بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢ - ١ ٨ ١ ٠ ٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (د س)

الفــرع : العلمــي — اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٢/٦/٢٧

ملحوظة : أجب عن الأسـئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول : (١٧ علامة)

جــد التكاملات الآتية :

أ) $\displaystyle\int \frac{\text{س}}{\text{جتا } ٢\text{س} + ١}\, \text{دس}$ (٥ علامات)

ب) $\displaystyle\int_{-١}^{٤} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س} + ٥}}\, \text{دس}$ (٥ علامات)

www.awa2el.net

ج) $\displaystyle\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٤}\, \text{دس}$ (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س ، ص) يساوي ٢ س ص ، فجــد قيمة (قيم) ص عندما س = ٣ ، علماً بأن منحنى العلاقة يمرّ بالنقطة (٢ ، ١) . (٥ علامات)

ب) جــد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة :
ق (س) = $\text{س}^٣$ ، هـ (س) = $\text{س}^٢ + ٤$ ، ل (س) = −٤ س . (٨ علامات)

ج) قطع ناقص معادلته $\dfrac{(\text{س} - ٢)^٢}{٢٥} + \dfrac{\text{ص}^٢}{٩} = ١$ ، جــد معادلة الدائرة التي مركزها مركز هذا القطع وتمر ببؤرتيه. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (٢٣ علامة)

أ) قطع مكافئ معادلته $ص^{٢} - ٦ ص - ٨ س - ٣١ = ٠$ ، جـد كلاً ممّا يأتي لهذا القطع :

١) إحداثيي الرأس.   ٢) إحداثيي البؤرة.   ٣) معادلة الدليل.   (٨ علامات)

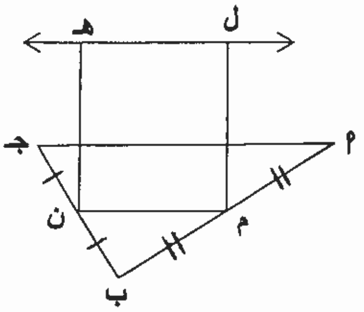
ب) جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (٢ ، ١) ، (٢ ، −٧) واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$.   (٨ علامات)

ج) في الشكل المجاور أ ب جـ مثلث، المستقيم $\overleftrightarrow{ل هـ}$ // المستوى أ ب جـ .

رُسم المستوى ل م ن هـ فقطع المستوى أ ب جـ في المستقيم $\overleftrightarrow{م ن}$

حيث م ، ن منتصفي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب.

أثبت أن $\overleftrightarrow{ل هـ}$ // $\overleftrightarrow{أ جـ}$.   (٧ علامات)

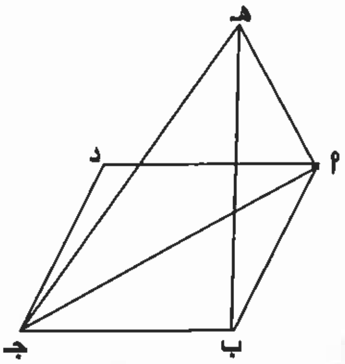


السـؤال الرابع : (١٧ علامة)

أ) في الشكل المجاور أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم.

رُسمت $\overline{أ هـ}$ عمودية على مستوى المربع، ثم رُسمت

$\overline{هـ ب}$ ، $\overline{هـ جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$. أجب عمّا يأتي :



١) بيّن أنّ قياس الزاوية الزوجية (ب ، $\overleftrightarrow{أ هـ}$ ، جـ) = ٤٥°

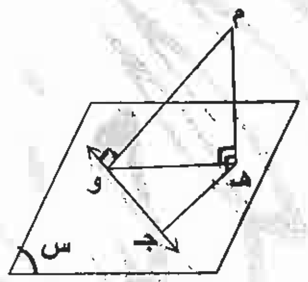
٢) إذا كان قياس الزاوية أ هـ ب يساوي ٣٠° ، فجـد أ هـ .   (٨ علامات)

ب) اعتمد على الرسم المجاور في إثبات صحة النظرية الآتية :

إذا مدّ مستقيم مائل من نقطة خارج مستوى، وكان المستقيم

المائل عمودياً على مستقيم في المستوى، فإن مسقط المستقيم

المائل يكون عمودياً على هذا المستقيم.



(٩ علامات)

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة، لكلّ فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان ق (س) اقتراناً متصلاً، م (س) اقتراناً بدائياً للاقتران ق (س) ، وكان أ ، جـ ثابتين ، أ ≠ ٠ ،

فإن $\int$ ق (أ س) د س =

أ) م (أ س) + جـ   ب) $\frac{١}{أ}$ م (أ س) + جـ   ج) م (س) + جـ   د) $\frac{١}{أ}$ م (س) + جـ

يتبع الصفحة الثالثة ...

