

الوحدة الثانية

التفوق والنجاح ملك لمن يجتهد

التفاضل

(2015)

بعد التعديل

المستوى الثالث
الفرع العلمي

طول التدريبات
طول التمارين والمسائل
طول المراجعة
طول الاختبار الذاتي

إعداد المعلم | ناصر ذينات

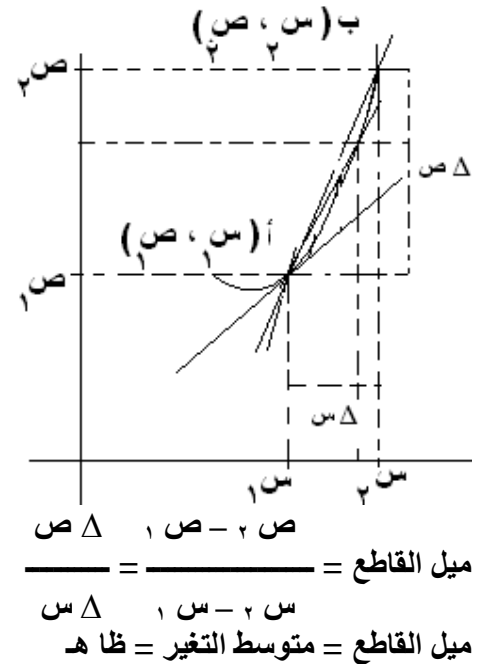
متوسط التغير

إذا تغيرت قيمة s من s_1 إلى s_2 فإن مقدار هذا التغير في s هو $\Delta s = s_2 - s_1$
 إذا تغيرت قيمة v من v_1 إلى v_2 فإن مقدار هذا التغير في v هو $\Delta v = v_2 - v_1$
 إذا كان $s_1 \neq s_2$ ، $\Delta s \neq 0$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1} = \frac{v_2 - v_1}{(s_2 + s_1) - (s_1 + s_2)} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

ميل المستقيم = $\frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$ = ظا هـ

هـ زاوية ميل المستقيم ل المحصور بين محور السينات الموجب والمستقيم ل التفسير الهندسي لمتوسط التغير



مثال (١) إذا كان $q(s) = s^2 + 3s$ جد ما يأتي

- التغير في s عندما تتغير s من ٨,٠ إلى ١,٤
- التغير في q عندما تتغير s من ٢ إلى ٥
- متوسط التغير للاقتران q بالنسبة إلى s عندما تتغير s من ١ إلى ٣

الحل:

- $\Delta s = s_2 - s_1 = 1,4 - 8,0 = -6,6$
- $\Delta q = q(s_2) - q(s_1) = (1,4)^2 + 3(1,4) - (8,0^2 + 3(8,0)) = 1,96 + 4,2 - (64 + 24) = 6,16 - 88 = -81,84$
- $\Delta q = q(s_2) - q(s_1) = (3)^2 + 3(3) - (1^2 + 3(1)) = 9 + 9 - (1 + 3) = 18 - 4 = 14$

مثال (٢) جد متوسط التغير للاقتران التالية في الفترة المبينة

- $v = \frac{1}{s^2}$ ، $s \in [3, 4]$

الحل:

- $\Delta v = \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{1}{(3)^2} - \frac{1}{(4)^2} = \frac{1}{9} - \frac{1}{16} = \frac{16 - 9}{144} = \frac{7}{144}$

مثال (٣)

جد ميل القاطع الواصل بين النقطتين
(٠,٠١) ، ق (٠,٠١) ، (٤) ، ق (٤)
لمنحنى الاقتران ص = \sqrt{s}
الحل:

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(٢س) - ق(١س)}{\Delta س - ٢س}$$
$$\frac{ق(٤) - ق(٠,٠١)}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(٠,٠١)}{\Delta س}$$
$$\frac{١,٩ - (٢)}{٣,٩٩} = \frac{١,٩ - (٠,٠١)}{\Delta س}$$
$$\Delta س = \frac{١,٩ - (٢)}{١,٩ - (٠,٠١)} = \frac{-٠,١}{١,٩} = -٠,٠٥٢٦٣١٥٨$$

مثال (٤)

تحرك جسيم على مساره في المستوى البياني من
النقطة أ (س ، ص) إلى النقطة
ب (س + Δ س ، ص + Δ ص) إذا كانت Δ س = ٢
، Δ ص = ٠ ، فبين فيما إذا كانت النقطة ب تقع فوق
النقطة أ أو تحتها أو يمينها أو يسارها .
الحل:

تقع إلى اليسار لان Δ س = ٢ ، Δ ص = ٠ ،

$$\begin{array}{c} \leftarrow \\ \text{أ (س ، ص)} \quad \text{ب (س + Δ س ، ص + Δ ص)} \end{array}$$

مثال (٥)

تحرك جسيم على مساره في المستوى البياني على
منحنى الاقتران ص = س^٢ من النقطة أ (١ ، ١)
إلى النقطة ب (س ، ص) حيث س ≠ ١ فبين أن
Δ ص

$$\Delta ص = \frac{س + ١}{س} ، \Delta س = ١$$

الحل:

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{س - ١}{س - ١} = \frac{س - ١}{س - ١} = ١$$
$$\Delta ص = \Delta س = ١$$

مثال (٦)

يتحرك جسيم عمودياً للأعلى بحيث يكون بعده (ف)
بالأمتار عن سطح الأرض بعد (ن) ثانية معطى
بالعلاقة ف = ٤٠ ن - ٥ ن^٢ فجد
١. السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، ٤]
٢. السرعة المتوسطة للجسيم إذا تغيرت ن من
صفر إلى Δ ن (بدلالة Δ ن)
الحل: (١)

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٤) - ف(١)}{\Delta ن} = \frac{١٦٠ - ٤٠}{٣} = ٤٠$$
$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٤) - ف(١)}{\Delta ن} = \frac{١٦٠ - ٤٠}{٣} = ٤٠$$

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٤) - ف(١)}{\Delta ن} = \frac{١٦٠ - ٤٠}{٣} = ٤٠$$

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٤) - ف(١)}{\Delta ن} = \frac{١٦٠ - ٤٠}{٣} = ٤٠$$

مثال (٧)

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة
[١- ، ٣] يساوي ٤ أو جد قيمة متوسط التغير
لاقتران هـ(س) = ٢ ق(س) + ٣ س في الفترة نفسها
الحل:

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$\Delta هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{\Delta س} = \frac{٦ - ٤}{٢} = ١$$

$$2 \text{ ق } (3) - 2 \text{ ق } (1) + 12 =$$

4

لكن

$$\Delta \text{ ق } = \frac{\text{ق } (3) - \text{ق } (1)}{4} =$$

$$\Delta \text{ س } = \frac{2 \text{ ق } (3) - 2 \text{ ق } (1)}{4} =$$

$$3 + 4 \times 2 = \frac{12}{4} + \frac{((3) - (1))}{4} =$$

مثال (٧)

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة

$$[3, 1] \text{ يساوي } 5 \text{ وكان ق(1) } \times \text{ ق(3) } = 12$$

وكان ه(س) = جد قيمة

ق(س)

متوسط التغير للاقتران ه(س) في الفترة نفسها

$$\begin{array}{ll} \text{أ) } 12/5 & \text{ب) } 12/5 \\ \text{ج) } 5/1 & \text{د) } 5/1 \end{array}$$

الحل:

$$\Delta \text{ ه } = \frac{\text{ه } (3) - \text{ه } (1)}{2}$$

$$\Delta \text{ س } = \frac{1}{1}$$

$$\Delta \text{ ه } = \frac{\text{ق } (3) - \text{ق } (1)}{2} =$$

$$\Delta \text{ ه } = \frac{\text{ق } (1) - \text{ق } (3)}{2} =$$

$$\Delta \text{ س } = \frac{2 \times \text{ق } (3) - \text{ق } (1)}{2} =$$

لكن

$$\Delta \text{ ق } = \frac{\text{ق } (3) - \text{ق } (1)}{2} =$$

$$5 = \frac{2}{2} =$$

$$\Delta \text{ ه } = \frac{10 - 5}{2} =$$

$$\Delta \text{ س } = \frac{12 \times 2}{12} =$$

مثال (٨)

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة

$$[3, 1] \text{ يساوي } 4 \text{ وكان ق(1) } \times \text{ ق(3) } = 2$$

وكان ه(س) = جد قيمة متوسط التغير

ق(س)

للاقتران ه(س) في الفترة نفسها

$$\begin{array}{ll} \text{أ) } 2/1 & \text{ب) } 2 \\ \text{ج) } 4/1 & \text{د) } 2/1 \end{array}$$

الحل: : تمرين للطلاب

مثال (٩)

إذا علمت أن متوسط التغير للاقتران ق(س) في

الفترة [4, 2] يساوي 3 وان ق(2) = 11 فما قيمة

ق(4) =

$$\begin{array}{ll} \text{أ) } 17 & \text{ب) } 5 \\ \text{ج) } 5 & \text{د) } 17 \end{array}$$

الحل:

$$\Delta \text{ ق } = \frac{\text{ق } (4) - \text{ق } (2)}{2} = 3$$

$$\text{ق } (4) - \text{ق } (2) = 6$$

$$\text{ق } (4) - 11 = 6$$

$$\text{ق } (4) = 17$$

مثال (١٠)

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) ٤ س^٢ - أ
في الفترة [٢ ، ب] يساوي (٤ -) فان قيمة ب ؟
٢- (أ) ٣- (ب) √
٢٠ (د) ٤- (ج)

الحل:

$$\Delta ق = \frac{ق(ب) - ق(٢)}{ب - ٢} = \frac{٤ س \Delta - (١٦ - ٤)}{ب - ٢} = \frac{٤ س \Delta - ١٢}{ب - ٢}$$
$$\Delta ق = \frac{٤ س \Delta - ١٢}{ب - ٢} = ٤ - ٨ + ٤ = ٣ - ٤$$

مثال (١١)

إذا كان ل(س) = س ق(س) وكان متوسط التغير
للاقتران ل(س) في الفترة [٢ ، ٤] يساوي ١٢ وان
ل(٤) = ٦ فما قيمة ق(٢) =
٣٩ (أ) ٩- (ب)
٣٣ (ج) √ ٦٦ - (د)

الحل:

$$\Delta ل = \frac{ل(٤) - ل(٢)}{٤ - ٢} = \frac{٦ - ل(٢)}{٢} = ١٢$$
$$\Delta ل = \frac{٦ - ل(٢)}{٢} = ١٢ \Rightarrow ٦ - ل(٢) = ٢٤ \Rightarrow ل(٢) = -١٨$$
$$\Delta ل = \frac{ل(٢) - ل(٢)}{٢ - ٢} = \frac{٦ - ل(٢)}{٢} = ١٢$$
$$\Delta ل = \frac{٦ - ل(٢)}{٢} = ١٢ \Rightarrow ٦ - ل(٢) = ٢٤ \Rightarrow ل(٢) = -١٨$$

مثال (١٢)

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = س^٢ - ١
يساوي ٥ عندما س = س_١ ، Δس = ٢ فان قيمة س_١
تساوي
٢/٣- (ب) ٤ (أ)
١,٥ (د) √ ٤- (ج)

الحل:

$$\Delta ق = \frac{ق(س + ١) - ق(س)}{١} = \frac{س \Delta + ١ - س}{١} = س \Delta$$
$$\Delta ق = \frac{ق(س + ٢) - ق(س)}{٢} = \frac{س \Delta + ٤ + ٢ - س}{٢} = \frac{س \Delta + ٦ - س}{٢}$$
$$٥ = \frac{س \Delta + ٦ - س}{٢} \Rightarrow ١٠ = س \Delta + ٦ - س \Rightarrow ١٠ = ١ + ٢ - س \Rightarrow ١٠ = ٣ - س \Rightarrow س = -٧$$

ومنها س = ١,٥

مثال (١٣)

إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة
[١ ، ٤] يساوي ٣ وكان ق(١) = ٢ فان قيمة
ق(٤) = ؟

١١ (أ) ١٣- (ب) √
١١- (ج) ١٣ (د)

الحل:

$$\Delta ق = \frac{ق(٤) - ق(١)}{٤ - ١} = \frac{ق(٤) - ٢}{٣} = ٣$$
$$\Delta ق = \frac{ق(٤) - ٢}{٣} = ٣ \Rightarrow ق(٤) - ٢ = ٩ \Rightarrow ق(٤) = ١١$$

مثال (١٤)

إذا كان ق(س) = ٢س^٢ - ٣ فان ميل القاطع لمنحنى
ق(س) المار بالنقطتين (٢، ق(٢)) ، (١، ق(١))
يساوي :

٢- (أ) ٢ (ب) √
٢ (ج) ٣ (د)

الحل:

$$\text{ميل القاطع} = \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١} = \frac{٢(٢) - ٣ - (٢(١) - ٣)}{١} = \frac{٤ - ٣ - ٢ + ٣}{١} = ٢$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

تمارين ومسائل ص ٨٧

س ١:

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{ق}(\text{س}+١) - \text{ق}(\text{س})}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ١ + \text{س}}{\text{س}} = \frac{٢(١+\text{س}) - (١ - ١ + \text{س})}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ١ + \text{س}}{\text{س}} = \frac{٢\text{س} + ١ - ١ + \text{س}}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ١ + \text{س}}{\text{س}} = \frac{٤\text{س} + ٣ - ١}{\text{س}}$$

س ٢:

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{ق}(\text{ه}+٣) - \text{ق}(\text{ه})}{\text{ه}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{ه} - ٣ + \text{ه}}{\text{ه}} = \frac{٢(٣) - (٣)}{\text{ه}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{ه}}{\text{ه}} = \frac{٦ + ٩ - ٣}{\text{ه}}$$

س ٣:

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{م}(\text{ق}١) - \text{م}(\text{ق}٣)}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{ق} - ٣}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{ق} - ٣}{\text{ق}} = \frac{٩ - ٣}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{ق} - ٣}{\text{ق}} = \frac{٦}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{ق} - ٣}{\text{ق}} = \frac{٦}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ م} = \frac{\text{ق} - ٣}{\text{ق}} = \frac{٦}{\text{ق}}$$

س ٤:

$$\Delta \text{ س} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ س} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١ - ٢}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ س} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١ - ٢}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ س} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١ - ٢}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ س} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١ - ٢}{\text{س}}$$

ت ٢ ص ٨٤

إذا كان ق (س) = س^٣ - [٥, ٠ س] فجد متوسط

التغير في الاقتران ق إذا تغيرت س من س_١ = ٤, ٢

إلى س_٢ = ٣, ٢

الحل:

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{ق}(\text{س}٢) - \text{ق}(\text{س}١)}{\text{س}٢ - \text{س}١}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{٢, ٣ - ٢, ٤}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{٢, ٣ - ٢, ٤}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{٢, ٣ - ٢, ٤}{\text{س}}$$

٠, ١

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١١, ١٦٧ - ١٢, ٨٢٤}{\text{س}}$$

$$\Delta \text{ ق} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} = \frac{١٦, ٥٧}{\text{س}}$$

٠, ١

ت ٣ ص ٨٥

إذا كان القاطع المار بالنقطتين

(٢, ٢) ق، ((٢))، (٣) ق، يصنع زاوية ١٢٠°

مع محور السينات الموجب، فجد متوسط تغير

ق إذا تغيرت س من س = ٢ إلى س = ٣

الحل:

$$\text{ميل القاطع} = \frac{\Delta \text{ ق}}{\Delta \text{ س}} = \frac{١٢٠}{٦٠} = ٢$$

ت ٤ ص ٨٦

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث يكون بعده (ف)

بالأمتار عن نقطة ثابتة (و) بعد ن ثانية معطى

بالعلاقة التالية ف(ن) = ٢ ن^٢ - ٢ ن + ٢٠، جد

السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [٢, ٦]

الحل:

$$\Delta \text{ ف} = \frac{\text{ف}(\text{ن}٢) - \text{ف}(\text{ن}١)}{\text{ن}٢ - \text{ن}١}$$

$$\Delta \text{ ف} = \frac{\text{ف}(\text{ن}٢) - \text{ف}(\text{ن}١)}{\text{ن}٢ - \text{ن}١}$$

$$\Delta \text{ ف} = \frac{\text{ف}(\text{ن}٢) - \text{ف}(\text{ن}١)}{\text{ن}٢ - \text{ن}١} = \frac{٢٤ - ٨٠}{٢ - ٦}$$

$$\Delta \text{ ف} = \frac{\text{ف}(\text{ن}٢) - \text{ف}(\text{ن}١)}{\text{ن}٢ - \text{ن}١} = \frac{٢٤ - ٨٠}{٢ - ٦}$$

$$\Delta \text{ ف} = \frac{\text{ف}(\text{ن}٢) - \text{ف}(\text{ن}١)}{\text{ن}٢ - \text{ن}١} = \frac{٢٤ - ٨٠}{٢ - ٦}$$

المشتقة الأولى

إذا كان $v = c(s)$: ق افتران معرف عند s_1
وكذلك في جوارها وكانت

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

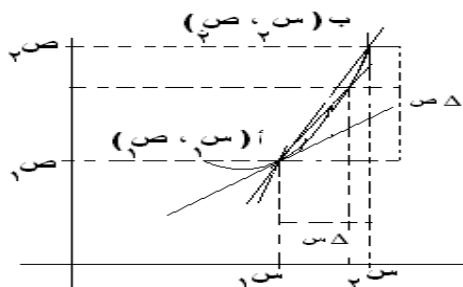
$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

موجودة فإنها تسمى المشتقة الأولى للافتران ق عند s_1 ويرمز لها بالرمز

$$c'(s) = \frac{dv}{ds} \text{ او } \frac{v}{s}$$

ويسمى هذا المقدار معدل التغير في v بالنسبة لـ s
ويسمى تعريف المشتقة

ملاحظة : تستطيع استخدام أي قانون



نهاية ميل القاطع عندما يؤول الى المماس عند النقطة أ
هنا = ويسمى هذا المقدار معدل
التغير في v بالنسبة لـ s او المشتقة الاولى

س ٥ : الحل :

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1}$$

س ٦ : الحل :

$$\Delta m = m(5,2) - m(5) = 2,04 - 2,04 = 0$$

س ٧ : الحل : (١)

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_2 - f_1}{t_2 - t_1}$$

مثال (٢١) : إذا كان ق (س) = س^٢ جد ق (٣) باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

$$\frac{د\text{ص}}{د\text{س}} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$\frac{ق(٣) - ق(ع)}{٣ - ع} = \frac{٣ - ع}{٩ - ع}$$

$$\frac{٣ - ع}{٩ - ع} = \frac{٣ - ع}{٣ - ع}$$

$$\frac{٣ - ع}{٣ - ع} = \frac{٣ - ع}{٣ - ع}$$

$$\frac{٣ - ع}{٣ - ع} = \frac{٣ - ع}{٣ - ع}$$

$$\frac{٣ - ع}{٣ - ع} = \frac{٣ - ع}{٣ - ع}$$

مثال (٢٢) : إذا كان ق (س) = س ، جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

$$\frac{د\text{ص}}{د\text{س}} = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ع - س}{ع - س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

مثال (٢٤) :

بدأت شركة منظفات بحملة دعائية مدتها ٣٠ اسبوعاً لأحد منتجاتها الجديدة فإذا كانت العلاقة بين الإيراد الأسبوعي ر (س) بآلاف الدنانير و س التي تمثل عدد الأسابيع بدءاً من بداية الحملة تعطى بالعلاقة

$$ر(س) = ٢٠ + ٨س - ٢س^٢ : ٠ \leq س \leq ٣٠$$

اجب عما يلي

١. جد معدل التغير في المبيعات الأسبوعية عندما

$$س = ٥, ٢٠, ٢٥$$

٢. صف معدل التغير من حيث الزيادة والنقصان

خلال فترة الدعاية

الحل :

معدل التغير =

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{ر(٥) - ر(٢٠)}{٥ - ٢٠} = \frac{(٢٠ + ٨(٥) - ٢(٥)^٢) - (٢٠ + ٨(٢٠) - ٢(٢٠)^٢)}{٥ - ٢٠}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

$$\frac{د\text{ر}}{د\text{س}} = \frac{ر(ع) - ر(س)}{ع - س}$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

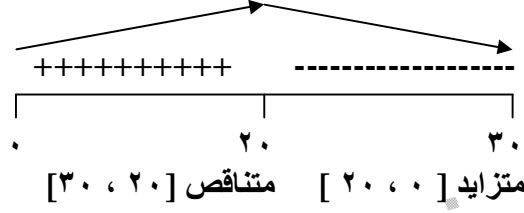
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالإضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

٢. ندرس اشارة المشتقة

$$- 8, 4, 0, 4, 20 = 20$$



مثال (٢٥):

$$\sqrt{1+s} = (s) \text{ ق إذا كان ق}$$

جد ق (٨) باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\frac{d}{ds} \sqrt{1+s} = \frac{1}{2\sqrt{1+s}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\sqrt{1+s}} \times \frac{\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s}}{\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{1+s}} \times \frac{2\sqrt{1+s}}{1+s} \\ &= \frac{1}{1+s} \end{aligned}$$

مثال (٢٦):

إذا كان ن عدد صحيحاً موجباً فأثبت أن:

$$\frac{d}{dn} (n^2) = 2n$$

$$\frac{d}{dn} (n^2) = \frac{2n}{1}$$

الحل:

طرح وإضافة ق (س)

$$\frac{d}{dn} (n^2) = \frac{n^2 - (n-1)^2}{n - (n-1)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n^2 - (n^2 - 2n + 1)}{1} \\ &= \frac{2n - 1}{1} \\ &= 2n \end{aligned}$$

