٢	١	١	٢

١ / ١ / ٢

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ / الدورة الصيفية ..

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (س د)

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢) — اليوم والتاريخ : السبت ٢/٧/٢٠١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

جد التكاملات الآتية :

أ) $\int$ قا$^{2}\sqrt{\text{س}}$ دس (٦ علامات)

ب) $\int_{-\frac{\pi}{2}}$ جا^{2}س جتا^{2}س دس (٥ علامات)

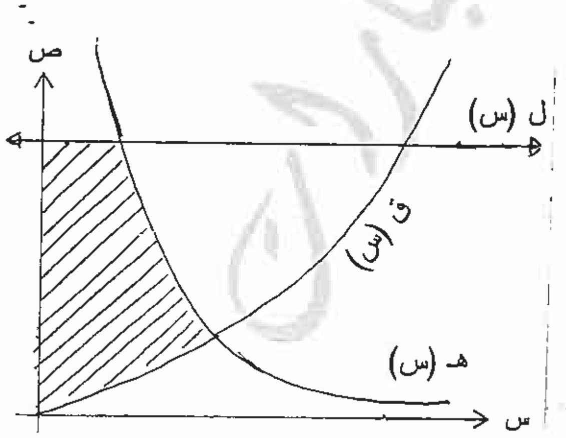
ج) $\int \frac{4\ \text{دس}}{\text{س}^{3} + \text{س}}$ ، س > ٠ (٧ علامات)

السؤال الثاني : (١٥ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{\sqrt{\text{هـ}^{\text{ص}}}}{1 - \text{جتا}^{2}\text{س}}$ ،
فجد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{4} ، 0)$ (٦ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المظللة بالشكل المجاور حيث
ق (س) = س^{2} ، هـ (س) = $\frac{1}{\text{س}^{2}}$ ، ل (س) = ٤

(٩ علامات)



يتبع الصفحة الثانية ...

السؤال الثالث : (٢٤ علامة)

أ) قطع زائد مركزه النقطة (٢ ، ١) وإحدى بؤرتيه النقطة (٢ ، −٢) وبُعده البؤري ثلاثة أمثال طول محوره القاطع، جـد كلاً مما يأتي لهذا القطع : (٩ علامات)

١) إحداثيات كل من الرأسين. ٢) الاختلاف المركزي. ٣) معادلة القطع.

ب) قطع ناقص معادلته (٢ ص + ٤)^{٢} + (٣ − س)^{٢} = ٦٤، جـد كلاً مما يأتي لهذا القطع : (٨ علامات)

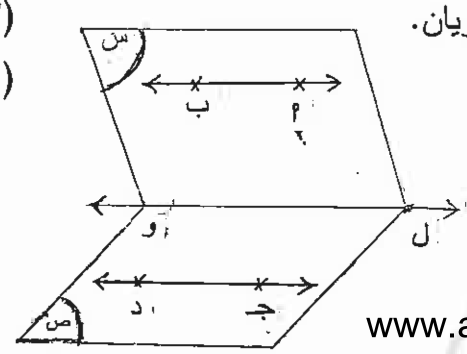
١) إحداثيي المركز. ٢) إحداثيات كل من الرأسين. ٣) إحداثيات كل من البؤرتين.

ج) جـد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته

ص = $\frac{١}{٤}$ س^{٢} + س + ٣ وتمس دليله. (٧ علامات)

السؤال الرابع : (١٢ علامة)

أ) برهن أن المستقيمين العموديين على مستوى واحد متوازيان. (٧ علامات)

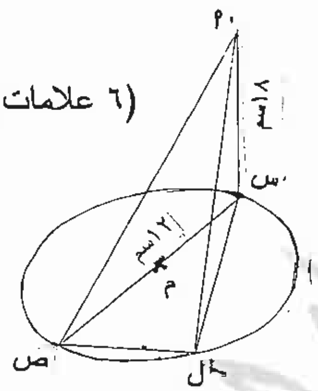


ب) في الشكل المجاور س ، ص مستويان متقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ل و}}$ ، المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يقع في المستوى س ويوازي المستوى ص ، المستقيم $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يقع في المستوى ص ويوازي $\overleftrightarrow{\text{ل و}}$ ، أثبت أن : (٥ علامات)

١) $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ | ٢) $\overleftrightarrow{\text{ل و}}$ // المستوى أ ب

السؤال الخامس : (١١ علامة)

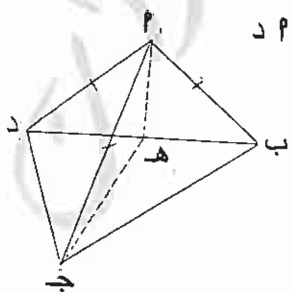
أ) في الشكل المجاور دائرة مركزها م، $\overline{\text{س ص}}$ قطر فيها طوله ١٢ سم، ل نقطة على الدائرة بحيث ل ص = ٦ سم، رُسمت $\overline{\text{أ س}}$ عمودية على مستوى الدائرة بحيث أ س = ١٨ سم، أجب عما يأتي : (٦ علامات)



١) أثبت أن قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{\text{ل ص}}$ ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س.

