بسم الله الرحمن الرحيم

ل ٥ د ت

٣
٢

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)
مدة الامتحان: س ٢ د ٠٠
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٨/٠٧/٠٢

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

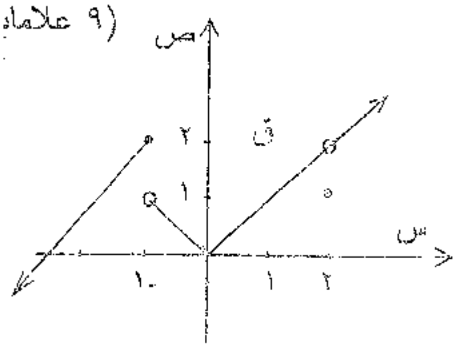
السؤال الأول: (٣٠ علامة)

أ) جد قيمة النهايات الآتية:

١) $\lim\limits_{س \to ٠} \dfrac{٤ جاس - جا ٤ س}{س^٣}$ (١١ علامة)

٢) $\lim\limits_{س \to ١} \dfrac{١}{س - ١} \left(\dfrac{١}{س + \sqrt{س}} - \dfrac{١}{٢} \right)$ (١٠ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)



١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) ، فإن مجموعة قيم ٩ التي تكون عندها $\lim\limits_{س \to ٩}$ ق(س) غير موجودة هي:

أ) { ١- }　　ب) { ١- ، ٢ }
ج) { ٠ ، ٢ }　　د) { ١- ، ٠ ، ٢ }

٢) إذا كانت $\lim\limits_{س \to ٢}$ (ق(٢س+١) − ٣س) = صفرًا ، فإن $\lim\limits_{س \to ٩}$ ٣ ق^٢ ($\sqrt{س}$ + ٢) تساوي:

أ) ٥　　ب) ٦　　ج) ٣٦　　د) ١٠٨

٣) إذا كان ق(س) = $\dfrac{١ - س}{\sqrt{١ - س^٢}}$ ، فإن ق(س) متصل في الفترة:

أ) [١- ، ١]　　ب) (١- ، ١)　　ج) (−∞ ، ١-)　　د) [١ ، ∞)

يتبع الصفحة الثانية . . .

السـؤال الثاني: (٣١ علامة)

أ) جد قَ(س) لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

١) ق(س) = |(س − ٣) (س + ١)| ، س ∈ (−١ ، ٤] (١٢ علامة)

٢) ق(س) = $\begin{cases} [\frac{١}{٢}س + ٣] & ، ١ \leq س < ٤ \\ \frac{١٦}{٢س − ٤} & ، ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$ ، عند س = ٤ (١٠علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س + ١}$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(−٢) − ق(−٢ + ٢هـ)}{هـ}$ تساوي:

أ) $−\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $−\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٢}{٣}$

٢) إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق ، حيث قَ(٢) = ٤ ، هـَ(١) = ٣ ، هـ(١) = ٢

فإن $\frac{د}{دس}\left(س^{٢} + (ق \circ هـ)(س)\right)$ عند س = ١ تساوي:

أ) ١٢ ب) ١٤ ج) ١٨ د) ٢٤

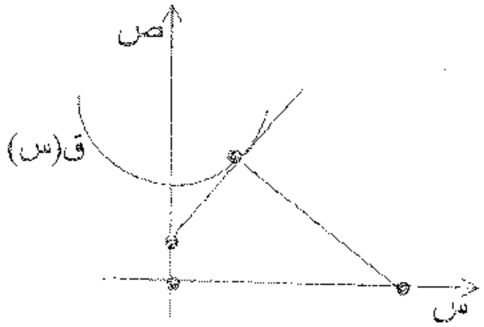
٣) إذا كان معدل تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٤ ، وكان معدل تغيره في الفترة [٣ ، ٥] يساوي ٨ ، فإن معدل تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٥] يساوي:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $(٢س − ٣)^{−٤}$ ، فجد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة. (١٠علامات)

ب) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^{٢}$ + ٤ عند النقطة (١ ، ٥) ومحوري السينات والصادات الموجبين. (١١ علامة)



يتبع الصفحة الثالثة ....

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = ٣ن^٢ ، $\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{١}{٢ن}$ ، فإن $\frac{\text{د}^٢\text{ص}}{\text{دس}^٢}$ عند ن = ٢ تساوي:

أ) ٢ ب) ٨ ج) ١٢ د) ٤٨

٢) إذا كان ص = ق(س^٣ + س) ، قَ (٢) = ٧ ، فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند س = ١ تساوي:

أ) ٢٨ ب) ٧ ج) ٣٢ د) ١١

٣) إذا كان ق(س)=جا س ، س∋ [٠ ، ٢π] ، فإن قيمة س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة عظمى تساوي:

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٣}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) π

السؤال الرابع: (٣١ علامة)

أ) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) = (س−٢)^٣ [$\frac{١}{٢}$س + ٣] ، عند س = ٢ (١٠علامات)

ب) الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) المتصل على [−٢ ، ٤] ، (١٢ علامة)

اعتمد على ذلك في إيجاد كل ممّا يلي:

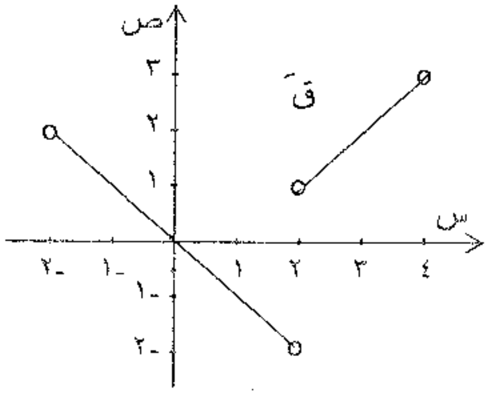
١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محليّة، مبيّنًا نوعها (إن وجدت).

٣) مجالات التقعّر للاقتران ق(س).

٤) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط انعطاف.

٥) قً (٠) ، قً (٢)



ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $\sqrt{\text{س}^٢ - ١٦\text{س}}$ ، فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط حرجة:

أ) ∅ ب) { ٨ } ج) { ٠ ، ١٦ } د) { ٠ ، ٨ ، ١٦ }

٢) إذا كان ق(س) = جـ س^٢ − ٣س + ٦ ، وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (١ ، ق(١)) هو ١٣٥° ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) −٢ ب) −١ ج) ٢ د) ١

٣) إذا كان ق(س)=س^٣ − أس^٢ + ٥س ، فإن قيمة أ التي تجعل للاقتران ق(س) مماس أفقي عند س=−١ تساوي:

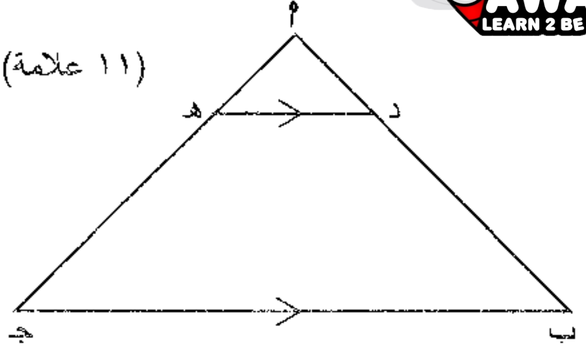
أ) −٤ ب) ١٠٠ ج) ٤ د) ٣٠٠

بقية الصفحة الرابعة .....