مثال (٢٧):

إذا كان ق (٤) = ٦ ، فجد

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

الحل:

طرح وإضافة ق (٤)

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

$$\frac{d}{dh} (4-2h) - \frac{d}{dh} (4+5h)$$

ملاحظة: في مثل هذه الأسئلة دائماً مشتقة ما بعد السالب مع مراعاة معامل ه في البسط والمقام

مثال (٢٨):

إذا كان ق (س) = ٣ جا س جد ق (٣/π)

باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\frac{d}{ds} (3 \cos s) = -3 \sin s$$

مثال (٢٩) :

إذا كان (س) = $\frac{2}{3}$ س $\neq 3$
س - ٣

جد ق (٢) باستخدام تعريف المشتقة
الحل :

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \text{نها} = \frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢}$$

$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٣ - ٢}{٣ - ٢}$$

$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

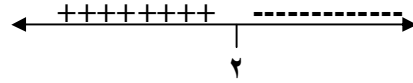
$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

مثال (٣٠) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(٢)
للاقتران ق(س) = ٢ + |س - ٢|

الحل :

بما ان ناتج التعويض في القيمة المطلقة عند ٢
يساوي صفر يجب اخذ المشتقة من اليمين ومن
اليسار



$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \text{نها} = \frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢}$$

$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

$$\frac{ق(٢) - ق(٢)}{٢ - ٢} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

$$\frac{٢ - (٢ - ٢ + ٢) - (ع - ٢) + ٢}{٢ - ع} = \text{نها} = \frac{٢ - ٢ + ٢ - ع + ٢}{٢ - ع}$$

مثال (٣١) :
باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س) للاقتران
ق(س) = ٢ قا س
الحل :

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

مثال (٣٤) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)
للاقتران ق(س) = س^٣ - ٢س^٢ + س^٤ + ٧،
س ح ، فجد ق(س) باستخدام تعريف المشتقة
الحل: تمرين للطالب ج : ٣س^٢ - ٤س + ٤

مثال (٣٦) :

$$\frac{١}{٣-٥} < \text{س} : \frac{١}{٣+٥\sqrt{٥}}$$

جد ق(س) باستخدام تعريف المشتقة
الحل: تمرين للطالب

٥-

$$\frac{٢(٣+٥\sqrt{٥})}{٣+٥\sqrt{٥}} = \text{س} (ج)$$

مثال (٣٥) :

$$\frac{١}{٢\text{س}} = \text{س} (س) \neq ٠$$

جد ق(٢) باستخدام تعريف المشتقة
الحل:

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \text{نهـا}$$

$$\frac{٢ - ع}{١} \leftarrow ع$$

$$\frac{٢ع}{٤}$$

$$\frac{٢ - ع}{٢} \leftarrow ع$$

$$\frac{٢ع - ٤}{٢ع}$$

$$\frac{٢ - ع}{٢} \leftarrow ع$$

$$\frac{٤ - (٢ - ع)(٢ - ع)}{٤}$$

$$\frac{٢ - ع}{٢} \leftarrow ع$$

مثال (٣٧) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)
للاقتران ق(س) = ظاس
الحل:

$$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نهـا}$$

$$\frac{ع - س}{ظا ع - ظاس}$$

$$\frac{ع - س}{جا ع}$$

$$\frac{ع - س}{جا ع}$$

$$\frac{جتا ع}{جتاس}$$

$$\frac{ع - س}{جا ع}$$

$$\frac{جتا ع - جتاس}{جتاس}$$

$$\frac{ع - س}{جتاس}$$

$$\frac{ع - س}{جتاس}$$

مثال (٣٨) :
إذا كان ق قابل للاشتقاق لجميع قيم س وكان
د (س) = س^٢ ق (س)
جد د (س) باستخدام تعريف المشتقة

د (ع) - د (س)

د (س) = نهـا

ع ← س
ع^٢ ق (ع) - س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
طرح وإضافة س^٢ ق (ع)
ع^٢ ق (ع) - س^٢ ق (ع) + س^٢ ق (ع) - س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
ع + س
ق (ع) (ع + س) + س^٢ ق (ع) - س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

ع ← س
٢ س ق (س) + س^٢ ق (س)

نهـا =

مثال (٤٢) :
إذا كان ق (٧-) = ٣ فان

ق (٧-) - ق (٧-٢) =

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

هـ ← ٠
٣ (أ) ٣- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

نهـا =

حلول تدريبات وتمارين ومسائل المشتقة الأولى

١: إذا كان ق (س) = ٢ س^٣ + س ج د ق (٣-)

الحل:

د ق (ع) - ق (٣-)

نهـا =

د س ← ع - ٣- ع - ٣- ع

(٢ ع^٢ + ع^٣) - (٢ (٣-) + ٣-)

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

٢ (٢ ع^٢ + ٢٧ + ع^٣) + (٣ + ع)

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

٢ (٢ ع^٢ - ٢ ع^٣ + ٩ + ع^٣) + (٣ + ع)

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

٢ × ٢٧ + ١ = ٥٥

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

٢ × ٢٧ + ١ = ٥٥

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

٢ × ٢٧ + ١ = ٥٥

نهـا =

ع ← ٣- ع - ٣- ع

$$\frac{1}{1} + \frac{ع}{2+ع} = \frac{1+ع}{1+ع+ع} = \frac{1+ع}{2+ع}$$

$$\frac{1+ع}{2+ع} = \frac{1-ع}{1+ع+ع} = \frac{1-ع}{2+ع}$$

$$\frac{1-ع}{2+ع} = \frac{1-ع}{(1+ع)(2+ع)}$$

$$2 = \frac{1-ع}{(1+ع)(2+ع)}$$

ت: ٤: ص ٩٤

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق (س) عند س = ٤ ،
س = ١ ، س = ٢ أن وجدت

$$\left. \begin{array}{l} ٠ \leq س \leq ٢ \\ ١ - س^٣ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ \geq س > ٢ \\ ٥ - س^٢ + س \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

الحل:

$$\begin{array}{c} ٥ \\ | \\ ٢ \\ | \\ ٠ \end{array}$$

$$\frac{١-ع}{2+ع} = \frac{1-ع}{(1+ع)(2+ع)}$$

$$2 = \frac{1-ع}{(1+ع)(2+ع)}$$

$$2(1+ع)(2+ع) = 1-ع$$

$$2(2+ع+2ع+ع^2) = 1-ع$$

$$4+4ع+4ع^2 = 1-ع$$

$$4ع^2+5ع+3 = 0$$

$$(4ع+3)(ع+1) = 0$$

$$ع = -\frac{3}{4} \text{ أو } -1$$

$$\frac{1-ع}{2+ع} = \frac{1-(-\frac{3}{4})}{2+(-\frac{3}{4})} = \frac{1+\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{4+\frac{3}{4}}{5} = \frac{16+3}{20} = \frac{19}{20}$$

$$\frac{1-ع}{2+ع} = \frac{1-(-1)}{2+(-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

٢) إذا كان ق(٠) = ٦- فان

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

ت(٢): ص ٩١

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

$$\frac{٥-ع}{٢} = \frac{٦-ع}{٢} \Rightarrow ٥-ع = ٦-ع \Rightarrow ٥ = ٦$$

ت ٣: ص ٩١

$$\frac{س}{س} = 1$$

جد ل (١-) باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\frac{ل(١-)}{ل(١-)} = \frac{ل(١-)}{ل(١-)}$$

$$\frac{ل(١-)}{ل(١-)} = \frac{ل(١-)}{ل(١-)}$$

$$\frac{ل(١-)}{ل(١-)} = \frac{ل(١-)}{ل(١-)}$$

ق (٢) بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ
النهاية من اليمين ومن اليسار

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$** \text{ ق (٢) = نهـا } = \frac{\text{ق (ع) - ق (٢)}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٢}$$

تمارين ومسائل ص ٩٧

س ١:

(أ) الحل:

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

$$\text{ق (ع) - ق (٥) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ٥}$$

ت ٥ : ص ٩٦

س ٢

إذا كان ق (س) =

س - ١

جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\text{ق (ع) - ق (س) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}$$

$$\text{ق (ع) - ق (س) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}$$

$$\text{ق (ع) - ق (س) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}$$

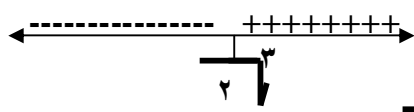
$$\text{ق (ع) - ق (س) = نهـا} = \frac{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}{\text{ع} \leftarrow \text{ع} + \text{ع} \leftarrow \text{ع} - ١}$$

د) الحل: بما ان ناتج التعويض في القيمة المطلقة عند ٣ موجب فان ل (س) = س^٠ - س^٢ (٣)

$$\frac{ل(٣) - ل(ع)}{ل(٣)} = \frac{س^٠ - س^٢}{س^٠ - س^٢} = ١$$

$$\frac{ل(٣) - ل(ع)}{ل(٣)} = \frac{س^٠ - س^٢}{س^٠ - س^٢} = ١$$

$$\frac{ل(٣) - ل(ع)}{ل(٣)} = \frac{س^٠ - س^٢}{س^٠ - س^٢} = ١$$



$$ل(٣) = (٢) = ع. م$$

س^٢ إذا كان ق (س) = س + ٢
جدق (س) باستخدام تعريف المشتقة

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{ل(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{ل(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{ل(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{ل(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{ل(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{١}{١١} + \frac{١}{٣ - ع٤} = \frac{٢ - ع}{٢ + ع} + \frac{١١}{٣ - ع٤}$$

$$\frac{١}{١١} + \frac{١}{٣ - ع٤} = \frac{٢ - ع}{٢ + ع} + \frac{١١}{٣ - ع٤}$$

$$\frac{١}{١١} + \frac{١}{٣ - ع٤} = \frac{٢ - ع}{٢ + ع} + \frac{١١}{٣ - ع٤}$$

$$\frac{١}{١١} + \frac{١}{٣ - ع٤} = \frac{٢ - ع}{٢ + ع} + \frac{١١}{٣ - ع٤}$$

ج) الحل: عندما س = ٠ غير قابل للاشتقاق لانه طرف فترة غير معرف من اليسار

عندما س = ١ بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\frac{س + ٢}{س - ١} = \frac{١}{١} = ١$$

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

$$\frac{لق(س) - ل(ع)}{ل(س) - ل(ع)} = \frac{س + ٢ - ع}{س - ع}$$

عندما س = ٥ غير قابل للاشتقاق لانه طرف فترة غير معرف من اليمين

س ٣ :

أ) إذا كان ن عدد صحيحاً موجباً فأثبت أن:

$$ق(س+ه) - ق(س-ه)$$

$$= \frac{ق(س+ه) - ق(س-ه)}{ه} = ٢ ق(س)$$

$$ه ← ٠$$

الحل:

طرح وإضافة ق (س)

$$ق(س+ه) - ق(س-ه) + ق(س) - ق(س) =$$

$$ه ← ٠$$

$$= ق(س) - ق(س) =$$

$$= ق(س) + ق(س) = ٢ ق(س)$$

ب) إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق فأثبت أن:

$$ع ق(س) - (س) ق(ع)$$

$$= \frac{ع ق(س) - (س) ق(ع)}{س - ع} = ق(س)$$

$$ع ← س$$

الحل:

طرح وإضافة س ق (س)

$$ع ق(س) - (س) ق(ع) + (س) ق(ع) - (س) ق(ع) =$$

$$ع ← س$$

$$= ق(س) - (ع) ق(س) + (س) ق(ع) - (س) ق(ع) =$$

$$ع ← س$$

$$= ق(س) - (س) ق(س) =$$

ج) إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق فأثبت أن:

$$ع٣ ق(س) - (س) ق(ع٣)$$

$$= \frac{ع٣ ق(س) - (س) ق(ع٣)}{س - ع} = ٣ ق(س)$$

$$ع ← س$$

الحل:

طرح وإضافة ٣ س ق (س)

$$ع٣ ق(س) - (س) ق(ع٣) + ٣ س ق(ع) - ٣ س ق(ع) =$$

$$ع ← س$$

$$= ٣ ق(س) - (ع) ق(س) + ٣ س ق(ع) - ٣ س ق(ع) =$$

$$ع ← س$$

$$= ٣ ق(س) - (س) ق(س) =$$

س ٤ : إذا كان ق(٤) = ٦ ، فجد

$$ق(٤-٢ه) - ق(٤+٥ه)$$

$$= \frac{ق(٤-٢ه) - ق(٤+٥ه)}{ه}$$

$$ه ← ٠$$

الحل:

طرح وإضافة ق (٤)

$$ق(٤-٢ه) - ق(٤+٥ه) + ق(٤) - ق(٤) =$$

$$ه ← ٠$$

$$= ٢ ق(٤) - (٤) ق(٥ه) =$$

$$= ٢ × ٦ - ٤ × ٥ = ١٢ - ٢٠ =$$

ملاحظة: في مثل هذه الأسئلة دائماً مشتقة ما بعد

السالب مع مراعاة معامل ه في البسط والمقام

س ٥

إذا كان ل (س) = (س - أ) . ق(س) : ق(س) افتراضاً

متصلاً عند س = أ ، استخدم تعريف المشتقة في

إثبات أن ق(أ) = ل(أ) : أ ثابت

الحل:

$$ق(ع) - ق(أ)$$

$$= \frac{ق(ع) - ق(أ)}{ع - أ}$$

$$ع ← أ$$

$$= \frac{ق(ع) - ق(أ)}{ع - أ} = ق(أ)$$

$$= \frac{ق(ع) - ق(أ)}{ع - أ} = ق(أ)$$

$$ع ← أ$$

$$= \frac{ق(ع) - ق(أ)}{ع - أ} = ق(أ)$$

$$= \frac{ق(ع) - ق(أ)}{ع - أ} = ق(أ)$$

$$ع ← أ$$

$$= ق(أ) = ل(أ)$$

س ٥

مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثال نصف قطر

قاعدته، اخذ المخروط بالذوبان بحيث يحافظ على

شكله، جد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة لارتفاعه

عندما يكون نصف قطر قاعدته ١٠ سم.

الحل: ع = ٣ نق عندما يكون نق = ١٠ فان ع = ٣٠

$$ح المخروط = \frac{١}{٣} \times نق \times \pi \times ع$$

$$ح المخروط = \frac{١}{٣} \times \left(\frac{ع}{٣} \right) \times \pi \times ع$$

نظرية (١)
اثبت إذا كان ق قابلاً للاشتقاق عند س = أ، فإنه يكون
متصلاً عند هذه النقطة

البرهان

بما أن ق (أ) موجودة إذن ق معرف عند س = أ
ق(س) - ق(أ)

ق(س) - ق(أ) = (س - أ) × (س - أ) ≠ ٠

س - أ

بأخذ النهاية للطرفين عندما س → أ

ق(س) - ق(أ)

نهاق(س) - ق(أ) = نها (س - أ) × (س - أ)

س → أ

نهاق(س) - ق(أ) = صفر

س → أ

نهاق(س) = ق(أ) إذن متصل

مثال (٤٥):

ق(س) = س + √س + ١ ، س ≤ ١

ق(س) = ٢س ، س > ١

ابحث قابلية ق للاشتقاق عند س = ١

١. باستخدام النظريات الواردة معك

٢. باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

١. بما أن ق(س) غير متصل إذن غير قابل للاشتقاق

٢. باستخدام تعريف المشتقة

بما أن المطلوب عند نقطة تشعب يجب أخذ النهاية من

اليمين ومن اليسار

س + ١ + √س + ١ ٢س

** ق(١) = نها (س - ١) × (س - ١)

١ - ع + (١ - ع) × (١ + ع)

نها =

١ - ع + (١ - ع) × (٢ + ع)

نها =

١ - ع + (١ - ع) × (٢ + ع)

نها = ١ - ع + (١ - ع) × (٢ + ع)

ح المخروط = $\frac{\pi}{27} \times ٣ع$

دح = نها (ع) - ح(٣٠)

دع = نها (ع) - ح(٣٠)

نها = نها (ع) - ح(٣٠)

نها = نها (ع) - ح(٣٠)

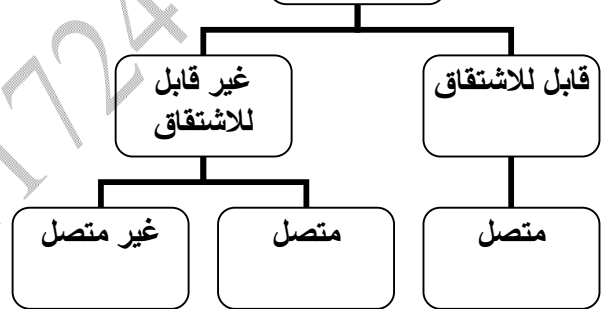
نها = نها (ع) - ح(٣٠)

نها = نها (ع) - ح(٣٠)

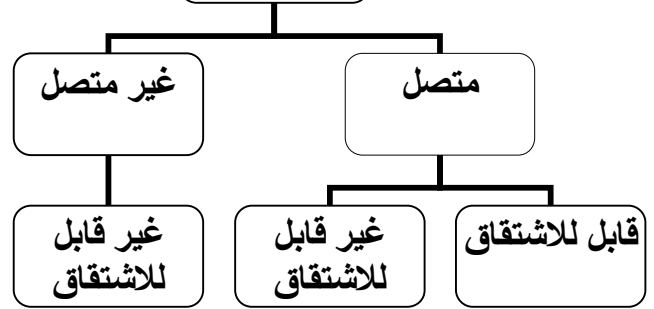
نها = نها (ع) - ح(٣٠)

نها = نها (ع) - ح(٣٠)

الاتصال
والاشتقاق



الاتصال
والاشتقاق



نظرية (٢)

إذا كان ق(س) غير متصل عند النقطة س = أ، فإنه يكون غير قابل للاشتقاق عندها

$$** \text{ ق (١) = نها } \frac{\text{ق (ع) - ق (١)}}{\text{ع - ١}}$$

$$= \frac{\text{ع} - \text{ع} + ٢}{\text{ع} - ١} = \frac{٢}{\text{ع} - ١}$$

$$\text{ق (١)} \neq \text{ق (١) غ . ق}$$

ملاحظة في الاشتقاق عند التعويض نعوض في القاعدة المطلوب مشتقتها وليس في المساواة

مثال (٤٦): مهم جداً

$$\text{إذا كان ق (٦) = ١٥ ، وكانت نها ق (س) = ١٠ اوجد ق (٦)}$$

الحل:

$$\text{بما ان الاقتران ق قابل للاشتقاق فانه متصل اذن نها ق (س) = ق (٦) = ١٠}$$

مثال (٤٧):

$$\text{إذا كان ق (٤) = ١٠ وكانت ق (٤) = ٦ اوجد ما يلي ، نها (٦س - ق (س))}$$

الحل:

$$\text{بما ان الاقتران ق قابل للاشتقاق فانه متصل اذن نها ق (س) = ق (٤) = ١٠}$$

$$\text{ومنها نها ٦س - نها ق (س) = ٦٤ - ١٠ = ٥٤}$$

مثال (٤٨):

هات مثال على اقتران متصل عند س = أ ولكن المشتقة غير موجودة عند س = أ

الحل:

$$\text{ق (س) = | س - ١ |}$$

$$\text{ق (س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{س} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} \leq ١ ، \\ \text{س} > ١ ، \end{array}$$

مثال (٤٩):

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٠ و ابحث في قابليته للاشتقاق عندما س = ٠ للاقتران ق (س) = ٣س [س]

الحل:

$$\text{ق (س) = ٣س [س]}$$

$$\text{ق (س) متصل لان نها ق (س) = نها ق (٠) = ٠}$$

$$** \text{ ق (٠) = نها } \frac{\text{ق (ع) - ق (٠)}}{\text{ع - ٠}}$$

$$= \frac{\text{ع} - \text{ع} + ٠}{\text{ع} - ٠} = \frac{٠}{\text{ع}}$$

$$** \text{ ق (٠) = نها } \frac{\text{ق (ع) - ق (٠)}}{\text{ع - ٠}}$$

$$= \frac{\text{ع} - \text{ع} + ٠}{\text{ع} - ٠} = \frac{٠}{\text{ع}}$$

مثال (٥٠):

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣ \geq \text{س} ، \\ \text{س}^٢ + ٢\text{س} + \text{م} < \text{س} ، \end{array} \right\} \text{ق (س)}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = ٠ فجد قيمة الثابت م؟

الحل:

$$\text{بما ان ق قابل للاشتقاق فانه متصل نها ق (س) = نها ق (٠) = ٠}$$

$$\text{نها ٢س + م = نها س}^٢ + ٢\text{س} - ٣ = ٣ - \text{م}$$

مثال (٥٣) :

$$\neg^3 \text{ هـ } = (\text{س})$$

١. بين أن هـ (س) متصل عند س = ٠ ،
٢. ثم استخدم تعريف المشتقة لإثبات أنه غير قابل للاشتقاق عند س = ٠

مثال (٥١) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \leq ٤ \\ \text{س} > ٤ \end{array} \right\} = (\text{س})$$

١. أثبت أن ق متصل عند س = ٤
٢. استخدم تعريف المشتقة لإثبات أن ق (س) غير موجودة عند س = ٤

الحل :

مثال (٥٤) :

إذا كان ق اقتران قابل للاشتقاق عند س = ١ وكان ق (١ + هـ)

$$\text{نها} = \frac{\text{هـ}}{\text{هـ}}$$

جد ق (١) ، ق (١)

الحل :

بما أن ق قابل للاشتقاق إذن ق متصل

$$\text{ق (١)} = \text{نها ق (١ + هـ)}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{ق (١ + هـ)}$$

$$\text{نها} = \frac{\text{هـ} \times \text{هـ} = \text{هـ} \times \text{هـ}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{ق (١ + هـ) - ق (١)}$$

$$\text{ق (١)} = \frac{\text{نها}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{ق (١ + هـ) - صفر}$$

$$\text{ق (١)} = \frac{\text{نها}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} =$$

- ملاحظة - يا بني -- مهم جداً
يفضل حل جميع الأسئلة على هذا الموضوع باستخدام
النظريتان السابقتان وباستخدام قواعد الاشتقاق لاحقاً
إلا إذا حدد السؤال الطريقة التي يجب أن نسلكها.