٢) جـد قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{\text{ل ص}}$ ، س)

ب) في الشكل المجاور أ ب جـ د هرم ثلاثي فيه أ ب = أ جـ = أ د قياس الزاوية ب جـ د = ٩٠°، هـ منتصف $\overline{\text{ب د}}$ أثبت أن $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ المستوى ب جـ د (٥ علامات)



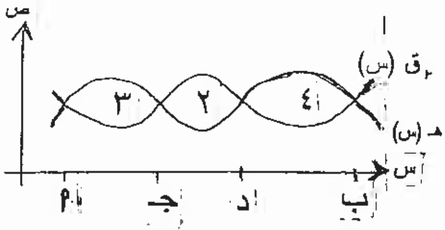
يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

(١) إذا كان ق (س) = $\int$ ($\int_{١}^{-٢}$ ٤ دس − ٣ س^{٢}) دس فإن قَ(−١) =

أ) −١١ ب) صفر ج) ١ د) −٣



(٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين في الفترة [أ ، ب] ، وكانت مساحات المناطق بين الاقترانين كما هو مُبيّن في الشكل المجاور، فإن $\int_{جـ}^{ب}$ (ق (س) − هـ (س)) دس =

أ) ٦ ب) −٢ ج) ٢ د) −٥

(٣) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (٢ ق (س) − ٤) دس = ٦ ، وكان $\int_{٤}^{٣}$ ق (س) دس = −١ ، فجد $\int_{١}^{٤}$ ق (س) دس

أ) ٧ ب) ٨ ج) ٥ د) ١٥

(٤) إذا كان ق (س) = $\frac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س}}$ ، فجد قَ(٠)

أ) صفر ب) ١ ج) −١ د) غير موجودة

(٥) إحداثيات نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد (س + ٢)^{٢} − (ص − ٣)^{٢} = ١ هي :

أ) (−٢±١ ، ٣) ب) (−٢ ، ٣±١) ج) (٢±١ ، −٣) د) (٢ ، −٣±١)

(٦) طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات س = ١ ، س = ٩ ، ص = −١ ، ص = ٥ يساوي :

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٤ د) ٣

(٧) تتحرك النقطة ن (س ، ص) بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلة $\frac{س^{٢}}{ل} + \frac{ص^{٢}}{ل - ١٦} = ١$ ، ل عدد ثابت

إذا كانت ٠ < ل < ١٦ فإن المحل الهندسي لحركة النقطة ن يُمثّل :

أ) قطعاً مكافئاً ب) قطعاً ناقصاً ج) قطعاً زائداً د) دائرة

يتبع الصفحة الرابعة ...

(٨) ما رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

١) يمكن أن يكون طول مسقط القطعة المستقيمة أكبر من طول القطعة نفسها.

٢) إذا لم يتقاطع مستقيمان لا يمكن أن يتقاطع مسقطاهما .

٣) الزاوية الزوجية هي اتحاد نصفي مستويين.

٤) يمكن أن يتعامد المستقيمان المتخالفان.

أ) ٤ ب) ٣ ج) ٢ د) ١

(٩) س ، ص ، ع ، ل رؤوس هرم ثلاثي، ما عدد جميع المستويات التي يمر كل منها بالنقاط الأربع معاً؟

أ) ٠ ب) ١ ج) ٣ د) ٤

(١٠) عدد أحرف المكعب التي توازي مستوى قاعدته :

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٢ د) ٤

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ (الدورة الصيفية).

معتمدة

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

مدة الامتحان : — د ، ٢ س

التاريخ : ٢ / ٧ / ٢٠١١

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	

السؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) ∫ قا² √س دس

نفرض أن √س = ص ⟸ دس = ٢√س دص (١)

∫ قا² √س دس = ∫ ٢ص قا²ص دص

٢ص = هـ ⟸ ٢ دص = د هـ (١)

قا²ص دص = دع ⟸ ظاص = ع (١)

= ٢ص ظاص − ∫ ٢ ظاص دص (١)

= ٢ص ظاص + ٢ لوهـ |جتاص| + جـ = ٢√س ظا√س + ٢ لوهـ |جتا√س| + جـ (١)+(١)

ب) $\int_{-\pi/3}^{0}$ جا²س جتا²س دس = $\int_{-\pi/3}^{0}$ (جاس جتاس)² دس (١)

