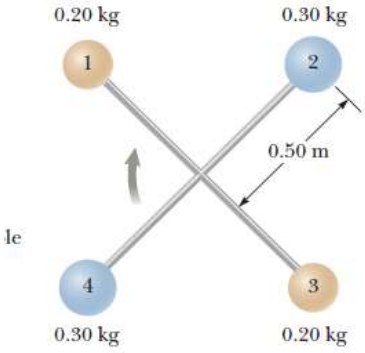
a. A
b. B
c. احتاج لمعلومات اكثر حتى اقرر



السبب: الأسطوانة المجوفة لديها عزم قصور ذاتي اكبر و ستكتسب تسارع زاوي اقل

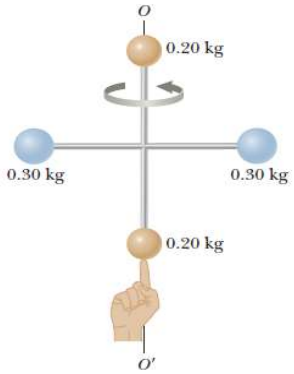
و ستحتاج الى وقت أطول للوقوف

3. احسب عزم القصور الذاتي للجسم مرفق صورته عندما يكون محور الدوران في نقطة التقاطع مع إهمال كتل القضبان الموصلة للكرات؟



$$I = \Sigma mr^2 = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + m_4 r_4^{\,2}$$
$$= (0.20\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2$$
$$+ (0.20\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2$$
$$I = \boxed{0.25\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

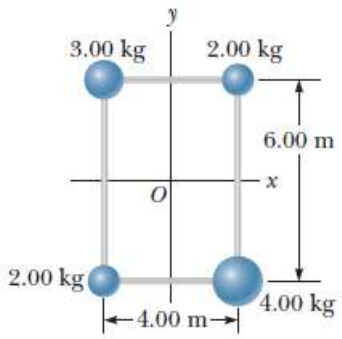
4. احسب عزم القصور الذاتي للجسم مرفق صورته عندما يكون محور الدوران كما في الشكل مع إهمال كتل القضبان الموصلة للكرات و إهمال نصف قطر الكرات التي على محور الدوران؟



$$I = \Sigma mr^2 = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + m_4 r_4^{\,2}$$
$$= (0.20\ \text{kg})(0)^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.20\ \text{kg})(0)^2$$
$$+ (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2$$
$$I = \boxed{0.15\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

5. ما هي محصلة التسارع الزاوي لقرص كتلته 25 kg و نصف قطره 0.8 m عند تطبيق عزم مقداره 40 N.m عليه ؟
   a. 2.5 rad/s²
   b. 5 rad/s²
   c. 7.5 rad/s²
   d. 10 rad/s²
   e. 12.5 rad/s²

6. أربعة أجسام موجودة على زوايا مستطيل كما في الشكل المرفق مع إهمال كتل القضبان الموصلة بين هذه الأجسام :
   احسب عزم القصور الذاتي للنظام حول:
   a. محور X
   b. محور Y
   c. حول محور عامودي على الصفحة و يمر بالنقطة *O*



(a) For rotation about the x-axis,

$$I_x = (3.00\ \text{kg})(3.00\ \text{m})^2 + (2.00\ \text{kg})(3.00\ \text{m})^2 +$$
$$(2.00\ \text{kg})(3.00\ \text{m})^2 + (4.00\ \text{kg})(3.00\ \text{m})^2 = \boxed{99.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

(b) When rotating about the y-axis,

$$I_y = (3.00\ \text{kg})(2.00\ \text{m})^2 + (2.00\ \text{kg})(2.00\ \text{m})^2 +$$
$$(2.00\ \text{kg})(2.00\ \text{m})^2 + (4.00\ \text{kg})(2.00\ \text{m})^2 = \boxed{44.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

(c) For rotations about an axis perpendicular to the page through point O, the distance r_i for each mass is $r_i = \sqrt{(2.00\ \text{m})^2 + (3.00\ \text{m})^2} = \sqrt{13.0}\ \text{m}$. Thus,

$$I_O = \left[(3.00 + 2.00 + 2.00 + 4.00)\ \text{kg}\right](13.0\ \text{m}^2) = \boxed{143\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

7 . بناء على السؤال رقم 6 احسب العزم للنظام في كل حالة من الحالات المذكورة في السؤال اذا علمت أن التسارع الزاوي لكل الحالات يساوي $1.5\ rad/s^2$ ؟

$$\tau_x = I_x \alpha = (99.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(1.50\ \text{rad/s}^2) = \boxed{149\ \text{N}\cdot\text{m}}$$

$$\tau_y = I_y \alpha = (44.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(1.50\ \text{rad/s}^2) = \boxed{66.0\ \text{N}\cdot\text{m}}$$

$$\tau_O = I_O \alpha = (143\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(1.50\ \text{rad/s}^2) = \boxed{215\ \text{N}\cdot\text{m}}$$

8 . أسطوانة مطحنة كبيرة مصمتة نصف قطرها 0.33 m لها حرية الدوران حول محور عديم الاحتكاك عامودي على قاعدة هذه الأسطوانة . قوة مماسيه قيمتها 250 N تؤثر على حافة الأسطوانة تتسبب في دوران الأسطوانة بتسارع زاوي مقداره $0.94\ rad/s^2$

a. احسب عزم القصور الذاتي للأسطوانة
b. ما هي كتلة الأسطوانة
c. اذا ابتدأت الأسطوانة الحركة من السكون، ما هي السرعة الزاوية للأسطوانة بعد 5 s

(a) $\tau_{\text{net}} = I\alpha \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{\tau_{\text{net}}}{\alpha} = \dfrac{rF\sin 90^\circ}{\alpha} = \dfrac{(0.330\ \text{m})(250\ \text{N})}{0.940\ \text{rad/s}^2} = \boxed{87.8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$

(b) For a solid cylinder, $I = Mr^2/2$, so

$$M = \frac{2I}{r^2} = \frac{2(87.8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)}{(0.330\ \text{m})^2} = \boxed{1.61\times10^3\ \text{kg}}$$

(c) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (0.940\ \text{rad/s}^2)(5.00\ \text{s}) = \boxed{4.70\ \text{rad/s}}$

9. احسب عزم القصور الذاتي (moment of inertia) لكرة مصمتة كتلتها 10.8 kg و نصف قطرها 0.648 m و محور الدوران يمر في مركزها؟

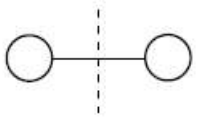
$$I = \tfrac{2}{5}MR^2 = \tfrac{2}{5}(10.8\ \text{kg})(0.648\ \text{m})^2 = \boxed{1.81\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

10 . لعبة القرص الدوار (merry-go-round) تتسارع من السكون حتى تصل الى سرعة زاوية مقدارها 0.68 rad/s خلال 34s ، افترض أن اللعبة الدوارة على شكل قرص نصف قطره 7m و كتلته 31000kg . احسب العزم الكلي لإكسابها التسارع ؟

$$\alpha = \omega/t$$

$$\tau = I\alpha = \left(\tfrac{1}{2}MR_0^2\right)\left(\frac{\omega}{t}\right) = \frac{MR_0^2\omega}{2t} = \frac{(31{,}000\text{ kg})(7.0\text{ m})^2(0.68\text{ rad/s})}{2(34\text{ s})} = \boxed{1.5\times10^4\text{ m}\cdot\text{N}}$$

11. جزيء أكسجين يتكون من ذرتين كتلتهما الكلية $5.3 \text{ X } 10^{-26}$ kg و عزم القصور الذاتي لهما حول محور دوران يقع بشكل عامودي على الخط الواصل بينهما بالمنتصف بين الذرتين يساوي $1.9 \text{ X } 10^{-46}$ kg.m^2 . احسب المسافة بين الذرتين؟



$$I = (M/2)(d/2)^2 + (M/2)(d/2)^2 = 2(M/2)(d/2)^2 = \tfrac{1}{4}Md^2 \quad \rightarrow$$

$$d = \sqrt{4I/M} = \sqrt{4(1.9\times10^{-46}\text{ kg}\cdot\text{m}^2)/(5.3\times10^{-26}\text{ kg})} = \boxed{1.2\times10^{-10}\text{ m}}$$