مثال (٥٢) :

إذا كان ق (س + ص) = ٣ ق (س) × ق (ص) ،
وكان ق (٠) = ٠ ، ق (٠) = ١ أثبت أن
ق (س) = ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

$$\text{ق (٠ + هـ) - ق (٠)}$$

$$\text{ق (٠)} = \frac{\text{نها}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$٣ \times ١ \times ١ - \text{ق (هـ)}$$

$$١ = \frac{\text{نها}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{ق (س + هـ) - ق (س)}$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{نها}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$٣ \text{ ق (س)} \times \text{ق (هـ) - ق (س)}$$

$$\text{نها} = \frac{\text{هـ}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{ق (س)} (٣ \times \text{ق (هـ) - ١)}$$

$$\text{نها} = \frac{\text{هـ}}{\text{هـ}}$$

$$\text{هـ} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{أذن ق (س) = ق (س)}$$

مثال (٥٥):

$$\left. \begin{array}{l} م س + ٢ ، \quad ٣ > س \\ س + ٢ ، \quad ٣ \leq س \end{array} \right\} = (س) ق$$

جد قيم م ، ب التي تجعل ق (٣) موجودة

الحل:

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = ٣ فان

$$\left. \begin{array}{l} \text{متصل} \leftarrow \text{نها ق (س) = ق (٣)} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \\ \text{ق (٣) = ق (٣)} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها س} + ٢ = \text{نها} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \quad \text{س} \leftarrow ٣ \\ ٢ + ٩ = ب + ٣ \\ ١١ = ب + ٣ \end{array}$$

لكن ق (٣) = ق (٣)

$$\begin{array}{l} \text{نها} = \frac{ع + ٢ - ٩ - ب}{٣ - ع} \\ \text{نها} = \frac{ع + ٢ - ٩ - ب}{٣ - ع} \\ \text{نها} = \frac{ع + ٢ - ٩ - ب}{٣ - ع} \end{array}$$

$$٦ = م$$

بالتعويض في (١)

$$١١ = ب$$

مثال (٥٦):

$$\frac{٣ - ١}{م} = (س) ق$$

وكانت ق (١) = ٢ أوجد قيمة م

ج:

$$٣ = م$$

مثال (٥٧):

إذا كان ق (س) = |س - ٢| + |س| فبين أن ق (٠) غير موجودة.

مثال (٥٨):

$$\left. \begin{array}{l} |س - ١| + |س + ١٤| ، \quad ١ > س \\ |س - ١| + |س + ١٠| ، \quad ١ \leq س \end{array} \right\} = (س) ق$$

وكان هـ (س) قابلاً للاشتقاق:

هـ (١) = هـ (١) = ٢ فابحث في قابلية الاقتران

ق (س) للاشتقاق عند س = ١

مثال (٥٩) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) =} \\ \left. \begin{array}{l} \text{٤س + ٣ ، س > ١} \\ \text{س}^٢ + ١ ، س \leq ١ \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{ق (س) =} \\ \left. \begin{array}{l} \text{٥ - ٣س}^٢ ، س > ١} \\ \text{س}^٢ + ١ ، س \leq ١ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

وكان ل(س) = ق(س) + هـ (س) ابحت قابلية ل(س)
للاشتقاق عند س = ١ -

حلول تدريبات وتمارين ومسائل الاتصال والاشقاق

ت (١) : ص ١٠١

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) =} \\ \left. \begin{array}{l} \text{س}^٢ + ١ ، س \geq ٤} \\ \text{س}^٣ - ١ ، س < ٤} \end{array} \right\}$$

١. ابحت في اتصال ق عند س = ٤
٢. ابحت قابلية ق للاشتقاق عند س = ٤

الحل :

٣. نبحت في الاتصال

$$\text{ق (٤) = ١٧}$$

$$\text{نهاق (س) = ١١ ، نهاق (س) = ١٧}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} + ٤ \quad \text{س} \leftarrow \text{س} - ٤$$

$$\therefore \text{نهاق (س) = غ. م.}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س}$$

∴ ق (س) غير متصل

٤. ∴ ق (س) غير متصل عند س = ٤ ،

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٤ (نظرية)

ت (٢) : ص ١٠٢

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) =} \\ \left. \begin{array}{l} \text{س}^٣ + \text{س} ، \text{س} > ٠ \\ \text{س}^٢ + ٢ ، \text{س} \geq ٢ \\ \text{س} > ٥ \end{array} \right\}$$

ابحت قابلية ق للاشتقاق عند س = ٢

الحل :

اولاً: نبحت في الاتصال

$$\text{ق (٢) = ١٠}$$

$$\text{نهاق (س) = ١٠ ، نهاق (س) = ١٠}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} + ٢ \quad \text{س} \leftarrow \text{س} - ٢$$

$$\therefore \text{نهاق (س) = ١٠}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س}$$

∴ ق (س) متصل عند س = ٢

لان نهاق (س) = نهاق (س) = ق (س) = ق (٢) = ١٠

$$\text{س} \leftarrow \text{س} + ٢ \quad \text{س} \leftarrow \text{س} - ٢$$

ثانياً :

$$\text{ق (ع) - ق (٢)}$$

$$\frac{\text{ق (٢) - نهاق (٢)}}{\text{ع - ٢}} = \frac{\text{نهاق (٢) - نهاق (٢)}}{\text{ع - ٢}}$$

$$\frac{\text{نهاق (٢) - نهاق (٢)}}{\text{ع - ٢}}$$

$$\frac{\text{نهاق (٢) - نهاق (٢)}}{\text{ع - ٢}} = \frac{\text{نهاق (٢) - نهاق (٢)}}{\text{ع - ٢}}$$

مثال (٦٠) :

ليكن ق(س) = س | جاس | ، س ∈ [٠ ، ٢ π] ابحت
في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π

الحل :

مثال (٦١)

ذا كان ق(١) = ٣- وكان ق(١) = ٥ فان

$$\text{نهاق (س - ٢) ق (س) =}$$

$$\text{س} \leftarrow ١$$

$$\sqrt{١} \quad ٧ \quad \text{(ب) } ٧- \quad \text{(ج) } ٦- \quad \text{(د) } ٦$$

مثال (٦٢) :

إذا كان ق(س) متصل على ح وكان

نهاق (س) = ٥ ، ٣ ، وكان ق(س) = ٥

$$\text{س} \leftarrow ٣$$

فان ق(٣) =

$$\text{(أ) } ١,٥ \quad \text{(ب) } ٣,٥ \quad \text{(ج) } ٣,٥- \quad \text{(د) } ٣$$

$$-1 - (-1) = 0$$

$$** هـ (٢/١) = نها = \frac{ع \leftarrow ٢/١}{ع - ٢/١} = \frac{ع \leftarrow ٢/١}{ع - ٢/١} = ٠$$

جـ (ل (س) = |س| [س] عند س = ٠

الحل:
[س]

$$\frac{1}{س} = \frac{1}{س} + \frac{1}{س} = \frac{2}{س}$$

$$1 = \frac{1}{س} + \frac{1}{س} = \frac{2}{س}$$

$$س = 2$$

$$1 = \frac{1}{س} + \frac{1}{س} = \frac{2}{س}$$

$$س = 2$$

عند س = ٠ (س) متصل لان

نهال (س) = نهال (س) ل (٠) = ٠

س ← ٠ + س ← ٠

$$** ل (٠) = نها = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع - ٠} = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع} = ٠$$

نها = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع} = ٠

$$** ل (٠) = نها = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع - ٠} = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع} = ٠$$

$$نها = \frac{ع \leftarrow ٠}{ع} = ٠$$

$$ق (س) = \left. \begin{array}{l} س \geq 1 \\ س^3 = ٣س^2 - ٥س + ١ \end{array} \right\} = (س)$$

الحل:
اولاً: نبحث في الاتصال

ق (١) = ١

نهال ق (س) = ٥ ، نهال ق (س) = ١

س ← ١ + س ← ١

نهال ق (س) = غ. م

س ← ١

∴ ق (س) غير متصل متصل عند س = ١

لان نهال ق (س) ≠ نهال ق (س)

س ← ١ + س ← ١

$$نها = \frac{٢(٢+ع)(٢-ع)}{٢-ع} = ٨$$

$$** ق (٢) = نها = \frac{ع \leftarrow ٢}{ع - ٢} = \frac{ع \leftarrow ٢}{ع - ٢} = ٨$$

$$نها = \frac{ع \leftarrow ٢}{ع - ٢} = ٨$$

$$نها = \frac{ع \leftarrow ٢}{ع - ٢} = ٨$$

$$نها = \frac{ع \leftarrow ٢}{ع - ٢} = ٨$$

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢

ملاحظة في الاشتقاق عند التعويض نعوض في القاعدة المطلوب مشتقتها وليس في المساواة

تمارين ومسائل ص ١٠٤

س (١)

١) ق (س) غير متصل عند س = ٢ لانه غير معرف

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ (نظرية)

ب) *** عند س = ٢

$$\frac{٧}{٨}$$

$$\frac{٣}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{١}{٧}$$

نها هـ (س) = ٧ ، نها هـ (س) = ٨

س ← ٢ + س ← ٢

نها هـ (س) = غ. م

س ← ٢

∴ هـ (س) غير متصل

∴ هـ (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ (نظرية)

*** عند س = ٢/١

هـ (س) = ١

هـ (س) متصل لانه ثابت (نظرية)

$$** هـ (٢/١) = نها = \frac{ع \leftarrow ٢/١}{ع - ٢/١} = \frac{ع \leftarrow ٢/١}{ع - ٢/١} = ١$$

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ١ (نظرية)

عند س = ١- ← ع (س) متصل لان كثير حدود
و (ع) - و (١-)

$$** و (١-) = \frac{1 - e}{1 - e} = 1$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = ٢ فان

متصل ← نها ق (س) = ق (٢)

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

$$\frac{1 - e - e(1 - e)}{1 - e} = \frac{1 - e - e + e^2}{1 - e} = \frac{1 - 2e + e^2}{1 - e} = \frac{(1 - e)^2}{1 - e} = 1 - e$$

نلاحظ انه غير متصل
 ∴ هـ (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٥ (نظرية)

- ملاحظة - يا بني -- مهم جداً
 يفضل حل جميع الأسئلة على هذا الموضوع باستخدام
 النظريتان السابقتان وباستخدام قواعد الاشتقاق لاحقاً
 إلا إذا حدد السؤال الطريقة التي يجب أن نسلكها.

قواعد الاشتقاق (١)

قاعدة ١

إذا كان ق(س) = ج : ج ثابت فان ق(س) = صفر

مثال (٦٣):

برهن قاعدة ١

ق(ع) - ق(س)

ق(س) = نهـا

ع ← س س ← ع

ج - ج

= نهـا = صفر

ع ← س س ← ع

مثال (٦٤):

إذا كان ق(س) = ٧ اوجد ق(س)، ق(٣)

الحل:

ق(س) = صفر

ق(٣) = صفر

قاعدة ٢

إذا كان ق(س) = س^ن : ن عدد صحيح موجب، فان
 ق(س) = س^{ن-١}

مثال (٦٥):

برهن قاعدة ٢

ق(ع) - ق(س)

ق(س) = نهـا

ع ← س س ← ع

ع^ن - س^ن

= نهـا

ع ← س س ← ع

$$١٢ = ١٨ + ١٦$$

$$١٦ - ٢٢ = ٠$$

٤- ب = ١٢ ومنها ب = ٣ وبالتعويض في (١) = ١١

س = ٣

الحل:

١	٣ - س	٣ - س	٤
١	٢	٣	٤

١ > س > ٢ متصل ثابت

وقابل للاشتقاق : ق(س) = ٠

٢ > س > ٣ متصل كثير حدود

وقابل للاشتقاق : ق(س) = ١ -

٣ > س > ٤ متصل كثير حدود

وقابل للاشتقاق : ق(س) = ١ =

عند س = ٢ ، ق(س) غير متصل لان غير معرف

∴ ق(س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ (نظرية)

عند س = ٣ ق(س) متصل لان

نهـا ق(س) = نهـا ق(س) = ق(٣) = ٠

س ← ٣ + س ← ٣ -

لكن ق(٣) ≠ ق(٣)

- +

∴ ق(س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٣ (نظرية)

عند س = ١ ، ٤

ق(س) غير قابل للاشتقاق اطراف فترة

س = ٤

$$\left[\frac{س}{٥} - س \right]$$

هـ (س) =

س + ١

فابحث في قابلية هـ للاشتقاق عند:

س = ٢ ، س = ٥

الحل:

عند س = ٢ -

١ - س

هـ (س) = ١ -

س + ١

متصل لانه ثابت وقابل للاشتقاق : هـ(٢) = ٠

عند س = ٥

س -

١ - س

س + ١

س + ١

٠	٥	١٠
---	---	----

$$(ع-س)(ع-ن^1+ع-ن^2+...+س-ن^1)$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ع \quad س \\ ع-س \end{array}$$

$$= \begin{array}{l} س-ن^1 + س-ن^2 + \dots + س-ن^1 \\ س-ن^1 \end{array}$$

مثال (٦٦):

اوجد ق(س) للاقتران التالية

١. ق(س) = (س)س^٤
٢. ق(س) = (س)س^٣ - ٦
٣. ق(س) = (س)س / ٥

الحل:

١. ق(س) = (س)س^٤
٢. ق(س) = (س)س^٣ - ٦
٣. ق(س) = (س)س / ٥

قاع دة ٣

إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق عند س ،
ج عدد ثابت وكان د(س) = ج ق(س)، فان الاقتران
د(س) قابل للاشتقاق عند س وان د(س) = ج ق(س)

مثال (٦٧):

برهن قاع دة ٣

$$د(ع) - د(س)$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} د \quad س \\ د-ع \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ج \quad ق \\ ج-ع \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ع \quad س \\ ع-س \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ج \quad ق \\ ج-ع \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ع \quad س \\ ع-س \end{array}$$

$$د(س) = ج ق(س)$$

مثال (٦٨):

إذا كان ل(س) = ٨ ق(س)، وكان ق(س) قابلاً
للاشتقاق، ق(٥) = ٣ فجد ل(٥).

الحل:

$$ل(س) = ٨ ق(س)$$

$$٢٤ = ٣ \times ٨ =$$

قاع دة ٤

إذا كان كل من الاقترانيين ل، م قابلاً للاشتقاق عند
س، وكان ق(س) = ل(س) ± م(س)، فان
ق(س) = ل(س) ± م(س)

مثال (٦٩):

برهن قاع دة ٤

$$ق(ع) - ق(س)$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ق \quad س \\ ق-ع \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ل(ع) + م(ع) \\ ل(س) + م(س) \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ع \quad س \\ ع-س \end{array}$$

$$ل(ع) - ل(س) \quad م(ع) - م(س)$$

$$= \text{نها} + \text{نها} \quad \leftarrow \begin{array}{l} ل \quad س \\ ل-ع \end{array} + \leftarrow \begin{array}{l} م \quad س \\ م-ع \end{array}$$

$$ل(س) + م(س)$$

بصورة عامة

إذا كان كل من الاقترانات ق_١، ق_٢، ...، ق_ن
قابلاً للاشتقاق عند س وكان

$$ل(س) = ق_١(س) \pm ق_٢(س) \pm \dots \pm ق_n(س)$$

$$ل(س) = ق_١(س) \pm ق_٢(س) \pm \dots \pm ق_n(س)$$

قاع دة ٥

الاقتران المتشعب

إذا كان لديك اقتران على صورة

$$\left. \begin{array}{l} م (س) ، س \leq أ \\ هـ (س) ، س > أ \end{array} \right\} = (س) ق$$

وكان م (س) موجودة لكل س < أ ،
هـ (س) موجودة لكل س > أ فإن

$$\left. \begin{array}{l} م (س) ، س < أ \\ هـ (س) ، س > أ \end{array} \right\} = (س) ق \neq أ$$

عند النقطة أ هناك حالتان

١. غير متصل ---- غير قابل للاشتقاق

٢. متصل هناك حالتان

أ- م (س) = هـ (س) = ل حيث ل ثابت

---- قابل للاشتقاق --- ق (س) = ل

ب- م (س) ≠ هـ (س) -- غير قابل للاشتقاق

مثال (٧٠):

إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} س^٣ - ٢س ، س \leq ٢ \\ س^٢ + ٦س - ١٢ ، س > ٢ \end{array} \right\} = (س) ق$$

اوجد ق (س)

الحل:

ق متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} ٣س^٢ - ٢س ، س < ٢ \\ ٢س + ٦ ، س > ٢ \end{array} \right\} = (س) ق$$

عندما س = ٢

$$ق (٢) = (٢) \times ٣ = ٦ - ٢ = ٤$$

$$ق (٢) = (٢) \times ٢ = ٦ + ٦ = ١٢$$

-

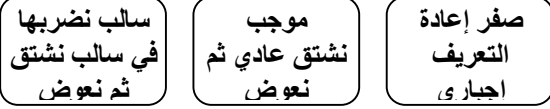
قاع دة ٦

القيمة المطلقة

هناك حالتان

١. على فترة وهنا إعادة التعريف اجباري ثم الاشتقاق بطريقة الاقتران المتشعب
٢. عند نقطة وهنا بطريقة بسيطة جداً

تعويض مباشر



شكل عام

إذا كان ق (س) = |د (س)| فإن

$$د (س) = |د (س)|$$

$$ق (س) = د (س)$$

$$\left. \begin{array}{l} د (س) ، د (س) < ٠ \\ -د (س) ، د (س) > ٠ \end{array} \right\} =$$

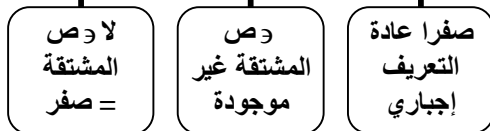
قاع دة ٧

اقتران أكبر عدد صحيح

هناك حالتان

١. على فترة وهنا إعادة التعريف اجباري
٢. عند نقطة وهنا بطريقة بسيطة جداً

تعويض مباشر



مثال (٧١) :

جد ق (س) لكل مما يلي

أ- ق (س) = $\pi / 1$

ب- ق (س) = $s^3 + s^2 - 1 + s$

ت- ق (س) = π جا

ث- ق (س) = ن : ن ثابت

ج- ق (س) = $\frac{1}{3} (s^7 + s^2 - 9)$

الحل :

أ- ق (س) = صفر

ب- ق (س) = $s^3 + s^2 - 2$

ت- ق (س) = صفر

ث- ق (س) = صفر

ج- ق (س) = $\frac{1}{3} (s^7 + s^2 - 9)$

مثال (٧٢) :

ق (س) = $\left. \begin{array}{l} s^2 - 2s + 2, 0 \leq s \leq 1 \\ [s] + 3s, 1 < s \leq 3 \end{array} \right\}$

اوجد ق (س)

الحل : تمرين للطالب

مثال (٧٣) :

إذا كان ل (س) = ق (س) + ٣ هـ (س) ،

وكان ق (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ٥ - جد ل (٢)

الحل :

ل (س) = ق (س) + ٣ هـ (س)

ل (٢) = ق (٢) + ٣ هـ (٢)

$11 = (5 -) \times 3 + 4 =$

مثال (٧٤) :

إذا كان ل (س) = ٦ ق (س) - ٥ هـ (س) وكان

ل (π) = ٥٠ ، ق (π) = ١٠ جد هـ (π)

الحل :

ل (س) = ٦ ق (س) - ٥ هـ (س)

ل (π) = ٦ ق (π) - ٥ هـ (π)

$50 = 6 \times 10 - 5 هـ (\pi)$

$10 = 5 هـ (\pi)$

$2 = (\pi) هـ$

مثال (٧٥) :

إذا كان ل (س) ، هـ (س) اقترايين قابلين للاشتقاق ،

وكان ل (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ٥ - جد ق (٢)

في كل مما يلي

أ- ق (س) = ٥ ل (س) + ٢ هـ (س)

ب- ق (س) = ل (س) - ٣ هـ (س)

الحل :

أ- ق (س) = ٥ ل (س) + ٢ هـ (س)

ق (٢) = ٥ ل (٢) + ٢ هـ (٢)

ق (٢) = ٥ ل (٢) + ٢ هـ (٢)

$10 = 10 - 20 =$

ب- ق (س) = ل (س) - ٣ هـ (س)

ق (٢) = ل (٢) - ٣ هـ (٢)

ق (٢) = ل (٢) - ٣ هـ (٢)

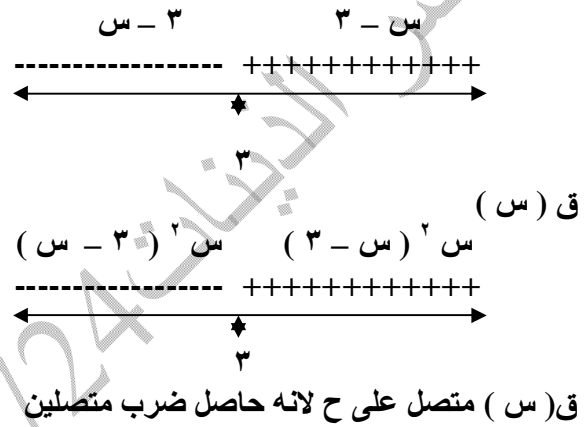
$19 = 15 + 4 =$

مثال (٧٦) :

