بسم الله الرحمن الرحيم

١
—
١

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

w3w3

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـــث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ س ٠٠ د

الفــرع : العلمـــي — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/٠٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

الســـؤال الأول : (١٨ علامة)

جـد كلاً مما يأتي :

أ) $\displaystyle \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\sqrt{٣\text{س}+٣} - \sqrt{٤\text{س}+١}}{\text{س}-٢}$ (٦ علامات)

ب) $\displaystyle \lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا } ٢\text{س}}{\text{س}^٢ - \frac{\pi}{٢}\text{س}}$ (٧ علامات)

ج) إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{|\text{س}^٢ - ٤\text{س} - ٥|}{|\text{س} - ٥|} & ، \text{س} > ٥ \\ \text{أ جتا } \dfrac{\pi}{٥}\text{س} + ٥ & ، \text{س} < ٥ \end{cases}$

وكانت $\displaystyle \lim_{\text{س} \to ٥} \text{ق(س)}$ موجودة ، فما قيمة الثابت أ ؟ (٥ علامات)

الســـؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت $\text{ق(س)} = ٢\text{س} + \sqrt{\text{س}}$ ، $\text{س} > \text{صفر}$ ، فجد $\text{ق}'\text{(س)}$ باستخدام تعريف المشتقّة. (٧ علامات)

ب) إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^٢ + ١ & ، \text{س} \leq ٢ \\ [\text{س} + ٣] & ، \text{س} > ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢ (٥ علامات)

ج) إذا كان $\text{ق}(\frac{١}{٢}) = ٢$ ، $\text{ق}'(\frac{١}{٢}) = ٨$ ، فجـد $\displaystyle \lim_{\text{س} \to ٦} \frac{\text{ق}(\text{جا}\frac{\pi}{\text{س}}) - ٢}{\text{س} - ٦}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) جد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة $(ص-٤)^{٢}$ = س + ٢ ، والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته ٣س + ٦ص + ٢ = صفر (٧ علامات)

ب) إذا كان $\frac{س}{ص} - \frac{٣ص}{س} = ٢$ ، فجـد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (٣ ، ١) (٥ علامات)

ج) يقف شخصان على سطح بناية ، أفلت الشخص الأول كرة من السكون وفق العلاقة $ف_{١}(ن) = ٥ن^{٢}$ وفي اللحظة نفسها رمى الشخص الثاني كرةً أخرى عمودياً إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها (١٥) م/ث وفق العلاقة $ف_{٢}(ن) = ١٥ن + ٥ن^{٢}$ ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، فإذا ارتطمت كرة الشخص الأول بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة الشخص الثاني بالأرض.
جد سرعة كرة الشخص الثاني لحظة ارتطامها بالأرض. (٦ علامات)

السؤال الرابع : (٢١ علامة)

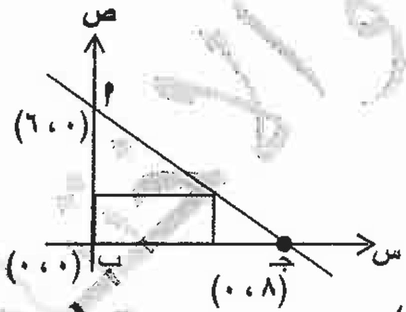
أ) إذا كان ق(س) = س + $\frac{٢٥}{س}$ ، س ∈ [−٨ ، ٨] − {٠} ، فجـد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القيم القصوى المحليّة للاقتران ق (إن وجدت).