السـؤال الخامس: (٢٨ علامة)

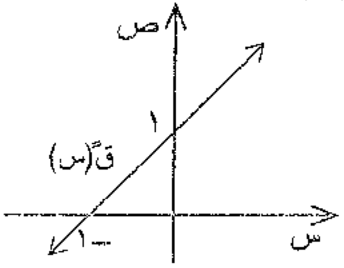
أ) طريق منحني يمثّل في المستوى الإحداثي بالاقتران ق(س) = $\sqrt{٢س-١}$ ، والنقطة (٣ ، ٠) تمثّل موقع مستشفى. جد إحداثيي النقطة أ (س ، ص) الواقعة على الطريق التي يمكن أن يُبنى فيها صيدلية وتكون أقرب ما يمكن إلى المستشفى. (٨ علامات)

ب) يمثّل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، القطعة المستقيمة د هـ // ب جـ ، فإذا تحرّكت القطعة المستقيمة د هـ للأسفل مبتعدة عن أ بمعدل $\frac{١}{٤}$ سم/د فجد معدل التغير في مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ عندما تكون د ، هـ في منتصف كل من الضلعين أ ب ، أ جـ على الترتيب. (١١ علامة)



ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران كثير الحدود ق(س) وكان للاقتران ق(س) نقط حرجة عند س = −٢ ، صفر فإن منحنى ق(س) متناقص في الفترة:



أ) (−∞ ، −٢]　　ب) [−٢ ، ٠]

ج) [٠ ، ∞)　　د) [٠ ، ٢]

٢) صندوق حجمه معطى بالاقتران ح = $س^٣ - ٦٥س^٢ + ١٠٠٠س$ ، حيث س تمثّل ارتفاع الصندوق فإن قيمة س التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن تساوي:

أ) $\frac{١٠٠}{٣}$　　ب) ١٠　　ج) $\frac{١٠}{٣}$　　د) ١٠٠

٣) قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى من سطح الأرض، فإذا كانت المسافة المقطوعة ف(ن) = $٣٠ن - ٥ن^٢$ حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، فإن سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض تساوي:

أ) ٦٠ م/ث　　ب) ٣٠ م/ث　　ج) −٣٠ م/ث　　د) −٦٠ م/ث

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨/الدورة الصيفية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

مدة الامتحان: ٢ س - د

المبحث : الرياضيات / ف٢

التاريخ : ٢/٧/٢٠١٨

الفرع : العلمي والصناعي جامعات

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الأول: ٣٠ / س١

أ) $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{حاس} - \text{حا}٤\text{س}}{\text{س}^٣} = \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{حاس} - ٢\text{حا}٢\text{س حتا}٢\text{س}}{\text{س}^٣}$ ①

△ ١١

$= \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{حاس} - ٤\text{حاس حتاس} \times (١ - ٢\text{حا}^٢\text{س})}{\text{س}^٣}$ ① ①

$= \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{حاس} - ٤\text{حاس حتاس} + ٨\text{حا}^٣\text{س حتاس}}{\text{س}^٣}$ ①

$= \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \left(\frac{٤\text{حاس} (١ - \text{حتاس})}{\text{س}^٣} + \frac{٨\text{حا}^٣\text{س حتاس}}{\text{س}^٣} \right)$ ① ①

$= \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \left(\frac{٤\text{حاس} \left(٢\text{حا}^٢\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)}{\text{س}^٣} + ٨\text{حتاس} \times \left(\frac{\text{حاس}}{\text{س}}\right)^٣ \right)$ ①

$= \underset{س \leftarrow ٠}{\text{نها}} \left(\frac{٤\text{حاس}}{\text{س}} \times ٢ \times \left(\frac{\text{حا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)}{\text{س}}\right)^٢ + ٨\text{حتاس} \times \left(\frac{\text{حاس}}{\text{س}}\right)^٣ \right)$ ① ①

$= ٤ \times ١ \times ٢ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ + ٨ \times ١ \times (١)^٣$ ①

$= ٢ + ٨ = ١٠$ ①

ن ١ Ⓟ

① $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{جاس} - \text{جا}٤\text{س}}{\text{س}^٣}$

①

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{جاس} - ٢\text{جا}٢\text{س جتا}٢\text{س}}{\text{س}^٣}$

①

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{ جاس} - ٤\text{جاس جتاس جتا}٢\text{س}}{\text{س}^٣}$

① ①

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{٤\text{جاس}}{\text{س}} \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \left[\frac{١ - \text{جتاس} (-١ + ٢\text{جتا}^٢\text{س})}{\text{س}^٢} \right.$ ① توزيع القسم

	٢-	٠	١	١
$\boxed{١}$		٢-	٢-	١-
	٢-	٢-	١-	٠

①

$= ٤ \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{١ + \text{جتاس} - ٢\text{جتا}^٣\text{س}}{\text{س}^٢}$

① ①

$= ٤ \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{(\text{جتاس} - ١)(-٢\text{جتا}^٢\text{س} - ٢\text{جتاس} - ١)}{\text{س}^٢}$

①

$= ٤ \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{-٢\text{جا}^٢\text{س}}{٤\text{س}^٢} \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} (-٢\text{جتا}^٢\text{س} - ٢\text{جتاس} - ١)$

① ①

$= ٤ \times -٢ \times \frac{١}{٤} \times -٥ = ١٠$

حل آخر ②

$= ٤ \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{١ - (١ - ٢\text{جا}^٢\frac{\text{س}}{٢})(١ - ٢\text{جا}^٢\text{س})}{\text{س}^٢}$

$= ٤ \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{\cancel{١} - (\cancel{١} - ٢\text{جا}^٢\text{س} - ٢\text{جا}^٢\frac{\text{س}}{٢} + ٤\text{جا}^٢\frac{\text{س}}{٢}\text{جا}^٢\text{س})}{\text{س}^٢}$

$= ٤ \left(\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} ٢\frac{\text{جا}^٢\text{س}}{\text{س}^٢} + \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{٢\text{جا}^٢\frac{\text{س}}{٢}}{\text{س}^٢} + ٤ \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{جا}^٢\frac{\text{س}}{٢}}{\text{س}^٢} \times \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \text{جا}^٢\text{س} \right)$