٢) إذا كان ق (س) $\leqslant$ ٦ لجميع قيم س في الفترة [١ ، ٣] ، فإن أكبر قيمة ممكنة للمقدار

$\int_{١}^{٣}$ (٢ ق (س) + ١) دس =

أ) ١٢ ب) ١٣ ج) ٢٤ د) ٢٦

٣) إذا كان $\int_{-١}^{٢}$ ٣ ق (س) دس = ٦ ، $\int_{٥}^{٢}$ ق (س) دس = ٨ ، فإن $\int_{-١}^{٥}$ | ق (س) | دس =

أ) −٦ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٤

٤) قيمة $\int_{٢}^{٢هـ} \frac{١}{س}$ دس تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ

٥) إذا كان ق (س) = هـ^{٢س} + لو$_{هـ}$ (٣ س + ١) ، س > $-\frac{١}{٣}$ ، فإن ق$'$(٠) =

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

٦) $\int_{٤}^{٦}$ [$\frac{١}{٢}$ س + ١] دس =

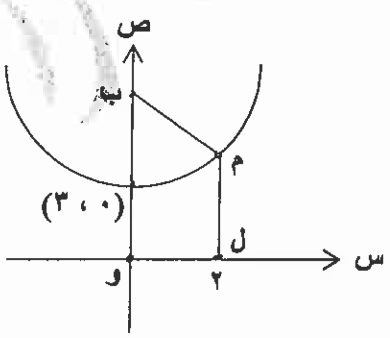
أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

٧) قطع ناقص طول محوره الأكبر ٢ أ ، واختلافه المركزي هـ ، إذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتي القطع والرأس البعيد عنها ، فإن ل =

أ) أ(١− هـ) ب) هـ (أ + ١) ج) أ(هـ + ١) د) أ + هـ

٨) في الشكل المجاور قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٣) وبؤرته ب ودليله محور السينات، والنقطة م (٢ ، $\frac{١٠}{٣}$) تقع على منحناه.

جـد محيط الشكل الرباعي ل م ب و :



أ) $\frac{٤٠}{٣}$ ب) $\frac{٣٨}{٣}$

ج) $\frac{٣٤}{٣}$ د) $\frac{٤٤}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

الصفحة الرابعة

٩) تتحرك نقطة ن (س ، ص) في الربعين الأول والثالث من المستوى البياني، بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين الإحداثيين. إن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) ص = س^{٣} ب) س = ص^{٣} ج) ص = − س د) ص = س

١٠) تتحرك نقطة ن (س ، ص) في المستوى، بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين س = جـا هـ − جتـا هـ ، ص = $\sqrt{\text{جـا هـ جتـا هـ}}$ ، حيث هـ زاوية متغيّرة، معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) قطع ناقص ب) قطع زائد ج) قطع مكافئ د) دائرة

١١) إذا كان ل ، م مستقيمين متخالفين فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة :

أ) ل ، م يجمعهما مستوى واحد. ب) يمكن أن يعامد أحد المستقيمات كلاً من ل ، م .

ج) لا يمكن أن يتقاطع مسقطي ل ، م . د) لا يمكن أن يتعامد ل ، م .

١٢) رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

(١) إذا وازى مستقيمان مستوى فإنهما يكونان متوازيين دائماً.

(٢) المستويان العموديان على مستوى واحد يكونان متوازيين دائماً.

(٣) المستقيمان العموديان على مستوى واحد متوازيان.

(٤) المستقيم العمودي على مستقيمين متوازيين واقعين في مستوى س يكون عمودياً على المستوى س .

أ) (١) ب) (٢) ج) (٣) د) (٤)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي / م٤

مدة الامتحان : س ٢ د ـ
التاريخ : ٢٧ / ٦ / ٢٠١٢

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الأول : (١٧ علامة)

٢٦٧

أ) ⑤ $\int \frac{\text{س}}{\text{جتا}٢\text{س} + ١}\, \text{دس} = \int \frac{\text{س}}{٢\text{جتا}^٢\text{س} - ١ + ١}\, \text{دس} = \frac{١}{٢}\int \text{س قا}^٢\text{س دس}$ (١)

$\left.\begin{array}{l} \text{نفرض أن س} = \text{مه} \Leftarrow \text{دس} = \text{دمه} \\ \text{قا}^٢\text{س دس} = \text{دهـ} \Leftarrow \text{ظاس} = \text{هـ} \end{array}\right\}$ (١)

$\frac{١}{٢}\int \text{س قا}^٢\text{س دس} = \frac{١}{٢}\text{س ظاس} - \frac{١}{٢}\int \text{ظاس دس}$ (٢) علامه لكل جزء

$= \frac{١}{٢}\text{س ظاس} - \frac{١}{٢}\int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}\,\text{دس} = \frac{١}{٢}\text{س ظاس} + \frac{١}{٢}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتاس}| + \text{جـ}$ (١)

٢٦٣

ب) ⑤ نفرض أن $\sqrt{\text{س}+٥} = \text{ص} \Leftarrow \text{س} = \text{ص}^٢ - ٥ \Leftarrow \text{دس} = ٢\text{ص دص}$ (١)

عندما $\text{س} = -١ \Leftarrow \text{ص} = ٢$ ، $\text{س} = ٤ \Leftarrow \text{ص} = ٣$ (١)