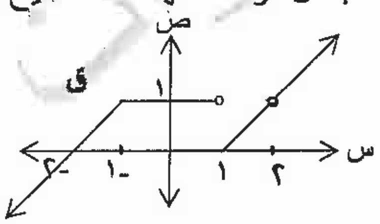
ب) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت سرعة الأول (٨) كم/ساعة، وسرعة الثاني (٦)كم/ساعة، فجـد معدل تغيّر المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما. (٧ علامات)

ج) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثّل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث. (٦ علامات)



السؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه **الإجابة الصحيحة لها كاملة.**



١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم $س_{١}$ التي تجعل $\lim_{س \to س_{١}}$ ق(س) = ١

■ (−١ ، ١) ■ [−١ ، ١) ■ [−١ ، ١) ∪ {٢} ■ (−١ ، ١] ∪ {٢}

٢) إذا كان ق(س) = س ق(س)+١ ، فإن قَ(٢) تساوي :

■ −١ ■ ١ ■ صفر ■ ٢

يتبع الصفحة الثالثة ....

٣) نهـــا $_{\text{س} \to ٣}$ $\dfrac{\sqrt{\text{س}^٢ - ٩}}{\sqrt{\text{س} - ٣}}$ تســاوي :

■ صفر ■ $\sqrt{٦}$ ■ ٦ ■ غير موجودة

٤) نهـــا $_{\text{س} \to ٠}$ $\dfrac{(٢٥)^{\text{س}} - (٥)^{\text{س}}}{١ - (٥)^{\text{س}}}$ تســاوي :

■ ١- ■ صفر ■ ١ ■ غير موجودة

٥) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{(\text{س} - ١)^٢}$ ، فإن قَ(١) تســاوي :

■ $\dfrac{-٢}{٣}$ ■ صفر ■ $\dfrac{٢}{٣}$ ■ غير موجودة

٦) إذا كان ق(س) = (١+ جـا س)^٣ ، فإن قَ$(\dfrac{\pi}{٢})$ تســاوي :

■ صفر ■ ٣ ■ ٤ ■ ١٢

٧) إذا كان ق($\dfrac{١}{٢}$س) = (|س|)^٣ ، فإن قً(-١) تســاوي :

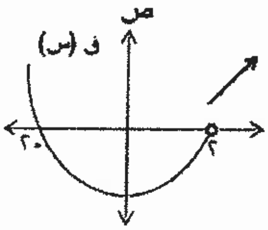
■ -٤٨ ■ -٦ ■ ٢٤ ■ ٤٨

٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt{١ - \text{س}^٢}$ ، فإن مجموعة قِيم **س** التي يكون عندها قِيم حرجة للاقتران ق هي:

■ {-١ ، ١} ■ {-١ ، ٠ ، ١} ■ {٠ ، ١} ■ {٠ ، ١}

٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح

فان الاقتران ق يكون متزايداً في الفترة :

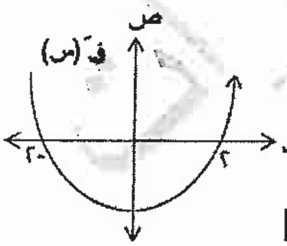


■ (-∞ ، -٢] ■ (-∞ ، ٠]-{٢} ■ [٠ ، ∞) ■ [٠ ، ٢]

١٠) يتحرك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^٢ - ٢ن - ١ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني . ما السرعة المتوسّطة للجُسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٣] ؟

■ (٨) م/ث ■ (-٨) م/ث ■ (١٤) م/ث ■ (-١٤) م/ث

١١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقّة الأولى للاقتران كثير الحدود ق ، فإن منحنى ق يكون متناقصاً في الفترة :



■ (-∞ ، ٠] ■ [٠ ، ∞) ■ [-٢ ، ٠] ■ [-٢ ، ٢]

١٢) إذا كانت قَ (س) = $\dfrac{١}{٢}$ + جتـا س هي المشتقّة الأولى للاقتران ق المعرّف على الفترة [٠ ، π] ، فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلّية عند س تســاوي :

■ صفر ■ π ■ $\dfrac{\pi}{٣}$ ■ $\dfrac{٢\pi}{٣}$

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ (الدورة الصيفية)

صفحة رقم (١)