12. أسطوانة مصمتة تستخدم في مطحنة لطحن الحبوب نصف قطرها 8.5 cm و كتلتها 0.37 kg , احسب ما يلي:

a. عزم القصور الذاتي للأسطوانة عندما يكون محور دورانها في مركز قاعدتها

$$I = \tfrac{1}{2}MR^2 = \tfrac{1}{2}(0.380\text{ kg})(0.0850\text{ m})^2 = 1.373\times10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2 \approx \boxed{1.37\times10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2}$$

b. العزم المطلوب لإكسابها تسارع من السكون حتى سرعة زاوية مقدارها 183.2 rad/s خلال فترة زمنية مقدارها 5 s أخذا بعين الاعتبار انه هنالك عزم ناتج عن قوة الاحتكاك يعمل على إبطاء سرعة الأسطوانة من 157 rad/s حتى السكون خلال 55s .

$$\tau_{\text{fr}} = I\alpha_{\text{fr}} = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = -3.921\times10^{-3}\text{ m}\cdot\text{N}$$

$$\sum\tau = \tau_{\text{applied}} + \tau_{\text{fr}} = I\alpha \quad \rightarrow \quad \tau_{\text{applied}} = I\alpha - \tau_{\text{fr}} = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} - \tau_{\text{fr}} = \boxed{5.42\times10^{-2}\text{ m}\cdot\text{N}}$$

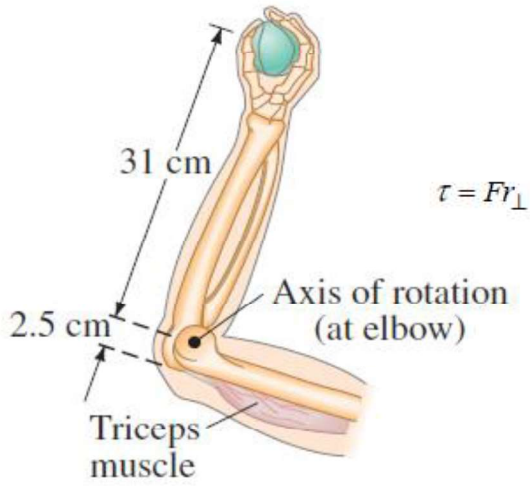
13 . الصورة المرفقة تظهر ذرعا يقذف كرة كتلتها 3.6 kg بتسارع زاوي مقداره $22.6\ rad/s^2$.اهمل كتلة الذراع , احسب ما يلي :

a. العزم المطبق

$$\tau = I\alpha = MR^2\alpha = 7.812\ m\cdot N \approx \boxed{7.8\ m\cdot N}$$

b. القوة التي ستقوم عضلة triceps muscle بتطبيقها

$$\tau = Fr_\perp \rightarrow F = \tau / r_\perp = 7.812\ m\cdot N/(2.5\times10^{-2}\ m) = \boxed{310\ N}$$



14 . لاعب كرة بيسبول يأرجح مضربه بحركة دائرية كما في الشكل، فيتسارع المضرب من السكون حتى يصل الى سرعة زاوية مقدارها 16.328 rad/s خلال 0.2 s , اعتبر المضرب على شكل قضيب منتظم كتلته 0.9kg و طوله 0.95 m ما هو مقدار العزم الذي يؤثر الذي في طرفه البعيد؟

$$\tau = I\alpha = \tfrac{1}{3}M\ell^2\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 22.12\ m\cdot N \approx \boxed{22\ m\cdot N}$$

15. كرة صغيرة كتلتها 350 g متصلى بنهاية خيط رفيع و مهمل الكتلة تدور بمسار دائري أفقي نصف قطره 1.2 m أحسب ما يلي :

a. عزم القصور الذاتي للكرة أثناء دورانها حول مركز الدائرة

$$I = MR^2 = (0.350\ \text{kg})(1.2\ \text{m})^2 = 0.504\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \approx \boxed{0.50\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

b. العزم الذي يجب تطبيقه على الكرة حتى تبقى الكرة تدور بسرعة زاوية ثابتة اذا كانت مقاومة الهواء 0.02 N على الكرة . اهمل مقاومة الهواء على الخيط وكذلك عزم القصور الذاتي للخيط ؟

$$\sum \tau = \tau_{\text{applied}} - \tau_{\text{fr}} = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_{\text{applied}} = \tau_{\text{fr}} = F_{\text{fr}} r = (0.020\ \text{N})(1.2\ \text{m}) = \boxed{2.4\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

16. أحسب عزم القصور الذاتي للنظام (الشكل المرفق) حول :

a. محور X

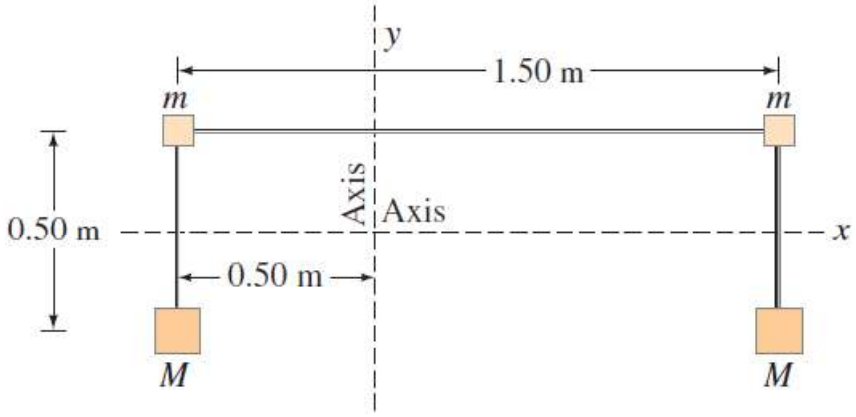
$$I = \sum M_i R_{ix}^2 = m(0.50\ \text{m})^2 + M(0.50\ \text{m})^2 + m(1.00\ \text{m})^2 + M(1.00\ \text{m})^2$$
$$= (m+M)\left[(0.50\ \text{m})^2 + (1.00\ \text{m})^2\right] = (5.6\ \text{kg})\left[(0.50\ \text{m})^2 + (1.00\ \text{m})^2\right] = \boxed{7.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

b. محور Y

$$I = \sum M_i R_{iy}^2 = (2m+2M)(0.25\ \text{m})^2 = 2(5.6\ \text{kg})(0.25\ \text{m})^2 = \boxed{0.70\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

اذا علمت أن m=2.2kg و M=3.4kg و الكتل متصلة مع بعضها البعض بواسطة أسلاك مهملة الكتلة .

حول أي محور سيكون من الصعب تغيير سرعة النظام (إكسابه تسارع)

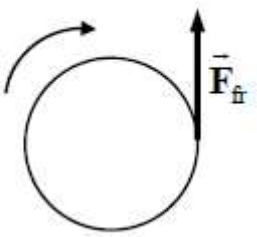


17. صانعة فخار(كما في الصورة المرفقة) تصنع صحنا فخاريا من خلال تدوير جهاز تشكيل الفخار بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 9.42 rad/s . قوة الاحتكاك ما بين يديها و الصلصال هي 1.5 N :

a. ما هو مقدار العزم الذي تطبقه على الصحن اذا علمت أن قطر الصحن يساوي 9cm

قوة الاحتكاك قوة مماسيه $\tau = rF_{\text{fr}} \sin\theta$

$90° = \theta$



$$\tau_{\text{total}} = rF_{\text{fr}} \sin\theta = \left(\tfrac{1}{2}(0.090\text{ m})\right)(1.5\text{ N})\sin 90° = 0.0675\text{ m}\cdot\text{N}$$
$$\approx \boxed{0.068\text{ m}\cdot\text{N}}$$

b. كم يحتاج الجهاز من وقت للتوقف عن الدوران اذا كان العزم المؤثر على الجهاز و الصحن هو عزمها ؟
عزم القصور الذاتي للجهاز و الصحن هو $0.11\ \text{kg.m}^2$

$$t = \frac{\omega - \omega_o}{\alpha} = \frac{\omega - \omega_o}{\tau / I} = 16.38\text{ s} \approx \boxed{16\text{ s}}$$