$\int_{-١}^{٤} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+٥}}\,\text{دس} = \int_{٢}^{٣} \frac{٢\text{ص}(\text{ص}^٢ - ٥)}{\text{ص}}\,\text{دص} = ٢\int_{٢}^{٣} (\text{ص}^٢ - ٥)\,\text{دص}$ (١)

$= ٢\left[\frac{١}{٣}\text{ص}^٣ - ٥\text{ص}\right]_{٢}^{٣} = ٢\left[(٩ - ١٥) - (\frac{٨}{٣} - ١٠)\right] = \frac{٨}{٣}$ (١) (١) العلامه للتعويض

٣٠٢

جـ) ⑦ نفرض أن $\text{هـ}^{\text{س}} = \text{ص} \Leftarrow \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{دس} = \text{دص}$ (١)

$\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}} - ٤}\,\text{دس} = \int \frac{\text{دص}}{\text{ص}^٢ - ٤}$ (١) $= \int \frac{\text{دص}}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)}$

$\frac{١}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)} = \frac{\text{أ}}{\text{ص}-٢} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}+٢} = \frac{\text{أ}(\text{ص}+٢) + \text{ب}(\text{ص}-٢)}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)}$

$\text{أ}(\text{ص}+٢) + \text{ب}(\text{ص}-٢) = ١ \Leftarrow (\text{أ}+\text{ب})\text{ص} + ٢\text{أ} - ٢\text{ب} = ١$ (١)

$\text{أ} + \text{ب} = ٠ \Leftarrow \text{ب} = -\text{أ}$

$٢\text{أ} - ٢\text{ب} = ١ \Leftarrow ٢\text{أ} + ٢\text{أ} = ١ \Leftarrow \text{أ} = \frac{١}{٤}$ (١)

$\text{ب} = -\text{أ} = -\frac{١}{٤}$ (١)

$\int \frac{\text{دص}}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)} = \int \frac{\frac{١}{٤}}{\text{ص}-٢}\,\text{دص} + \int \frac{-\frac{١}{٤}}{\text{ص}+٢}\,\text{دص}$

$= \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص}-٢| - \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص}+٢| + \text{جـ}$ (١)

$= \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{\text{س}}-٢| - \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{\text{س}}+٢| + \text{جـ}$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

٢٥١ أ) $\frac{دص}{دس} = ٢س ص \Leftarrow \frac{دص}{ص} = ٢س\ دس$ (١) ٥

بتكامل الطرفين $لو_هـ|ص| = س^٢ + جـ$ (١)

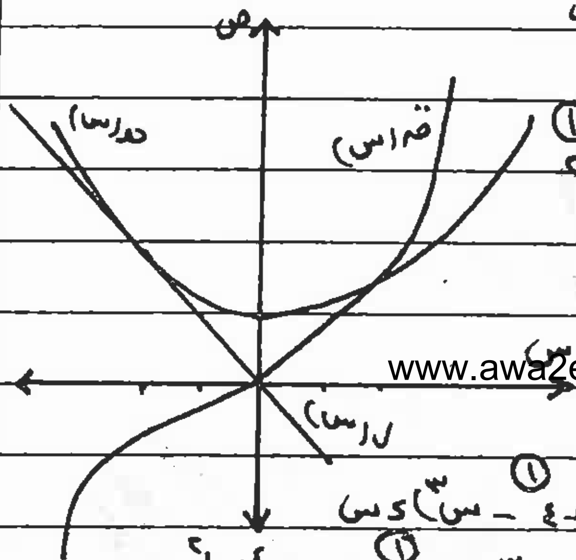
المنحنى يمر بالنقطة $(٢،١) \Leftarrow لو_هـ ١ = ٤ + جـ \Leftarrow جـ = -٤$ (١)

اذن $لو_هـ|ص| = س^٢ - ٤$

عندما $س = ٣ \Leftarrow لو_هـ|ص| = ٩ - ٤ = ٥ \Leftarrow |ص| = هـ^٥$ (١)

$|ص| = هـ^٥$ ومنه $ص = هـ^٥$ (١)

٢٧٦ ب) نجد نقط التقاطع بين المنحنيات ٨



$س^٣ = س^٢ + ٤ \Leftarrow س^٣ - س^٢ - ٤ = ٠$ (١)

$(س-٢)(س^٢+س+٢) = ٠ \Leftarrow س = ٢$

$س^٣ = -٤س \Leftarrow س^٣ + ٤س = ٠$

$س(س^٢+٤) = ٠ \Leftarrow س = ٠$ (١)

$س^٢ + ٤ = -٤س \Leftarrow س^٢ + ٤س + ٤ = ٠$

$(س+٢)^٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$ (١)