$= ٤ \times (٢ + ٢ \times \frac{١}{٤} + \cancel{٤ \times \frac{١}{٤} \times ٠})$

$= ٤ \times \frac{٥}{٢} = ١٠$

$$\text{ب} \quad \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{٤ جا س} - \text{جا ٤ س}}{\text{س}^3}$$

①

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{٤ جا س} - \text{٢ جا ٢س جتا ٢س}}{\text{س}^3}$$

①

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{٤ جا س} - \text{٤ جا س جتا س جتا ٢س}}{\text{س}^3}$$

① ① ①

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{٤ جا س}}{\text{س}} \times \lim_{\text{س}\to 0} \frac{1 - (1 - 2\,\text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2})(1 - 2\,\text{جا}^2\,\text{س})}{\text{س}^2}$$

①

$$= 1 \times \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\cancel{1} - (\cancel{1} - 2\,\text{جا}^2\,\text{س} - 2\,\text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2} + 4\,\text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2}\,\text{جا}^2\,\text{س})}{\text{س}^2}$$

① ①

$$= 4\left(\lim_{\text{س}\to 0} \frac{2\,\text{جا}^2\,\text{س}}{\text{س}^2} + 2 \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2}}{\text{س}^2} + 4 \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}^2 \frac{\text{س}}{2}}{\text{س}^2} \times \lim_{\text{س}\to 0} \text{جا}^2\,\text{س}\right)$$

① ①

$$= 4\left(2 + 2 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} \times 0\right)$$

①

$$= 4 \times \frac{5}{2} = 10$$

علامتان عند ظهور جميع الحدود صحيحة

* يخسر علامة في حالة خطأ أو خطأين

س١ $\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٤جا س} - \text{جا ٤س}}{\text{س}^٣}$

①

* $\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٤ جا س} - \text{٢ جا ٢س جتا ٢س}}{\text{س}^٣} = \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٤جا س} - \text{٤جا س جتا س جتا ٢س}}{\text{س}^٣}$ ①

* $\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٤جا س (١} - \text{جتا س جتا ٢س)}}{\text{س}^٣}$ ①

طرح واضافه ①

$= \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٤جا س}}{\text{س}} \times \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{١} - \text{جتا س جتا ٢س} + \text{جتا ٢س} - \text{جتا ٢س}}{\text{س}^٢}$ ①

$= ٤ \left(\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{١} - \text{جتا ٢س}}{\text{س}^٢} + \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{جتا ٢س (١} - \text{جتا س)}}{\text{س}^٢} \right)$ ① ①

$= ٤ \left(\underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٢جا}^٢\text{س}}{\text{س}^٢} + \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \text{جتا ٢س} \times \underset{\text{س} \to ٠}{\text{نها}} \frac{\text{٢جا}^٢ \frac{\text{س}}{٢}}{\text{س}^٢} \right)$ ① ①

$= ٤ \left(٢ + ١ \times ٢ \times \frac{١}{٤} \right) = ٤ \times \frac{٥}{٢} = ١٠$ ① ①

٥ / ٥ صحيح ⑤

ملاحظات ٣م ①

$$\underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{٤ جا س - جا ٤ س}{س^{٣}}$$

①

$$= ٤ \underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{٢ جتا \frac{٥}{٢} س \; جا \frac{-٣}{٢} س}{س^{٣}}$$

① ①

$$= ٨ \times \underset{س \to ٠}{نهـا} جتا \frac{٥}{٢} س \times \underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{جا \frac{-٣}{٢} س}{س} \times \underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{١}{س}$$

① ①

$$= ٨ \times ١ \times \frac{-٣}{٢} \times \frac{١}{٠}$$ ——— غير موجودة

$$\underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{٤ جا س - جا ٤ س}{س^{٣}} \times \frac{٤ جا س + جا ٤ س}{٤ جا س + جا ٤ س}$$ ①

علامة
واحدة
على المرافق

$$= \underset{س \to ٠}{نهـا} \frac{١٦ جا^{٢} س - جا^{٢} ٤ س}{س^{٣} (٤ جا س + جا ٤ س)}$$

س١ أ ②

$\text{ص} = \sqrt{\text{س}} \xrightarrow{⑦} \text{ص}^4 = \text{س}$ ، س ← ١ ، ص ← ١ حل آخر ②

$\lim_{\text{ص}\to 1} \frac{1}{\text{ص}^4 - 1} \overset{①}{} \left(\frac{1}{\text{ص}^4 + \text{ص}} \overset{①}{-} \frac{1}{2} \right)$

$\lim_{\text{ص}\to 1} \frac{1}{\text{ص}^4 - 1} \times \frac{2 - \text{ص}^4 - \text{ص}}{2(\text{ص}^4 + \text{ص})}$ ① اضعا

$= \lim_{\text{ص}\to 1} \left[\frac{\cancel{(1-\text{ص})} \cdot (-\text{ص} \cdots - 2)}{2\cancel{(\text{ص}-1)}(\text{ص}+1)(\text{ص}+1)(\text{ص}^4+\text{ص})} \right] ① ① ① = \frac{-3}{2\times 2\times 2} ① = \frac{-3}{8} ①$

حل آخر ③

$= \lim_{\text{س}\to 1} \frac{1}{\text{س}-1} \left(\frac{2 - \text{س} - \sqrt{\text{س}}}{2(\text{س}+\sqrt{\text{س}})} \right)$ ① ←بالمرافق بسط ① ←بالمرافق مقام

$= \lim_{\text{س}\to 1} \frac{1}{(1+\sqrt{\text{س}})\cancel{(1-\sqrt{\text{س}})}} \times \left[\frac{(-\sqrt{\text{س}} - 2)\cdot\cancel{(1-\sqrt{\text{س}})}}{2(\text{س}+\sqrt{\text{س}})} \right.$ ① ① ① ① ① اضعا-

$= \frac{1}{2} \times \frac{-3}{2\times 2} = \frac{-3}{8}$ ① ① ①

السؤال الاول ب

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{س-١} \left(\frac{٢-س-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})} \right)$

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{س-١} \left(\frac{(٢-س)-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})} \times \frac{(٢-س)+\sqrt{س}}{(٢-س)+\sqrt{س}} \right)$

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{س-١} \left(\frac{(٢-س)^{٢}-س}{٢(س+\sqrt{س})(٢ \text{①}} \right)$

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{س-١} \left(\frac{٤-٤س+س^{٢}-س}{٤(س+\sqrt{س})} \right)$

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{س-١} \left(\frac{س^{٢}-٥س+٤}{٤(س+\sqrt{س})} \right)$

① $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \; \frac{١}{\cancel{س-١}} \left(\frac{\cancel{(س-١)}(س-٤)}{٤(س+\sqrt{س})} \right)$ ①