18. أب يقوم بدفع ابنيه الجالسين بشكل متقابل على لعبة (merry-go-round) عند حافتها و يؤثر بقوة مماسيه على اللعبة بحيث يقوم بتسريعها من السكون الى سرعة زاوية مقدارها 1.57 rad/s خلال 10 s . نصف قطر اللعبة هو 2.5 m و كتلتها 560 kg و كتلة كل طفل هي 25 kg . ما هو العزم المؤثر في اللعبة لإكسابها تسارع حسب ما هو مذكور أعلاه كذلك ما هو مقدار القوة المماسية المؤثرة على الحافة من قبل الأب؟

$$\tau = I\alpha = (I_{\text{mgr}} + I_{\text{children}})\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = (\tfrac{1}{2}M_{\text{mgr}}R^2 + 2m_{\text{child}}R^2)\frac{\omega - \omega_0}{t} = 323.98\ \text{m}\cdot\text{N} \approx \boxed{320\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

$$\tau = F_\perp R\sin\theta \quad \rightarrow \quad F_\perp = \tau/R = 323.98422.15\ \text{m}\cdot\text{N}/2.5\ \text{m} = \boxed{130\ \text{N}}$$

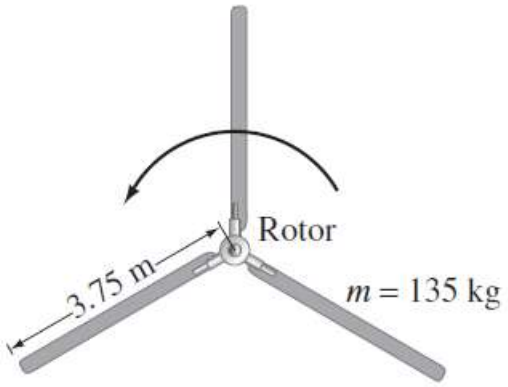
19. مروحة طائرة هيلوكوبتر (انظر الصورة) تتكون من ثلاث شفرات طول كل منها 3.75 m و كتلتها 135 kg , اعتبر كل شفرة عبارة عن قضيب طويل رفيع . احسب ما يلي:

a. عزم القصور الذاتي للمروحة

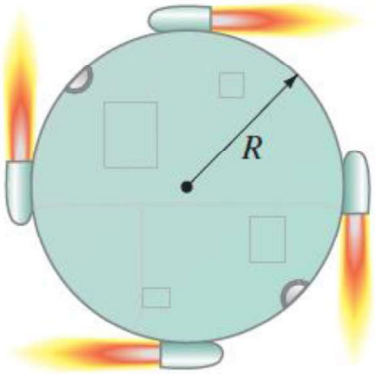
$$I_{\text{total}} = 3\left(\tfrac{1}{3}M\ell^2\right) = M\ell^2 = (135\ \text{kg})(3.75\ \text{m})^2 = 1898\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \approx \boxed{1.90\times10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

b. ما هو العزم الذي يجب أن يقدمه المحرك حتى يحرك المروحة من السكون الى سرعة 37.68 rad/s خلال زمن قدره 8 s ؟

$$\tau = I_{\text{total}}\alpha = I_{\text{total}}\frac{\omega - \omega_0}{t} = \boxed{8900\ \text{m}\cdot\text{N}}$$



20. لجعل قمر صناعي اسطواني الشكل منتظم يدور بانتظام في مداره تم اطلاق اربع صواريخ (كما في الشكل)، كتلة القمر الصناعي هي 3600kg و نصف قطره 4m و كتلة كل صاروخ هي 250 kg . ما هي القوة الثابتة التي يجب أن يقدمها كل صاروخ لجعل القمر الصناعي يصل الى سرعة 3.35 rad/s خلال 5 min منطلقا من السكون ؟



$$4FR = I\alpha = \left(\tfrac{1}{2}M + 4m\right)R^2\frac{\Delta\omega}{\Delta\tau} \quad \rightarrow \quad F = \frac{\left(\tfrac{1}{2}M + 4m\right)R\Delta\omega}{4\Delta t}$$

$$\approx \boxed{31\ \text{N}}$$

الزخَم الزاويّ

Angular Momentum

1. الطاقة الحركيّة الدورانيّة Rotational Kinetic Energy

$$KE_R = \frac{1}{2} I\omega^2$$

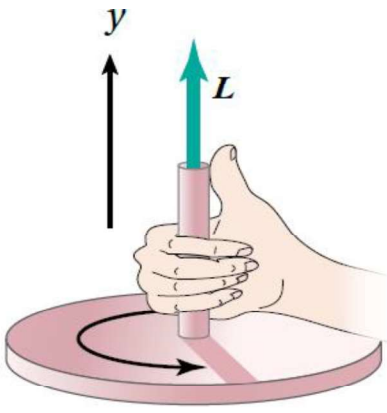
حيث (I) عزمُ القصور الذاتي للجسم، و (ω) سرعته الزاويّة.

تُقاس الطاقة الحركيّة الدورانيّة بوحدة J (جول)

2. الزخَم الزاويّ

$$L = I\omega$$

- ✓ L : الزخَم الزاويّ Angular momentum
- ✓ كمية متجهة
- ✓ يقاس بوحدة $Kg.m^2/s$
- ✓ يوضح الشكل المرفق استخدام قاعد قبضة اليد اليمنى لتحديد اتجاه الزخَم الزاويّ لجسم يدور حول المحورy ؛ وذلك عن طريق لفّ أصابع اليد اليمنى حول محور الدوران بحيث تُشير إلى اتّجاه دوران الجسم، فيُشير الإبهام إلى اتّجاه الزخَم الزاويّ
- ✓ يكون الزخم الزاوي موجبا اذا كان الجسم يدور عكس عقارب الساعة وسالبا اذا كان يدور مع عقارب الساعة مع مراعاة تطبيق قاعدة اليد اليمنى



3. الزخَم الزاويّ والعزم Angular Momentum and Torque

✓ القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانيّة

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

أي أن العزمَ المُحصّل المؤثّر في جسمٍ يتحرّك حركةً دورانيّةً حول محورٍ ثابتٍ يُساوي المعدّل الزمنيّ للتغيّر في زخَمه الزاويّ حولَ المحور نفسه.

4. حفظُ الزخَم الزاويّ Conservation of Angular Momentum

عندما يُساوي العزم المحصّل المؤثّر في جسمٍ أو نظامٍ صفرًا($\Sigma t = 0$) ؛ فإنّ الزخَم الزاويّ يظلُّ ثابتًا مع مرور الزمن أي أنّ:

$$L_f = L_i$$

تُعبّر هذه العلاقة عن **قانون حفظ الزخَم الزاويّ Law of conservation of angular momentum**، الذي ينصُّ على أنّ: «الزخَم الزاويّ لنظامٍ معزولٍ يظلُّ ثابتًا في المقدار والاتّجاه»، إذ يكونُ العزم المحصّل المؤثّر في النظام المعزول صفرًا. أي أنّ الزخَم الزاويّ الابتدائيّ لنظامٍ معزولٍ يُساوي زخَمه الزاويّ النهائيّ.

أما إذا أُعيد توزيع كتلة النظام المعزول الذي يتحرّك حركةً دورانيّة؛ فإنّ عزمَ القصور الذاتيّ والسرعة الزاويّة للنظام يتغيّران بحيث يبقى الزخَم الزاويّ ثابتًا. وبما أنّ ($L = I\omega$)، فإنّه عند تغير (I) يجب أن تتغيّر (ω) للنظام بحيث يبقى الزخَم الزاويّ ثابتًا. وأُعبّر عن ذلك رياضيًّا كما يأتي:

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i = constant$$

أسئلة:

1. ما هو الزخم الزاوي لكرة كتلتها 0.27kg متصلة بخيط و تدور بشكل دائري بنصف قطر مقداره 1.35m بسرعة زاوية مقدارها 10.4rad/s ؟

$$L = I\omega = MR^2\omega = (0.270\ \text{kg})(1.35\ \text{m})^2(10.4\ \text{rad/s}) = \boxed{5.12\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}$$

2. ما هو الزخم الزاوي لأسطوانة طحن كتلتها 2.8 kg نصف قطرها 28 cm و تدور بسرعة زاوية مقدارها 136.07rad/s . ما هو مقدار العزم المطلوب لإيقافها عن الدوران خلال فترة زمنية مقدارها 6s ؟

$$L = I\omega = \tfrac{1}{2}MR^2\omega = 14.94\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s} \approx \boxed{15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}$$

$$\tau = \frac{L - L_0}{\Delta t} = \frac{0 - 14.94\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}{6.0\ \text{s}} = \boxed{-2.5\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