مدة الامتحان : ــ

التاريخ : ٢٩/٦/٢٠١٣

المبحث : الرياضيات

الفرع : العلمي / م٣

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول (١٨ علامة)
٢٤	٦/ (أ) $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٣\text{س}+٣}-\sqrt{٤\text{س}+١}}{\text{س}-٢}$ (١)
	$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٣\text{س}+٣}-\sqrt{٤\text{س}+١}}{\text{س}-٢} \times \dfrac{\sqrt{٣\text{س}+٣}+\sqrt{٤\text{س}+١}}{\sqrt{٣\text{س}+٣}+\sqrt{٤\text{س}+١}}$ (١)
	$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{٣\text{س}+٣-٤\text{س}-١}{(\text{س}-٢)(\sqrt{٣\text{س}+٣}+\sqrt{٤\text{س}+١})}$ (١)
	$= \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{-(\text{س}-٢)}{(\text{س}-٢)(\sqrt{٣\text{س}+٣}+\sqrt{٤\text{س}+١})}$ (١) $= \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{-١}{\sqrt{٣\text{س}+٣}+\sqrt{٤\text{س}+١}}$ (١)
	$= \dfrac{-١}{٣+٣} = \dfrac{-١}{٦}$ (١)
٤٣	٧/ (ب) $\underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\text{س}^٢-\frac{\text{ط}}{٢}\text{س}}$ (١)
٤٦	$= \underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{٢\text{جاس جتاس}}{\text{س}(\text{س}-\frac{\text{ط}}{٢})}$ (١) (١)
	$= \underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{٢\text{جاس}}{\text{س}} \times \underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتاس}}{\text{س}-\frac{\text{ط}}{٢}}$ (١)
	$= \dfrac{٢}{\frac{\text{ط}}{٢}} \times \underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتاس}}{\text{س}-\frac{\text{ط}}{٢}}$ (١)
	ص = س − ط/٢ ، س → ط/٢ ، ص → ٠
	$= \dfrac{٤}{\text{ط}} \times \underset{\text{ص}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\text{جاص}}{-\text{ص}}$ (١)
	$= \dfrac{٤}{\text{ط}} \times -١ = \dfrac{-٤}{\text{ط}}$
	(١) آخر: $\underset{\text{س}\to \frac{\text{ط}}{٢}}{\text{نها}} \dfrac{\text{جا}(٢\text{س})}{\text{س}(٢\text{س}-\text{ط})} \times ٢$ (١) ... (١)
	(١) $\dfrac{٢}{\frac{\text{ط}}{٢}} \times -١$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول

٥) (جـ)

٣٨

ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{|س^2 - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، س > ٥ \\ أ \text{ جتا } \frac{\pi}{٥}س + ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

= $\begin{cases} \dfrac{(س - ٥)(س + ١)}{س - ٥} & ، س > ٥ \\ أ \text{ جتا } \frac{\pi}{٥}س + ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$ ١

بما أن $\lim\limits_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ← $\lim\limits_{س \to ٥^+}$ ق(س) = $\lim\limits_{س \to ٥^-}$ ق(س) ١

⇐ $\lim\limits_{س \to ٥^-}$ أ جتا $\frac{\pi}{٥}$س + ٥ = $\lim\limits_{س \to ٥^+}$ $\dfrac{\cancel{(س - ٥)}(س + ١)}{\cancel{س - ٥}}$

١ ١

أ × −١ + ٥ = ٦

−أ = ١ ١

أ = −١

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٩ علامة)

91

٦) أ) $ق'(٤) = \lim_{س \to ٤} \frac{ق(٤) - ق(س)}{٤ - س}$ (1)

$= \lim_{س \to ٤} \frac{٢٤ + \sqrt{٤} - ٢س - \sqrt{س}}{٤ - س}$ (1)

$= \lim_{س \to ٤} \frac{٢\cancel{(٤ - س)}}{\cancel{٤ - س}} + \frac{\sqrt{٤} - \sqrt{س}}{٤ - س}$ (1)

$= ٢ + \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{٤} - \sqrt{س}}{٤ - س} \times \frac{\sqrt{٤} + \sqrt{س}}{\sqrt{٤} + \sqrt{س}}$ (1) (1)