$= \frac{-٣}{٤(٢)} = \frac{-٣}{٨}$

① ①

صفحة رقم (٢)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع

السؤال الأول

ب) ① توحيد

$$\underset{س\leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ \frac{١}{س-١}\left(\frac{٢-س-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})}\right)$$

$\triangle$ ١٠

① طرح وإضافة

$$=\underset{س\leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ \frac{١}{س-١}\times\left(\frac{١-س+١-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})}\right)$$

① توزيع/بسط

$$=\underset{س\leftarrow ١}{\text{نهـا}}\ \frac{١}{س-١}\times\left(\frac{١-س}{٢(س+\sqrt{س})}+\frac{١-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})}\right)$$

توزيع ①

$$=\underset{س\leftarrow ١}{\text{نهـا}}\left(\frac{\overset{-١}{\cancel{١-س}}}{٢(س+\sqrt{س})\cancel{(س-١)}}+\frac{١-\sqrt{س}}{٢(س+\sqrt{س})(س-١)}\right)$$

$$=\underset{س\leftarrow ١}{\text{نهـا}}\left(\frac{-١}{٢(س+\sqrt{س})}\ ②+\frac{\overset{-١}{\cancel{(١-\sqrt{س})}}\ ①}{٢\cancel{(\sqrt{س}-١)}(\sqrt{س}+١)(س+\sqrt{س})}\right)$$

① تحليل أو مرافق

$$=\frac{-١}{٤}\ ①+\frac{-١}{٨}\ ②$$

$$=\frac{-٣}{٨}\ ①$$

ج) ١) أ رفرصح دائماً خطأ خطأ

$\triangle$ ٩ ٢) د

٣) ب

رقم الصفحة في الكتاب

٣١/٣١

السؤال الثاني :

٢٢

أ) ① ق(س) = |(س − ٣)(س + ١)| ، س ∈ (−١ ، ٤]

② ⇐ (س − ٣)(س + ١) = ٠

س = ٣ أو س = −١

−س² + ٢س + ٣   س² − ٢س − ٣

−١   −   ٣   +   ٤

ق(س) = { −س² + ٢س + ٣ ، −١ < س ≤ ٣ ①
س² − ٢س − ٣ ، ٣ < س ≤ ٤ ①

يخصم علامة في حال خطأ إشارة المساواة أو القاعدة.

ق′(س) = { −٢س + ٢ ، −١ < س < ٣ ①
٢س − ٢ ، ٣ < س < ٤ ①
غ.م ، س = ٣
غ.م ، س = ٤ ① ①

نقاط الشك: عند س = ٣ ق(س) متصل عند س = ٣ ① ، ق′₊(٣) = ٤ ، ق′₋(٣) = −٤

ق′₊(٣) ≠ ق′₋(٣) ∴ ق′(٣) = غ.م ①

عند طرف الفترة س = ٤ ق(س) غير متصل

∴ ق′(٤) = غ.م ①

على الفترات المفتوحة (−١ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ق(س) كثير حدود متصل وقابل للاشتقاق ∴ ق(س) قابل للاشتقاق على (−١ ، ٤] − {٣} ① ①

ب) ① ق(س) = { ٤ ① ، ٢ ≤ س ≤ ٤ ① علامة المساواة
١٦/س ، ٤ < س < ٦ ① علامة ٢ ≤ ٤
① صورة

② حل: ق متصل عند س = ٤ لأن نها ق(س) = نها ق(س) = ٤ = ق(٤)
س ← ٤⁺   س ← ٤⁻

ق′₊(٤) = −١٦ × ٢ / (س)² ⇐ ق′₊(٤) = −٣٢/١٦ = −٢ ①

ق′₋(٤) = صفر ① ① ∴ ق′(٤) = غ.م ②

ج) ١) ﺣ   ٢) ب   ٣) ﺣ

٩

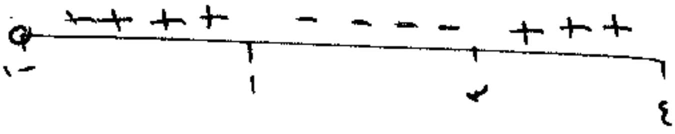
السؤال الثاني ١٠ .

مد(س) = |(س − ٣)(س − ١)| ، س ∈ [−١، ٤]

العلامات

س = ٣ ، س = ١

①



مد(س) = { (س − ٣)(س − ١) = س² − ٤س + ٣ ، −١ ≤ س ≤ ١ ①
(٣ − س)(س − ١) = −س² + ٤س − ٣ ، ١ < س ≤ ٣ ①
(س − ٣)(س − ١) = س² − ٤س + ٣ ، ٣ < س ≤ ٤

مد(س) متصل عند س = ١ ، س = ٣

مَد(س) = { ٢س − ٤ ، −١ < س < ١ ①
−٢س + ٤ ، ١ < س < ٣ ①
٢س − ٤ ، ٣ < س < ٤

غير موجودة س = ١ ، ٣ ، ٤ ①

(−١، ١) ، (١، ٣) ، (٣، ٤) متصل كثيرات حدود ③
وقابلة للاشتقاق .

مَد(١⁺) ≠ مَد(١⁻)

−٢ +٢

مَد(١) = غير موجودة ①

مَد(٣⁺) ≠ مَد(٣⁻)

٢٠ −٢

مَد(٢) = صفر ①

وفي حالة (−٥٥، ٩٥) يعامل
نفس العلامة من ١٠

السؤال الثاني (٥٠

ق(س) = { $\frac{١}{٤}$ ، ٢ ≤ س < ٤
$\frac{١٦}{٢س - ٢}$ ، ٤ ≤ س < ٦

* ق(٤) = $\boxed{\quad}$ غير صحيح .

نهـ ق(س) = ٤ ، س → ٤⁺

نهـ ق(س) = ٤ ، س → ٤

∴ نهـ $\frac{١}{ق(س)}$ صحيحة ، س → ٤

∴ $\frac{١}{ق(س)}$ غير متصل عند س = ٤

∴ $\frac{١}{ق(س)}$ غير قابل للاشتقاق عند س = ٤

قَ(٤) غير موجودة

ق(٤) غير معرف

قَ(٤) غير م لانه غير متصل

علامة فقط

س٢ درج ٥٠

س ٩) اذا ظهر الاتصال عند س = ٣
وظهرت المشتقه صحيحة.
(لم يذكر قَ+(٣) = ٤ ، قَ-(٣) = -٤)
يأخذ العلامه ضمناً

★ اذا كانت ق غير متصل عند س = ٣
وكانت قَ (٣) غير موجودة ~~يأخذ~~
يخسر علامتين
(علامات قَ+(٣) ، قَ-(٣))

$\underset{هـ \to ٠}{\text{ــا}} \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$

السؤال الثالث : [illegible]