3. شخص يقف على منصة تدور بسرعة زاوية مقدارها 5.652 rad/s و يداها ممتدة على جانبيه (انظر الصورة المرفقة) . عند رفع يديه بشكل أفقي انخفضت سرعته الزاوية الى 3.768 rad/s :
   a. وضح السبب لانخفاض السرعة الزاوية

حيث إن الزخم الزاوي محفوظ فان أية زيادة في عزم القصور الذاتي يرافقه نقصان في السرعة الزاوية

b. ما هي نسبة تغير عزم القصور الذاتي لجسمه

$$L_i = L_f \quad \rightarrow \quad I_i\omega_i = I_f\omega_f \quad \rightarrow \quad I_f = I_i\frac{\omega_i}{\omega_f} = I_i\frac{0.90\ \text{rev/s}}{0.60\ \text{rev/s}} = 1.5\ I_i$$

4. قرص عزم قصوره الذاتي (I) لا يدور تم أسقاطه على قرص أخر مطابق له ويدور بسرعة زاوية مقدارها ω . ما هي السرعة الزاوية النهائية للقرصين ؟

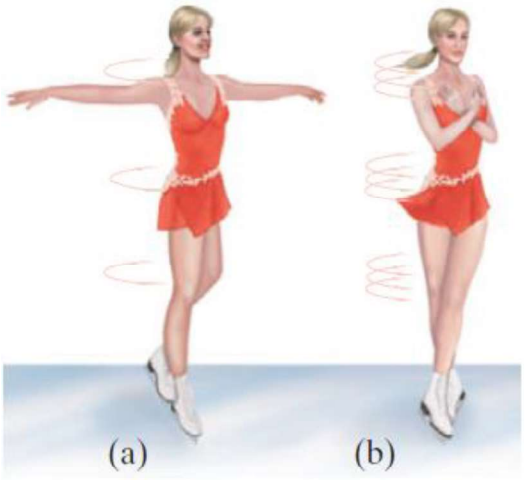
$$L_i = L_f \rightarrow I\omega + I(0) = 2I\omega_f \rightarrow \boxed{\omega_f = \frac{1}{2}\omega}$$

5. لاعبة غطس (كما في الشكل المرفق) تستطيع أن تخفض من عزم قصورها الذاتي بمعامل مقداره 3.5 عندما تغير من وضعية جسمها من حالة الامتداد الكامل الى وضعية التكور . اذا كانت تدور بسرعة زاوية مقدارها 8.373 rad/s عندما كانت في حالة التكور فكم ستصبح سرعتها الزاوية لحظة التحول الى الامتداد الكامل ؟

لا يوجد عزم كلي يؤثر على الغطاسة .
كل ما هنالك هو الجاذبية تؤثر على مركز الكتلة فقط

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow \omega_2 = \omega_1\frac{I_1}{I_2} = \quad 2.4 \text{ rad/s}$$

6. متزلجة على الجليد (كما في الصورة المرفقة) تستطيع أن تزيد من سرعة دورانها الزاوية من 4.186 rad/s الى 15.7 rad/s . اذا كان عزم قصورها الذاتي الابتدائي يساوي $4.6\ \text{kg.m}^2$:



a. ما هو مقدار عزم قصورها النهائي

$$L_i = L_f \rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f \rightarrow I_f = I_i\frac{\omega_i}{\omega_f} = \boxed{1.2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

b. كيف لها أن تحقق ذلك من خلال جسمها

من خلال ضم يديها الى جسمها

7. ما هو عزم القصور الذاتي لمتزلجة على الجليد تدور بسرعة زاوية مقدارها 18.84 rad/s و ذراعاها مضمومان الى جسمها . افترض أن اللاعبة عبارة عن أسطوانة منتظمة ارتفاعها 1.5 m و نصف قطرها 15 cm و كتلتها 48 kg ؟ وكم يلزم من عزم لإبطاء دورانها حتى التوقف التام خلال فترة زمنية مقدارها 4s مفترضا أنها لم تغير من وضعية يديها؟

$$L = I\omega = \tfrac{1}{2}MR^2\omega = 10.18\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{I\omega_{\text{final}} - I\omega_0}{\Delta t} = \frac{0 - 10.18\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}{4.0\ \text{s}} = \boxed{-2.5\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

8. رجل كتلته 75 kg يقف في منتصف لعبة (merry-go-round) نصف قطرها 3m و عزم قصورها الذاتي 820 kg.m^2 . اللعبة تدور بدون احتكاك بسرعة زاوية مقدارها 0.95 rad/s . الرجل مشى من المنتصف حتى حافة اللعبة بشكل مستقيم :

a. احسب السرعة الزاوية للعبة عندما يصل الرجل الى الحافة

$$(a)\quad L_i = L_f \rightarrow I_{\text{platform}}\omega_i = (I_{\text{platform}} + I_{\text{person}})\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{I_{\text{platform}}}{I_{\text{platform}} + mR^2}\omega_i = \frac{820\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}{820\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 + (75\ \text{kg})(3.0\ \text{m})^2}(0.95\ \text{rad/s}) = 0.5211\ \text{rad/s} \approx \boxed{0.52\ \text{rad/s}}$$

b. احسب طاقة الحركة الدورانية للنظام (اللعبة – الرجل) قبل أن يغادر الرجل مكانه و بعد أن وصل الى الحافة؟

$$(b)\quad \text{KE}_i = \tfrac{1}{2}I_{\text{platform}}\omega_i^2 = \tfrac{1}{2}(820\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(0.95\ \text{rad/s})^2 = \boxed{370\ \text{J}}$$

$$\text{KE}_f = \tfrac{1}{2}(I_{\text{platform}} + I_{\text{person}})\omega_f^2 = \tfrac{1}{2}(I_{\text{platform}} + m_{\text{person}}r_{\text{person}}^2)\omega_f^2$$

$$= \tfrac{1}{2}[820\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 + (75\ \text{kg})(3.0\ \text{m})^2](0.5211\ \text{rad/s})^2 = 203\ \text{J} \approx \boxed{2.0\times10^2\ \text{J}}$$

9. قرص تشكيل الصلصال لصنع الفخار يدور بسرعة زاوية مقدارها 9.42 rad/s و كتلته 5kg و قطره 0.4 m . تم القاء قطعة من الصلصال كتلتها 2.6 kg على شكل قرص نصف قطره 7 cm على مركز القرص الكبير الدوار . ما هي السرعة الزاوية للنظام بعد التصاق القرص الصغير مع القرص الكبير . اهمل الاحتكاك؟

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow$$

$$\omega_2 = \omega_1\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_{\text{wheel}}}{I_{\text{wheel}} + I_{\text{clay}}} = \omega_1\left(\frac{\tfrac{1}{2}M_{\text{wheel}}R_{\text{wheel}}^2}{\tfrac{1}{2}M_{\text{wheel}}R_{\text{wheel}}^2 + \tfrac{1}{2}M_{\text{clay}}R_{\text{clay}}^2}\right) = \omega_1\left(\frac{M_{\text{wheel}}R_{\text{wheel}}^2}{M_{\text{wheel}}R_{\text{wheel}}^2 + M_{\text{clay}}R_{\text{clay}}^2}\right)$$

= 8.8 rad/s

10. لعبة (merry-go-round) تدور بشكل حر بسرعة زاوية مقدارها 0.8 rad/s و نصف قطرها 4.2 m و عزم قصورها الذاتي 1360 kg.m^2 . كان هنالك اربع أشخاص يقفون على الأرض و كتلة كل منهم 65 kg قاموا بالقفز الى حافة اللعبة في نفس اللحظة :

a. كم ستصبح سرعة اللعبة بعد أن قفز اليها الأشخاص الأربعة

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{I_1}{I_2} = \omega_1 \frac{I_{\text{mgr}}}{I_{\text{mgr}} + I_{\text{people}}} = \omega_1 \left[\frac{I_{\text{mgr}}}{I_{\text{mgr}} + 4M_{\text{person}}R^2} \right]$$

$$= (0.80 \text{ rad/s}) \left[\frac{1360 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{1360 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 4(65 \text{ kg})(2.1 \text{ m})^2} \right] = 0.4341 \text{ rad/s} \approx \boxed{0.43 \text{ rad/s}}$$