= $\int_{-\pi/3}^{0} \frac{1}{4}$ جا²٢س دس = $\frac{1}{4}\int_{-\pi/3}^{0} \frac{1}{2}$ (١ − جتا٤س) دس (١)+(١)

= $\frac{1}{8}$ [س − $\frac{1}{4}$ جا٤س] = $\frac{1}{8}$ [(٠) − ($\frac{-\pi}{3}$ − $\frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$)] (١)+(١)

= $\frac{1}{8}$ ($\frac{\sqrt{3}}{8}$ + $\frac{\pi}{3}$)

جـ) ∫ $\frac{4}{س^3+س}$ دس = ∫ $\frac{4}{س(س^2+1)}$ دس

نفرض أن ص = س² ⟸ دص = ٢س دس (١)

∫ $\frac{4}{س^3+س}$ دس = ∫ $\frac{2}{ص(ص+1)}$ دص (١)

$\frac{2}{ص(ص+1)} = \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص+1} = \frac{أ(ص+1)+ب ص}{ص(ص+1)}$ (١)

أ(ص + ١) + ب ص = ٢

من خواص تساوي كثيرات الحدود ينتج (١)

ص(أ + ب) + أ = ٢

أ + ب = صفر ، أ = ٢ ومنه ب = −٢ (١)

∫ $\frac{2}{ص(ص+1)}$ دص = ∫ $\frac{2}{ص}$ دص + ∫ $\frac{-2}{ص+1}$ دص (١)

= ٢ لوهـ |ص| − ٢ لوهـ |ص + ١| + جـ (١)

= ٢ لوهـ |س²| − ٢ لوهـ |س² + ١| + جـ

رقم الصفحة في الكتاب

(١٥ علامة)

السؤال الثاني :

٦) أ) $\frac{dص}{dس} = \frac{\sqrt{هـ^{ص}}}{١ - جتا^٢ س} \Leftarrow \frac{dص}{dس} = \frac{هـ^{\frac{١}{٢}ص}}{جا^٢ س}$ (٢)

$\frac{dص}{هـ^{\frac{١}{٢}ص}} = \frac{dس}{جا^٢ س} \Leftarrow هـ^{-\frac{١}{٢}ص} \, dص = قتا^٢ س \, dس$ أي الخطوتين صحيحة (١)

$\int هـ^{-\frac{١}{٢}ص} dص = \int قتا^٢ س \, dس \Leftarrow -٢ هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = -ظتا س + جـ_١$ (١)+(١)

$هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = \frac{١}{٢} ظتا س + جـ$ حيث $جـ = -\frac{١}{٢} جـ_١$

المنحنى يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{٤} ، ٠)$

$١ = \frac{١}{٢} \times ١ + جـ \Leftarrow جـ = \frac{١}{٢}$ (١)

$هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = \frac{١}{٢} ظتا س + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}(ظتا س + ١)$

$-\frac{١}{٢} ص = لو_هـ \frac{١}{٢}(ظتا س + ١)$

$ص = -٢ \, لو_هـ \frac{١}{٢}(ظتا س + ١)$ (١)

٩) ب) نجد نقط التقاطع

$س^٢ = \frac{١}{س^٢} \Leftarrow س^٤ = ١ \Leftarrow س = \pm ١$ يهمل الجذر السالب (١)

$\frac{١}{س^٢} = ٤ \Leftarrow س^٢ = \frac{١}{٤} \Leftarrow س = \pm \frac{١}{٢}$ يهمل الجذر السالب (١)

$م = \int_{٠}^{\frac{١}{٢}} (٤ - س^٢) \, dس + \int_{\frac{١}{٢}}^{١} (\frac{١}{س^٢} - س^٢) \, dس$ (١)+(١)

$= (٤س - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|_{٠}^{\frac{١}{٢}} + (-\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|_{\frac{١}{٢}}^{١}$ (١)+(١)

$= (٢ - \frac{١}{٢٤}) - (٠) + (-١ - \frac{١}{٣}) - (-٢ - \frac{١}{٢٤})$ (١)+(١)

$= ٢ - \frac{١}{٢٤} - \frac{٤}{٣} + ٢ + \frac{١}{٢٤}$

$= ٤ - \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة (١)

أي شيء صحيح يأخذ العلامة

رقم الصفحة في الكتاب

القرعين أ، ب إذا كتب المطلوب مباشرة يأخذ علامات فقط فيصبح فرع أ من ٤ ، فرع ب من ٤

السؤال الثالث: (٢٤ علامة)

٩) أ) ١) ٢جـ = ١ − (−٢) = ٣ ①

٢جـ = ٣ × ٢أ ⟸ جـ = ٣أ ①

إذن أ = ١ ①

لكل رأس علامة

الرأسان (د ، هـ ± أ) ⟸ (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٠) ①+①