٤) أ) ٥

$مَ(٣) = \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{م(س) - م(٣)}{س - ٣}$ ①

$= \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{(٢س-٣)^{-٤} - ٣^{-٤}}{س - ٣}$ ①

$= \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{١}{س-٣} \times \left(\frac{١}{(٢س-٣)^{٤}} - \frac{١}{٣^{٤}} \right)$ ② تحويل الأسس السالبة الى موجبة

$= \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{١}{س-٣} \times \left(\frac{٨١ - (٢س-٣)^{٤}}{٨١(٢س-٣)^{٤}} \right)$ ①

$= \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{١}{س-٣} \times \left(\frac{(٩ + (٢س-٣)^{٢})(٩ - (٢س-٣)^{٢})}{٨١(٢س-٣)^{٤}} \right)$ ②

$= \underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \frac{١}{\cancel{(س-٣)}} \times \frac{(٩ + (٢س-٣)^{٢})(٣ + (٢س-٣)) \overset{-٢}{\cancel{(٣ - (٢س-٣))}}}{٨١(٢س-٣)^{٤}}$ ② عكس واصفار ①

$= \frac{-٢ \times \overset{٢}{\cancel{٦}} \times \overset{٢}{\cancel{١٨}}}{٨١ \times \underset{\underset{٣}{\cancel{٩}}}{\cancel{٨١}}} = \frac{-٨}{٢٤٣}$ ① ①

* اذا استبدل القوة (−٤) بأُس (وقوة سالبة) فيصحح من ٨

* اذا استخدم قواعد الاشتقاق يأخذ علامته .

ملاحظات على السؤال ٣

(أ) ١) $\underset{ع \to س}{\text{نها}} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$ ①

(ج) اذا لم يرد رمز النهاية خصم علامة

(ب) نفرض أن : ص = ٢ر - ٣ ← ر = $\frac{ص + ٣}{٢}$

ر ← ٣ ، ص ← ٣ ... ①

... ①

$\text{نها} \frac{ص^{-٤} - \frac{١}{٨١}}{\frac{ص + ٣}{٢} - ٣}$ ... ①

أكمل

رقم الصفحة في الكتاب

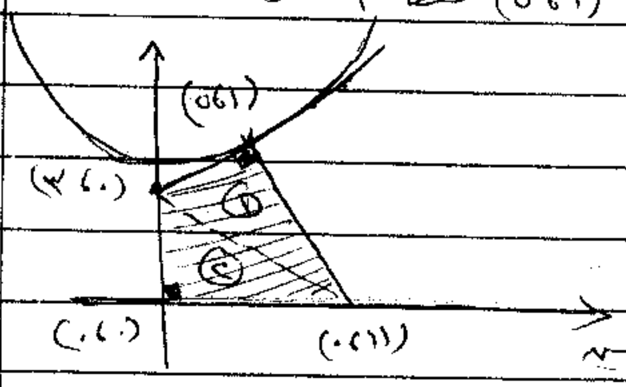
السؤال الثالث :

ب) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ٤$ ، (١، ٥) نقطة التماس

١١

$\text{ق}'(\text{س}) = ٢\text{س}$ ①

$\text{م}_{\text{المماس}} = \text{ق}'(١) = ٢$ ①



معادلة المماس :

$\text{ص} - \text{ص}_{١} = \text{م}(\text{س} - \text{س}_{١})$

$\text{ص} - ٥ = ٢(\text{س} - ١) \Leftarrow \boxed{\text{ص} = ٢\text{س} + ٣}$ ①

معادلة العمودي على المماس

$\text{ص} - ٥ = -\frac{١}{٢}(\text{س} - ١) \Leftarrow \boxed{\text{ص} = -\frac{١}{٢}\text{س} + \frac{١١}{٢}}$ ①

مساحة الشكل الرباعي = مساحة المثلث ① + مساحة المثلث ②

نجد :

تقاطع المماس مع محور الصادات نضع س = ٠ ⟸ ص = ٣ ∴ (٠، ٣) تقاطع المماس مع الصادات ①

تقاطع العمودي مع محور السينات نضع ص = ٠ ⟸ س = ١١ ① (١١، ٠) تقاطع العمودي مع السينات

① ①

$\text{مساحة الشكل الرباعي} = \frac{١}{٢} \times ١١ \times ٣ + \frac{١}{٢} \times \sqrt{١^{٢} + ٢^{٢}} \times \sqrt{١٠^{٢} + ٥^{٢}}$

$= \frac{٣٣}{٢}$ ① $+ \frac{١}{٢} \times \sqrt{٥} \times ٥\sqrt{٥}$ ①

$= \frac{٣٣}{٢} + \frac{٢٥}{٢} = \frac{٥٨}{٢} = ٢٩$ وحدة مربعة

①

لكل مساحة تأخذ علامتان ← تعويض + تعويض

الجواب النهائي علامة

هـ) ٩

١) د

٢) أ — اذا حسب مساحة شكل واحد فقط من مثلثي الشكل

٣) ج اذا اعتبر الشكل مثلث وحسب مساحته تخسر ② علامات

ملاحظات (٦)

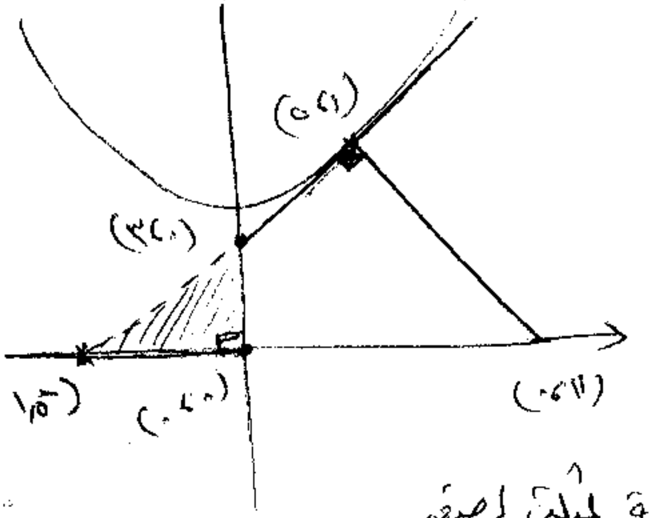
حل بديل للسؤال الثالث ب)

لإيجاد مساحة الشكل الرباعي :

نجد نقطة تقاطع المماس مع محور السينات

نضع ص = ٠ ⟸ س = −١,٥

↑ ٦ علامات



مساحة الشكل الرباعي = مساحة المثلث الكبير − مساحة المثلث الصغير

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{١٠^٢ + ٢٥} \times \sqrt{٢,٥^٢ + (٥)^٢} - \frac{1}{2} \times ١,٥ \times ٣$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{١٢٥} \times \sqrt{٣١,٢٥} - ٢,٢٥$

$= \frac{1}{2} \times ٥\sqrt{٥} \times ٢,٥\sqrt{٥} - ٢,٢٥$

$= ٣١,٢٥ - ٢,٢٥ = \boxed{٢٩}$ وحدة مربعة

* يمكن تقسيم مساحة الشكل الرباعي بعدة طرق واستخدام الخواص والقوانين الخاصة بحساب الأشكال الثانية .