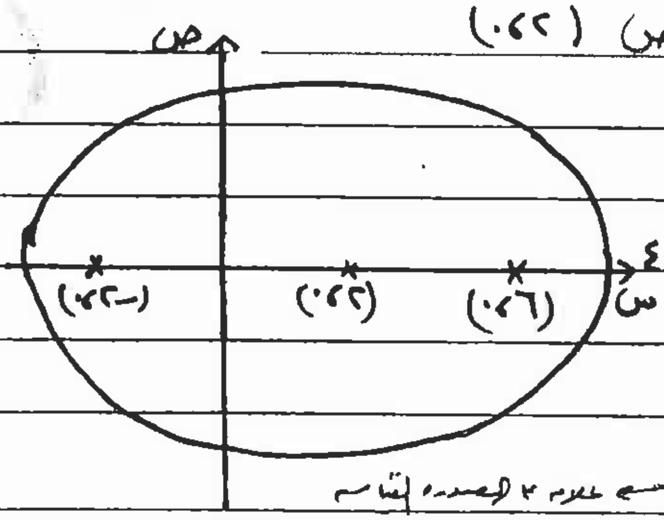
$م = \int_{-٢}^{٠} (س^٢ + ٤ + ٤س)\ دس + \int_{٠}^{٢} (س^٢ + ٤ - س^٣)\ دس$ (١) (١)

$= \left(\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س + ٢س^٢\right)\Big|_{-٢}^{٠} + \left(\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س - \frac{س^٤}{٤}\right)\Big|_{٠}^{٢}$ (١) (١) (١)

$= ٠ - \left(-\frac{٨}{٣} - ٨ + ٨\right) + \left(\frac{٨}{٣} + ٨ - ٤\right) - ٠ = \frac{٢٨}{٣}$ وحدة مربعة

(١)

٣١٨ ٣٥٢ ج) مركز القطع الناقص $(٢،٠)$ ٦



$أ^٢ = ٢٥$

$ب^٢ = ٩$ (١)

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow جـ^٢ = ١٦ \Leftarrow جـ = ٤$ (١)

$نق = جـ = ٤$ (١)

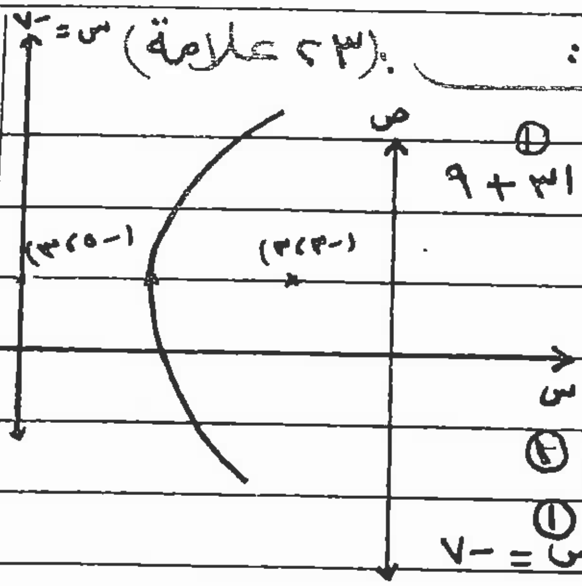
معادلة الدائرة

$(س - ٢)^٢ + ص^٢ = ١٦$ (٢) علامة ٢ المعادلة تامة

علامة ٢ للتعويض

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث: (٢٣ علامة)



٣٣٣ أ) $ص^٢ - ٦ص + ٩ = ٨س + ٣١ + ٩$ ① ① ٨

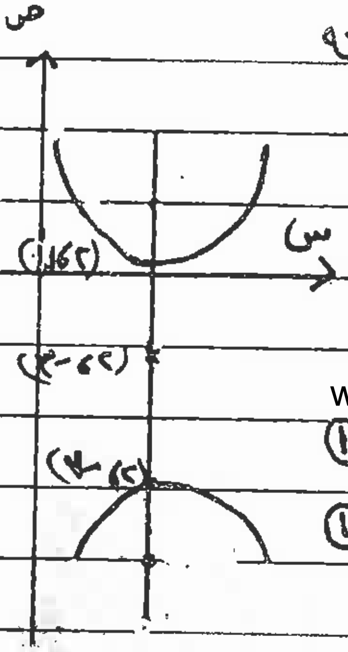
$(ص - ٣)^٢ = ٨(س + ٥)$ ②

الرأس (د، هـ) = (−٥، ٣) ①

٤جـ = ٨ ⟸ جـ = ٢ ①

البؤرة (د + جـ، هـ) = (−٣، ٣) ②

معادلة الدليل س = د − جـ ⟸ س = −٧ ①



٣٦٧ ب) القطع زائد والصورة العامة لمعادلته ① ٨

$\frac{(ص - هـ)^٢}{أ^٢} - \frac{(س - د)^٢}{ب^٢} = ١$ ①

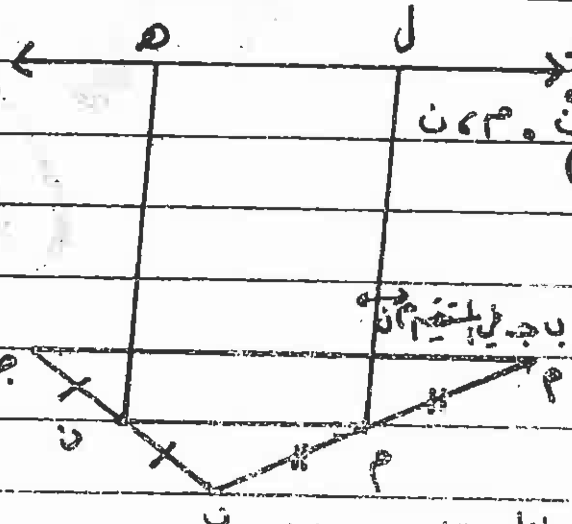
مركز القطع (د، هـ) = $\left(\frac{٢+٢}{٢}، \frac{١-٧}{٢}\right)$ = (٢، −٣) ①