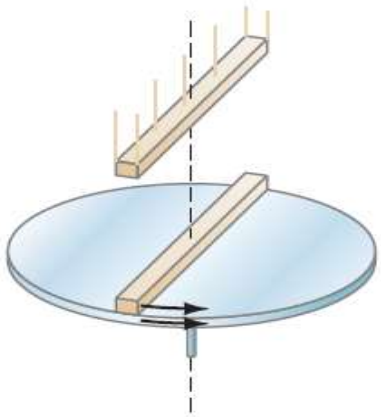
b. ماذا لو كان الأربع أشخاص على اللعبة منذ البداية و من ثم قفزوا عنها بشكل قطري(أي باتجاه نصف القطر بشكل مستقيم)

قفزهم لن يولد عزم كلي على اللعبة وبالتالي ستبقى السرعة الزاوية للعبة ثابتة لا تتغير

11. قضيب معدني منتظم أفقي كتلته M و طوله L يدور بسرعة زاوية مقدارها ω حول محور عامودي يمر في مركزه و يتصل بنهاية كل طرف من القضيب كتلة صغيرة مقدارها m . ما هو الزخم الزاوي للنظام ؟

$$L = I\omega = \left[\tfrac{1}{12} M\ell^2 + 2m\left(\tfrac{1}{2}\ell\right)^2 \right] \omega = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{6}M + m\right)\ell^2\omega$$

12. قرص منتظم يدور بسرعة زاوية مقدارها 20.724 rad/s تم أسقاط قضيب معدني (لا يدور) له نفس كتلة القرص و طول يساوي قطر القرص على القرص الدوار بحيث يتحاذى مركز القضيب و مركز القرص (كما في الشكل) فاصبحا يدوران مع بعضهما البعض . احسب السرعة الزاوية للنظام ؟



$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{I_1}{I_2} = \omega_1 \frac{I_{\text{disk}}}{I_{\text{disk}} + I_{\text{rod}}} = \omega_1 \left[\frac{\frac{1}{2}MR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}M(2R)^2} \right]$$

= 12.56 rad/s

13. لعبة (merry-go-round) لها عزم قصور ذاتي مقداره 1260 kg.m^2 و نصف قطر 2.5 m تدور بسرعة زاوية مقدارها 1.7 rad/s . طفل يقف ساكنا بجانب اللعبة يقفز الى حافة اللعبة مما يسبب إبطاء اللعبة الى سرعة زاوية مقدارها 1.35 rad/s . ما هي كتلة الولد؟

$$L_{\text{initial}} = L_{\text{final}} \rightarrow L_{0\ \text{mgr}} = L_{\text{f child}} + L_{\text{f mgr}} \rightarrow I_{\text{mgr}}\omega_0 = (I_{\text{mgr}} + I_{\text{child}})\omega = (I_{\text{mgr}} + m_{\text{child}}R_{\text{mgr}}^2)\omega \rightarrow$$

$$m_{\text{child}} = \frac{I_{\text{mgr}}(\omega_0 - \omega)}{R_{\text{mgr}}^2\omega} = \frac{(1260\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(0.35\ \text{rad/s})}{(2.5\ \text{m})^2(1.35\ \text{rad/s})} = 52.27\ \text{kg} \approx \boxed{52\ \text{kg}}$$

14. حجر مطحنة على شكل قرص نصف قطره 0.2 m يتسارع من الثبات بشكل منتظم الى سرعة زاوية مقدارها 150.72 rad/s خلال 6s ما هو مقدار العزم المؤثر في حجر المطحنة؟

$$\tau = I\alpha = \tfrac{1}{2}MR^2\left(\frac{\omega - \omega_0}{t}\right) = \qquad \boxed{0.80\ \text{m}\cdot\text{N}}$$

15. احسب الزخم الزاوي للكرة الأرضية في كل حالة مما يلي:
   a. حول محور دورانها (مفترضا أن الكرة الأرضية كرة منتظمة)
   b. في مدارها حول الشمس (افرض أن الأرض جسيم صغير جدا مقارنة مع كتلة الشمس)

كتلة الأرض: 5.98 x 10^{24} kg

نصف قطر الكرة الأرضية: 6.38 x 10^6 m

المسافة بين الأرض و الشمس : 1.496 x 10^{11} m

(a) $$\omega_E = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{d}}\left(\frac{1\ \text{d}}{8.64\times10^4\ \text{s}}\right) = 7.27\times10^{-5}\ \text{rad/s}$$

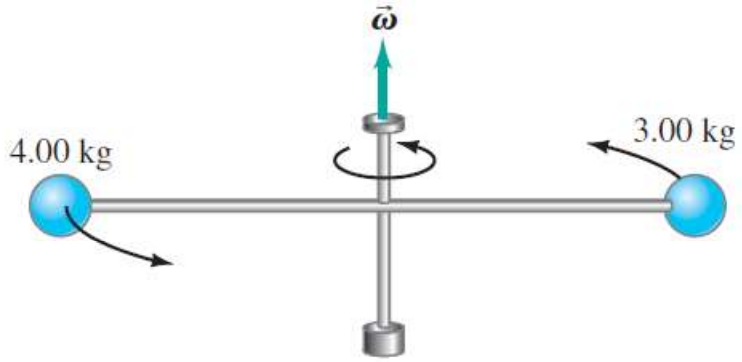
$$L_{\text{spin}} = I_{\text{sphere}}\omega_E = \left(\frac{2}{5}M_ER_E^2\right)\omega_E$$

$$= \left[\frac{2}{5}(5.98\times10^{24}\ \text{kg})(6.38\times10^6\ \text{m})^2\right](7.27\times10^{-5}\ \text{rad/s}) = \boxed{7.08\times10^{33}\ \text{J}\cdot\text{s}}$$

(b) $$\omega_{\text{orbit}} = 2\pi\ \text{rad/y} \text{ and } L_{\text{orbit}} = I_{\text{point}}\omega_{\text{orbit}} = (M_ER_{\text{orbit}}^2)\omega_{\text{orbit}}.$$

$$L_{\text{orbit}} = (5.98\times10^{24}\ \text{kg})(1.496\times10^{11}\ \text{m})^2(2\pi\ \text{rad/y})\left(\frac{1\ \text{y}}{3.156\times10^7\ \text{s}}\right) = \boxed{2.66\times10^{40}\ \text{J}\cdot\text{s}}$$

16. كتلتين مقدارهما (3 kg & 4 kg) على طرفي قضيب مهمل الكتلة طوله 42 cm (كما في الشكل المرفق) . النظام يدور بسرعة زاوية مقدارها ω = 5.6 rad/s حول محور عامودي يمر في منتصف القضيب . احسب الطاقة الحركية الدورانية للنظام؟



$$KE = \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 + \frac{1}{2}I_B\omega_B^2 = \frac{1}{2}m_A r_A^2\omega_A^2 + \frac{1}{2}m_B r_B^2\omega_A^2 = \frac{1}{2}r^2\omega^2(m_A + m_B)$$
$$= \frac{1}{2}(0.210\text{ m})^2(5.60\text{ rad/s})^2(7.00\text{ kg}) = \boxed{4.84\text{ J}}$$

17. اتجاه متجه الزخم الزاوي للكرة الأرضية الناتج عن دورانها اليومي يكون باتجاه :
a. المماس لخط الاستواء باتجاه الشرق
b. المماس لخط الاستواء باتجاه الغرب
c. الشمال
d. الجنوب

18. قوة تأثر على جسم يتموضع على المحور (x+) وكان العزم حول نقطة الأصل باتجاه محور (z-) . أن اتجاه القوة سيكون :
a. +y
b. -y
c. +x
d. -x

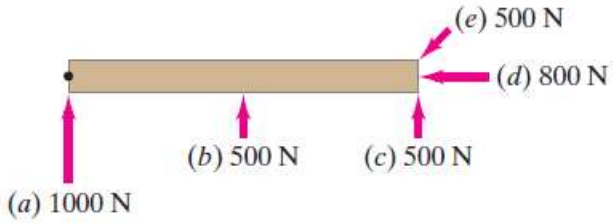
19. حجر كتلته 2 kg مربوط بخيط نصف قطره 0.5 m و يدور بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 12 rad/s . مقدار العزم الكلي المؤثر فيه عند مركز الدائرة يساوي:
a. 0
b. 6 N.m
c. 12 N.m
d. 72 N.m