ق (س) = $\sqrt{س^2 - ٦س + ٩}$
 ابحث في قابلية ق للاشتقاق عند س = ٣
 الحل :

$$ق (س) = \sqrt{س^2 - ٦س + ٩}$$

$$ق (س) = |س - ٣|$$



ق (س) متصل على ح لانه حاصل ضرب متصلين

$$ق (س) = \begin{cases} س^٣ - ٣س^٢ , س \le ٣ \\ ٣س^٣ - ٣س^٢ , س > ٣ \end{cases}$$

$$ق (س) = \begin{cases} ٣س^٣ - ٦س^٢ , س < ٣ \\ ٦س^٣ - ٣س^٢ , س > ٣ \end{cases}$$

عندما س = ٣
 ق (٣) = ٣ × ٣ - ٦ × ٣ = ٩
 ق (٢) = ٦ × ٣ - ٣ × ٣ = ٩
 اذن غير قابل للاشتقاق عند س = ٣

مثال (٧٧) :

إذا كان ق (س) = $س^٣ - [س + ٥,٥]$ ، جد ق (٢)
 الحل :
 عندما س = ٢ يكون $س^٣ = ٨$
 ومنها ق (س) = $٨ - [٢ + ٥,٥] = ٨ - ٧,٥ = ٠,٥$
 ق (س) = $٨ - ٧,٥ = ٠,٥$ ومنها ق (٢) = ١٢

مثال (٧٨) :

بدأ شخص بنفخ بالون على شكل كرة ، جد
 قاعة عامة لحساب معدل تغير
 حجم البالون بالنسبة الى نصف قطره ، ثم جد معدل
 تغير الحجم عندما نق = ١٠ سم
 الحل :

$$ح الكرة = \frac{٤}{٣} \pi نق^٣$$

$$د ح = \frac{٤}{٣} \pi نق^٢$$

د نق

عندما نق = ٤

د ح

$$معدل التغير = \frac{د ح}{د نق} = \frac{٤}{٣} \pi (١٠)^٢ = ٤٠٠ \pi$$

مثال (٧٩) :

إذا كان ق (س) = $س^٢ + ٣س$ ، ج ثابت وكان
 ق (٢) = $٢(٢ + هـ) - ق (٢)$
 نهـ = $\frac{٢(٢ + هـ) - ق (٢)}{هـ}$
 هـ ← ٠
 جد قيمة ج
 الحل :

$$ق (٢) = ٢(٢ + هـ) - ق (٢)$$

$$نهـ = \frac{٢(٢ + هـ) - ق (٢)}{هـ}$$

هـ ← ٠

$$ق (س) = ٢س + ٣$$

$$ق (٢) = ٢ × ٢ + ٣ = ٩$$

$$٩ = ٢ج + ٣$$

قاع دة ٨

مشتقة الجذور

مشتقة الجذر التربيعي

$$ق(س) = \sqrt{ه(س)}$$

فان

$$ه(س)$$

$$ق(س) = \frac{ه(س)}{2\sqrt{ه(س)}}$$

بش كل عام

اذا كان

$$ق(س) = \sqrt[n]{ه(س)}$$

فان

$$ه(س)$$

$$ق(س) = \frac{ه(س)}{n\sqrt[n-1]{ه(س)}}$$

قاع دة ٩

مشتقة الضرب

اذا كان م ، ل اقترانين قابلين للاشتقاق عند س

$$\text{وكان } ق(س) = م(س) \times ل(س)$$

فان الاقتران ق قابل للاشتقاق عند س وان:

$$ق(س) = م(س) \times ل(س) + ل(س) \times م(س)$$

$$= \text{الاول} \times \text{مشتقة الثاني} + \text{الثاني} \times \text{مشتقة الاول}$$

مثال (٨٠):

جد ق(س) للاقترانات التالية

$$(١) ق(س) = (٣س^٢ + ٦)(١ - ٢س)$$

$$(٢) ق(س) = (٢س^٢ - ١)(٢ + ٣س)$$

$$(٣) ق(س) = |١ - س| (١ + س + ٢س^٢)$$

الحل:

$$(١) ق(س) = (٣س^٢ + ٦)(١ - ٢س) + (٢)(٦ + ٣س^٢) = (٦ - ٢س)$$

$$(٢) ق(س) = (٢س^٢ + ٣س)(١ - ٢س) + (٢س^٢ - ١)(٢ + ٣س)$$

$$+ (٢س^٢ - ١)(٢ + ٣س)$$

$$(٣) ق(س) = |١ - س| (١ + س + ٢س^٢)$$

$$+ (١ - س)(١ + س + ٢س^٢)$$

$$ق(س) = \begin{cases} (١ - س)(١ + س + ٢س^٢) & س \leq ١ \\ (١ - س)(١ + س + ٢س^٢) & س > ١ \end{cases}$$

$$متصل لانه حاصل ضرب متصلين$$

$$ق(س) = \begin{cases} (١ - س)(١ + س + ٢س^٢) + (١ + س + ٢س^٢) & س < ١ \\ (١ - س)(١ + س + ٢س^٢) - (١ + س + ٢س^٢) & س > ١ \end{cases}$$

عندما س = ١

$$ق(١) = (١) - (١) = ٠$$

اذن غير قابل للاشتقاق عند ٣

مثال (٨١):

اذا كان ل(س) = ه(س) × ه(س) ثابت وكان ه(٢) = ٣

$$ه(٢) = ٢ - ٢ = ٠ \quad \text{جد ل(٢)}$$

الحل:

$$ل(س) = ه(س) \times ه(س) + ه(س) \times ل(س) = ٠$$

$$ل(٢) = ه(٢) \times ه(٢) + ه(٢) \times ل(٢) = ٠$$

$$\frac{ل(٢)}{ه(٢)} = \frac{٢ - ٢ + ل(٢)}{٢} = ٠$$

$$\frac{ل(٢)}{٢ - ٢} = \frac{٢ - ٢ + ل(٢)}{٢} = ٠$$

$$\frac{ل(٢)}{٢ - ٢} = \frac{٢ - ٢ + ل(٢)}{٢} = ٠$$

٣

$$ل(٢) = \frac{٣}{٤}$$

مثال (٨٢) :

إذا كان ق (١) = ٣ ، ق (١) = ٢ اوجد
(س ق (س)) (١)
الحل : ج ٥ ، ٥

نتيجة

إذا كان م اقتران قابل للاشتقاق عند س ، أ عدد ثابت
وكان ،

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{م (س)}}{\text{م (س)}} \neq ٠$$

قابل للاشتقاق عند س فان:

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{م (س)}}{\text{م (س)}}$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{م (س)}}{\text{م (س)}}$$

مثال (٨٤) :

جد ق (س) للاقترانات التالية

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{س}^٢ + ١}{\text{س}^٢} \neq ٠$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٢} \neq ٠$$

الحل :

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{س}^٢(١ + \text{س}^٢) - \text{س}^٢(٢) - \text{س}^٢(١)}{\text{س}^٤}$$

$$\frac{\text{س}^٤ - ٢\text{س}^٢ - \text{س}^٢}{\text{س}^٤} =$$

$$\frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٢} =$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٢} = \text{س}^٤$$

مثال (٨٣) :

إذا كان ل (٢) = ١ ، ل (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ١
هـ (٢) = ٥ - جد ق (٢) للاقتران

$$\text{ق (س)} = \text{ل (س)} \times \text{هـ (س)}$$

الحل :

$$\text{ق (س)} = \text{ل (س)} \times \text{هـ (س)} + \text{هـ (س)} \times \text{ل (س)}$$

$$\text{ق (٢)} = \text{ل (٢)} \times \text{هـ (٢)} + \text{هـ (٢)} \times \text{ل (٢)}$$

$$\text{ق (٢)} = ٩ = ٤ \times ١ + ٥ - \times ١ -$$

قواعد

مشتقة القسمة

إذا كان م ، ل اقترانين قابلين للاشتقاق عند س
وكان ل (س) ≠ ٠ ، وكان
م (س)

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{م (س)}}{\text{ل (س)}}$$

ل (س)

قابل للاشتقاق عند س فان:

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{ل (س)} \times \text{م (س)} - \text{م (س)} \times \text{ل (س)}}{\text{ل (س)}^٢}$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{ل (س)} \times \text{م (س)} - \text{م (س)} \times \text{ل (س)}}{\text{ل (س)}^٢}$$

المقام × م البسط - البسط × م المقام

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{المقام} \times \text{م البسط} - \text{البسط} \times \text{م المقام}}{\text{المقام}^٢}$$

مثال (٨٥) :
إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{s} \\ \sqrt{1+s} \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

س ≤ ١ ،
س > ١ ،

أوجد ق(س)
الحل :

غير متصل عندما س = ١ إذن غير قابل للاشتقاق
عند ما س = ١ إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2-s}{s^2} \\ \frac{2}{\sqrt{1+s^2}} \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

س < ١ ،
س > ١ ،

مثال (٨٦) :

إذا كان ل(٢) = ١- ، ل(٢) = ٤ ، ه(٢) = ١
ه(٢) = ٥- جد ق(٢) للاقتران
ل(س)

(١) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)}}{\text{ل(س)}}$: ه(س) ≠ ٠
(٢) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)}}{\text{ه(س) + ٣}}$: ه(س) ≠ ٣-

الحل :

(١) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)ل(س)} - \text{ل(س)ه(س)}}{\text{ه(س)ل(س)}}$
ق(٢) = $\frac{\text{ه(٢)ل(٢)} - \text{ل(٢)ه(٢)}}{\text{ه(٢)ل(٢)}}$
ق(٢) = $\frac{\text{ه(٢)} \times (١) - (٤) \times (١-)}{\text{ه(٢)}}$
ق(٢) = ١-
(٢) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)ل(س)} - \text{ل(س)ه(س)}}{\text{ه(س)ل(س)}}$
ق(٢) = $\frac{\text{ه(٢)ل(٢)} - \text{ل(٢)ه(٢)}}{\text{ه(٢)ل(٢)}}$

$$\frac{(3 + \text{ه}(2)) \times (2)}{(3 + 1) \times (4) - (1-)(5-)} = \text{ق}(2)$$

$$\frac{11}{16} = \frac{(5) - (16)}{(4)^2} = \text{ق}(2)$$

مثال (٨٧) :

إذا كان ه(س) اقتران قابل للاشتقاق عند
س = ٢- ، ه(٢-) = ١ ، ه(٢-) = ٢-
فجد ق(٢-) في كل مما يلي

(١) ق(س) = $\frac{\sqrt{1+s^2} \times \text{ه(س)}}{s-s^2}$
(٢) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)}}{\text{ه(س)}}^2$
(٣) ق(س) = $\frac{\text{ه(س)}}{s} - \text{ه(س)}$

الحل: تمرين للطالب

مثال (٨٨) :

إذا كان ق(س) = $[3/s - 2] \times s$
فجد ق(٣)

ثانوية اربد
07841724

مثال (٨٩) :
إذا كانت العلاقة

$$\frac{1}{ص} + \frac{1}{س} = \frac{1}{ع}$$

ترتبط بين البعد البؤري (ع) لعدسة محدبة . س ، ص ، ع
تمثلان بعد جسم موضوع امام العدسة ، وبعد
الصورة المتكونة له عن مركز العدسة على الترتيب
إذا كانت ع = ٢ جد :

- أ- صيغة عامة لايجاد معدل تغير ص بالنسبة
الى س
ب- معدل تغير ص بالنسبة الى س عندما تكون
س = ١٢ سم

الحل :

$$\frac{1}{ص} + \frac{1}{س} = \frac{1}{ع}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{ع} - \frac{1}{س}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{٢} - \frac{1}{س}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{س - ٢}{٢س}$$

$$\frac{ص}{1} = \frac{٢س}{س - ٢}$$

$$\frac{ص}{٢} = \frac{س}{س - ٢}$$

$$\frac{ص}{٢} = \frac{س}{١٢} \Rightarrow \frac{ص}{٢٥} = \frac{س}{١٠٠} = \frac{س}{١٢}$$

مثال (٩٠) :
إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٣س \geq ١ \\ ٣س + ١ < ١ \end{array} \right\} = (س) ق$$

قابلاً للاشتقاق عند س = ١ فجد كلاً من أ ، ب .

الحل :

بما انه قابل للاشتقاق فانه

ق متصل

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

بما انه متصل

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

بما انه قابل للاشتقاق

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

$$\frac{1}{ق} = \frac{1}{٣س} + \frac{1}{١}$$

مثال (٩١)

جد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة الى محيطه
عندما يكون محيطه (٢٤) سم .

- أ) ١٧ سم^٢ / سم (ب) ٤ سم^٢ / سم
ج) ٦ سم^٢ / سم (د) ٢ سم^٢ / سم

حلول تدريبات وتمارين ومسائل قواعد الاشـتقاق (١)

ت (١) : ص ١٠٨
 (١) ق (س) = صفر ، (٢) ق (س) = ٨-
 (٣) ق (س) = ١/π

ت (٢) : ص ١١٠
 (١) ق (س) = ٢س
 (٢) ق (س) = ٣أس + ٢بس + ج

تمارين ومسائل ص ١٠٤

س (١)

(أ) ق (س) = صفر
 (ب) ق (س) = صفر
 (ج) ق (س) = ٣٦س
 (د) ل (س) = ٢/١ هـ (س)

س (٢)

(أ) ص = ٦س
 (ب) ص = ١٨س - ١٠س + ١
 (ج) ص = ٥/٢س
 (د) ص = ٣س - ٢س + ١س - ١

س (٣)

(أ) ص = ٢س | ٨ = ٢س
 (ب) عند س = ٥ تكون ص = ٣س + ١٢س - ١٢
 ص = ٢س + ٣س | ١٣ = ٥س
 (ج) عند س = ١,٢ تكون ص = ٣س + ٨س
 ص = ١٦س | ١٩,٢ = ١,٢س
 (د) عند س = ١- تكون ص = ١س - ١س + ١س - ١س
 ص = ٢س | ٢ = ١س

س (٤)

(أ) ق (س) = ٥ل (س) + ٢هـ (س)
 ق (٢) = ٥ل (٢) + ٢هـ (٢)
 ١٠ = ١٠ + ٢٠ =
 (أ) ق (س) = ٣ل (س) - ٣هـ (س)
 ق (٢) = ٣ل (٢) - ٣هـ (٢)
 ١٩ = ١٥ + ٤ =

مثال (٩٢) مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثال نصف قطر قاعدته، اخذ المخروط بالذوبان بحيث يحافظ على شكله، جد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة لارتفاعه عندما يكون نصف قطر قاعدته ١٠ سم.

الحل:

ع = ٣ نق

ع
 نق = $\frac{ع}{٣}$

ح المخروط = $\frac{١}{٣} \times نق^٢ \times ع \times \pi$

ح المخروط = $\frac{١}{٣} \times \left(\frac{ع}{٣}\right)^٢ \times ع \times \pi$

ح المخروط = $\frac{١}{٣} \times \frac{ع^٣}{٩} \times \pi$

ح المخروط = $\frac{\pi}{٢٧} ع^٣$

د ح = $\frac{٢ ع \times ٣ \times \pi}{٢٧}$

د ع = $\frac{٢٧}{٢٧}$
 عندما يكون نق = ١٠ فان ع = ٣٠

د ح = $\frac{٢ (٣٠) \times ٣ \times \pi}{٢٧}$

د ع = $\frac{٢٧}{٢٧}$

د ح = $\frac{٢٧}{٢٧}$

د ع = $\frac{\pi \cdot ١٠٠}{٢٧}$

د ع = $\frac{\pi \cdot ١٠٠}{٢٧}$

حلول تدريبات وتمارين ومسائل

قواعد الاشــتقاق (٢)

ت (١) : ص ١١٣

$$(١) \text{ ق (س) } = (١ - ٢س٤)(٧س٣ + س)$$

الحل :

$$\text{ق (س) } = ٢٨س٠ + ٢س٤ - ٧س٣ - س$$

$$= ٢٨س٠ - ٣س٣ - س$$

$$\text{ق (س) } = ٤٠س٤ - ٩س٢ - ١$$

$$(٢) \text{ ق (س) } = (٦ + ٢س٣)(٦ - ٤س٢) = (٦ - ٤س٢)$$

الحل :

$$\text{ق (س) } = (٦ + ٢س٣)(٦ - ٤س٢) + (٢)(٦ - ٤س٢) = (٦س٦)$$

$$= ٦س٦ + ١٢س٢ + ١٢س٠ - ٢س٣ - ٢س٢$$

$$= ١٨س١ - ٢س٢ + ٢س٢$$

ت (٢) : ص ١١٤

$$(٢) \text{ ق (س) } = (٥ - ٢س٤)(٤س٢ + ١) = (٤س٢)$$

$$\text{ص} = \frac{(٥ - ٢س٤)(٤س٢ + ١)}{(٤س٢ - ٢س٤ - ٢٠ - ٢س٢)}$$

$$= \frac{٢(٥ - ٢س٤)}{(٤س٢ - ٢س٤ - ٢٠ - ٢س٢)}$$

$$= \frac{٢(٥ - ٢س٤)}{٢٠ - ٢س٢ - ٢س٤}$$

$$= \frac{٢(٥ - ٢س٤)}{٢(٥ - ٢س٤)}$$

$$= ١$$

$$= ١$$

ت (٣) : ص ١١٥

$$(١) \text{ ص} = \frac{١٥ - ٥س٣}{٥س٣}$$

$$= \frac{١٥ - ٥س٣}{٥س٣}$$

(٢)

$$\text{ص} = \frac{٢ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$= \frac{٢ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ص} = \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$= \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ص} = \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$= \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ص} = \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$= \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ص} = \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$= \frac{١ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ص} = \frac{١}{٢س٢} + \frac{٢ - ٢س٢}{٢س٢}$$

$$\text{ت (٤) : ص ١١٨ إذا كان}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \leq ١ \\ \text{س} > ١ \end{array} \right\} \text{ق (س) } = \frac{٢ - ٢س٢}{٢س٢}$$

اوجد ق (س)

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < ١ \\ \text{س} > ١ \end{array} \right\} \text{ق (س) } = \frac{٢ - ٢س٢}{٢س٢}$$

عندما $س = ١$ غير متصل لان

نهاق (س) \neq نهاق (س)

$$\text{س} \leftarrow ١ \quad \text{س} \leftarrow -١$$

اذن غير قابل للاشتقاق عندما $س = ١$

تمارين ومسائل ص ١١٩

س ١ :

$$(أ) \text{ ص} = (١ - ٢س٣) + (٢س٣ - ١) = (٢س٣)$$

$$= ٢س٣ - ١ + ٢س٣ - ١ = ٤س٣ - ٢$$

$$= ٤س٣ - ٢$$

$$(ب) \text{ ص} = ٤٠س٤ - ٤٠س٢$$

$$= ٤٠س٤ - ٤٠س٢$$

$$= ٤٠س٤ - ٤٠س٢$$

$$= ٤٠س٤ - ٤٠س٢$$

(ج)

$$\text{ص} = (٢س٢ - ٤س٤)(٥ - ٢س٦) + (٦)(١ + ٤س٤ - ٢س٢) = (٤س٤ - ٤س٤)$$

(د)

$$\text{ص} = \frac{(١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١) - (١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١)}{(١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١)}$$

$$= \frac{(١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١) - (١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١)}{(١ - ٢س٢)(٢س٢ - ١)}$$

مثال (٩٤) :

جد اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة حيث

$$ق(١-) = ٠ ، ق(١-) = ٣ ، ق(١-) = ٢-$$

$$ق(١-) = ٦$$

الحل:

$$ق(س) = أس٣ + ب٢س + ج٢ + د$$

$$ق(س) = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

$$لكن ق(١-) = ٣$$

$$٣ = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

$$٣ - ٣ أس٢ - ٢ب٢ = ج٢ (١)$$

$$ق(س) = ٦ أس + ٢ب$$

$$لكن ق(١-) = ٢-$$

$$٢- = ٦ أس + ٢ب$$

$$٢- - ٦ أس - ٢ب = (٢)$$

$$ق(١-) = ٦$$

$$لكن ق(١-) = ٦$$

$$٦ = ٦ أس + ٢ب$$

$$بالتعويض في (٢)$$

$$٦ - ٦ أس - ٢ب = ٢- ومنها ب = ٢$$

$$بالتعويض في (١)$$

$$٤ = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢ ومنها ج = ٤$$

$$٠ = ق(١-) = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

$$ق(١-) = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

$$صفر = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

اذن

$$ق(س) = ٣ أس٢ + ٢ب٢ + ج٢$$

ملاحظة - يا بني - مهمة جداً
لا تنسى ذكر الله أولاً

$$أ = ٦س | س = ١$$

$$أ = ٦ = ٦س | س = ١$$

المشتقات العلييا

• اذا كان ص = ق(س) قابل للاشتقاق

المشتقة الاولى ص = ق(س)

• اذا كان ص = ق(س) قابل للاشتقاق

المشتقة الاولى للاقتران السابق

ص = ق(س) وهو المشتقة الثانية ص = ق(س)

• اذا كان ص = ق(س) قابل للاشتقاق

المشتقة الاولى للاقتران السابق

ص^(٣) = ق^(٣)(س) وهو المشتقة الاولى ص = ق(س)

وهو المشتقة الثالثة ص = ق(س)

ويرمز للمشتقة الاولى ق (س)

ويرمز للمشتقة الثانية ق^(٢) (س)

ويرمز للمشتقة الثالثة ق^(٣) (س)

ويرمز للمشتقة اربعة ق^(٤) (س)

مثال (٩٣) :

$$اذا كان ق(س) = ٢س - ٤س + ٥$$

$$جد ق(١) ، ق(١) الحل :$$

الحل :

$$١. ق(س) = ٢س - ٤س$$

$$٢. ق(س) = ٢س$$

لا تنسى عند ايجاد المشتقات العليا الفحص المتتالي
لقابلية الاشتقاق سواء للاقتران الاصلي او للمشتقات
المتعاقبة

مثال (٩٥) :

اذا كان ل، ل، ل، ل قابلا للاشتقاق عند س، وكان

ق(س) = س ل (س) فجد ق، ق^(٣) (س)

الحل :

ل، قابل للاشتقاق

ق(س) = س ل (س) + ل (س)

ل قابل للاشتقاق

ق^(٢) (س) = س ل^(٢) (س) + ل (س) + ل (س)

ق^(٣) (س) = س ل^(٣) (س) + ٢ ل (س)

ل قابل للاشتقاق

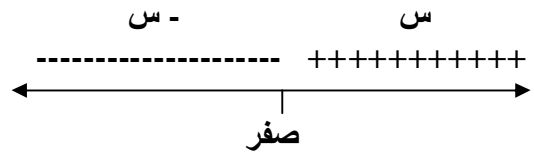
ق^(٣) (س) = س ل^(٣) (س) + ل^(٣) (س) + ٢ ل^(٢) (س)

ق^(٣) (س) = س ل^(٣) (س) + ٣ ل^(٢) (س)

مثال (٩٦) :

اذا كان ق(س) = |س| فجد ق (س) و ص (س)

الحل :



ق(س) متصل على ح

ق (س) = $\begin{cases} ١ ، & س < صفر \\ ١ - ، & س > صفر \end{cases}$

عندما س = صفر غير قابل للاشتقاق لان

ق (٠) = (٠) ق (٠)

ق (س) غير متصل عندما س = صفر

ق (س) = $\begin{cases} ٠ ، & س < صفر \\ ٠ ، & س > صفر \end{cases}$

عندما س = صفر غير قابل للاشتقاق لان
غير متصل

مثال (٩٧) :

اذا كان ق(س) = [٢س] فجد ق (٤/٣) ،
ق (٢/١)

الحل:

ق (٤/٣) = ٠

ق (٢/١) = غ. م

حلول تدريبات وتمارين ومسائل

المشتقات العليا

ت ١ : ص ١٢٢

اذا كان ق(س) = ٧س^٣ - ٥س^٢ + س جد ق(٢-)

الحل :

ق(س) = ٢١س^٢ - ١٠س + ١

ق (س) = ٤٢س - ١٠

ق (٢-) = ٤٢ - ١٠ = ٩٤

ت ٢ :

اذا كانت ق(س) = ٣س^٣ وكان ق^(٤)(س) = ٣س^٣

، فجد قيمة أ.