٢أ = ١ − (−٧) = ٨ ⟸ أ = ٤ ①

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٢}$ ⟸ $جـ = \frac{٣أ}{٢} = ٦$ ①

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢$ ⟸ $ب^٢ = ٣٦ - ١٦ = ٢٠$ ①

معادلة القطع: $\frac{(ص + ٣)^٢}{١٦} - \frac{(س - ٢)^٢}{٢٠} = ١$ ①



٣٩٥ جـ) المعطيات: $\overleftrightarrow{لهـ}$ // مستوى المثلث أ ب جـ ٧

المستوى ل م ن هـ يقطع المستوى أ ب جـ في $\overleftrightarrow{م ن}$ ، م، ن

منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب ①

المطلوب: اثبات أن $\overleftrightarrow{لهـ}$ // $\overleftrightarrow{أجـ}$

البرهان: المستوى ل م ن هـ يقطع المستوى أ ب جـ في المستقيم $\overleftrightarrow{م ن}$ ②

المستقيم $\overleftrightarrow{لهـ}$ محتوى في المستوى ل م ن هـ ①

$\overleftrightarrow{لهـ}$ // المستوى أ ب جـ ①

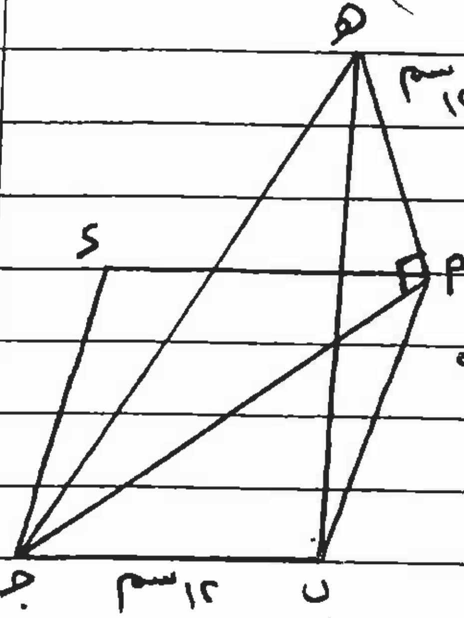
إذن $\overleftrightarrow{لهـ}$ // $\overleftrightarrow{م ن}$ ① (نظرية) ... (١)

$\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overleftrightarrow{أجـ}$ (واصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث) ... (٢)

من (١)، (٢) $\overleftrightarrow{لهـ}$ // $\overleftrightarrow{أجـ}$ (المستقيمان الموازيان لثالث في الفراغ متوازيان) ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (١٧ علامة)



٨

أ) المعطيات : أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم ①

أهـ ⊥ أ ب جـ د

٤١٢ المطلوب (١) إثبات أن قياس الزاوية

الزوجية (ب ، أهـ ، جـ) = ٤٥°

٤١١ (٢) إيجاد أ هـ اذا كان ق ∠ أ هـ ب = ٣٠°

البرهان :

٤١٢ ١) أهـ ⊥ أب ، أهـ ⊥ أجـ لأن أهـ ⊥ المستوى أ ب جـ د ②

أي أن الحرف أهـ يعامد كلاً من أب ، أجـ الواقعتين في المستويين

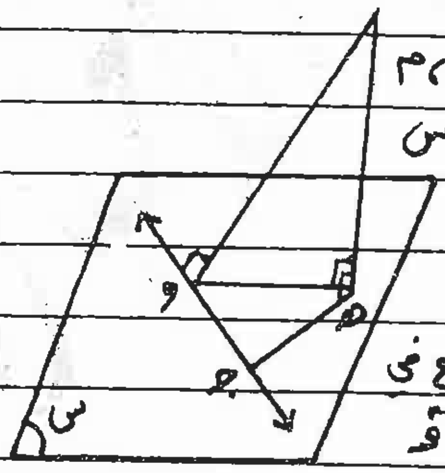
ب أ هـ ، جـ أ هـ على الترتيب

اذن قياس الزاوية ب أ جـ هو قياس الزاوية الزوجية (ب ، أهـ ، جـ) ①

لكن أجـ قطر في المربع أ ب جـ د ومنه ق ∠ ب أ جـ = ٤٥° ①

٤١١ ٢) المثلث هـ أ ب قائم الزاوية في أ من ٦ (أ) ①

ظا ٣٠° = $\frac{أب}{أهـ}$ ① ⟸ أهـ = $\frac{أب}{ظا ٣٠°}$ = $\frac{١٢}{\frac{١}{\sqrt{٣}}}$ ① اذن أهـ = ١٢ $\sqrt{٣}$ سم.