~~٢) الاختلاف المركزي هـ = جـ/أ = ٣ ① العلامة للجواب~~

٣) ب² = جـ² − أ² = ٩ − ١ = ٨ ① العلامة للجواب

الصورة العامة لمعادلة هذا القطع (ص − هـ)²/أ² − (س − د)²/ب² = ١ ①

معادلة القطع (ص − ١)² − (س − ٢)²/٨ = ١ ②

٨) ب) يمكن كتابة معادلة القطع على الصورة ٤(ص + ٢)² + (س − ٣)² = ٦٤ ①

(س − ٣)²/٦٤ + (ص + ٢)²/١٦ = ١ ①

وإذا أخطأ إشارة − بين القوسين وأكمل الحل كقطع ناقص يخسر علامة

إذا أخطأ إشارة − بين القوسين ~~وحل القطع ناقص يصبح صحيح~~

١) المركز (٣ ، −٢) ①

أ² = ٦٤ ⟸ أ = ٨ ① يخسر علامات أ ، ب ، جـ والمعادلة

الرأسان (د ± أ ، هـ) ⟸ (٣ ± ٨ ، −٢)

www.awa2el.net

الرأسان (١١ ، −٢) ، (−٥ ، −٢) ①+①

٣) جـ² = أ² − ب² = ٦٤ − ١٦ = ٤٨ ⟸ جـ = ٤√٣ ①

البؤرتان (د ± جـ ، هـ) = (٣ ± ٤√٣ ، −٢) ①

٧) جـ) ص = ¼(س² + ٤س) + ٣

إكمال مربع ①

ص = ¼(س² + ٤س + ٤) + ٣ − ١

= ¼(س + ٢)² + ٢

ص − ٢ = ¼(س + ٢)² ⟸ (س + ٢)² = ٤(ص − ٢) ①

الرأس (−٢ ، ٢) ① ، ٤جـ = ٤ ⟸ جـ = ١ ①

البؤرة (د ، هـ + جـ) = (−٢ ، ٣) وهي مركز الدائرة ①

طول نصف قطر الدائرة = ٢جـ = ٢ ①

معادلة الدائرة

(س − م)² + (ص − ن)² = نق² حيث (م ، ن) مركز الدائرة

(س + ٢)² + (ص − ٣)² = ٤ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس: (٢٠ علامة) علامتان لكل فقرة

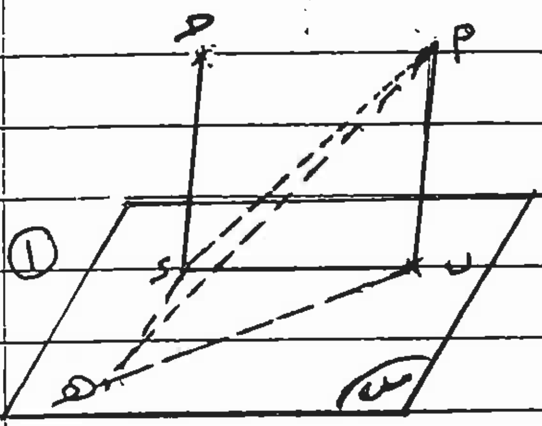
رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الإجابة	أ	ب	ب	جـ	ب	ب	جـ	أ	أ	د
الإجابة	١١-	٢-	٨	١-	(-٢، ٣±١)	٦	قطع زائد	٤	٠	٤

السؤال الرابع: (١٢ علامة)

٧) أ) المعطيات

أب ، جـ د عموديان على المستوى س

ويتقاطعان معه في النقطتين ب ، د على الترتيب



للرسم ١

المطلوب: إثبات أن أب // جـ د

الحل: ارسم المستقيم د هـ في المستوى س بحيث يكون عمودياً على ب د

البرهان:

١ صل أد ، أهـ ، ب هـ

١ (أهـ)² = (أب)² + (ب هـ)² (لأن الزاوية أ ب هـ قائمة)

١ = (أب)² + (ب د)² + (د هـ)² (لأن الزاوية ب د هـ قائمة)

١ = (أد)² + (د هـ)²

إذن الزاوية أ د هـ قائمة عليه

١ أد ، د هـ ، د ب تقع في مستوى واحد وليكن ص (نظرية)

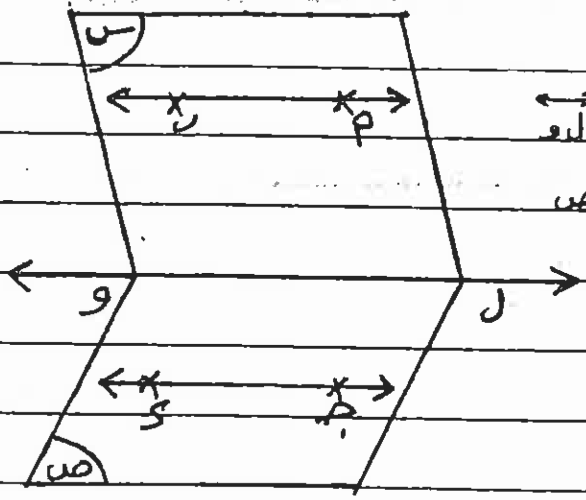
١ المستقيمان أب ، جـ د عموديان على د ب (لأنهما يعامدان ~~المستوى س~~)