ق(س) = ٣س^٣ - ٣س^٢

ق (س) = ٣(٣س^٢ - ٢س)

ق^(٣)(س) = ٣(٦س - ٢) = ١٨س - ٦

ق^(٤)(س) = ١٨ - ٦ = ١٢

٣س^٣ - ٣س^٢ = ١٢

ومنهان = ٣ = ٤ ومنها ن = ٧

أ = ٢١ × ٦ × ٥ × ٤ = ٢٥٢٠

تمارين ومسائل ص ١٢٣

س ١ :

أ) ص = ٢١س^٢ - ٥س + ١

ص = ٤٢س - ٥

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

$$\text{ب) ص} = 1 + \frac{1}{\text{س}}$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}}$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{1 - (2 \text{ س})}{2 \text{ س}}$$

ج) ص = (س² + س³) | س | فجد ص

الحل: س - س



$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 + \text{س}^2, \text{ س} \leq \text{صفر} \\ \text{س}^3 - \text{س}^2, \text{ س} > \text{صفر} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 + \text{س}^2, \text{ س} < \text{صفر} \\ \text{س}^3 - \text{س}^2, \text{ س} > \text{صفر} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

عندما س = صفر متصل عند س = 0

ق (0) = ق (0) = 0 ومنها ق (0) = 0

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 + \text{س}^2, \text{ س} < \text{صفر} \\ \text{س}^3 - \text{س}^2, \text{ س} > \text{صفر} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

عندما س = صفر ، ق (س) متصل عند س = 0
نهاق (س) = نهاق (س) = ق (0) = 0

لكن

$$\text{ق (0)} = 6, \text{ ق (0)} = 6-$$

اذن ق (س) غير موجودة

س 2:

$$\text{ق (س)} = (\text{س}^3 + \text{س}^2)(\text{س}^2 + \text{س}^3) - (\text{س}^2 - \text{س}^3)(\text{س} + 1)$$

$$\text{اثبت ان ق (1)} \times \text{ق (1)} = 210$$

الحل:

$$\text{ق (س)} = (\text{س}^3 + \text{س}^2)(\text{س}^2 + \text{س}^3) + (\text{س}^3 - \text{س}^2)(\text{س} + 1)$$

$$\text{ق (س)} = (\text{س}^9 - \text{س}^4) + (\text{س}^6 - \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^4)$$

$$\text{ق (1)} = (0) + (0) = 0$$

$$\text{ق (س)} = (\text{س}^3 + \text{س}^2)(\text{س}^2 + \text{س}^3) - (\text{س}^2 - \text{س}^3)(\text{س} + 1)$$

$$\text{ق (1)} = (1) = 36 + 24 - 24 + 6 = 42$$

$$\text{ق (1)} \times \text{ق (1)} = 42 \times 5 = 210$$

س 3:

اذا كان ق (س) = $\frac{2}{\text{س}}$ فاثبت ان ق (1) = 4 - ق (2)

الحل:

$$\text{ق (س)} = \frac{2}{\text{س}} \text{ ومنها ق (1) = } 2 -$$

$$\text{ق (س)} = \frac{8}{\text{س}^4} \text{ ومنها ق (2) = } \frac{8}{16}$$

$$4 - \text{ق (2)} = \frac{2}{16} = \frac{2}{8 \times 2} = 2 -$$

س 4:

$$\begin{array}{l} \text{أ) ص} = 5 \text{ س}^4 - 5 \text{ س}^6 \\ \text{ص} = 20 \text{ س}^3 + 30 \text{ س}^7 \\ \text{ص} = 60 \text{ س}^2 - 210 \text{ س}^8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب) ص} = 3 \text{ س}^2 + \text{ب} \\ \text{ص} = 6 \text{ س} \\ \text{ص} = 6 \text{ س}^3 \end{array}$$

س 5:

$$\text{أ) ق (س)} = 6 \text{ س}$$

$$\text{ق (س)} = 6$$

$$\text{ق (س)} = 6 \text{ س}^3$$

$$\text{ق (س)} = 6 \text{ س}^2$$

$$\text{ب) ق (س)} = 30 \text{ س}^4 - 8 \text{ س}$$

$$\text{ق (س)} = 120 \text{ س}^3 - 8$$

$$\text{ق (س)} = 360 \text{ س}^2$$

$$\text{ق (س)} = 360$$

$$\text{ب) ق (س)} = 3 \text{ س}^2$$

$$\text{ق (س)} = 3 \text{ س}^3$$

$$\text{ق (س)} = 12 \text{ س}^5$$

$$\text{ق (س)} = 60 \text{ س}^6 - 6$$

$$\text{ق (س)} = 360 \text{ س}^7$$

$$\text{ق (س)} = 360$$

مشتقة الاقترانات الدائرية

ق(س) = جاس

١. ق(س) = جاس ←

ق(س) = جتاس

٢. ق(س) = جا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) جتا ه(س)

٣. ق(س) = (جاس) ←

ق(س) = ن(جاس) - ن(جتاس)

• ق(س) = جتاس

١. ق(س) = جتاس ←

ق(س) = جاس

٢. ق(س) = جتا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) جا ه(س)

٣. ق(س) = (جتاس) ←

ق(س) = ن(جتاس) - ن(جاس)

• ق(س) = ظاس

١. ق(س) = ظاس ←

ق(س) = ق^٢اس

٢. ق(س) = ظا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) ق^٢ا ه(س)

٣. ق(س) = (ظاس) ←

ق(س) = ن(ظاس) - ن(ق^٢اس)

- ملاحظة - يا بني

البرهان مطلوب للجميع

• ق(س) = قاس

١. ق(س) = قاس ←

ق(س) = قاس ظاس

٢. ق(س) = قا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قا ه(س) ظا ه(س)

٣. ق(س) = (قاس) ←

ق(س) = ن(قاس) - ن(قاس ظاس)

• ق(س) = قتا س

١. ق(س) = قتاس ←

ق(س) = قتا س ظتا س

٢. ق(س) = قتا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قتا ه(س) ظتا ه(س)

٣. ق(س) = (قتاس) ←

ق(س) = ن(قتاس) - ن(قتاس ظتا س)

ق(س) = ظتا س

١. ق(س) = ظتا س ←

ق(س) = ق^٢تا س

٢. ق(س) = ظتا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) ق^٢تا ه(س)

٣. ق(س) = (ظتا س) ←

ق(س) = ن(ظتا س) - ن(ق^٢تا س)

مثال (٩٨):

إذا كان ق(س) = جا (س)، جد ق(س)

الحل:

ق(س) = جتا (س)

مثال (٩٩):

إذا كان ق(س) = س ظتا س فجد ق(٤/π)

الحل:

ق(س) = س (- ق^٢تا س) + ظتا س

ق(٤/π) = (٤/π) = (٤/π) - × (٤/π) - ق^٢تا س + ظتا (٤/π)

= ١ + (٢/π)

مثال (١٠٠):

إذا كان ق(س) = جا (س)، جد

ق(س) مستخدماً مشتقة حاصل ضرب اقترانين

الحل:

ق(س) = جاس × جاس

ق(س) = جاس × جتا س + جاس × جتا س

= ٢ جاس جتا س

مثال (١٠١):

س جاس

إذا كان ق(س) = جد ق(س)

١ + ظاس

الحل:

$$ق(س) = (1 + ظاس) - (سجتاس + جاس) - (سجاس) (قاس)$$

$$(1 + ظاس)^2$$

مثال (١٠٢):

إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} جاس \\ ق(س) = \\ م + س + ب \end{array} \right\} \begin{array}{l} ٠ \leq س < \frac{\pi^2}{3} \\ \frac{\pi^2}{3} \leq س < \pi^2 \end{array}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = $\frac{\pi^2}{3}$ فجد قيم أ ، ب

الحل:

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = $\frac{\pi^2}{3}$

فان

$$\begin{array}{l} \leftarrow متصل \leftarrow نها ق(س) = ق(3/\pi^2) \\ س \leftarrow 3/\pi^2 \\ ق(3/\pi^2) = ق(3/\pi^2) \\ + \\ نهام س + ب = نه جاس \\ س \leftarrow 3/\pi^2 \\ يكمل من قبل الطالب \end{array}$$

مثال (١٠٣):

د ص

اوجد _____ للاقتانات التالية

د س

١. ص = ٤ - قتا س + ٢ ظتا س

٢. ص = جتا س ° (س بالدرجات)

جتا س - ١

٣. ص = _____

جتا س + ١

الحل:

١. ص = ٤ - قتا س ظتا س - ٢ قتا س

٢. ص = جتا س = $\frac{\pi}{180}$... ص = تدريب للطالب

٣. ص = $\frac{(جتا س + ١)(جتا س - ١)(جتا س - ١)(جتا س - ١)}{(جتا س + ١)^2}$

مثال (١٠٤):

إذا كان ق(س) = جتا س

اوجد ق^(٤)(س)

الحل:

ق^(١)(س) = ٢ - جتا س

ق^(٢)(س) = ٤ - جتا س

ق^(٣)(س) = ٨ - جتا س

ق^(٤)(س) = ١٦ - جتا س

مثال (١٠٥):

اوجد ص للاقتان

ص = جتا س ، عندما س = $12/\pi$

الحل:

ص = ٣ × ٤ جتا س × ٤ جتا س

عندما س = $12/\pi$

$$ص = ٣ \times ٤ \times \frac{\pi}{3} \times \frac{\pi}{3} = \frac{9\pi}{2}$$

مثال (١٠٦) :

إذا كان ق (س) = جتا ٢ س اوجد
ق (س) + ٦ ق (س)

ت ٣ ص ١٢٧

جتا س
ق (س) = (جتا س) = جتا س
جتا س

الحل :

(جتا س) - (جتا س) = (جتا س)

ق (س) =

جا ٢ س

- (جا ٢ س + جتا ٢ س) - ١

ق (س) = $\frac{جا ٢ س}{جا ٢ س} = \frac{جا ٢ س + جتا ٢ س - ١}{جا ٢ س}$

ب) إذا كان ق (س) = قاس =

جتا س

الحل :

١ - (جتا س)

ق (س) = $\frac{١ - (جتا س)}{جتا ٢ س} = قاس ظا س$

ج) إذا كان ق (س) = قتا س =

جتا س

الحل :

١ - (جتا س)

ق (س) = $\frac{١ - (جتا س)}{جتا ٢ س} = قتا س ظتا س$

تمارين ومسائل ص ١٢٣

س ١ :

أ)

ص = ٢ - جتا س - ٣ جتا س

ب)

ص = جتا س - جتا س

ص = $\frac{جتا س - جتا س}{س}$

ج)

ص = قاس ظا س - ٢

د)

ص = س ٢ جتا س + جتا س × ٢ س

ص = س ٢ جتا س + ٢ س جتا س

مثال (١٠٧) :

إذا كان ق (س) = ٣ جا ٢ س + ٥ جتا ٢ س
اوجد ق (س)

الحل :

ق (س) = ٦ جتا ٢ س - ١٠ جا ٢ س

ق (س) = ١٢ جا ٢ س - ٢٠ جتا ٢ س

ق (س) = ٢٤ جتا ٢ س + ٤٠ جا ٢ س

ق (س) = ٤٨ جا ٢ س + ٨٠ جتا ٢ س

مثال (١٠٨) :

إذا كان ق (س) = قا ٢ س

اوجد ق (٦/π)

الحل :

ق (س) = ٣ قا ٢ س × قا ٢ س ظا ٢ س × ٢

= ٦ قا ٢ س ظا ٢ س

ق (٦/π) = ٦ قا ٣ ٣/π ظا ٣/π =

حلول تدريبات وتمارين ومسائل

مشتقة الاقترانات الدائرية

ت ١ ص ١٢٥

ل (س) = ٦ جتا س - ٢

ت ٢ ص ١٢٧

ق (س) = س جتا س + جتا س

(هـ)

$$\frac{- (س^3 + 1) قتا^3 س^3 - 3 قتا^3 س^3 \times 3 س^3}{ص^2} = ص^2 (س^3 + 1)$$

(و)

ص = صفر WHY

(ز)

$$\frac{ص^2 = 1 + 4 قتا^3 س^3 - 2 قتا^2 س^2}{س^2}$$

(أ)

$$ق(س) = \frac{2}{1} جا^2 س$$

$$ق(س) = جا^2 س$$

$$ق(س) = \frac{4}{\pi} = جا(2/\pi) = صفر$$

(ب)

$$ق(س) = جا(-س)$$

الحل:

$$ق(س) = جا(-س)$$

$$ق(س) = \frac{3}{\pi} = جا(-\frac{3}{\pi}) = 2/1$$

(ج)

$$\frac{ق(س) = (جا + س)(1) - (جتا س) - (جا س) - (جا س)}{ص^2}$$

$$\frac{ص^2 (جا + س + 1) + (صفر) + (1)}{ص^2 (1)}$$

$$ق(س) = \frac{2}{\pi} = 1$$

(د)

$$ق(س) = س - س جا س + جتا س \times 1$$

$$ق(س) = \pi - 1$$

س 3 : اثبت ان ص = جتا س ، ص = جا س

حلولاً للمعادلة ص + ص = صفر

الحل:

$$\bullet ص = جتا س$$

$$ص = جا س$$

$$ص = جتا س$$

بالتعويض بالمعادلة

$$جتا س + (جتا س) = صفر$$

اذن ص = جتا س حل للمعادلة

$$\bullet ص = جا س$$

$$ص = جتا س$$

$$ص = جا س$$

بالتعويض بالمعادلة

$$جتا س + (جتا س) = صفر$$

اذن ص = جا س حل للمعادلة

س 4 : جد قيم س في الفترة $[-\pi/2, \pi/2]$ التي

تحقق المعادلة $ق(س) = صفر$ لكل مما ياتي

1. $ق(س) = س + جتا س$

2. $ق(س) = قا س$

الحل:

1. $ق(س) = 1 - جا س$

1 - جا س = صفر

جا س = 1

س = $2/\pi, 3/\pi, 4/\pi, 5/\pi, 6/\pi, 7/\pi, 8/\pi, 9/\pi, 10/\pi, 11/\pi, 12/\pi$

2. $ق(س) = قا س$

قا س = 0

اما قا س = 0 وبالتالي مستحيل

او قا س = 0

س = $-\pi/2, \pi/2, \pi, 3\pi/2$

مرفوضات اطراف فترة

س 5 : اذا كان ص = أ جا س + ب جتا س : أ ، ب

اثبت ان $(ص) = ص^2 + أ^2 + ب^2$

الحل:

$$ص = أ جتا س - ب جا س$$

بالتعويض في المعادلة

$$(أجتا س - بجا س) + (أجا س + بجتا س) = ص^2$$

$$أجتا س - بجا س + أجا س + بجتا س = ص^2$$

$$أجتا س + أجا س + بجتا س + بجا س = ص^2$$

$$أجتا س + أجا س + بجتا س + بجا س = ص^2$$

$$= أ(جتا س + جا س) + ب(جتا س + جا س)$$

$$= أ + ب$$

قاعدة السلسلة

تركيب اقترانين

إذا كان ق ، ه اقترانين : ص = ق(ع) ،

ع = ه (س) وكان مدى ه \cap مجال ق $\neq \emptyset$

فانه يمكن كتابة ص على الصورة

ص = ق(ع) = ق(ه(س))

أو ص = ق(ه(س))

قاعدة السلسلة

إذا كان كل من الاقترانين ق ، ه قابلين للتركيب

وكان الاقتران ه (س) قابلاً للاشتقاق عند س

وكان الاقتران ق قابلاً للاشتقاق عند النقطة

ه (س) ، فان الاقتران المركب (ق(ه(س))) (س)

يكون قابلاً للاشتقاق عند س ويكون

قاعدة (١)

(ق(ه(س))) = ق(ه(س)) × ه(س)

قاعدة (٢)

$$\frac{د ص}{د س} \times \frac{د ع}{د س} = \frac{د ص د ع}{د س د س}$$

قاعدة (٣)

إذا كان ه (س) قابلاً للاشتقاق عند س ،

وكان ص = ه (س) : ن : ص ،

فان

ص = ن (ه(س)) = ن . ه(س)

- ملاحظة - يا بني

يمكن اشتقاق جميع الجذور بنفس القاعدة الثالثة بعد تحويلها الى شكل اسس

س ٦ :

أ) ص = ق تاس

ص = ق تاس ظ تاس

ص = ق تاس (ق تاس) + ظ تاس (ق تاس)

ق تاس + ظ تاس ق تاس =

ب) ص = س جاس - ٣ جتاس

ص = س جتاس + جاس + ٣ جاس

س جتاس + ٤ جاس =

ص = س (جاس) + جتاس + ٤ جتاس

س جاس + ٥ جتاس =

ج)

(جتاس + ١) (جاس) - (جتاس - ١) (جاس)

ص =

(جتاس + ١) ٢

- جتاس جاس - جاس + جاس جتاس

ص =

(جتاس + ١) ٢

- ٢ جاس

ص =

(جتاس + ١) ٢

ص = تمرين للطالب

مثال (١٠٩) :

$$\frac{1}{س} = (س) هـ + ٥ = (س) هـ$$

اوجد (ق هـ) (س)

الحل:

$$ق (س) = ٢$$

$$١ -$$

$$هـ (س) = \frac{٢}{(س)}$$

$$(ق هـ) (س) = (س) ق (هـ) (س) \times (هـ (س))$$

$$ق (س) = \frac{٢}{س} \times \frac{١}{١ - س}$$

$$٢ = \frac{٢}{س} \times \frac{١}{١ - س} \times (س) = \frac{٢}{١ - س}$$

مثال (١١٠) :

$$اذا كان ق(س) = (س - ٢) (س - ٤)$$

اوجد (ق) (س)

الحل:

$$ق(س) = (س - ٢) (س - ٤) (س - ٢) (س - ٤)$$

$$ق(س) = (س - ٢) (س - ٤) (س - ٢) (س - ٤)$$

مثال (١١١) :

$$اذا كان ق(س) = (س - ٢) (س - ٣) (س + ٥)$$

اوجد (ق) (س)

الحل:

$$ق(س) = (س - ٢) (س - ٣) (س + ٥) (س - ٢) (س - ٣) (س + ٥)$$

$$٩٨ = (س - ٢) (س - ٣) (س + ٥) (س - ٢) (س - ٣) (س + ٥)$$

مثال (١١٢) :

$$اذا كان ق(س) = ٦ جا س$$

اوجد (ق) (س)