٩

٤٠٨ ب) المعطيات : جـو مستقيم في المستوى س ، م ①

نقطة خارج المستوى س ، مهـ ⊥ المستوى س

م و ⊥ جـو

المطلوب : اثبات أن هـو ⊥ جـهـ ①

البرهان : مهـ ⊥ المستوى س ، جـو يقع في ①

المستوى س ، اذن مهـ ⊥ جـو ①

لكن م و ⊥ جـو بالفرض ①

اذن جـو ⊥ كل من المستقيمين المتقاطعين م و ، مهـ ①

اذن جـو ⊥ المستوى م هـ و ⟸ جـهـ ⊥ كل مستقيم في المستوى ①

م هـ و . لكن هـو يقع في المستوى م و هـ

اذن جـو ⊥ هـو ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس: (٢٤ علامة) علامتان لكل فقرة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة الصحيحة	ب	د	ج	ب	أ	أ	ج	د	د	أ	ب	ج

٣٢٩

٢٤٧

٢٤٣

٢٨٥

٢٩٥

٢٣٤

٢٤١

٢٢٥

٢١٦
٣٦٨

٣٦٨

٣٨٤

٣٩٩

السؤال الأول
حل آخر .

(٥) ب) $\int \frac{س}{1+جتا2س}\,ءس = \int \frac{س}{1+جتا2س} \times \frac{1-جتا2س}{1-جتا2س}\,ءس$ (1)

$= \int \frac{(1-جتا2س)\,س}{1-جتا^{2}2س}\,ءس = \int \frac{(1-جتا2س)\,س}{جا^{2}2س}\,ءس$

$= \int \frac{-س\,جتا2س}{جا^{2}2س}\,ءس + \int \frac{س}{جا^{2}2س}\,ءس$

$= \int -س\,ظتا2س\,قتا2س\,ءس + \int س\,قتا^{2}2س\,ءس$

(1)

$ع = -س \Leftarrow ءع = -ءس$

$ءهـ = ظتا2س\,قتا2س\,ءس \Leftarrow هـ = -\frac{1}{2}\,قتا2س$

$ع = س \Leftarrow ءع = ءس$

$ءهـ = قتا^{2}2س\,ءس \Leftarrow هـ = -\frac{1}{2}\,ظتا2س$

$= \frac{1}{2}\,س\,قتا2س - \int \frac{1}{2}\,قتا2س\,ءس + \frac{-1}{2}\,س\,ظتا2س + \int \frac{1}{2}\,ظتا2س\,ءس$ (1)

$= \frac{1}{2}\,س\,قتا2س - \frac{1}{2}\int \frac{ظتا2س - قتا2س}{ظتا2س - قتا2س} \times قتا2س\,ءس - \frac{1}{2}\,س\,ظتا2س + \frac{1}{2}\int \frac{جتا2س}{جا2س}\,ءس$

$= \frac{1}{2}\,س\,قتا2س - \frac{1}{4}\int \frac{2(-قتا^{2}2س + ظتا2س\,قتا2س)}{ظتا2س - قتا2س}\,ءس - \frac{1}{2}\,س\,ظتا2س + \frac{1}{4}\int \frac{2\times جتا2س}{جا2س}\,ءس$

$= \frac{1}{2}\,س\,قتا2س - \frac{1}{4}\,لو_{هـ}\left|ظتا2س - قتا2س\right| - \frac{1}{2}\,س\,ظتا2س + \frac{1}{4}\,لو_{هـ}\left|جا2س\right| + ث$

(1) (1)

جيد ٣ ...

السؤال الأول

أ) حل الآتي

5

$$\int \frac{س}{جتا ٢س + 1} \, دس = \int \frac{س}{1 - ٢ جا^2 س + 1} \, دس \quad (1)$$

$$= \int \frac{س}{٢ - ٢ جا^2 س} \, دس = \frac{1}{٢} \int \frac{س}{1 - جا^2 س} \, دس$$

$$= \frac{1}{٢} \int س \, قا^2 س \, دس$$

نفرض

$$ص = س \Leftarrow دص = دس$$
$$دهـ = قا^2 س \, دس \Leftarrow هـ = ظاس \quad (1)$$

$$\therefore \frac{1}{٢} \int س \, قا^2 س \, دس = \frac{1}{٢} \left[س \, ظاس - \int ظاس \, دس \right] \quad (1) \; (1)$$

$$= \frac{1}{٢} س \, ظاس - \frac{1}{٢} لو |جتاس| + ث \quad (1)$$

السؤال الأول

ب) حل آخر.

$$\int_{-1}^{4} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+5}}\,\text{دس} = \int_{-1}^{4} \text{س}\,(\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}\,\text{دس}$$