ويقعان في المستوى ص

إذن أب // جـ د

السؤال الرابع :

٥) ب) المعطيات :



س ، ص مستويان متقاطعان في المستقيم ل و

أ ب يقع في المستوى س ، أ ب // المستوى ص

جـ د يقع في المستوى ص ، جـ د // ل و

المطلوب : إثبات أن

① أ ب // جـ د

② ل و // المستوى أ ب د جـ

البرهان :

١) أ ب مرسوم في المستوى س ، أ ب // المستوى ص ، المستويان س ، ص متقاطعان في ل و إذن أ ب // ل و ----- (١) (نظرية) (١)

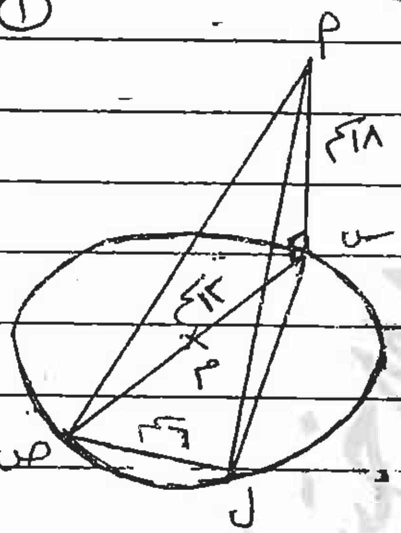
المستقيم جـ د // ل و ---- (٢) (بالفرض) (١)

من (١) و (٢) نستنتج أن أ ب // جـ د (نتيجة) (١)

٢) المستقيمان المتوازيان أ ب ، جـ د يشكلان المستوى أ ب د جـ

ل و // أ ب الواقع في المستوى أ ب د جـ ، ل و خارج المستوى أ ب د جـ (١)

إذن ل و // المستوى أ ب د جـ (نظرية) (١)



السؤال الخامس ([illegible])

٦) أ) المعطيات :

س ص قطر في الدائرة التي مركزها م ، س ص = ١٢ سم

ل نقطة على الدائرة ، ل ص = ٦ سم

أ س ⊥ مستوى الدائرة ، أ س = ١٨ سم

المطلوب :

١) إثبات أن قياس الزاوية الزوجية (أ ، ل ص ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س

٢) إيجاد قياس الزاوية الزوجية (أ ، ل ص ، س)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع
السؤال الخامس

أ) البرهان: الزاوية س ل ص قائمة لأنها محيطية تقابل القطر ①
$\overline{أل}$ قائم على مستوى الدائرة ومسقطه $\overline{سل} \perp \overleftrightarrow{لص}$

إذن $\overline{أل} \perp \overleftrightarrow{لص}$ (عكس نظرية الأعمدة الثلاث) ①

أي انه الحرف $\overleftrightarrow{لص} \perp$ كل من $\overline{سل}$ ، $\overline{أل}$ الواقعين في المستويين
س ل ص ، أ ل ص على الترتيب التبرير بأي طريقة يأخذ العلامة ①

إذن قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{لص}$ ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س ①

٢) $(سل)^2 = (١٢)^2 - (٦)^2$ لأن الزاوية س ل ص قائمة

$= ١٤٤ - ٣٦ = ١٠٨$

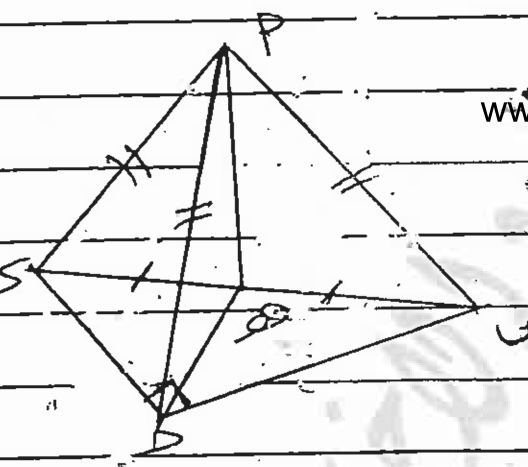
$س ل = \sqrt{١٠٨} = ٦\sqrt{٣}$ سم ①

ظا ∢ أ ل س $= \frac{١٨}{٦\sqrt{٣}} = \sqrt{٣}$ لأن الزاوية أ س ل قائمة .