أسئلة اختيار من متعدد

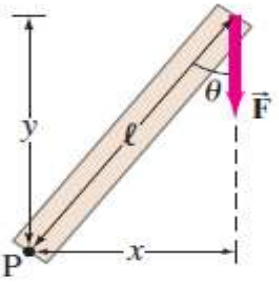
الجزء الأول (الحركة الدورانية)

1. جسم بداء يدور من السكون بتسارع زاوي ثابت و منتظم . فاذا كان الجسم يقطع زاوية مقدارها θ خلال الزمن **t** ، فأن الزاوية التي سيقطعها خلال الزمن **1/2t** هي :
   a. ½θ
   b. 1/4θ
   c. Θ
   d. 2θ
   e. 4θ

2. في الشكل المجاور باب تؤثر فيه خمس قوى، أي هذه القوى لها العزم الأكبر
   a. a-100 N
   b. b-500 N
   c. c- 500 N
   d. d- 800 N
   e. e-500 N



3. الشكل المجاور يظهر قضيب معدني تؤثر فيه قوة مقدارها F = 80 N . طول القضيب l = 5 m و الزاوية θ = 37 ° بحيث x = 3 m و y = 4 m . فأي من التعابير التالية تعطي مقدار العزم الناتج عن القوة F حول النقطة P :
   a. 80 N
   b. (80 N) (5 m)
   c. (80 N) (5 m) (sin 37°)
   d. (80 N) (4 m)
   e. (80 N) (3 m)
   f. (48 N) (5 m)
   g. (48 N) (4 m) (sin 37°)

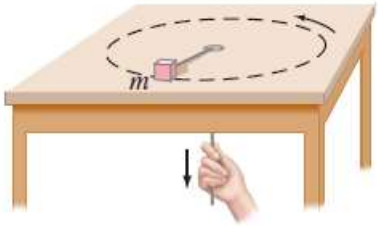


4. كرتان لهما نفس نصف القطر و الكتلة، أحداهما مصمتة و الأخرى مجوفة . أي منهما له عزم قصور ذاتي اكبر حول محور دوران يمر في مركز كل منهما ؟ (ارجع للجدول صفحة 56)
   a. الكرة المصمتة
   b. الكرة المجوفة
   c. كلاهما له نفس عزم القصور الذاتي

5. عجلين لهما نفس الكتلة و نصف القطر ولهما كذلك نفس السرعة الزاوية . احد العجلين كتلته موزعة على الاطار الخارجي للعجل و الاطار الخارجي يتصل مع مركزه بواسطة أسلاك مهملة الكتلة و العجل الأخر على شكل قرص كتلته موزعة بانتظام (انظر الرسمة المرفقة). كيف يمكن مقارنة الطاقة الحركية الدورانية لهما؟

a. تقريبا تكون متساوية لهما
b. العجل ذو الأسلاك له الضعفين
c. العجل ذو الأسلاك له طاقة اكبر لكن ليست الضعفين
d. العجل المصمت له الضعفين
e. العجل المصمت له طاقة اكبر لكن ليست الضعفين

6. كتلة صغيرة m متصلة بخيط يمر من منتصف طاولة (كما في الشكل المرفق) تدور الكتلة بسرعة زاوية ثابتة بدون احتكاك بشكل دائري . يتم سحب الخيط من خلال ثقب في منتصف الطاولة بدون تأثير عزم خارجي . ماذا سيحدث للسرعة الزاوية للكتلة m :



a. ستزداد
b. ستقل
c. لن يكون هنالك أي تغيير على السرعة الزاوية للكتلة

7. تخيل أن الناس جميعا قد هاجروا للسكن على خط الاستواء للكرة الأرضية عندها فان طول اليوم سوف:
a. يزداد طولا بسبب حفظ الزخم الزاوي
b. ينقص بسبب حفظ الزخم الزاوي
c. ينقص بسبب حفظ الطاقة
d. يزداد بسبب حفظ الطاقة
e. لن يتأثر نهائيا

8. أنت تجلس على كرسي دوار و تدور بسرعة زاوية ثابتة و تحمل كتلتين مقدار كل واحدة منهما 2 kg و يداك ممتدتان . فجاءة أسقطت الكتلتين عندها فان سرعتك الزاوية :
a. ستزداد
b. تقل
c. تبقى كما هي

9. بنت و ولد يركبان اللعبة الدوارة (merry-go-round) . تدور اللعبة بسرعة زاوية ثابتة. يجلس الولد على حافة اللعبة و البنت تجلس قريبا من المركز . أي منهما يقطع إزاحة زاوية اكبر:
a. الولد
b. البنت
c. كلاهما له نفس الإزاحة الزاوية و تكون اكبر من الصفر
d. كلاهما له نفس الإزاحة الزاوية و تساوي صفرا

10. بنت و ولد يركبان اللعبة الدوارة (merry-go-round) . تدور اللعبة بسرعة زاوية ثابتة. يجلس الولد على حافة اللعبة و البنت تجلس قريبا من المركز . أي منهما له سرعة زاوية اكبر:
    a. الولد
    b. البنت
    c. كلاهما له نفس السرعة الزاوية و تكون اكبر من الصفر
    d. كلاهما له نفس السرعة الزاوية و تساوي صفرا

11. جسم صلب يدور بسرعة زاوية ثابتة. أي من العبارات التالية صحيحة:
    a. مركز دورانه هو نفسه مركز كتلته
    b. كل النقاط لهذا الجسم لها نفس السرعة الزاوية
    c. كل نقاط هذا الجسم لها نفس السرعة الخطية
    d. مركز دورانه ثابت و لا يتحرك

12. قوتان متساويتان لهما نفس القيمة يؤثران على باب . القوة الأولى تؤثر في منتصف المسافة ما بين قبضة الباب و الفصالة (محور الدوران) بشكل عامودي و القوة الثانية تؤثر على قبضة الباب و بشكل عامودي أيضا . أي قوة لها عزم اكبر ؟
    a. القوة الأولى المؤثرة في منتصف الباب
    b. القوة الثانية المؤثرة على القبضة
    c. القوتان لهما نفس العزم و لا يساوي صفرا
    d. القوتان لهما عزم يساوي صفرا

13. قوتان متساويتان لهما نفس القيمة يؤثران على قبضة باب . القوة الأولى تؤثر بشكل عامودي على القبضة و القوة الثانية تؤثر على قبضة الباب بزاوية مقدارها 30° مع مستوى الباب . أي قوة لها عزم اكبر ؟
    a. القوة الأولى المؤثرة بشكل عامودي على القبضة
    b. القوة الثانية المؤثرة بزاوية على القبضة
    c. القوتان لهما نفس العزم و لا يساوي صفرا
    d. القوتان لهما عزم يساوي صفرا

14. قوتان تؤثران على قبضة باب و بشكل عامودي مع مستوى الباب . القوة الأولى ضعفي القوة الثانية . نسبة عزم القوة الأولى للقوة الثانية هي:
    a. ¼
    b. ½
    c. 2
    d. 4

15. ما هي الكمية التي تستخدم لقياس ممانعة الجسم لتغيير دورانه هي:
    a. الكتلة
    b. عزم القصور الذاتي
    c. العزم
    d. السرعة الزاوية

16. كرتان متماثلتان مصمتتان لهما نفس نصف القطر و كتلة أحداهما اكبر من كتلة الثانية بمقدار الضعف . نسبة عزم القصور الذاتي الأكبر لعزم القصور الذاتي الأصغر هي:
    a. 2
    b. 8
    c. 10
    d. 4

17. كرتان مصمتتان لهما نفس الكتلة لكن أحداهما لها ضعف نصف قطر الأخرى . نسبة عزم القصور الذاتي للكرة الأكبر لعزم القصور الذاتي للكرة الأصغر هو:
    a. 4/5
    b. 8/5
    c. 2
    d. 4

18. كرتان مصمتتان أحداهما لها ضعف كتلة و قطر الكرة الثانية . نسبة عزم القصور الذاتي الأكبر لعزم القصور الذاتي الأصغر هي:
    a. 2
    b. 8
    c. 4
    d. 10

19. كرة مصمتة منتظمة كتلتها M ونصف قطرها R . اذا ازدادت كتلتها الى 2M و نصف قطرها الى 3R . ماذا سيحدث لعزم القصور الذاتي للكرة اذا دارت حول محور يمر في مركزها؟
    a. يزداد بمعامل مقداره 6
    b. يزداد بمعامل مقداره 12
    c. يزداد بمعامل مقداره 18
    d. يزداد بمعامل مقداره 54