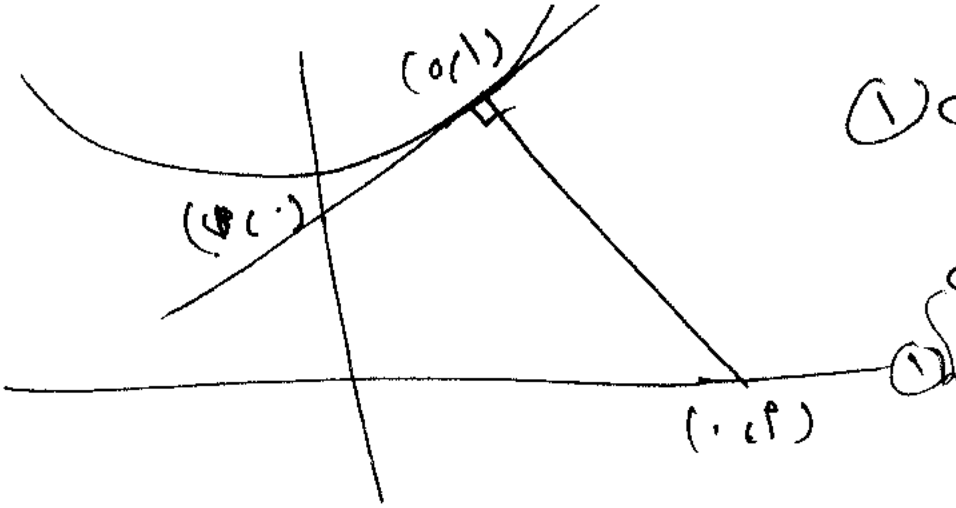
س٣ / (ب)

$$م = \int_{٠}^{١} ٢س + ٣ \, . \, دس + \int_{١}^{١١} -\frac{س}{٢} + \frac{١١}{٢} \, . \, دس$$

$$= \left[س^{٢} + ٣س \right]_{٠}^{١} + \left[-\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{١١}{٢} س \right]_{١}^{١١}$$

$$= ٤ + ٢٥$$

$$= ٢٩ \text{ وحدة مربعة}$$



ق ع (س) = ٢س ①

م = ق(١) = ٢ ①

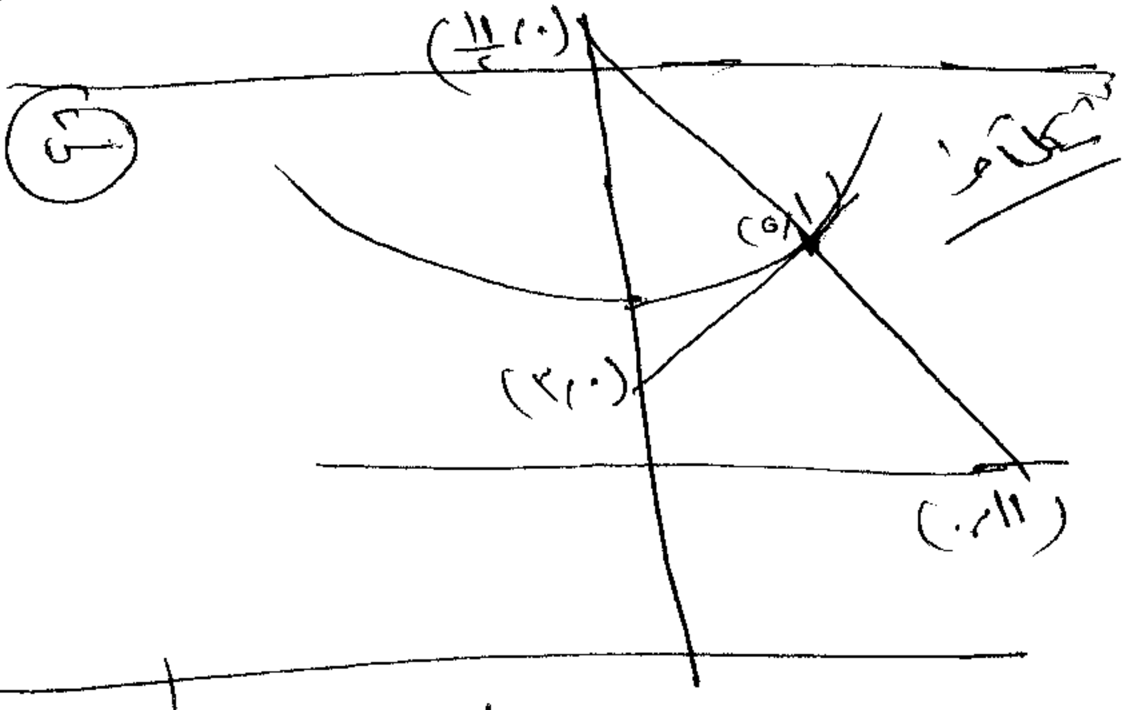
م = (٥ − ب)/(١ − ٠) = ٢

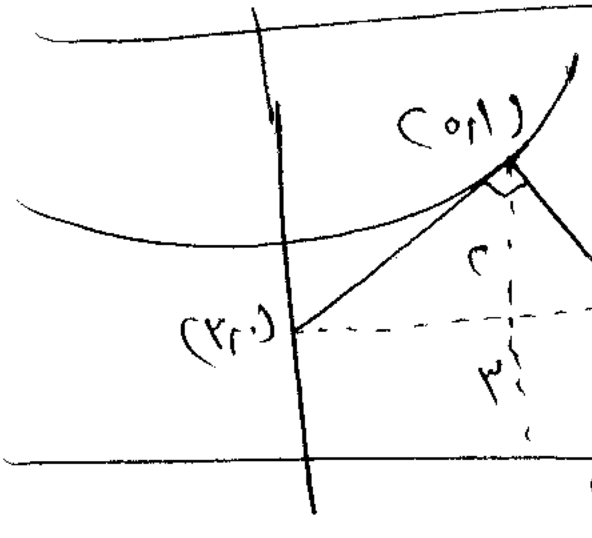
٥ − ب = ٢ ①

ب = ٣ ⟵ (٠، ٣) ①

م = (٥ − ٠)/(١ − أ) = −½ ⟵ أ − ١ = ١٠ ①

أ = ١١ ⟵ (١١، ٠) ①





م = م شبه المنحرف + م المثلث

= ½ (١١ + ٥) × ٣ + ½ × ٥ × ٢

=

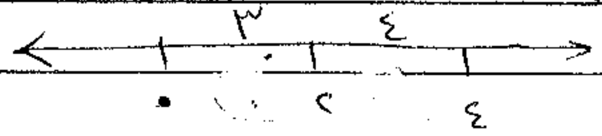
رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : $\frac{٣١}{٣١}$