① ∴ ق ∢ أ ل س $= ٦٠°$

⑤ ب) المعطيات :

أ ب ج د هرم ثلاثي فيه



أ ب = أ جـ = أ د ، ق ∢ ب جـ د = ٩٠

هـ منتصف $\overline{ب د}$

المطلوب: إثبات أن

$\overleftrightarrow{أهـ} \perp$ المستوى ب جـ د

البرهان :

$\overleftrightarrow{أهـ} \perp \overline{ب د}$ في النقطة هـ لأنه $\overline{أهـ}$ واصلة من رأس مثلث متساوي
① الساقين الى منتصف القاعدة

نطيق المثلثين أ هـ ب ، أ هـ جـ فيهما $\overline{أهـ}$ مشترك ، أ ب = أ جـ (بالفرض)

① جـ هـ = ب هـ (جـ هـ واصل من رأس القائمة الى منتصف الوتر تساوي نصف الوتر)

ينتج من الانطباق أن

① ق ∢ أ هـ ب = ق ∢ أ هـ جـ $= ٩٠°$

① إذن $\overleftrightarrow{أهـ} \perp$ المستقيمين المتقاطعين $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ، $\overleftrightarrow{جـ هـ}$

① إذن $\overleftrightarrow{أهـ} \perp$ المستوى ب جـ د

انتهت الاجابات.

حلول أخرى

٥) س١ فرع ن : $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} \text{جا}^2\text{س جتا}^2\text{س دس}$

$= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{جتا}2\text{س})(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\text{جتا}2\text{س})\text{ دس}$ (١)

$= \frac{1}{4}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (1 - \text{جتا}^2 2\text{س})\text{ دس} = \frac{1}{4}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} \text{جا}^2 2\text{س دس}$ (١)

$= \frac{1}{8}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (1 - \text{جتا}4\text{س})\text{ دس}$ (١)

$= \frac{1}{8}\text{س}\Big]_{-\frac{\pi}{3}}^{0} - \frac{1}{32}\text{جا}4\text{س}\Big]_{-\frac{\pi}{3}}^{0}$ (١)

$= \frac{1}{8}(0 + \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{32}(0 + \text{جا}\frac{4\pi}{3})$ (١)

---

٦) س١ فرع جـ

$\int \frac{4}{\text{س}^3 + \text{س}}\text{ دس} = \int \frac{4}{\text{س}^3(1+\text{س}^{-2})}\text{ دس}$ (١)+(١)

$= \int \frac{4\text{س}^{-3}}{1+\text{س}^{-2}}\text{ دس} = -2\int \frac{-2\text{س}^{-3}}{1+\text{س}^{-2}}\text{ دس}$ (١) (١)

$= -2\text{ لو}_{\text{هـ}}|1+\text{س}^{-2}| + \text{جـ}$ (٢) (١)

(أو) إذا فرض $\text{ص} = 1 + \text{س}^{-2}$ وأوجد $\text{دس} = \frac{\text{دص}}{-2\text{س}^{-3}}$

ثم أكمل الحل يدمج كالحل الموجود في الأعلى.

س1 فرع هـ

$\int \frac{4}{س^3 + س}\, دس = \int \frac{4}{س^3\left(1 + \frac{1}{س^2}\right)}\, دس$ (2)

نفرض أن $ص = 1 + \frac{1}{س^2} \Leftarrow دس = -\frac{1}{2} س^3\, دص$ (1) (1)

$\therefore \int = \int \frac{4}{س^3 ص} \times \frac{س^3}{-2}\, دص = \int \frac{-2}{ص}\, دص$ (1)

$= -2\, لو_{هـ} |ص| + جـ = -2\, لو_{هـ} \left|1 + \frac{1}{س^2}\right| + جـ$ (1) (1) (1)

س1 فرع هـ (*)

$\frac{4}{س^3 + س} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س^2 + 1} = \frac{أ(س^2+1) + ب س}{س(س^2+1)}$ (1)

$4 = أ(س^2 + 1) + ب س = أ س^2 + ب س + أ$ (1)

$أ = 4$ ، $ب = 0$ (1) (1)

$\therefore \int = \int \frac{4}{س}\, دس - صفر$

$= 4\, لو_{هـ} |س| + جـ$ (2)

(*) صُحح هذا الحل من (5) لأن البسط الثاني يجب أن يكون $ب س + د$ حيث $ب$ ، $د$ ثابتان.