20. اذا تم تطبيق محصلة عزم على جسم، فأن هذا الجسم :
    a. سيدور بسرعة زاوية ثابتة
    b. سيدور بتسارع زاوي ثابت
    c. سيزداد عزم قصوره الذاتي
    d. سيتناقص عزم قصوره الذاتي

21. " الزخم الزاوي الكلي لنظام ما يتغير عندما يتم تطبيق محصلة قوة خارجية على النظام " هذه العبارة :
a. دائما صحيحة
b. لا يمكن أن تكون صحيحة
c. أحيانا صحيحة و يعتمد ذلك على محصلة القوة
d. أحيانا صحيحة و يعتمد ذلك على نقطة تأثير القوة

22. هل يمكن أن نغير من السرعة الزاوية لنظام بدون أن يكون هنالك تغيير في الزخم الزاوي للنظام؟
a. لا يمكن أن يحدث هذا الأمر تحت أية شرط من الشروط
b. ممكن أن يحدث هذا الأمر فقط اذا أثرت محصلة قوة تؤثر على مركز كتلة النظام
c. ممكن أن يحدث هذا فقط اذا كانت القوة المؤثرة على النظام قوة داخلية
d. ممكن أن يحدث هذا اذا أثرت محصلة قوة خارجية على النظام

23. اذا كان مدار الأرض حول الشمس بيضوي الشكل . اذا تجاهلنا كل المؤثرات الخارجية من قوة احتكاك او تجاذب مع الكواكب الأخرى فأن الزخم الزاوي للكرة الأرضية حول الشمس سوف :
a. يتناقص باستمرار
b. يزداد باستمرار
c. يبقى ثابتا
d. سوف يزداد عند بعض أجزاء المدار و يتناقص عند الأجزاء الأخرى

24. تدور الكرة الأرضية في مدار بيضوي حول الشمس . عند اقتراب الأرض من الشمس فأن السرعة الزاوية لكوكب الأرض سوف:
a. تزداد
b. تنقص
c. تبقى ثابتة
d. لا شيء مما ذكر

25. عندما يضم متزلج الجليد يداه الممتدة للخارج نحو الداخل أثناء دورانه حول نفسه باتجاه جسمه فأن زخمه الزاوي سوف :
a. لا يتغير
b. يزداد
c. ينقص
d. يتغير لكن لا نستطيع أن نحدد كيف

26. عندما يضم متزلج الجليد يداه الممتدة للخارج نحو الداخل أثناء دورانه حول نفسه باتجاه جسمه فأن طاقة حركته الدورانية سوف:
a. لا تتغير
b. تزداد
c. يقل
d. يتغير لكن لا نستطيع أن نحدد كيف

27. عندما يضم متزلج الجليد يداه الممتدة للخارج نحو الداخل باتجاه جسمه أثناء دورانه حول نفسه فأن عزم قصوره الذاتي سوف :

a. لا يتغير
b. يزداد
c. يقل
d. يتغير لكن لا نستطيع أن نحدد كيف

28. أسطوانة تدور بسرعة زاوية مقدارها 4.71 rad/s . ماهي الزاوية التي تقطعها خلال 0.2 s :

a. 9 °
b. 15°
c. 54°
d. 96°

29. صمولة تستخدم لتثبيت عجل سيارة تحتاج الى عزم مقداره 90 N.m . اذا كان طول مفتاح الشد المستخدم لشد الصمولة 30 cm . ما هو مقدار القوة المؤثرة على الصمولة اذا علمت أن تأثير القوة كان عاموديا على مفتاح الشد ؟

a. 300 N
b. 150 N
c. 30 N
d. 15 N

30. صمولة تستخدم لتثبيت عجل سيارة تحتاج الى عزم مقداره 90 N.m . اذا كان طول مفتاح الشد المستخدم لشد الصمولة 30 cm . ما هو مقدار القوة المؤثرة على الصمولة اذا علمت أن تأثير القوة كان بزاوية مقدارها 53° على مفتاح الشد ؟

a. 190 N
b. 380 N
c. 19 N
d. 38 N

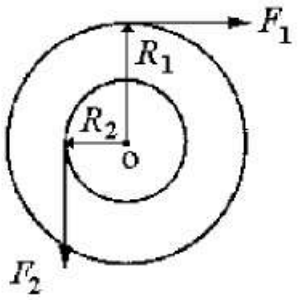
31. عجل له عزم قصور ذاتي مقداره $3\ kg.m^2$, يؤثر عليه عزم كلي مقداره 3.5 N.m . ما هو التسارع الزاوي للعجل؟

a. $0.857\ rad/s^2$
b. $1.17\ rad/s^2$
c. $3\ rad/s^2$
d. $3.5\ rad/s^2$

32. جزيء ثلاثي الذرات . الذرة الأولى كتلتها m و تتواجد في نقطة الأصل، الذرة الثانية كتلتها 2m و تتواجد عند النقطة x = a ، الذرة الثالثة كتلتها 3m و تتواجد عند النقطة x = 2a . ما هو عزم القصور الذاتي لهذا الجزيء اذا كان يدور حول نقطة الأصل؟

a. $2\ ma^2$
b. $3\ ma^2$
c. $12\ ma^2$
d. $14\ ma^2$

33. أسطوانة مصمتة كتلتها 10 kg ترتكز على محور عديم الاحتكاك (O) (كما في الشكل المرفق) . هنالك حبل يلتف حول نصف القطر الخارجي R_1 = 1m يؤثر بقوة F1 = 5 N الى جهة اليمين. هنالك حبل أخر يلتف حول جزء أخر من سطح الأسطوانة عند R_2 = 0.5 m و يؤثر بقوة F2 = 6 N باتجاه الأسفل . ما هو التسارع الزاوي للأسطوانة ؟



a. 1 rad/s^2
b. 0.6 rad/s^2
c. 0.4 rad/s^2
d. 0.8 rad/s^2

34. قضيب معدني طوله 4 m معلق من احدى طرفيه بشكل أفقي و من ثم تم سمح للطرف البعيد بالسقوط بفعل وزنه . ما هو التسارع الزاوي للقضيب لحظة سقوطه ؟ (عزم القصور الذاتي للقضيب يعطى بالعلاقة التالية **$I = ML^2/3$**).

a. 2.45 rad/s^2
b. 3.68 rad/s^2
c. 4.9 rad/s^2
d. 6.75 rad/s^2

35. كتلة مقدارها 1.53 kg متعلقة بطرف حبل يلتف حول بكرة على شكل قرص عديمة الاحتكاك كتلتها 7.07 kg و نصف قطرها 66 cm . ما هو التسارع الزاوي للبكرة الناتج عن حركة الكتلة ؟

a. 4.49 rad/s^2
b. 7.98 rad/s^2
c. 9.87 rad/s^2
d. صفر

36. قرص دوار يستخدم في بعض الآلات لتخزين الطاقة . فاذا كان المطلوب تخزين 1.00 x 10^6 j عندما يدور بسرعة زاوية مقدارها 400 rad/s . ما هو عزم القصور الذاتي للقرص بوحدة kg . m^2 ؟

a. 6.25
b. 12.5
c. 25
d. 50

37. عجل بداء الدوران من السكون و عزم قصوره الذاتي 5 kg.m^2 و تسارع تحت تأثير عزم ثابت مقداره 3 N.m خلال 8 s . ما هي طاقة حركة العجل الدورانية خلال هذه الفترة الزمنية؟

a. 57.6 J
b. 64 J
c. 78.8 J
d. 122 J

38. جسم يتغير زخمه الزاوي بمعدل 20 kg . m/s^2 خلال 4s . ما هو متوسط العزم الذي يؤثر في الجسم؟
   a. 2.5 N .m
   b. 5 N .m
   c. 40 N.m
   d. 80 N.m

39. بروتون كتلته 1.67 X 10-27 kg يدور بسرعة زاوية 2 X 106 rad/s في مسار دائري نصف قطره 0.8 m . ما هو الزخم الزاوي للبروتون ؟
   a. 1.28 X 10^{-21} $kg.m/s^2$
   b. 1.76 X 10^{-21} $kg.m/s^2$
   c. 2.14 X 10^{-21} $kg.m/s^2$
   d. 3.2 X 10^{-21} $kg.m/s^2$