الحل:

$$ق(س) = ٢٤ جا ٣ س$$

مثال (١١٣) :

$$اذا كان هـ (س) كثير حدود وكان هـ (١) = ٥ ،$$

$$هـ (١) = (١) اوجد هـ (١)$$

مثال (١١٤) :

$$اذا كان ق(س) = جا س ،$$

$$ص = ق \left(\frac{١ - س}{١ + س} \right) \text{ اوجد ص}$$

الحل:

$$ص = ق \left(\frac{١ - س}{١ + س} \right) = \frac{(١ - س)(١ + س) - (٢)(١ - س)}{(١ + س)}$$

$$ص = ق \left(\frac{١ - س}{١ + س} \right) = \frac{(١ - س)(١ + س) - (٢ + س)(١ - س)}{(١ + س)}$$

$$ص = ق \left(\frac{١ - س}{١ + س} \right) = \frac{٣}{١ + س}$$

$$ص = \frac{٣}{١ + س} \text{ جا } \left(\frac{١ - س}{١ + س} \right)$$

مثال (١١٥) :

$$اذا كان ع(س) = م س ،$$

$$ق(س) = \sqrt{١ + س}$$

$$\text{وكان } (ع ق) (٣) = ١٢ \text{ فما قيمة م؟}$$

الحل:

$$ع(س) = م س$$

$$ق(س) = \sqrt{١ + س} \times ٢$$

$$ع(ق) (٣) = ١٢$$

$$ع(٢) (٣) = ١٢$$

$$١٢ = م \times \frac{١}{٤} \text{ ومنها } م = ٤$$

مثال (١١٦) :

$$اذا كان ص = ٣ م - ٢ م + ١$$

$$م = ٣ + س$$

اوجد د ص

$$\text{عندما } س = \text{صفر}$$

د س

مثال (١١٧) :
جد بدلالة ق

$$١. \frac{د}{دس} = (ق(س + ١))$$

$$٢. \frac{د}{دس} = (ق(س)) + ٣$$

الحل:

$$١. \frac{د}{دس} = (ق(س + ١)) \times ٢$$

$$٢. \frac{د}{دس} = (ق(س)) + ٣$$

مثال (١١٨) :

إذا كان س = جان

ص = جتا ٢ ن

الحل:

دس

جتان =

دن

دس

دس = ٢ جا ٢ ن

دن

$$\frac{دس}{دس} = \frac{دس}{دن} \times \frac{دن}{دس}$$

$$\frac{دس}{دس} = \frac{١}{جتان} \times ٢ جا ٢ ن$$

$$\frac{دس}{دس} = \frac{٤ جان جتان}{جتان}$$

مثال (١١٩) :

إذا كان ص = ظا س ، فبرهن ان

$$ص(٣) = ٦ قا ٤ س - ٤ قا ٢ س$$

الحل:

$$ص = قا ٢ س$$

$$ص = ٢ قا س \times قاس ظا س = ٢ قا ٢ س ظا س$$

$$ص(٣) = ٢ قا س قا س + ظا س \times قاس ٤ قاس \times قاس ظا س$$

$$ص(٣) = ٢ قا س + ٤ ظا س قا س$$

$$ص(٣) = ٢ قا س + ٤ (قا س - ١) قا س$$

$$ص(٣) = ٢ قا س + ٤ قا س - ٤ قا س$$

$$ص(٣) = ٦ قا س - ٤ قا س$$

مثال (١٢٠) :

إذا كان ص = ع + ١ ، ع = ٣ س + ٥

س = ٧ + ٢ ل

اوجد دص

$$\frac{عندل = ١}{دس}$$

الحل:

$$\frac{دص}{دع} = \frac{دع}{دل} ، \frac{دع}{دس} = ٣ ، \frac{دع}{دع} = ٢$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس} \times \frac{دع}{دل}$$

$$ع ٢ = ٢ \times ٣ \times ع ١٢ =$$

$$عندمال = ١ فان س = ٩$$

$$عندما س = ٩ فان ع = ٣٢$$

ومنها

دص

$$\frac{٣٨٤}{دس} = ٣٢ \times ١٢ =$$

دس

مثال (١٢١):

$$١. ص = ٣م - ٢م + ١، م = ٢س + ٣$$

عندما س = صفر

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

$$دص = \frac{٢ - م}{٢} ، د = \frac{٢ - م}{٢}$$

مثال (١٢٢):

اوجد د ص / د س لكل مما يلي

$$١. ص = \sqrt[٣]{(١٠ - ع + ١)}$$

$$ع = ١ + ٣س$$

$$دص = \frac{٢(١٠ - ع + ١)}{(١٠ - ع + ١)}$$

$$دع = \frac{\sqrt[٣]{(١٠ - ع + ١)}}{٣}$$

دع

$$٣س = \frac{٣}{٣}$$

دس

$$\frac{دع}{دس} = \frac{دع}{دس}$$

$$\frac{دع}{دس} = \frac{دع}{دس}$$

$$\frac{دع}{دس} = \frac{دع}{دس}$$

$$دص = \frac{٢(١٠ - ع + ١)}{(١٠ - ع + ١)}$$

$$٣س \times \frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دس}$$

ملاحظة: يجب التعويض محل كل ع بقيمتها

$$٢. ص = جتا (ظا س)$$

دص

$$جتا (ظا س) \times ٢ ظا س \times قاس = \frac{دص}{دس}$$

دس

دص

$$٢ ظا س قاس جتا (ظا س) = \frac{دص}{دس}$$

دس

$$٣. ص = \sqrt[٨]{(٢ + ع)}$$

$$ع = \frac{٣ + ٢س}{٨}$$

$$٣ + ٢س$$

الحل: تمرين للطالب

٤. ص = ظان ،

$$\frac{\pi}{6} = \text{عند س}$$

ن = ١٢ س

الحل:

دص

دن

$$12 = \frac{\text{دن}}{\text{دس}}$$

$$\text{قا}^2 = \frac{\text{دن}}{\text{دص}}$$

$$\frac{\text{دن}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دن}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

$$12 \times \frac{\text{قا}^2}{\text{دص}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

$$12 = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دص}} = \frac{\text{دص}^2}{\text{دس}}$$

$$1 = 12 \times \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

مثال (١٢٣) : اوجد ص

$$1. \text{ص} = \sqrt{\text{س}^2 - 3} - \text{س} - 1$$

$$2. \text{ص} = \text{قا}^2 (\text{ظاس}) + 1$$

الحل:

مثال (١٢٤) :

إذا كان ق قابلاً للاشتقاق وكان

$$\text{ق} = (\text{جا } 2 \text{ س}) = \text{قتا } 2 \text{ س} : \text{س} \Rightarrow (0, \pi/3]$$

$$\text{جد ق} = \left(\frac{\text{دس}}{2} \right)$$

الحل:

ملاحظة: ؟؟؟ حددت الفترة

$$\text{ق} = (\text{جا } 2 \text{ س}) \times 2 \text{ جتا } 2 \text{ س} = 2 - 2 \text{ قتا } 2 \text{ س} \text{ ظتا } 2 \text{ س}$$

$$\text{جا } 2 \text{ س} = \frac{\text{دس}}{2}$$

ومنها 2 س = 30 ، 150

اذن س = 15 ، 75 مرفوضة؟

$$\text{ق} = (\text{جا } 30) \times 2 \text{ جتا } 30 = 30 - 2 \text{ قتا } 30 \times 30 \text{ ظتا } 30 \text{ اكمل ج} = 4$$

مثال (١٢٥) :

إذا كان ق (س) = 4 س + 2 أس ، أ < 0 ، وكانت ق(9) = 2 ، اوجد قيمة أ

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = 4 \text{ س} + 2 \text{ أس} = 8 \text{ س} + 2 \text{ أس}$$

$$\text{لكن س} = 9 \text{ ومنها س} = 3$$

$$\text{عندما س} = 3 \text{ ومنها ق} = 3 \times 2 \times (9) = 3 \times 2 \times 8 = 48$$

$$2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ ومنها أ} = 6 - \text{مرفوضة}$$

$$\text{عندما س} = 3 - \text{ومنها ق} = 3 - 2 \times (9) = 3 - 2 \times 8 = 12 - 16 = -4$$

$$2 \times 2 \times 2 = 3 - 2 \times 2 = 3 - 4 = -1 \text{ ومنها أ} = 6$$

مثال (١٢٦) :

إذا كان ه (س) = 2 س ، ق (س) = 2 س

اوجد (ق 5 ه) (4)

الحل:

$$\text{ه} = 2 \text{ س}$$

$$\text{ق} = \frac{\text{دس}}{2}$$

$$\text{ق} = \frac{\text{دس}}{2} \Rightarrow \text{ق} = \frac{1}{2} \times (16) = 8$$

مثال (١٢٧) :

$$\text{إذا كان ص} = \frac{\text{د}}{\pi} \text{، و كان ق} = ٢ \text{،}$$

$$\text{فجد } \frac{\text{د ص}}{\pi} \text{ عندما ن} = \text{تساوي}$$

$$\text{أ) } \frac{٣}{٤} \text{ (ب) } ٨ \text{ (ج) } ٤٨ \text{ (د) } ٨ -$$

مثال (١٢٨) :

$$\text{إذا كان ق اقتربان معرفاً على ح ، وكان ق} (١) = ٤$$

$$\text{هـ (س) = س}^٢ - ٣ \text{، (هـ ق) } (١) = ١٦ \text{ فان قيمة}$$

ق (١) تساوي

$$\text{أ) } ٢٤ \text{ (ب) } ١٢ \text{ (ج) } ٨ \text{ (د) } ٢$$

مثال (١٢٩) :

$$\text{إذا كان ق (س) = س (س) وكان هـ} (١) = ٣$$

$$\text{هـ (١) = ١ فما قيمة (ق هـ) } (١)$$

$$\text{أ) } ٢٤ \text{ (ب) } ٢٤ - \text{ (ج) } ٧ \text{ (د) } ١٠ -$$

ملاحظة :

$$\text{حل السؤال مرة أخرى عندما هـ} (١) = ١$$

مثال (١٣٠) :

$$\text{ص} = \frac{٣}{١} - ٢ \text{، س} = \frac{٢}{١} - ٢ \text{ ن}$$

أوجد د ص

$$\frac{\text{عندما ن} = ٦}{\text{د س}^٢}$$

مثال (١٣١) :

$$\text{إذا كان ق (س) = (س) هـ ، (س) = س}^٢ \text{ فان قيمة}$$

ق (٥ هـ) (٤) تساوي

$$\text{أ) } ٣٢ \text{ (ب) } ٤ \text{ (ج) } ١ \text{ (د) } ١٦$$

مثال (١٣٢) :

$$\text{إذا كان (ق هـ) } (٤) = ١٦ \text{، ق (س) = س}^٢ + ٨$$

$$\text{هـ (٤) = ٨ فان هـ (٤) =}$$

$$\text{أ) صفر (ب) } ١ \text{ (ج) } ٣ \text{ (د) } ٦$$

مثال (١٣٣) :

$$\text{إذا كان ق (س) = } \frac{١}{\text{س}} \text{، س} \neq \text{صفر ،}$$

$$\text{هـ (س) = س}^٢ - ٣ \text{، فان قيمة (ق هـ) } (١) =$$

$$\text{أ) } ١ \text{ (ب) } ٥ \text{ (ج) } ١ - \text{ (د) } ٥ -$$

مثال (١٣٤) :

$$\text{إذا كان ق (س) = س}^٢ - ٢ \text{، وكانت هـ} (٢) = ٦ \text{،}$$

$$\text{ق (٥ هـ) } (٢) = ٤٨ \text{ فما قيمة هـ} (٢) ؟$$

$$\text{أ) صفر (ب) } ٨ \text{ (ج) } ١٢ \text{ (د) } ٥$$

مثال (١٣٥) :

$$\text{إذا كان ق (س) = (س) هـ ، (س) = س}^٢ \text{ فان قيمة}$$

ق (٥ هـ) (٦/π) تساوي

$$\text{أ) } ١ \text{ (ب) } \frac{٢}{٩} \text{ (ج) } ١ - \text{ (د) } \frac{٣}{١}$$

ملاحظة :

حل السؤال مرة أخرى لو كان المطلوب

$$\text{ق (٥ هـ) } (٦/π)$$

مثال (١٣٦) :

إذا كان ق(س) = س^٣ - ٢ ، فما قيمة

ق(٥) (١) تساوي

(أ) ١٨ - (ب) ٩ - (ج) ٩ (د) ١٨

مثال (١٣٧) :

إذا كان ق(س) = س جاس فان ق(س) تساوي

(أ) - س جتاس (ب) - س جاس + ٢ جتاس

(ج) - س جاس جتاس (د) - جاس

مثال (١٣٨) :

إذا كان ق(س) = س^٢ ، ه(١) = ٣ ، ه(١) = ٥ ،

ه(١) = ٢ - فان ق(٥) يساوي

(أ) ٢٦ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ٣٨

مثال (١٣٩) :

إذا كان ق(س) = ٣س^٢ فان ق(١) تساوي

(أ) ٦ س (ب) ٦ (ج) ٣,٥ (د) ١,٥

مثال (١٤٠) :

إذا كان ق(س) ، ه(س) اقترانين قابلين للاشتقاق

بحيث أن ق(س) = ه(س) ، ه(س) = ق(س) ، فان

ق(٤) (س) تساوي

(أ) ه(س) (ب) - ق(س) (ج) ق(س) (د) - ه(س)

مثال (١٤١) :

إذا كان ق(٥ ه) = (٣) ، ق(س) = س^٢ - ٩ ،

ه(٣) = (٣) فان ه(٣) =

(أ) صفر (ب) ١,٥ (ج) ٣ (د) ٦

مثال (١٤٢) :

إذا كان ق(س) = س^٣ + س^٢ ، ه(س) = س^٢

فان قيمة ق(٥ ه) (١) تساوي

(أ) ١٢ (ب) ٦ (ج) ١٠ (د) ١٦

مثال (١٤٣) :

إذا كان ق(س) = س^٢ (|س|) وكان ه(٢) = ٤ ،

ه(٢) = ١ - فما قيمة ق(٥ ه) (٢)

(أ) ٢٨ - (ب) ٢٨ (ج) ٧ (د) ١٠ -

مثال (١٤٤) :

إذا كان ق(س) (س) قابلاً للاشتقاق ، وكان

ق(س^٣ + ١) = س ، فان ق(٩)

(أ) ١٢/١ (ب) ٦/١ (ج) ١ (د) ٢

مثال (١٤٥) :

إذا كان ق(س) = س^٢ ، ه(٢) = ٣ ، ه(٢) = ٢ -

ه(٢) = ٥ اوجد ق(٥ ه) (٢)

مثال (١٤٦) : إذا كان

$$\left| \begin{array}{l} \text{د}^2 \text{ص} \\ \text{ص} = \text{ن}^3 - 3 \\ \text{ص} = \text{ن}^3 + 3 \end{array} \right. \text{، اوجد } \frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}}$$

الحل ج: ٦/١ =

$$\frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}} = \frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}} \times \frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}} = \frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}}$$

$$\frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}} = \frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{د}^2 \text{ص}}$$

مثال (١٤٧) :

$$\sqrt{\text{هـ}(\text{س})} = \text{اذا كان ص}$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})}{\sqrt{\text{هـ}(\text{س})}} = \text{ص}$$

مثال (١٤٨) :

$$\sqrt{\text{س}^2 + \text{س}^5} = \text{اذا كان ص}$$

عندما س = ٢

الحل :

$$\frac{\text{س}^6 + \text{س}^{10}}{\sqrt{\text{س}^2 + \text{س}^5}} = \text{ص}$$

عندما س = ٢

$$\frac{44}{12} = \text{ص}$$

مثال (١٤٩) :

$$\text{اذا كان ق} (١ + \text{س}^2) = \text{س}^3 + \text{س}^4 - \text{س}^3 + \text{س}^5$$

جد ق (٧)

الحل :

$$\text{ق} (١ + \text{س}^2) = 2 \times (\text{س}^3 + \text{س}^4 - \text{س}^3 + \text{س}^5)$$

$$\text{لكن } ١ + \text{س}^2 = ٧ \text{ ومنها س} = ٣$$

$$\text{ق} (٧) = 2 \times (٣^3 + ٣^4 - ٣^3 + ٣^5)$$

$$\text{ق} (٧) = 2 \times ٤٨$$

$$\text{ق} (٧) = ٩٦$$

مثال (١٥٠) :

$$\text{اذا كان ص} = \text{ق}(\text{ع}) = \text{ع}^2 + \text{ع}^3$$

$$\text{ع} = \text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^3 - \text{س}^4$$

$$\text{اوجد ق} (٥ \text{ هـ}) (١)$$

الحل :

$$\text{ق}(\text{ع}) = \text{ع}^2 + \text{ع}^3 = \text{هـ}(\text{س})^2 + \text{هـ}(\text{س})^3$$

$$\text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{هـ}(\text{س})^2 + \text{هـ}(\text{س})^3$$

$$\text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{هـ}(\text{س})^2 + \text{هـ}(\text{س})^3$$

$$\text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{هـ}(\text{س})^2 + \text{هـ}(\text{س})^3$$

$$\text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{ق} (٥ \text{ هـ}) (١) = \text{هـ}(\text{س})^2 + \text{هـ}(\text{س})^3$$

حلول تدريبات وتمارين ومسابقات

قاعة أسئلة

ت ١ ص ١٣٣

$$(١) \text{ إذا كان ق(س) = (س}^2 - ٢ \text{ س) }^4$$

اوجد ق(س)

الحل:

$$\text{ق(س)} = (س^2 - ٢ \text{ س})^4 = (س^2 - ٢ \text{ س})^3 (س^2 - ٢ \text{ س})$$

$$\text{ق(س)} = (س^2 - ٢ \text{ س})^3 (س^2 - ٢ \text{ س})^4 = (س^2 - ٢ \text{ س})^7$$

$$(٢) \text{ إذا كان ق(س) = س}^2 + ٥ \text{ ، هـ(س) = } \frac{١}{س}$$

اوجد ق(٥ هـ) (س)

الحل:

$$\text{ق(س)} = س^2$$

$$١ -$$

$$\text{هـ(س)} = \frac{١}{س}$$

$$\text{ق(٥ هـ) (س)} = \text{ق(س)} \times \text{هـ(س)} = س^2 \times \frac{١}{س} = س$$

$$\text{ق(س)} = س^2 \times \frac{١}{س} = س$$

$$\text{ق(س)} = \frac{١}{س} \times \frac{١}{س} = \frac{١}{س^2}$$

ت ٢ ص ١٣٥

$$(١) \text{ ق(س)} = ٢ \text{ جتا } ٢ \text{ س}$$

$$(٢) \text{ ق(س)} = ٨ \text{ (س}^3 - ٣ \text{ س}^2 + ٧ \text{ س} - ٦ \text{ س}^٦)$$

$$(٣) \text{ ق(س)} = ١٥ \text{ جا } ٥ \text{ س} \times \text{جتا } ٥ \text{ س}$$

ت ٣ ص ١٣٥

$$\text{ق(س}^٣) = \frac{١}{س} \text{ اوجد ق(٨)}$$

الحل:

$$س^٣ = ٨ \text{ ومنها س} = ٢$$

$$١ -$$

$$س^٣ \times \text{ق(س}^٣) = \frac{١}{س^٣} = \frac{١}{٨}$$

$$١ -$$

$$٣ (٢) \times \text{ق(٨)} = \frac{١}{٢} \text{ ومنها ق(٨)} = \frac{١}{٨}$$

مثال (١٥١):

$$\text{إذا كان ق(س)} = \frac{س^٨}{س^٢ + ١} \text{ ، هـ(س)} = \frac{١}{س}$$

اوجد ق(٥ هـ) (س)

مثال (١٥٢):

$$\text{ل(س)} = (س^٢ - ٥ - ٣ س)^٤ \text{ اوجد ل(٢)}$$

الحل:

$$\text{ل(س)} = (س^٢ - ٥ - ٣ س)^٤ = (٣ - ٥ - ٣ \times ٢)^٤ = (-٤ - ٦)^٤ = (-١٠)^٤ = ١٠٠٠٠$$

$$\text{ل(٢)} = (٢^٢ - ٥ - ٣ \times ٢)^٤ = (٤ - ٥ - ٦)^٤ = (-٧)^٤ = ٢٤٠١$$

$$٥٢ = ٤ + ٤٨ =$$

مثال (١٥٣):

$$\text{إذا كان ق(س)} = (١ + س^٢)^٣ \text{ اوجد ق(١ -)}$$

الحل:

$$\text{ق(س)} = (١ + س^٢)^٣ = ٢ \times ٢ = ٤$$

$$\text{ق(س)} = (١ + س^٢)^٦ = ٢^٦ = ٦٤$$

$$\text{ق(س)} = (١ + س^٢)^١٢ = ٢ \times ٢ = ٤$$

$$\text{ق(س)} = (١ + س^٢)^٢٤ = ٢^٤ = ١٦$$

$$\text{ق(س)} = (١ - ١)^٢٤ = ٠$$

س ٤ : إذا كان ص = جا^ن (هـ س) : ن ص اثبت

أن ص = ن هـ (س) جا^{ن-١} (هـ س) (جتا هـ س)

الحل :

نفرض ان ع = جا (هـ س)
ص = ع^ن

نفرض ان ل = هـ (س)

ع = جال

$$\frac{\text{دل}}{\text{دس}} = \frac{\text{دل}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{دل}}{\text{دس}} \times \frac{\text{جتال}}{\text{هـ س}}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{جتا (هـ س)}}{\text{هـ س}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{دع}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

$$\text{ن ع} = \text{جتا هـ س} \times \text{هـ س}$$

$$\text{ن جا}^{\text{ن-١}} (\text{هـ س}) = \text{جتا هـ س} \times \text{هـ س}$$

س ٥ :