أ) $ق(س) = (س - ٢)^{٣} \left[\frac{١}{٢}س + ٣\right]$ ، س = ٢

١د

$\frac{١}{٢}س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -٦$ ل = طول الدرجة = ٢



①

$ق(س) = \begin{cases} ٣(س-٢)^{٣} ، & ٠ \leq س < ٢ \quad ① \\ ٤(س-٢)^{٣} ، & ٢ \leq س < ٤ \quad ① \end{cases}$

$\lim\limits_{س \to ٢^{+}} ق(س) = \lim\limits_{س \to ٢^{+}} ٤(س-٢)^{٣} = صفر$ ① ①

$\lim\limits_{س \to ٢^{-}} ق(س) = \lim\limits_{س \to ٢^{-}} ٣(س-٢)^{٣} = صفر$ ① ①

$ق(٢) = (٢-٢)^{٣} \times \left[\frac{١}{٢}\times ٢ + ٣\right] = صفر \times ٤ = صفر$ ① ①

∴ ق(س) متصل عند س = ٢ ①

* اذا استبدل + بـ − أو الناس يتغير على الاقتران

تغير أي عليه حساب أو استبدال [ ] بـ | |
يصحح من (٨ علامات)

س٤/ (أ)

ق(٢) = ~~صفر~~ = $(٢-٢)^{٣}$ [٤] = ٠ × ٤ = صفر ① ①

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^{+}} (س-٢)^{٣}$ $[٤]^{+}$ = $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ٠ × ٤ = صفر ① ①

$\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^{-}} (س-٢)^{٣}$ $[٤]^{-}$ = $\lim$ ٠ × ٣ = صفر ① ①

بما أن $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = صفر = ق(٢) ③ ①

①

∴ ق(س) متصل عند س = ٢

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع :

ب) ١١

① ①

١) فترات التزايد [−٢، ٠] ، [٢، ٤]

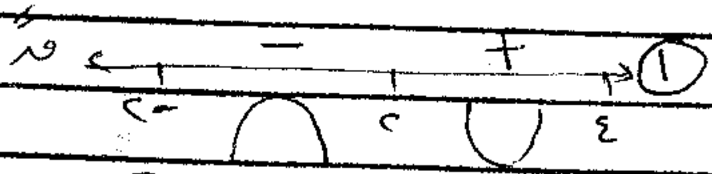
فترات التناقص [٠، ٢] ①

مفتوحة أو مغلقة صحيح

٢) يوجد للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية عند س = ٠ ① أو (٠، ق(٠))

" " " صغرى محلية عند س = ٢ ① أو (٢، ق(٢))

٣)



منحنى الاقتران ق(س) مقعر للأسفل في [−٢، ٢] ①

" " " للأعلى في [٢، ٤] ①

٤) يوجد للاقتران نقطة انعطاف عند س = ٢ ① كتاب ص ١٩٩

٥) قَ (٠) = −١ ①

قَ (٢) = غ.م لأن قَ(٢) = غ.م ① [illegible]

×

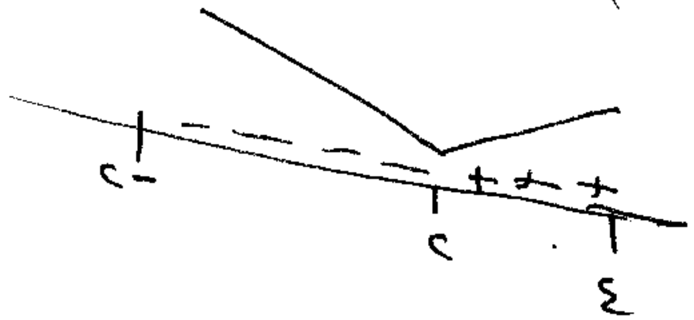
٥)

أ ١) ج

٢) د

٣) أ

س٦ ب)



أو عكس الإشارة

* إذا انحصر خط المستقيم عمودي عليه ثلاث نقاط (من المنحنى) يكسر ٣ علامات

١) فترات التزايد [٢ ، ٤] ١

فترات التناقص [-٢ ، ٢] ١

٢) (٢ ، د(٢)) صغرى محلية ①

١

٣) مقعر للأسفل [-٢ ، ٢] ١

ـــ للأعلى [٢ ، ٤] ١

٤) (٢ ، د(٢)) نقطة انعطاف ١

٥) قَ(٠) = -١ ١

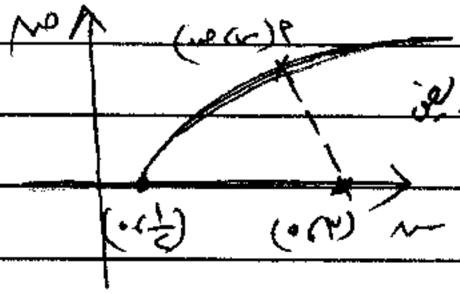
قَ(٢) = غ.م ١

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : ٢٨/٢٨

٢) ص(س) = √(٢س − ١) ، موقع المستشفى (٣ ، ٠)

٨



قانون + تعويض

ف = √((س − ٣)² + ص²) . ②

لكن ص = √(٢س − ١) ⟸ ص² = ٢س − ١

ف = √(س² − ٦س + ٩ + ٢س − ١) ① التعويض (مع ص)

ف = √(س² − ٤س + ٨)

ف' = (٢س − ٤) / (٢√(س² − ٤س + ٨)) ② . الجزء + ف ٢

ف' = ٠ ⟸ ٢س − ٤ = ٠ ⟸ س = ٢ ① عمل صفر

ف' = غ.م ⟸ المقام = صفر مستحيل لأن الجذر > ٠

ف' : — | + ①
٢
ص.م

∴ النقطة م = (٢ ، √٣) ①

أقرب نقطة للمستشفى .