س٢ فرع ب (٩)

إذا اعتبر أن $ه(س) = \frac{١٠}{س^٢}$ سيكون الحل

$س^٢ = \frac{١٠}{س^٢} \Leftarrow س^٤ = ١٠ \Leftarrow س = \sqrt[٤]{١٠}$ (٢)

$\frac{١٠}{س^٢} = ٤ \Leftarrow ٤س^٢ = ١٠ \Leftarrow س^٢ = \frac{١٠}{٤} \Leftarrow س = \frac{\sqrt{١٠}}{٢}$ (١)

$م = \int^{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} (٤ - س^٢) \, ءس + \int_{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}}^{\sqrt[٤]{١٠}} (\frac{١٠}{س^٢} - س^٢) \, ءس$ (١) (١)

$= (٤س - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|^{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} + (-\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|_{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}}^{\sqrt[٤]{١٠}}$ (١) (١)

$= ٤ \times \frac{\sqrt{١٠}}{٢} - \frac{١}{٣}(\frac{\sqrt{١٠}}{٢})^٣ - [\frac{١}{\sqrt[٤]{١٠}} + \frac{١}{٣}(\sqrt[٤]{١٠})^٣] - (\frac{١}{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} + \frac{١}{٣}(\frac{\sqrt{١٠}}{٢})^٣)$ (١) (١)

تبسط الإجابة (٢)

س٢ فرع ب (٩)

$ق(س) = ه(س)$ | $د(س) = ه(س)$

$٤ = \frac{١}{س^٢} \Leftarrow س^٢ = \frac{١}{٤} \Leftarrow س = \pm\frac{١}{٢}$ (١) | $س^٢ = \frac{١}{س^٢}$ ، $س^٤ = ١ \Leftarrow س = \pm ١$ (١)

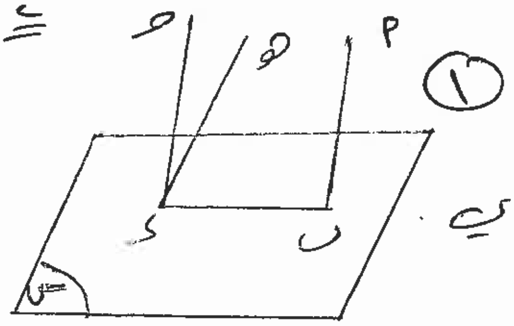
مساحة المنطقة المظللة

$= مساحة المستطيل - [\int_{٠}^{١} س^٢ \, ءس + \int_{\frac{١}{٢}}^{١} (٤ - \frac{١}{س^٢}) \, ءس]$ (١) (١)

$= ٤ - [\frac{س^٣}{٣} \Big|^{١} + (٤س + \frac{١}{س}) \Big|_{\frac{١}{٢}}^{١}]$ (١) (١)

$= ٤ - [\frac{١}{٣} + ٤ + ١ - (٢ + ٢)]$ (١) (١)

$= ٤ - \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة (١)



س٤ فرع أ (٧)

نفرض أن أن لا يوازي ده (١)

إذن يمكن رسم مستقيم من النقطة د يوازي المستقيم أن وليكن ده. (١)

(من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازيه)

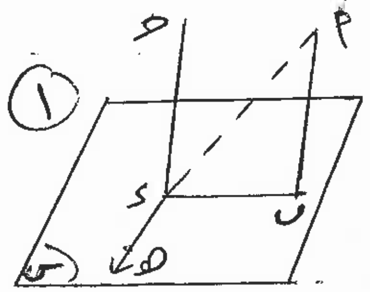
وبما أن أن ⊥ س (معطيات) (١)

أن // ده (بالبرهان) } ⟸ ده ⊥ س (١)

(إذا توازى مستقيمان وكان أحدهما عمودياً على المستوى فإن الآخر يكون عمودياً على المستوى نفسه) نتيجة

إذن يمكن رسم عمودان على المستوى س من النقطة د وهذا تناقض (١) (إذ لا يمكن رسم أكثر من عمود على مستوى من نقطة واحدة)

إذن أن // ده. (١)



س٤ فرع أ (٧)

العمل: نرسم المستقيم ده في المستوى س عمودياً على ند

البرهان: نصل أد (١)

أن ⊥ المستوى س فهو عمودي على جميع المستقيمات في المستوى

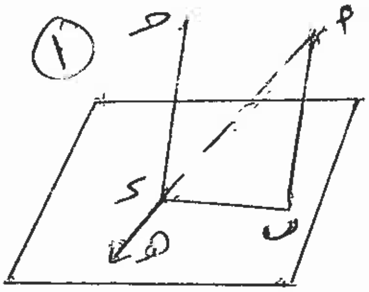
إذن أن ⊥ ده ... (*) ، ند ⊥ ده بالعمل. (**)

من (*) ، (**) ده ⊥ كل من أن ، ند (١)

إذن ده ⊥ المستوى أند (نظرية) (٢)

إذن ده ⊥ أد (١)

تكمل الإثباتات كما ورد في حل الوزارة ويأخذ علامة لباقي الإثباتات



س٣ فرع أ

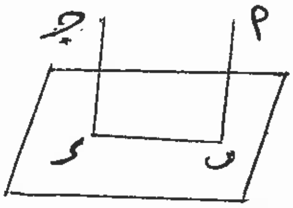
العمل: نصل أ ك ، نرسم ك هـ ⊥ ن ك (١)

أ ن ⊥ المستوى س ، أ ك مائل على المستوى س (١)

ن ك مسقط المائل أ ك ، ن ك ⊥ ك هـ بالعمل (١)

اذن أ ك ⊥ ك هـ (١) (عكس نظرية الأعمدة الثلاث)

نكمل باقي الاثبات كما ورد في حل الوزارة ويأخذ علامتان لباقي الاثبات.