مثال (١٤٧) :

إذا كان ل (س) = ق (هـ س) ، وكان هـ (٤) = ع ،
ل (٤) = (٤) ، ق (٤) = (٤) - ٥ فجد هـ (٤)

الحل :

$$\text{ل (س)} = \text{ق (هـ س)} \times \text{هـ (س)}$$

$$\text{ل (٤)} = \text{ق (هـ ٤)} \times \text{هـ (٤)}$$

$$٢ = \text{ق (٤)} \times \text{هـ (٤)}$$

$$٢ = \text{هـ (٤)} \times ٥$$

٢ -

$$\frac{\text{هـ (٤)}}{٥} = \frac{٢}{٥}$$

تمارين ومسائل ص ١٣٧

س ١ :

$$\text{أ) ص} = ١٥ = (\text{س} + ٢ + \text{س} + ٣) (١ + \text{س} + ٣) (٢ + \text{س})$$

$$\text{ب) ص} = ٦ = (٧ - \text{س}) (٧ - \text{س}) (٨)$$

$$\text{ج) ص} = ٤٨ = (٧ - \text{س}) (٧ - \text{س})$$

س

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

س ٦ :

$$٣. ص = ظا ع ، ع = ٤ س + ٣ س$$
$$دص = \frac{دع}{دس} ، قا^٢ ع = \frac{دع}{دص} ، قا^٢ س = \frac{دع}{دص} + ١$$

$$\frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دص} = \frac{دص}{دع}$$

$$قا^٢ ع = (١ + ٢ س) \times قا^٢ ع$$
$$قا^٢ ع = (١ + ٢ س) (٤ س + ٣ س)$$

$$٤. ص = م + ٣ م ، م = ٣ س - ٤$$
$$دص = \frac{دم}{دس} ، ٣ + م = \frac{دم}{دس} ، ٣ س = \frac{دم}{دس}$$

$$\frac{دص}{دم} \times \frac{دم}{دص} = \frac{دص}{دم}$$

$$\frac{دص}{دم} = \frac{دم}{دس} \times \frac{دس}{دم} = \frac{دس}{دم}$$

$$(٣ + م) (٣ س) =$$

$$(٢ س) (٣ + (٤ - ٣ س)) =$$

$$(٢ س) (٣ + ١٢ - ٣ س) =$$

$$(٢ س) (٩ - ٣ س) =$$

$$٦ س - ٦ س^٢ = ٢٧ س$$

س ٧ : إذا كان ص = جتا (س + ٢/π) أثبت ان ص + ص = صفر

الحل :

$$ص = جتا (س + ٢/π)$$

$$ص = جتا (س + ٢/π)$$

$$ص + ص = جتا (س + ٢/π) + جتا (س + ٢/π)$$

$$ص + ص = صفر$$

س ٨ :

$$إذا كان ص = ظا س + \frac{١}{٣} ظا^٣ س$$

$$برهن \frac{دص}{دس} = قا^٤ س$$

الحل :

$$ص = قا^٢ س + ظا^٢ س \times قا^٢ س$$

$$قا^٢ س + (قا^٢ س - ١) قا^٢ س$$

$$قا^٢ س + قا^٤ س - قا^٢ س$$

$$قا^٤ س =$$

س ٩ :

$$أ) ص = ٢ جا ٣ س \times جتا ٣ س \times ٣$$
$$٣ جا ٦ س =$$
$$٣ جا (٣ س) = ٠$$

ب)

$$ص = (٣ س - \frac{١}{س})^٢ (\frac{١}{س} + ١)^٢$$

$$ص = (٣ س - ٢)^٢ (\frac{١}{٤} + ١)^٢$$

ج) اوجد ص إذا كان ص = س هـ (س) ،

$$عند س = ٩ ، علماً هـ (٩) = ٥ ، هـ (٩) = ٣$$

الحل :

$$ص = س \times هـ (س) + هـ (س)$$

$$ص = ٩ \times هـ (٩) + هـ (٩)$$

$$ص = ٩ \times ٥ + ٣ = ٤٨$$

س ١٠ :

اوجد ص

$$١. ص = جا (٣ س)$$

$$ص = س ظا (\frac{١}{س})$$

الحل :

$$١) ص = جتا (٣ س) \times ٦ س$$

$$ص = جتا (٣ س) \times ٦ س + ٦ \times جتا (٣ س) \times ٦ س$$

$$٦ = جتا (٣ س) - ٣٦ س جا (٣ س)$$

٢) تمرين للطالب

الإشـتقاق الـضمـنى

العلاقة نوعان

ضمـنية

لا يمكن فصل السينات
عن الصادات بسهولة
(مثال)
س^٣ + ٤س^٢ ص^٢ =
٥س + ٧ص^٣

صـريـحة

يمكن فصل السينات
عن الصادات بسهولة
(مثال)
ص = س^٣ - ٢ص^٢

د ص

لإيجاد _____ أو ص⁻
د س

نعامل كل حد من الحدود على انه اقتران مستقل

د ص

وعند اشتقاق الصادى نضربه بـ ص⁻ أو _____

د س

س ١١ :

إذا كان ق قابلاً للاشتقاق وكان

$$ق (جا ٢ س) = قتا ٢ س : س (٠, \pi/٣)$$

$$جد ق (\frac{1}{2})$$

الحل :

ملاحظة : ؟؟؟ حددت الفترة

$$ق (جا ٢ س) \times ٢ جتا ٢ س = ٢ قتا ٢ س ظتا ٢ س$$

$$\frac{1}{2} = جا ٢ س$$

ومنها ٢ س = ٣٠, ١٥٠

اذن س = ١٥, ٧٥ مرفوضة؟

$$ق (جا ٢ س) \times ٢ جتا ٢ س = ٢ قتا ٢ س \times ٣٠ ظتا ٢ س$$

س ١٢ :

$$اذا كان ص = ق (س ٢ + ٢ س) , ق (٣) = ٥$$

$$اوجد ص عند س = ١$$

الحل :

$$ص = ق (س ٢ + ٢ س) (٢ + س ٢)$$

$$ص = ق (١) (١ + ٢) (١ + ٢) (٢ + ١ \times ٢)$$

$$ص = ١$$

$$ص = ق (٣) (٤)$$

$$ص = ١$$

$$ص = ٢٠ = ٤ \times ٥$$

٥) ق(ص^٢) = س وكان ق(١) = ٣ ، عند ص = ١
الحل:

$$ق(ص^2) = ٣ \times ٢ \times ص = ١$$

$$ق(١) = ٣ \times ٢ \times ص = ١$$

$$١ = ٣ \times ٢ \times ص$$

$$١ = ٦ \times ص$$

$$\frac{١}{٦} = ص$$

٦) س = ق(ص^٢ + ١) ، ق(٥) = ٤ عند ص = ٢
الحل:

$$١ = ق(١ + ٢ \times ص) (٢ \times ص)$$

$$١ = ق(٥) (٤ \times ص)$$

$$١ = ٤ (٤ \times ص)$$

$$\frac{١}{١٦} = ص$$

$$(٧) \sqrt{س \times ص} = ١ ، عند س = ٢$$

الحل:

$$س \times ص + ص = ١$$

$$\frac{١}{٢} = ص \quad \text{عندما } س = ٢ \quad \text{فان } ص = \frac{١}{٢}$$

بالتعويض

$$\frac{١ - ٠,٥}{٤} = ص = \frac{٠,٥ + ٢ \times ص}{٠,٥ \times ٢}$$

$$(٨) ٢ \times ص = ق(٢ \times س - س) ، ق(٦) = ٤ ، س = ٢$$

الحل:

$$٢ \times ص = ق(٢ \times س - س) (٤ - س)$$

$$٢ \times ص = ق(٦) (٧)$$

$$٢ \times ص = ٤ (٧)$$

$$ص = ١٤$$

مثال (١٥٤):

د ص

أوجد العلاقات التالية

د س

$$(١) \text{ جا(س ص) = ص عند النقطة } (٢/\pi, ١)$$

الحل:

$$\text{جتا(س ص) = (س ص + ص) = ص}$$

$$\text{ومنها ص = صفر}$$

$$(٢) \text{ ص = جا}^{\theta} \text{(ل س)}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{ن جا}^{\theta} \text{(ل س)} \text{جتا(ل س)} \times \text{ل(س)}$$

$$(٣) \text{ س + ص}^٣ = س ص عند النقطة (٨, ٢)$$

الحل:

$$١ + ٣ \times ص^٢ \times ص = ص \times ص + ص$$

$$١ + ١٢ \times ص = ٨ \times ص + ٢$$

$$٤ \times ص = ١$$

$$\frac{١}{٤} = ص$$

$$(٤) \text{ س ص}^٢ - \text{ص}^٢ \text{ س} = ٢ عند النقطة (١, ٢)$$

الحل:

$$س \times ٢ \times ص + ص - \text{ص}^٢ = (س + ٢ \times ص) \times ص$$

$$٤ \times ص + ٤ - ٤ = (٤ + ص) \times ص$$

$$٤ \times ص - ٤ - ٤ = ص \times ص$$

$$٣ \times ص = ٠ \text{ ومنها ص} = ٠$$

$$(9) \text{ س + ظا } (\text{س ص}) = \text{صفر}$$

الحل :

$$1 + \text{قا}^2 (\text{س ص}) (\text{س ص} + \text{ص}) = 0$$

$$1 + \text{س ص} \text{قا}^2 (\text{س ص}) + \text{ص} \text{قا}^2 (\text{س ص}) = 0$$

$$\text{ص} \text{قا}^2 (\text{س ص}) - 1 = 0$$

$$\frac{\text{ص} \text{قا}^2 (\text{س ص})}{\text{س} \text{قا}^2 (\text{س ص})} = \frac{1}{\text{س} \text{قا}^2 (\text{س ص})}$$

$$(10) \text{س} + \text{ص} = \text{س ص}$$

الحل :

$$1 + \text{ص} = \text{س ص}$$

$$\text{ص} - \text{س ص} = -1$$

$$\text{ص} (\text{س} - 1) = -1$$

$$\frac{\text{ص} (\text{س} - 1)}{\text{ص} (\text{س} - 1)} = \frac{-1}{\text{س} - 1}$$

$$(11) \text{س}^3 + \text{ص}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 = 6 \text{ع} \text{ع} \text{ع} \text{ع} (0, 4)$$

الحل :

$$\text{س}^3 + \text{ص}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 = (\text{س} + \text{ص}) (\text{س}^2 - \text{س} \text{ص} + \text{ص}^2) - \text{س} \text{ص} (\text{س} + \text{ص}) = 0$$

$$\text{س}^3 + \text{ص}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 - \text{س} \text{ص} (\text{س} + \text{ص}) = 0$$

$$\text{ص} (\text{س}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 + \text{ص}^3) = 0$$

$$\text{ص} (\text{س}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 + \text{ص}^3) = 0$$

$$\frac{\text{ص} (\text{س}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 + \text{ص}^3)}{\text{ص} (\text{س}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 + \text{ص}^3)} = \frac{0}{\text{ص} (\text{س}^3 - \text{س}^2 \text{ص} - \text{س} \text{ص}^2 + \text{ص}^3)}$$

(12) إذا كان $\text{ص} = \frac{\text{ن}}{\text{م}}$ ، أثبت أن $\text{ص} = \frac{\text{ن}}{\text{م}}$ - 1

$$(13) \text{ق} (\text{ص} + 1) = \text{س}^3 ، \text{ق} (5) = 4$$

$$\text{ق} (5) = 8 \text{عند} \text{ص} = 4$$

الحل :

$$\text{ق} (\text{ص} + 1) \times \text{ص} = \text{س}^3$$

انتبه انتبه امامك

$$\text{عندما} \text{ص} = 4 \text{ ق} (5) = \text{س}^3$$

$$\text{لكن} \text{ق} (5) = 8 \text{ اذن} \text{س} = 2 \text{ ومنها} \text{ص} = 2$$

بالتعويض

$$\text{ق} (5) \times \text{ص} = \text{س}^3 (2)$$

$$4 \times \text{ص} = 8$$

$$\text{ص} = 2$$

$$(14) \text{ص}^2 + \text{س}^2 = 4 \text{س} \text{ص} + 25 ، (-1 ، 3)$$

الحل :

$$2 \text{ص}^2 + 8 \text{س} = 4 \text{س} \text{ص} + 25$$

$$2 \text{ص}^2 + 8 \text{س} - 4 \text{س} \text{ص} = 25$$

$$2 \text{ص}^2 - 4 \text{س} \text{ص} + 8 \text{س} - 25 = 0$$

$$\frac{2 \text{ص}^2 - 4 \text{س} \text{ص} + 8 \text{س} - 25}{1} = 0$$

$$(15) \text{ص}^2 = 3 \text{ص} \text{س} + \text{س}^2$$

الحل :

$$2 \text{ص}^2 = 3 \text{ص} \text{س} + \text{س}^2$$

$$2 \text{ص}^2 = 3 \text{ص} \text{س} + \text{س}^2$$

$$2 \text{ص}^2 - 3 \text{ص} \text{س} - \text{س}^2 = 0$$

$$\text{ص} (2 \text{ص} - 3 \text{س} - \text{س}) = 0$$

$$\frac{2 \text{ص}^2 - 3 \text{ص} \text{س} - \text{س}^2}{2 \text{ص} - 3 \text{س} - \text{س}} = 0$$

$$(16) \quad 4ص^2 + 8ص + 3س = 45$$

$$8ص + 8ص + 6س = 0$$

$$ص(8ص + 8) + 6س = 0$$

$$-6س$$

$$\frac{ص}{8ص + 8} =$$

$$8ص + 8$$

$$(17) \quad 3س = ظا ص عند س = 3$$

الحل:

$$1 = قأ ص \times ص$$

$$1$$

$$\frac{ص}{قأ ص} =$$

انتبه انتبه امامك

$$لكن قأ ص = ظا ص + 1$$

$$1 = س + 2$$

$$10 = 1 + 9 =$$

$$1$$

$$\frac{ص}{10} =$$

$$10$$

$$(18) \quad 4س^3 + 2س^2ص + 9 = عند (1, 2)$$

الحل:

$$4س^3 + 2س^2ص + 9 = 4س^3 + 2س^2 \times 1 + 9 = 4س^3 + 2س^2 + 9$$

$$4س^3 + 2س^2 + 9 = 4س^3 + 2س^2 + 9$$

$$-4س^3 - 2س^2 - 9 =$$

$$\frac{ص}{4س^3 + 2س^2 + 9} =$$

$$4س^3 + 2س^2 + 9$$

$$20 - 4 - 16 =$$

$$\frac{ص}{8} = \frac{ص}{8}$$

$$8 \quad 8$$

مثال (155):

جاس

1. اذا كان ص = $\frac{س}{س}$ ، س $\neq 0$

س

اثبت ان س ص + 2 ص + س ص = صفر

الحل:

انتبه عندما س $\neq 0$ نستطيع ضرب تبادلي

س ص = جاس

س ص + ص = جتاس

س ص + ص + ص = جاس -

س ص + 2 ص = جاس -

س ص + 2 ص = س ص -

س ص + 2 ص + س ص = 0

2. ص = س ظاس

اثبت ان ص - 2 ص قأ س = 2 قأ س

الحل:

ص = س قأ س + ظاس

ص = س(2 قأ س قاس ظاس) + قأ س + قأ س

ص = 2 س قأ س ظاس + 2 قأ س

ص - 2 ص قأ س = 2 قأ س

3. ص = (قاس + ظاس) ن

اثبت ان ص = ن ص قاس

الحل:

ص = ن(قاس + ظاس) - ن(قاس ظاس + قأ س)

ص = ن(قاس + ظاس) - ن(قاس ظاس + قأ س)

ص = ن قاس (قاس + ظاس) ن

ص = ن ص قاس

$$٤. \text{ ص} = \text{قا} ٢ \text{ س}$$

اثبت ان $\text{ص} - ٨ \text{ ص} ٣ + ٤ \text{ ص} = \text{صفر}$
الحل:

$$\begin{aligned} \text{ص} &= ٢ \text{ قا} ٢ \text{ س} \text{ ظا} ٢ \text{ س} \\ \text{ص} &= ٢ \text{ قا} ٢ \text{ س} \times ٢ \text{ قا} ٢ \text{ س} + \text{ظا} ٢ \text{ س} \times ٤ \text{ قا} ٢ \text{ س} \text{ ظا} ٢ \text{ س} \\ \text{ص} &= ٤ \text{ قا} ٢ \text{ س} + ٤ \text{ قا} ٢ \text{ س} \text{ ظا} ٢ \text{ س} \\ \text{ص} &= ٤ \text{ ص} ٣ + ٤ \text{ قا} ٢ \text{ س} (\text{قا} ٢ \text{ س} - ١) \\ \text{ص} &= ٤ \text{ ص} ٣ + ٤ \text{ ص} (\text{ص} - ٢) \\ \text{ص} &= ٤ \text{ ص} ٣ - ٤ \text{ ص} \\ \text{ص} - ٨ \text{ ص} ٣ + ٤ \text{ ص} &= \text{صفر} \end{aligned}$$

$$٥. \text{ جا ص} = \text{س} : |\text{س}| > ١$$

اثبت ان

د ص

$$\frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١}$$

الحل:

$$\text{جتا ص} = ١$$

د ص

$$\frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١}$$

د س جتا ص

$$\text{لكن جا} ٢ \text{ ص} + \text{جتا} ٢ \text{ ص} = ١$$

$$\text{س} ٢ + \text{جتا} ٢ \text{ ص} = ١$$

$$\text{جتا ص} = \sqrt{١ - \text{س} ٢}$$

د ص

$$\frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١} = \frac{\text{د س}}{\text{ص} - ١}$$

وهو المطلوب ١
المطلوب ٢

$$\text{جتا ص} = \text{ص} + \text{ص} \times - \text{جا ص} = ٠$$

$$\text{ص} = \text{جا ص}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

جتا ص

$$\text{ص} = \text{ص} (\text{ص} - \text{ظا} ٢ \text{ ص})$$

$$\text{ص} = \text{ص} (\text{قا ص} - \text{ظا} ٢ \text{ ص})$$

$$\text{ص} = \text{ظا ص} \text{ قا} ٢ \text{ ص}$$

$$٦. \text{ س} + \text{ص} = \text{ص} \text{ س}$$

$$\frac{\text{ص} ٢}{\text{س}} = \text{ص} \text{ ان}$$

الحل:

انتبه انتبه امامك

$$١ + \text{ص} = \text{س} \text{ ص} + \text{ص}$$

$$\text{ص} = \text{س} \text{ ص} + \text{ص} + \text{ص}$$

$$\text{ص} - \text{س} \text{ ص} = ٢ \text{ ص}$$

$$\text{ص} (\text{س} - ١) = ٢ \text{ ص}$$

$$\text{ص} ٢$$

$$\text{ص} = \frac{٢ \text{ ص}}{\text{س} - ١} \dots (١)$$

$$\text{لكن س ص} - \text{ص} = \text{س}$$

$$\text{ص} (\text{س} - ١) = \text{س}$$

$$\text{س}$$

$$\text{ص} (\text{س} - ١) = \frac{\text{س}}{\text{ص}} \dots (٢)$$

$$\text{ص}$$

$$\text{كذلك ص} - \text{س} \text{ ص} = \text{ص} - ١$$

$$\text{ص} (\text{س} - ١) = \text{ص} - ١$$

$$\text{ص} - ١$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ص} - ١}{\text{س} - ١}$$

$$\text{س} - ١$$

$$\text{ص} - ١$$

$$\text{ص} ٢ = \frac{\text{ص} - ١}{\text{س} - ١} \div \frac{\text{ص} - ١}{\text{س}}$$

$$\text{ص} - ١$$

$$\text{ص} - ١$$

$$\text{ص} ٢ = \frac{\text{ص} - ١}{\text{س} - ١} \times \frac{\text{ص} - ١}{\text{س}}$$

$$\text{س}$$

$$٧. \text{ ص} = \text{ظا} (\text{س} \text{ ص})$$

اثبت ان

د ص

$$\text{ص} + \text{ص} ٢$$

$$\frac{\text{ص} + \text{ص} ٢}{\text{س} - ١} = \frac{\text{ص} + \text{ص} ٢}{\text{س} - ١}$$

$$\text{د س} = \text{س} - ١ (\text{ص} + \text{ص} ٢)$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{قا} ٢ (\text{س} \text{ ص}) (\text{س} \text{ ص} + \text{ص})$$

$$\begin{aligned} \text{ص} - \text{س} \text{ ص} \text{ ق} \text{ ا}^2 &= (\text{س} \text{ ص})^2 = \text{ص} \text{ ق} \text{ ا}^2 (\text{س} \text{ ص}) \\ \text{ص} (1 - \text{س} \text{ ق} \text{ ا}^2) &= (\text{س} \text{ ص})^2 = \text{ص} \text{ ق} \text{ ا}^2 (\text{س} \text{ ص}) \\ \text{د} \text{ ص} &= \frac{\text{ص} (\text{ظا}^2 (\text{س} \text{ ص}) + 1)}{1} \\ \text{د} \text{ س} &= \frac{1 - \text{س} (\text{ظا}^2 (\text{س} \text{ ص}) + 1)}{\text{ص} (\text{ص} + 1)} \\ \text{د} \text{ ص} &= \frac{1 - \text{س} (\text{ص} + 1)}{\text{ص} + \text{ص}^3} \\ \text{د} \text{ س} &= \frac{1 - \text{س} (\text{ص} + 1)}{1} \end{aligned}$$

$$8. \text{ص} = \text{جاس} + \text{جتاس}$$

$$\text{اثبت ان } \text{ص} \text{ ص} = 1 - \text{جا}^2 \text{ س}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{جتاس} - \text{جاس}$$

$$\text{ص}^2 = \text{جاس} - \text{جتاس}$$

$$\text{ص} \text{ ص} + 1 = (\text{جاس} + \text{جتاس})(\text{جاس} + \text{جتاس}) + 1$$

$$= \text{جا}^2 \text{ س} - 2 \text{جاس} \text{جتاس} + \text{جتا}^2 \text{ س} + 1$$

$$= \text{جا}^2 \text{ س} - 2 \text{جاس} \text{جتاس} + \text{جتا}^2 \text{ س}$$

$$= \text{جا}^2 \text{ س}$$

$$9. \text{ص} = \text{ظا} \text{ س} + \text{قاس}$$

$$\text{اثبت ان } \text{ص} = \text{ص}^2 \text{ قاس}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{قاس}^2 + \text{قاس} \text{ ظا} \text{ س}$$

$$\text{ص}^2 = \text{قاس}^2 \text{ قاس} + \text{قاس} \text{ ظا} \text{ س} + \text{قاس}^2 \text{ قاس} + \text{قاس} \text{ ظا} \text{ س}$$

$$\text{ص}^2 = \text{قاس}^2 \text{ ظا} \text{ س} + \text{قاس}^2 \text{ قاس} + \text{قاس} \text{ ظا} \text{ س} + \text{قاس}^2 \text{ قاس}$$

$$\text{لكن } \text{ص} = \text{ظا} \text{ س} + \text{قاس}$$

$$\text{ص}^2 = \text{ظا}^2 \text{ س}^2 + 2 \text{ظا} \text{ س} \text{ قاس} + \text{قاس}^2$$