$\text{ص} = \sqrt{٢\text{س} - ١}$

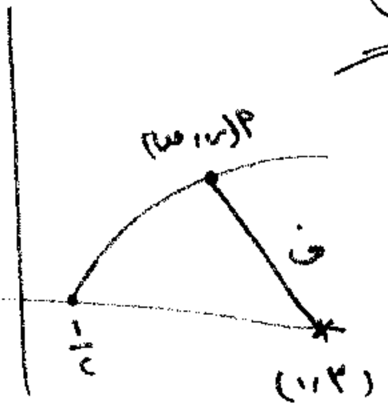
س (٩)

$\text{ف} = \sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + (\text{ص} - ٠)^٢}$

$\text{ف} = \sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + ٢\text{س} - ١}$

$\text{فَ} = \frac{٢(\text{س} - ٣) \times ١ + ٢}{٢\sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + ٢\text{س} - ١}} = ٠$

$٢\text{س} - ٦ + ٢ = ٠ \longrightarrow \text{س} = ٢$



اقرب ما يمكن عند س = ٢

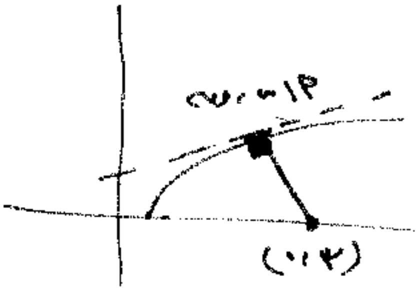
$\text{ص} = \sqrt{٤ - ١} = \sqrt{٣}$

$\text{م}(٢، \sqrt{٣})$

حل ٢ ثاني

اقرب ما يمكن المستقيم العمودي من النقطة (٣، ٠)

مماس المنحنى $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{٢\text{س} - ١}$



① $\text{م} = \frac{\text{ص} - ٠}{\text{س} - ٣} = \frac{\text{ص}}{\text{س} - ٣}$

① $\text{قَ}(\text{س}) = \frac{٢}{٢\sqrt{٢\text{س} - ١}} = \frac{١}{\sqrt{٢\text{س} - ١}}$

② $\text{م}_{\text{العمودي}} = -\sqrt{٢\text{س} - ١}$

$\frac{\text{ص}}{\text{س} - ٣} = -\sqrt{٢\text{س} - ١} \Leftarrow \frac{\sqrt{٢\text{س} - ١}}{\text{س} - ٣} = -\sqrt{٢\text{س} - ١}$

$\sqrt{٢\text{س} - ١} + \sqrt{٢\text{س} - ١}\,(\text{س} - ٣) = ٠$

$\sqrt{٢\text{س} - ١}\,(\text{س} - ٣ + ١) = ٠$

$\text{س} = \frac{١}{٢}$ X

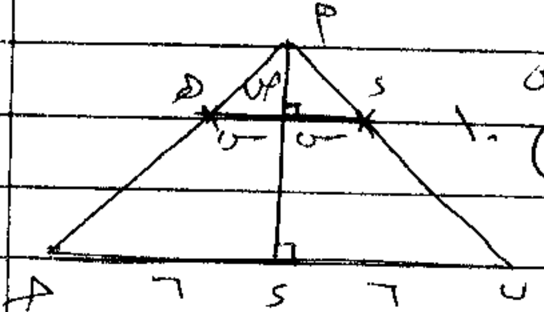
$\boxed{\text{س} = ٢}$

$\text{ق}(٢) = \sqrt{٤ - ١} = \sqrt{٣}$

$\therefore \text{م}(٢، \sqrt{٣})$.

✓

السؤال الخامس :



فيثاغورث

ب) من نظرية فيثاغورث ① 11

ا د = $\sqrt{١٠٠ - ٣٦} = \sqrt{٦٤} = ٨$

نفرض طول د هـ = ٢س

المسافة بين القطعة د هـ والرأس ا = ص مع مراعاة فرض السؤال

دهـ = ٢س

دهـ = ٢ع

م = مساحة △ ا ب جـ − مساحة △ ا د هـ ① ①

م = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٨ − $\frac{1}{2}$ × ٢س × ص

م = ٤٨ − س ص

من تشابه المثلثين

م = ٤٨ − $\frac{٣}{٤}$ ص^{٢} ①

$\frac{ص}{س} = \frac{٨}{٦}$ ① ①

$\frac{دم}{دن} = -\frac{٣}{٢}$ ص × $\frac{دص}{دن}$ ①

$\boxed{س = \frac{٣}{٤} ص}$

عندما تكون القطعة المستقيمة في منتصف الضلعين ا ب، ا جـ

يكون طول القطعة المستقيمة دهـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ

٢س = $\frac{1}{2}$ × ١٢ = ٦

① $\boxed{س = ٣}$

∴ ص = ٤ ①

∴ $\frac{دم}{دن} = -\frac{٣}{٢} × ٤ × \frac{١}{٤} = -\frac{٣}{٢}$ سم^{٢}/ث ① ①

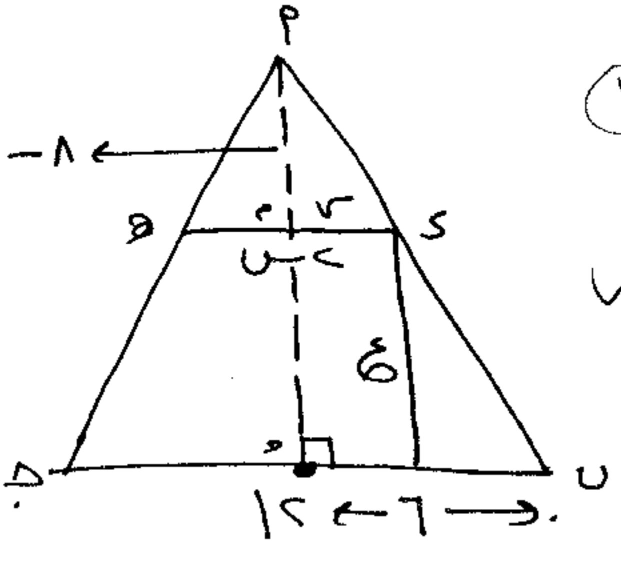
جـ) 9

١) ب

٢) ب

٣) جـ

س (ب) ١١



① $م = \frac{١}{٢}(١٢ + ٢ر) \times ع$

طول م و = ٨ ② فيثاغورث

△ م و ب ~ △ م ء د

① $\frac{٨ - ع}{ر} = \frac{٨}{٦}$

① ٨ر = ٤٨ − ٦ع

$\boxed{ر = ٦ - \frac{٣}{٤}ع}$ ←

٦ − ر = $\frac{٣}{٤}$ع

ع = ٨ − $\frac{٤}{٣}$ر

① $م = \frac{١}{٢}(١٢ + ١٢ - \frac{٣}{٢}ع)ع$

① $م = ١٢ع - \frac{٣}{٤}ع^٢$

$\frac{دم}{دع} = ١٢\frac{دع}{دع} - \frac{٣}{٢}ع\frac{دع}{دع}$

①

$\frac{دم}{دع} = (١٢ - \frac{٣}{٢}ع)\frac{دع}{دع}$

① ر = ٢

① $\boxed{ع = ٤}$

$\frac{د^٢م}{دع^٢} = (١٢ - ٦) \times \frac{-١}{٤} = \frac{-٣}{٢}$ ①

①