س٤ فرع أ

البرهان: نفرض أن أ ن لا يوازي جـ ك

إما أن أ ن يقطع جـ ك في نقطة مثل ن أو أ ن يخالف جـ ك (١)

أولاً اذا كان أ ن يقطع جـ ك في ن فهما يقعان في مستوى واحد وليكن ص.

ن ن ، ن ك ، ن ك مستقيمات تقع في ص (١)

ن خارج ن ك ، ن ن ، ن ك عموديان على ن ك وهذا يناقض (١)

حقيقة إمكانية رسم مستقيم يعامد مستقيم آخر من نقطة خارجه

اذن أ ن ، جـ ك لا يتقاطعان (١)

ثانياً: المستقيمان متخالفان

بما أن أ ن ⊥ س ، أ ن يقطع ن ك فإن المستوى أ ن ك ⊥ س (١)

(إذا عامد مستقيم مستوى فكل مستوى مار بالمستقيم يعامد هذا المستوى) . المستويان يتقاطعان في ن ك ... (*)

كذلك جـ ك ⊥ س ، جـ ك يقطع ن ك

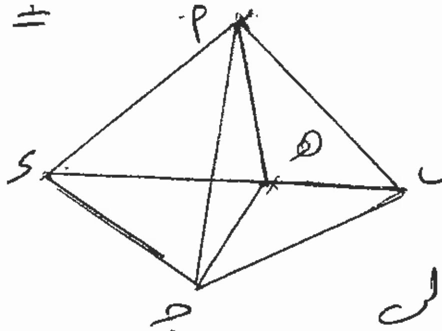
اذن المستوى جـ ن ك ⊥ س (١) ، والمستويان يتقاطعان في ن ك ... (**)

من (*) ، (**) يتعامد مستويان مع مستوى واحد ويتقاطعان في الخط نفسه وهذا تناقض (١)

اذن المستوى أ ن ك نفس المستوى جـ ن ك

أي أن أ ن ، جـ ك غير متخالفين.

س٥ فرع ب (٥)



البرهان : أهـ ⊥ ب د في النقطة هـ لأن أهـ قطعة (١) متوسطة في المثلث أ ب د المتساوي الساقين)

جـ هـ = ب هـ (جـ هـ واصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر) . (١)

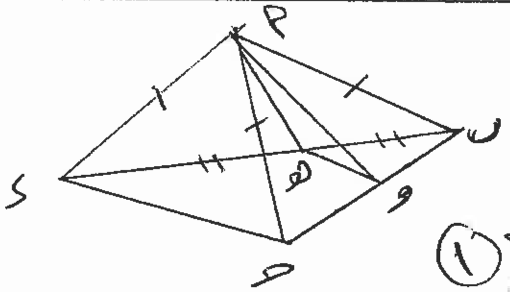
(أ ب)^2 = (ب هـ)^2 + (أ هـ)^2 ، ولكن أ ب = أ جـ ، جـ هـ = ب هـ

إذن (أ جـ)^2 = (جـ هـ)^2 + (أ هـ)^2 ⟸ ق∠ أ هـ جـ = ٩٠° (١)

إذن أهـ ⊥ المستقيمين ب هـ ، جـ هـ (١)

إذن أهـ ⊥ المستوى ب جـ د (١)

س٥ فرع ب (٥)



العمل : منتصف ب جـ في و (١)

البرهان : و هـ // د جـ (القطعة المستقيمة (١) الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث تساوي نصف الضلع الثالث وتوازيه

لكن د جـ ⊥ ب جـ (معطيات)

إذن هـ و ⊥ ب جـ

(١) أ و ⊥ ب جـ (∵ قطعة واصلة من رأس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل في مثلث متساوي الساقين) ... (*)

ب جـ ⊥ هـ و ، أ و

إذن ب جـ ⊥ المستوى أ و هـ (١)

إذن أ هـ ⊥ ب جـ

لكن أ هـ ⊥ ب د كما سبق في (*)

إذن أ هـ ⊥ ب جـ ، ب د (١)

إذن أ هـ ⊥ المستوى ب جـ د