40. متزلجة على الجليد عزم قصورها الذاتي 5 kg .m^2 عندما تكون اذرعها ممدودة و تدور بسرعة زاوية مقدارها 18.84 rad/s ، اذا سحبت اذرعها للداخل باتجاه جسمها بحيث اصبح عزم قصورها الذاتي 1.8 $kg.m^2$ فكم ستصبح سرعتها الزاوية ؟
   a. 12.56 rad/s
   b. 20.742 rad/s
   c. 47.1 rad/s
   d. 62.8 rad/s

الجزء الثاني (الاتزان و العزوم)

1. ما هو الشرط أو الشروط الضرورية لتحقيق الاتزان الدوراني؟
   a. $\sum Fx = 0$
   b. $\sum Fx = 0$, $\sum T = 0$
   c. $\sum T = 0$
   d. $\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$

2. ما هو الشرط أو الشروط الضرورية لتحقيق الاتزان السكوني؟
   a. $\sum Fx = 0$
   b. $\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$, $\sum T = 0$
   c. $\sum T = 0$
   d. $\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$

3. كتاب وزنه 6 N . عندما تضعه مستقرا فوق راسك فأن محصلة القوى عليه ستكون؟
   a. O N
   b. 6 N
   c. 9.8 N
   d. -6 N

4. صاروخ يتحرك في الفضاء بسرعة ثابتة مقدارها 9.8 m/s . ما هي محصلة القوة المؤثرة عليه ؟
   a. قوة تساوي في مقدارها وزنه على سطح الأرض mg
   b. قوة تساوي قوة الجاذبية المؤثرة عليه
   c. محصلة القوة تساوي صفرا
   d. لا يمكن تحديدها بدون المزيد من المعلومات

5. شخص وزنه 800 N يقف بحيث تكون كل قدم على ميزان، الجسم غير متماثل . أي العبارات التالية صحيحة ؟
   a. كل ميزان سيقيس 800 N
   b. كل ميزان سيقيس 400 N
   c. اذا احدى الميزانين قاس 500 N فأن الميزان الأخر سيقيس 300 N
   d. كل العبارات خاطئة

6. ولد ثقيل الوزن و بنت خفيفة الوزن يجلسون على لعبة السيسو باتزان (لوح السيسو مهمل الكتلة) . فاذا تحرك كل من الولد والبنت الى نصف المسافة الى الداخل باتجاه نقطة الارتكاز . ما الذي سيحصل للعبة السيسو؟
   a. ستنخفض لعبة السيسو الى الأسفل من جهة الولد
   b. ستنخفض لعبة السيسو الى الأسفل من جهة البت
   c. لا شيء سيحدث و سيبقى السيسو متزنا
   d. لا يمكن الإجابة على هذا السؤال بدون معرفة كتل الأولاد و أبعاد لعبة السيسو

7. ولد و بنت يجلسان باتزان على طرفي لعبة سيسو (لوح السيسو مهمل الكتلة)، كتلة الولد 75 kg و كتلة البنت 50 kg . الولد يجلس على بعد 2 m عن نقطة الارتكاز . كم تبعد البنت عن نقطة الارتكاز ؟
   a. 1.3 m
   b. 2.3 m
   c. 2.5 m
   d. 3 m

8. لوح لعبة سيسو وزنه 40 N يجلس عليه طفلان وزن الأول 500 N و الثاني وزنه 350 N بشكل. اذا كانت نقطة الارتكاز في منتصف السيسو و الولد الأول يجلس على بعد 1.5 m من المنتصف . أين يجب أن يجلس الطفل الثاني حتى يتحقق الاتزان؟
   a. 1.1 m
   b. 1.5 m
   c. 2.1 m
   d. 2.7 m

9. قضيب من الحديد طوله 10 m و وزنه 100 N معلق من طرفيه بحبلين . جلس رجل وزنه 400 N على بعد 2 m من الطرف الأيسر للقضيب . فما مقدار الشد في الحبل الأيسر؟
   a. 130 N
   b. 250 N
   c. 370 N
   d. 500 N

10. قضيب من الحديد طوله 10 m و وزنه 100 N معلق من طرفيه بحبلين . جلس رجل وزنه 400 N على بعد 2 m من الطرف الأيسر للقضيب . فما مقدار الشد في الحبل الأيمن؟
   a. 130 N
   b. 250 N
   c. 370 N
   d. 500 N

11. سقالة مهملة الكتلة معلقة من طرفيها بواسطة حبلين . طول السقالة 12 m ، صندوق وزنه 300 N موجود على بعد 4 m من الطرف الأيسر للسقالة . ما مقدار الشد في كل حبل؟
   a. الحبل الأيسر 100 N و الحبل الأيمن 200 N
   b. الحبل الأيسر 200 N و الحبل الأيمن 100 N
   c. الحبل الأيسر 900 N و الحبل الأيمن 2700 N
   d. الحبل الأيسر 2700 N و الحبل الأيمن 900 N

12. سقالة وزنها 200 N يتم رفعها بواسطة حبلين من طرفيها . طول السقالة 18 m ، تم وضع صندوق وزنه 650 N على بعد 3 m من الطرف الأيسر . ما هو مقدار الشد في الحبلين ؟
   a. الحبل الأيسر 520 N و الحبل الأيمن 130 N
   b. الحبل الأيسر 640 N و الحبل الأيمن 210 N
   c. الحبل الأيسر 195 N والحبل الأيمن 975 N
   d. الحبل الأيسر 295 N و الحبل الأيمن 1000 N

13. مسطرة مترية منتظمة ترتكز على حافة سكين عند العلامة 50 cm و كتلتها 0.4 kg تم تعليق كتلة مقدارها 0.6 kg عند العلامة 20 cm و كتلة أخرى نفس المقدار عند العلامة 80 cm . أين (عند أية علامة) يجب تعليق كتلة مقدارها 0.3 kg حتى تتزن المسطرة؟
   a. 20 cm
   b. 25 cm
   c. 30 cm
   d. 70 cm

14. رجل وزنه 500 N يقف على لوح منتظم كتلته 100 N و طوله 8 m . اللوح يستند على دعامتين عند اطراف اللوح . اذا كانت قوة الدعم على الطرف الأيمن اكبر بثلاث مرات عنها عند الطرف الأيسر . كم يبعد الرجل عن الطرف الأيمن؟

a. 4 m
b. 2 m
c. 1.6 m
d. 6.4 m

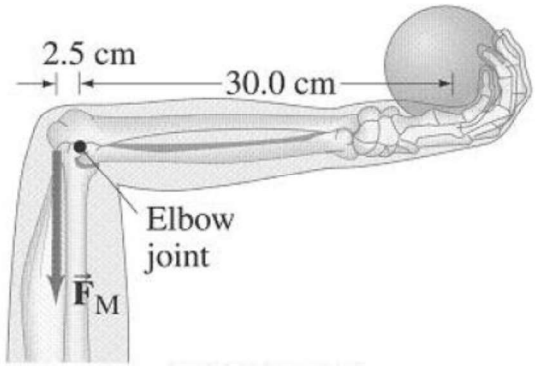
15. ميزانان المسافة بينهما 2m . تم وضع لوح كتلته 4 kg على الميزانين فأصبحت قراءة كل ميزان 2 kg . استلقى شخص على اللوح فأصبحت قراءة الميزان الأيمن 30 kg و قراءة الميزان الأيسر 50 kg . أين يقع مركز كتلة الرجل بالنسبة الى الميزان الأيمن ؟

a. 1.2 m
b. 1.23 m
c. 1.26 m
d. 1.3 m

16. المسافة بين عامودي تلفون 40 m هبط طائر كتلته 0.5 kg على السلك الواصل بينهما في منتصف المسافة مما أدى الى أن يتدلى السلك مسافة 2 m عن الأفق . ما هي قوة الشد في السلك ؟ السلك مهمل الكتلة.

a. 6.2 N
b. 12 N
c. 25 N
d. 50 N

17. ساعد كتلته 2.8 kg و مركز كتلته يبعد مسافة 12 cm عن مفصل الكوع (انظر الصورة) . كم القوة التي يجب أن تؤثر فيها عضلة العضد على الساعد حتى تحمل كرة كتلتها 7.5 kg بثبات؟



a. 100 N
b. 500 N
c. 1000 N
d. 1500 N

18. 15