(1)
$$\text{ق} = \text{س} \Leftarrow \text{دق} = \text{دس}$$
$$\text{دهـ} = (\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}\,\text{دس} \Leftarrow \text{هـ} = 2(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_{-1}^{4} \text{س}(\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}\,\text{دس} = 2\text{س}(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}\Big]_{-1}^{4} - \int_{-1}^{4} 2(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}\,\text{دس} \quad (1)\ (1)$$

$$= 2\text{س}\sqrt{\text{س}+5}\Big]_{-1}^{4} - \frac{4}{3}\sqrt{(\text{س}+5)^3}\Big]_{-1}^{4} \quad (1)$$

$$= (8\times 3 + 2\times 2) - \left(27\times\frac{4}{3} - 8\times\frac{4}{3}\right) \quad (1)$$

$$= 24 + 4 - 36 + \frac{32}{3}$$

$$= -8 + \frac{32}{3} = \frac{-24+32}{3}$$

$$= \frac{8}{3}$$

ب) حل آخر

$$\int_{-1}^{4} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+5}}\,\text{دس}$$

نفرض $\text{ص} = \text{س}+5 \Leftarrow \text{دص} = \text{دس}$ (1)

$\text{س} = -1 \Leftarrow \text{ص} = 4$

$\text{س} = 4 \Leftarrow \text{ص} = 9$ (1)

$$\therefore \int_{4}^{9} \frac{\text{ص}-5}{\sqrt{\text{ص}}}\,\text{دص} = \int_{4}^{9} (\text{ص}-5)\,\text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,\text{دص} = \int_{4}^{9} \text{ص}^{\frac{1}{2}}\,\text{دص} - 5\int_{4}^{9} \text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,\text{دص} \quad (1)$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{\text{ص}^3}\Big]_{4}^{9} - 10\sqrt{\text{ص}}\Big]_{4}^{9} = \left(27\times\frac{2}{3} - 8\times\frac{2}{3}\right) - (10\times 3 - 10\times 2) \quad (1)\ (1)$$

$$= 18 - \frac{16}{3} - 30 + 20 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$

السؤال الأول

ⓐ حل آخر

(7)

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{2س} - 4}\, دس = \int \frac{هـ^{س}}{(هـ^{س} - 2)(هـ^{س} + 2)}\, دس \quad ①$$

نفرض $ص = هـ^{س} - 2 \Leftarrow دس = \frac{دص}{هـ^{س}}$ ①

$$= \int \frac{\cancel{هـ^{س}}}{ص\,(ص + 4)} \times \frac{دص}{\cancel{هـ^{س}}} = \int \frac{1}{ص^{2} + 4ص}\, دص \quad ①$$

$$= \int \frac{ص^{-2}}{1 + 4ص^{-1}}\, دص \; ① = -\frac{1}{4} \int \frac{-4 \times ص^{-2}}{1 + 4ص^{-1}}\, دص \quad ①$$

$$= -\frac{1}{4}\, لو_{هـ} \left| 1 + \frac{4}{ص} \right| + جـ \; ① = -\frac{1}{4}\, لو_{هـ} \left| 1 + \frac{4}{هـ^{س} - 2} \right| + جـ \quad ①$$

السؤال الثاني

أ) حل آخر

5

$$\frac{دص}{دس} = 2س\,ص \quad ① \quad \Leftarrow \quad \frac{دص}{ص} = 2س\,دس$$

$$\int \frac{دص}{ص} = \int 2س\,دس \quad \Leftarrow \quad لو_{هـ}|ص| = س^{2} + جـ \quad ①$$

$$\therefore |ص| = هـ^{س^{2}+جـ} \quad \Leftarrow \quad |ص| = هـ^{س^{2}} \times هـ^{جـ} \quad (هـ^{س^{2}} > 0 ،\ هـ^{جـ} > 0)$$

$$هـ^{جـ} = ثابت = أ \ .$$

$$\therefore ص = أ\,.\,هـ^{س^{2}}$$

النقطة (2،1) تحقق المعادلة $\Leftarrow 1 = أ\,هـ^{4}$

$$\therefore أ = \frac{1}{هـ^{4}} \quad ①$$

$$\Leftarrow \quad ص = \frac{1}{هـ^{4}}\,هـ^{س^{2}}$$

$$ص\Big|_{س=3} = \frac{1}{هـ^{4}}\,هـ^{9} = هـ^{5} \quad ① \quad ①$$

السؤال الثاني

ج) حل آخر.

6

معادلة الدائرة هي

$س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + ج = صفر$ (1)

$م(-ل، -ك) = (2، 0)$ (1)

إذن معادلة الدائرة هي

$س^2 + ص^2 - 4س + ج = 0$ (1)

لكن بؤرة القطع الناقص (6، 0) تحقق معادلة الدائرة. (1)

(علماً تعويض النقطة الأخرى (البؤرة) يؤدي لنفس الجواب).

$36 + 0 - 24 + ج = 0$

$ج = -12$ (1)

∴ معادلة الدائرة هي $س^2 + ص^2 - 4س - 12 = 0$ (1)

ج) حل آخر

6

م(2، 0) (1)

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$ (1)

$(س - 2)^2 + ص^2 = نق^2$ (1)

لكن بؤرة القطع الناقص (6، 0) تحقق المعادلة (معادلة الدائرة) (1)

$16 + 0 = نق^2 \Leftarrow نق = 4$ (1)

$(س - 2)^2 + ص^2 = 16$ (1)

صفحة رقم (١٢)

السؤال الثالث

جـ) حل آخر .