$= ٢ + \lim_{س \to ٤} \frac{٤ - س}{٤ - س} \times \frac{1}{\sqrt{٤} + \sqrt{س}}$ (1)

$= ٢ + \frac{1}{٢\sqrt{٤}}$ (1)

58

٥) ب) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + 1 & س \leq ٢ \\ [س + ٣] & س > ٢ \end{cases}$

ق(س) معرف عند س = ٢ (1)

$\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = \lim_{س \to ٢^-} س^٢ + 1 = ٥$ (1)

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^+} [س + ٣] = \cancel{٤}\ ٥$ (1)

~~∴ $\lim_{س \to ٢^-} ق(س) \neq \lim_{س \to ٢^+} ق(س)$~~

~~∴ $\lim_{س \to ٢} ق(س)$ غير موجود~~

∴ $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ٥ = ق(٢)$ (1)

∴ ق متصل عند س = ٢ (1)

تابع السؤال الثالث

٢) (د)

$$\underset{س \to ٦}{نها} \frac{جا\left(\frac{\pi}{س}\right) - \frac{1}{2}}{س - ٦} = \frac{٠}{٠} \quad ①$$

جا($\frac{\pi}{٦}$) أو جا($\frac{\pi}{٦}$) ①

١٣٨ $$\underset{س \to ٦}{نها} \frac{جا\left(\frac{\pi}{س}\right) - \frac{1}{2}}{س - ٦} = \text{مشتقة د(س)} = \left(جا \frac{\pi}{س}\right) \Big|_{س = ٦}$$ ١٤٩

$$د' = ٢ \left(جا \frac{\pi}{س}\right) \times جتا \frac{\pi}{س} \times -\frac{\pi}{س^2} \quad ① \; ① \; ① \; ①$$

$$د'(٦) = ٢ \left(جا \frac{\pi}{٦}\right) \times جتا \frac{\pi}{٦} \times -\frac{\pi}{٣٦} \quad ①$$

$$= ٢ \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times -\frac{\pi}{٣٦} \quad ① \; ①$$

$$= -\frac{\pi \sqrt{3}}{٧٢} \quad ①$$

رقم في الكتاب

السؤال الثالث: (١٨ علامة)

١٠٩ أ) ٢(ص-٤).ص' (١) = ١ (١) ⇐ ص' = ١/(٢(ص-٤)) (١) ، ميل المستقيم = -٣/٦ = -١/٢ (١)

ص' = م ⇐ ١/(٢(ص-٤)) = -١/٢ (١) ⇐ ص-٤ = -١ ⇐ ص = ٣ (١)

(ص-٤)^٢ = س+٢ ⇐ س = -١ (١) ⇐ النقطة (-١، ٣)

ب) س/ص - ٣ص/س = ٢ ⇐ س^٢ - ٣ص^٢ = ٢س ص

١٤٣ ٢س - ٦ص ص' (١) = ٢س ص' (١) + ٢ص

ص'(٦ص + ٢س) (١) = ٢س - ٢ص

ص' = (٢س - ٢ص)/(٢س + ٦ص) (١)

ص'|(٣،١) = (٦-٢)/(٦+٦) = ٤/١٢ = ١/٣ (١)

جـ) ق(هـ+١) (١) = ق'(هـ) (١)

١٦٦ ٥(هـ+١)^٢ = ١٥هـ + ٥هـ^٢ (١)

٥(هـ^٢+٢هـ+١) = ١٥هـ + ٥هـ^٢

~~٥هـ^٢~~ + ١٠هـ + ٥ = ١٥هـ + ~~٥هـ^٢~~

٥هـ = ٥ ⇐ هـ = ١ ث (١)

ع(هـ) = ق'(هـ) = ١٥ + ١٠هـ (١)

ع(١) = ١٥ + ١٠ = ٢٥ م/ث (١)

السؤال الرابع: (٢١ علامة)