7

المعطيات (1)

الحل :

بما أن ل هـ // △ أ ب جـ

∴ ل هـ ، △ أ ب جـ لا يوجد بينهما نقط مشتركة . (1)

لكن م ن ⊂ △ أ ب جـ

∴ ل هـ ، م ن لا يوجد بينهما نقط مشتركة (1)

لكن ل هـ ، م ن ⊂ المستوى ل م ن هـ (1)

∴ ل هـ // م ن --- (1) (1)

م ن // أ جـ --- (2) (واصلة بين منتصفي ضلعين في △ أ ب جـ) (1)

من (1) ، (2)

ل هـ // أ جـ (المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفراغ متوازيان) (1)

السؤال الرابع

أ) (١) حل آخر المعطيات ①

△٨

الحل : بما أن $\overline{\text{أهـ}} \perp$ المستوى أ ب جـ د
∴ $\overline{\text{أهـ}} \perp \overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أهـ}} \perp \overline{\text{أد}}$ ②

أي أن الحرف $\overline{\text{أهـ}}$ يعامد كلاً من $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ الواقعين في المستويين ب أ هـ ، د أ هـ على الترتيب .

∴ ق(ب ، $\overline{\text{أهـ}}$ ، د) = ق($\hat{\text{ب أ د}}$) ①

لكن △ أ ب جـ د قائم في ب (مربع) .

ظا($\hat{\text{ب أ د}}$) = $\frac{\text{ب د}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{١٢}{١٢}$ = ١ ①
∴ ق($\hat{\text{ب أ د}}$) = ٤٥°
∴ ق(ب ، $\overline{\text{أهـ}}$ ، د) = ق($\hat{\text{ب أ د}}$) = ٤٥°

(٢) جا($\hat{\text{أ هـ ب}}$) = جا ٣٠° = $\frac{\text{أب}}{\text{هـب}}$ ①

$\frac{١}{٢}$ = $\frac{\text{أب}}{\text{هـب}}$ ⇐ هـب = ٢ أب
هـب = ٢ × ١٢ ①
هـب = ٢٤ سم

(أهـ)^2 = (هـب)^2 − (أب)^2
= (٢٤)^2 − (١٢)^2
= ٥٧٦ − ١٤٤
= ٤٣٢

∴ أهـ = $\sqrt{٤٣٢}$ = $\sqrt{١٤٤ \times ٣}$ = ١٢$\sqrt{٣}$ سم ①

السؤال الرابع

أ) (1) حل آخر

المعطيات ①

الحل بما أن $\overline{\text{بج}} \perp \overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{بج}} \perp \overline{\text{أهـ}}$

∴ $\overline{\text{بج}} \perp \triangle$ أبهـ ①

∴ $\overline{\text{أج}}$ مائل على $\triangle$ أبهـ

ومسقطه $\overline{\text{بأ}} \perp \overline{\text{أهـ}}$

∴ $\overline{\text{جأ}} \perp \overline{\text{أهـ}}$ ① (حسب نظرية الأعمدة الثلاثة)

∴ ق (ب ، $\overline{\text{أهـ}}$ ، ج) = ق ($\widehat{\text{ب أ ج}}$) ①

لكن $\triangle$ أبج قائم في ب .

ظا ($\widehat{\text{ب أ ج}}$) = $\frac{\text{بج}}{\text{أب}} = \frac{12}{12} = 1$

∴ ق ($\widehat{\text{ب أ ج}}$) = 45° ①

∴ ق (ب ، $\overline{\text{أهـ}}$ ، ج) = ق ($\widehat{\text{ب أ ج}}$) = 45° .

السؤال الرابع

ب) حل آخر .

9

المعطيات ①

المطلوب: اثبات ان هـو // جـو ①

البرهان

نصل مجـ نحصل على المثلثات التالية

△ م هـو ، △ م هـ جـ ، △ م و جـ جميعها قائمة الزاوية .

في △ م هـو القائم في هـ .

(هـو)^2 = (م و)^2 − (م هـ)^2 --- (1) ①

في △ م و جـ القائم في و

(م جـ)^2 = (م و)^2 + (و جـ)^2 --- (2) ①

في △ م هـ جـ القائم في هـ

(م جـ)^2 = (م هـ)^2 + (هـ جـ)^2 --- (3) ①

من (1) ، (2) ⟸ (هـو)^2 = (م جـ)^2 − (و جـ)^2 − (م هـ)^2 ①

⟸ (هـو)^2 + (و جـ)^2 = (م جـ)^2 − (م هـ)^2

ولكن من (3) ⟸ (هـ جـ)^2 = (م جـ)^2 − (م هـ)^2

∴ (هـو)^2 + (و جـ)^2 = (هـ جـ)^2 ①

∴ △ هـ و جـ قائم في و . ①

∴ هـو ⊥ و جـ ①