١٨٩

٨) أ) $ق(س) = ١ + \frac{٢٥}{س^٢}$ ... $ق'(س) = ١ - \frac{٢٥}{س^٢} \Leftarrow ق'(س) = \frac{س^٢ - ٢٥}{س^٢}$ (١)

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow$ البسط $= ٠ \Leftarrow س^٢ - ٢٥ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٥$ (١) (١)

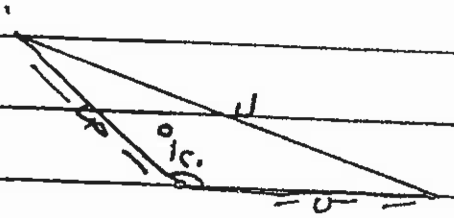
١) ق(س) متزايدة في [−٨، −٥] و [٥، ٨] (١)

٢) ق(س) متناقصة في [−٥، ٥] − {٠} (١)

٣) للاقتران ق قيمة عظمى محلية هي ق(−٥) = −١٠ (١)

للاقتران ق قيمة صغرى محلية هي ق(٥) = ١٠ (١)

١٧٤



٧) ب) $\frac{دس}{دن} = ٨$ كم/س ، $\frac{دص}{دن} = ٦$ كم/س

$س = ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$ كم (١)

$ص = ٦ \times \frac{١}{٢} = ٣$ كم

$\left.\frac{دل}{دن}\right|_{ن=\frac{١}{٢}} = ؟$

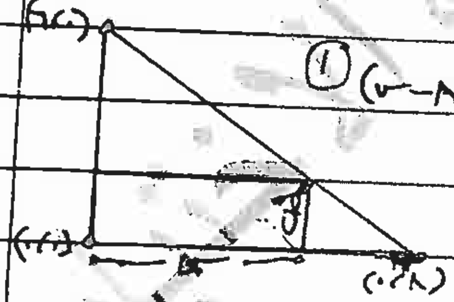
$ل = \sqrt{س^٢ + ص^٢ - ٢ س ص \text{جتا} ١٢٠} = \sqrt{س^٢ + ص^٢ + س ص}$ (١) (١)

$\frac{دل}{دن} = \frac{٢س \frac{دس}{دن} + ٢ص \frac{دص}{دن} + \frac{دس}{دن} . ص + \frac{دص}{دن} . س}{٢\sqrt{س^٢ + ص^٢ + س ص}}$ (١) (١)

$\left.\frac{دل}{دن}\right|_{ن=\frac{١}{٢}} = \frac{٨ \times ٨ + ٦ \times ٦ + ٦ \times ٤ + ٨ \times ٣}{٢\sqrt{١٦ + ٩ + ١٢}} = \frac{١٤٨}{٢\sqrt{٣٧}} = \frac{٧٤}{\sqrt{٣٧}}$ (١)

$= ٢\sqrt{٣٧}$ كم/س (١)

٢١٠



٦) ج) من التشابه $\frac{ص}{٨ - س} = \frac{٦}{٨} \Leftarrow ص = \frac{٣}{٤}(٨ - س)$ (١) (١)

$م = س \times ص = س \times \frac{٣}{٤}(٨ - س)$

$م = \frac{٣}{٤}(٨س - س^٢)$ (١)

$م' = \frac{٣}{٤}(٨ - ٢س)$ (١)

$م' = ٠ \Leftarrow ٨ - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٤$ (١)

أكبر مساحة عندما س = ٤

$م(٤) = \frac{٣}{٤}(٣٢ - ١٦) = \frac{٣}{٤} \times ١٦ = ١٢$ وحدة مربعة (١)

رقم الصفحة في الكتاب	

السؤال الخامس (٢٤ علامة)

رقم الفقرة	الإجابة الصحيحة
١	[-١ ، ١) ∪ {٢}
٢	١
٣	غير موجودة
٤	-١
٥	غير موجودة
٦	صفر
٧	٨ ، ٤
٨	{-١ ، ٠ ، ١}
٩	[٠ ، ∞)
١٠	١٤
١١	[-٢ ، ٢]
١٢	٢π / ٣