بالضرب قاس طرفي المعادلة

$$\text{ص}^2 \text{ قاس} = \text{قاس}^2 \text{ ظا}^2 \text{ س} + 2 \text{ظا} \text{ س} \text{ قاس}^2 + \text{قاس}^3$$

$$= \text{ص}^2$$

$$10. \text{ص} = (\text{جاس} + \text{جتاس})^2$$

اثبت ان

$$\text{ص}^2 + 4 = \text{ص} = 12 \text{جتا}^2 \text{ س}$$

الحل:

$$\text{ص} = 4 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (\text{جتاس} - \text{جاس})$$

$$\text{ص} = 4 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (-\text{جاس} - \text{جتاس}) +$$

$$(\text{جتاس} - \text{جاس}) \times 12 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (\text{جتاس} - \text{جاس})$$

$$= 4 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (12 + (\text{جتاس} - \text{جاس})^2)$$

$$= 4 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (12 + \text{جتاس} - \text{جاس})^2$$

$$= 4 (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 (12 + \text{جتاس} - \text{جاس})^2$$

$$\text{ص} + 4 = \text{ص} = 12 \text{جتا}^2 \text{ س}$$

$$11. \text{اذا كان } \text{جا} \text{ ص} = \text{ظا} \text{ س}, \text{ فاثبت ان:}$$

$$\text{ص}$$

$$\text{ظا} \text{ ص} = \frac{2 \text{قا}^2 \text{س} + (\text{ص}^2)}$$

الحل:

$$\text{جتا} \text{ ص} \times \text{ص} = \text{قا}^2 \text{ س}$$

$$\text{جتا} \text{ ص} \times \text{ص} + \text{ص} \times \text{ص} - \text{جا} \text{ ص} \times \text{ص} = 2 \text{قا}^2 \text{ س} \times \text{قاس} \text{ ظا} \text{ س}$$

$$\text{جتا} \text{ ص} \times \text{ص} - (\text{ص}^2) \text{ جا} \text{ ص} = 2 \text{قا}^2 \text{ س} \text{ ظا} \text{ س}$$

$$\text{جتا} \text{ ص} \times \text{ص} - (\text{ص}^2) \text{ جا} \text{ ص} = 2 \text{قا}^2 \text{ س} \text{ جا} \text{ ص}$$

بالقسمة على جتا ص

$$\text{ص} - (\text{ص}^2) \text{ ظا} \text{ ص} = 2 \text{قا}^2 \text{ س} \text{ ظا} \text{ ص}$$

$$\text{ص} = 2 \text{قا}^2 \text{ س} \text{ ظا} \text{ ص} + (\text{ص}^2) \text{ ظا} \text{ ص}$$

$$\text{ص} = \text{ظا} \text{ ص} (2 \text{قا}^2 \text{ س} + (\text{ص}^2))$$

$$\text{ص}$$

$$\text{ظا} \text{ ص} = \frac{2 \text{قا}^2 \text{س} + (\text{ص}^2)}$$

$$2 \text{قا}^2 \text{س} + (\text{ص}^2)$$

١٤. إذا كان ص = [س اثبت ان

$$\frac{د}{دس} = \left(\frac{دص}{دس} \times ص \right) = \text{صفر}$$

الحل:

بتربيع الطرفين

$$ص = \frac{د}{دس}$$

$$٢ ص = ١$$

$$\frac{ص}{٢} = \frac{١}{٢}$$

المطلوب (ص ص)

$$\text{ص} = \left(\frac{ص}{٢} \times ٢ \right) = \text{صفر}$$

١٥. ص = جاس - جتاس

اثبت أن (ص ص) + ص = ٢

الحل:

$$\text{ص} = \text{جتاس} + \text{جاس}$$

$$= (جتاس + جاس) + (جاس - جتاس)$$

$$= \text{جتاس} + ٢\text{جاس} - \text{جتاس} + \text{جاس}$$

$$= \text{جتاس} - ٢\text{جتاس} + \text{جاس} + \text{جاس}$$

$$= ١ + ١ = ٢$$

١٦. ص = جأس

اثبت أن ص + ١٦ = ١٢ جأس

الحل:

$$\text{ص} = ٤\text{جأس} - \text{حاس} + \text{جتاس} \times ١٢$$

$$\text{ص} = ٤\text{جأس} - \text{حاس} + \text{جتاس} \times ١٢$$

$$= ٤\text{جأس} + ١٢\text{جتاس} - \text{حاس}$$

$$= ٤\text{جأس} + ١٢(١ - \text{جأس}) - \text{حاس}$$

$$= ٤\text{جأس} + ١٢ - ١٢\text{جأس} - \text{حاس}$$

$$= ١٦\text{جأس} + ١٢ - \text{حاس}$$

$$\text{اذن ص} + ١٦ = ١٢\text{جأس}$$

١٢.

$$\text{ص} = \text{ظاس} + \frac{ظا٢س}{٣}$$

اثبت أن ص = قأس

الحل:

$$\text{ص} = \text{قأس} + \text{ظا٢س}$$

$$\text{ص} = \text{قأس} + (١ - \text{قأس})$$

$$\text{ص} = \text{قأس} + \text{قأس} - \text{قأس}$$

$$\text{ص} = \text{قأس}$$

١٣.

ص = جتا٢س

اثبت أن قاس ص + ٤ جاس = صفر

الحل:

$$\text{ص} = ٢ - \text{جا٢س}$$

بالتعويض في قاس ص + ٤ جاس

$$= ٢ - \text{قاس جا٢س} + ٤\text{جاس}$$

$$= ٢ - ٢ \times ٢ + ٤\text{جاس}$$

$$= \text{صفر} + \frac{٤\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

١٩) إذا كان ص + ص = ٣ = س اوجد ص

$$17. \text{ص} = \text{جا}^{\text{ن}} (\text{هـ}(\text{س})) : \text{ن} \text{ص}$$

اثبت أن

$$\text{ص} = \text{ن هـ}(\text{س}) \text{جا}^{\text{ن-1}} (\text{هـ}(\text{س})) \text{جتا}(\text{هـ}(\text{س}))$$

الحل : محلول سابقاً تمرين للطالب

$$19. \text{ظا} \text{ص} = \text{س}$$

$$\text{اثبت أن } \text{ص}^2 (1 + \text{س}^2) = \text{جا}^2 \text{ص}$$

الحل :

$$\text{قا}^2 \text{ص} \times \text{ص} = 1$$

$$(\text{ظا}^2 \text{ص} + 1) \text{ص} = 1$$

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص} = 1$$

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص} + \text{ص}^2 \times \text{س}^2 = 1$$

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص}^2 = \frac{1}{\text{قا}^2 \text{ص}}$$

قا²ص

جا²ص

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص}^2 = \text{جتا}^2 \text{ص} (\text{جتا}^2 \text{ص} - 2)$$

جتا²ص

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص}^2 = 2 - \text{جتا}^2 \text{ص} \text{جا}^2 \text{ص}$$

$$(\text{س}^2 + 1) \text{ص}^2 = \text{جا}^2 \text{ص}$$

$$20. \text{ص} = \text{قا}^2 \text{س}$$

$$\text{اثبت ان } \text{ص}^3 - 8 \text{ص} + 4 \text{ص}^2 = 0$$

الحل :

$$\text{ص}^3 = 2 \text{قا}^2 \text{س} \text{ظا}^2 \text{س}$$

$$\text{ص}^3 = 2 \text{ص} \text{ظا}^2 \text{س}$$

$$\text{ص}^2 = 2 \text{قا}^2 \text{س}^2 + \text{ظا}^2 \text{س}^2 \times \text{س}^2 \times 2 \text{ص}$$

$$\text{ص}^2 = 2 \text{ص}^2 \times 2 \text{ظا}^2 \text{س}^2 + 2 \text{ص}^2 \times 2 \text{ظا}^2 \text{س}^2 \times 2 \text{ص}$$

$$\text{ص}^2 = 4 \text{ص}^3 + 4 \text{ص} \text{ظا}^2 \text{س}^2$$

$$\text{ص}^2 = 4 \text{ص}^3 + 4 \text{ص} (\text{قا}^2 \text{س}^2 - 1)$$

$$\text{ص}^2 = 4 \text{ص}^3 + 4 \text{ص} (\text{ص}^2 - 1)$$

$$\text{ص}^2 = 4 \text{ص}^3 + 4 \text{ص}^3 - 4 \text{ص}$$

$$\text{اذن } \text{ص}^3 - 8 \text{ص} + 4 \text{ص}^2 = 0$$

$$18. \text{إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق عند$$

$$\text{س} ، \text{ وكانت } \text{ص} = \text{جتا}^{\text{ن}} (\text{ق}^{\text{أ}}(\text{س})) : \text{ن} \text{ص}$$

، اثبت أن

$$\text{ص} = 2 - \text{جتا}^{\text{ن-1}} (\text{ق}^{\text{أ}}(\text{س}))$$

$$\times \text{جا}^{\text{ق}^{\text{أ}}(\text{س})} (\text{ق}^{\text{أ}}(\text{س})) (\text{ق}^{\text{أ}}(\text{س}))$$

٢١. اذا كان

$$ق(س) = (س^3 + 2س^2 - 3س)(2 + 3س^2 - 1)$$

$$اثبت ان ق(1) \times ق(1) = 210$$

الحل:

$$ق(س) = (س^3 + 2س^2 - 3س)(2 + 3س^2 - 1) = (س^3 + 2س^2 - 3س)(1 + 3س^2)$$

$$ق(س) = (س^3 + 2س^2 - 3س)(1 + 3س^2) = (س^3 + 2س^2 - 3س) + (3س^5 + 6س^4 - 9س^3)$$

$$ق(1) = (1) + (0) = 1$$

$$ق(1) = (1) + (0) = 1$$

$$ق(1) = (1) + (0) = 1$$

$$ق(1) \times ق(1) = 1 \times 1 = 1$$

٢

٢٢. اذا كان ق(س) = $\frac{2}{س}$

فاثبت ان ق(1) - ق(2) = 4

الحل:

$$ق(س) = \frac{2}{س} \quad \text{ومنها ق(1) = 2}$$

$$ق(س) = \frac{2}{س} \quad \text{ومنها ق(2) = 1}$$

$$ق(1) - ق(2) = 2 - 1 = 1$$

٢٣. اذا كان ق(س) = س^٣

وكان ق(٣) = ٦٠ س^{٣-٢} فجد قيمة ن.

الحل:

$$ق(س) = س^3$$

$$ق(٣) = 3^3 = 27$$

$$ق(٣) = 3^3 = 27 = 60 \times 3^{-2}$$

$$27 = 60 \times 3^{-2}$$

$$5 = 60 \times 3^{-2}$$

٢٤. اذا كان ق(س) = س^٣

وكان ق(٤) = (س) = ٣ فجد قيمة أ.

الحل:

$$ق(س) = س^3$$

$$ق(٣) = 3^3 = 27$$

$$ق(٣) = 3^3 = 27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$ق(٤) = 4^3 = 64$$

$$ق(٤) = 4^3 = 64 = 4 \times 4 \times 4$$

$$٤ - ٣ = ١$$

$$٤ \times ٣ = ١٢$$

$$\text{ومنها أ} = ٧٢$$

٢٥. اذا كان ل، ن، ل قابلا للاشتقاق عند س، وكان

$$ق(س) = س ل (س) فجد ق(س)، ق(٣) (س)$$

الحل:

$$ق(س) = س ل (س) + ل (س)$$

$$ق(س) = س ل (س) + ل (س) + ل (س)$$

$$ق(س) = س ل (س) + ٢ ل (س)$$

$$ق(٣) = ٣ ل (٣) + ٢ ل (٣)$$

$$ق(٣) = ٣ ل (٣) + ٣ ل (٣)$$

٢٦. ص = جتا (س + ٢/π)

فاثبت ان: ص + ص = صفر

الحل:

$$ص = جتا (س + ٢/π)$$

$$ص = جتا (س + ٢/π)$$

$$ص + ص = جتا (س + ٢/π) - جتا (س + ٢/π) = ٠$$

٢٧. إذا كان ص = أ جاس + ب جتاس : أ ، ب ثوابت

اثبت ان (ص) = ص + أ = ب + أ

الحل :

ص = أ جتاس - ب جاس

(ص) = ص + أ = (أ جتاس - ب جاس) + (أ جاس + ب جتاس)

أ جتاس - أ جتاس - ب جاس جتاس + ب جاس جتاس +

أ جاس + أ جاس + ب جاس جتاس + ب جاس جتاس

أ جتاس + أ جاس + ب جاس جتاس + ب جاس جتاس

أ (جتاس + جاس) + ب (جتاس + جاس)

أ × ب + أ × ب =

ب + ب =

٢٨. ٩ س + ١٢ س ص + ٤ ص - ٧ = ٠

اثبت ان ص = صفر

الحل :

١٨ س + ١٢ س ص + ١٢ × ص + ٨ ص ص = ٠

١٨ س + ١٢ س ص + ١٢ ص + ٨ ص ص = ٠

ص (١٢ س + ٨ ص) = (١٢ ص - ١٨ س)

ص (١٢ - ١٨ س)

ص =

(١٢ س + ٨ ص)

(٢ ص + ٣ س)

ص =

٤ (٣ س + ٢ ص)

ومنها ص = ٠

٢٩. إذا كان س + ص = أ : أ ثابت

فبين ان

$$\frac{1}{A} = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 1}}$$

الحل :

٢ س + ٢ ص ص = ٠

س -

ص =

ص

٢ + ٢ ص × ص + ٢ ص × ص = ٠

٢ + ٢ ص ص + ٢ (ص) = ٠

٢ + ٢ (ص) + ٢ ص ص = ٠

٢ + ٢ (ص) + ٢ ص ص = ٠

ص =

ص

بالقسمة على $\sqrt{V^2 + 1}$ للطرفين والقيمة المطلقة

$$\frac{1}{\sqrt{V^2 + 1}} = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{V^2 + 1}} = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{V^2 + 1}} = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 1}}$$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{A^2}} = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 1}}$$

٣٠. إذا كان جا (س + ص) = س ص

أوجد ص

الحل:

$$\text{جتا}(س+ص) = (ص+١)ص = س ص + ص$$

$$\text{جتا}(س+ص) + ص = \text{جتا}(س+ص) + س ص + ص$$

ص

$$س ص - ص = \text{جتا}(س+ص) - \text{جتا}(س+ص) -$$

ص

$$ص (س - \text{جتا}(س+ص)) = \text{جتا}(س+ص) - ص$$

$$\text{جتا}(س+ص) - ص$$

$$ص = \frac{\text{جتا}(س+ص) - ص}{س - \text{جتا}(س+ص)}$$

٣١. إذا كان

$$ص = \sqrt{س + ١} + ١ + س$$

$$\text{اثبت ان } ٢ \sqrt{س + ١} + س = ص$$

الحل:

بتربيع الطرفين

$$ص^٢ = س + ١ + ٢ \sqrt{س + ١} + س$$

$$٢ ص ص = ١ + \frac{٢ \sqrt{س + ١} + س}{س}$$

$$٢ ص ص = ١ + \frac{٢ \sqrt{س + ١} + س}{س}$$

$$٢ ص ص = \frac{س + \sqrt{س + ١} + ١ + \sqrt{س + ١} + س}{س}$$

$$٢ ص ص = \frac{٢ \sqrt{س + ١} + ٢ ص ص}{س}$$

$$\text{اذن } ٢ \sqrt{س + ١} + س = ص$$

٣٢. صفيحة معدنية مستطيلة الشكل تتمدد بانتظام

بحيث يبقى طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها اوجد

معل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة الى

طولها عندما يكون طولها ١٥ سم

الحل:

نفرض ان العرض = س

الطول = ص

$$م = الطول \times العرض$$

$$م = ص \times س$$

١

$$\text{لكن } س = \frac{١}{٣} ص$$

٣

$$\text{اذن } م = \frac{١}{٣} ص^٢$$

٣

$$\text{اذن } \frac{د م}{ص} = \frac{٢}{٣} ص$$

عندما ص = ١٥

د م

$$\text{اذن } \frac{د م}{ص} = ١٠$$

د م

٣٣. اوجد المشتقات المتتالية

$$ق (س) = س^{٣/٤} \text{ عندما } س = ٠$$

الحل:

$$ق (س) = س^{٣/٤} = ١ - ٣/٤ س$$

$$ق (س) = س^{٣/٤} = ٣/٤ س^{٣/٤}$$

$$ق (٠) = ٠$$

$$ق (س) = س^{٣/٤} = ٩/٤ س^{٣/٤}$$

$$ق (٠) = م. غ$$

$$ق (س) = س^{٣/٤} = ٢٧/٨ س^{٣/٤}$$

$$ق (٠) = م. غ$$

$$ق (٠) = م. غ$$

٣٤. ليكن ق (ص) = جاه (ص) ، هـ (١) = ٣/π

هـ (١) = صفر ، هـ (١) = ٣ اوجد

ق (١) علماً بان ق، ق قابلان للاشتقاق

مثال (١٥٨) :
إذا كان

$$ق (س) = \frac{1}{س - 1} \neq 1$$

أوجد ق^(٤) (س)

الحل :

$$ق (س) = \frac{1 - (1 - 1)}{(س - 1)^2} = \frac{0}{(س - 1)^2} = 0$$

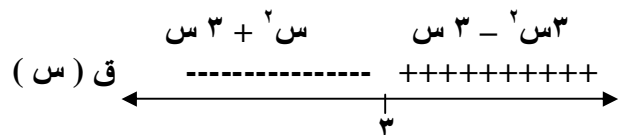
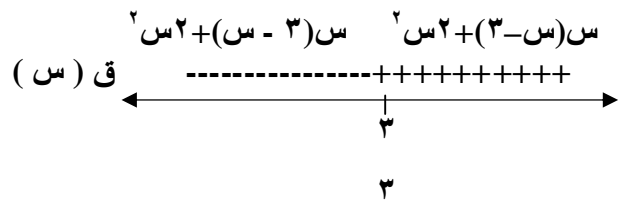
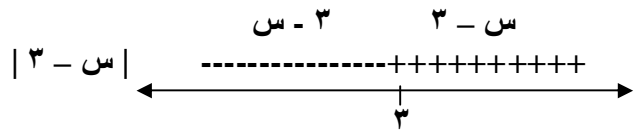
$$س \neq 1 : \frac{1 - (1 - 1)}{س^2 + 2س - 1} = 0$$

$$ق (س) = \frac{1 - (1 - 1)}{(س^2 + 2س - 1)^2} = 0$$

$$س^2 - 2 : \frac{1 - (1 - 1)}{(س^2 + 2س - 1)^2} = 0$$

مثال (١٥٩) :

إذا كان ق (س) = |س - ٣| + ٢ س
أوجد ق^(٥) (س)
الحل :



متصل على ح
ق (س) = (س) = ٣ - ٢ س ، س < ٣
ق (س) = (س) = ٣ + ٢ س ، س > ٣
عندما س = ٣
ق^(٣) = ١٥ ، ق^(٣) = ٩
اذن ق^(٣) = غ . م

مثال (١٦٠) :

إذا كان ق (س) = س . هـ (س) ، الاقتران (هـ) س
قابل للاشتقاق
أوجد ق^(٤) (س)

الحل :

$$ق (س) = (س) = س . هـ (س) + هـ (س)$$

$$ق (س) = (س) = س . هـ (س) + هـ (س) + هـ (س)$$

$$= س . هـ (س) + هـ (س)$$

$$ق (س) = (س) = س . هـ (س) + هـ (س) + هـ (س)$$

$$= س . هـ (س) + هـ (س) + هـ (س)$$

$$ق (س) = (س) = س . هـ (س) + هـ (س) + هـ (س) + هـ (س)$$

$$= س . هـ (س) + هـ (س) + هـ (س) + هـ (س)$$

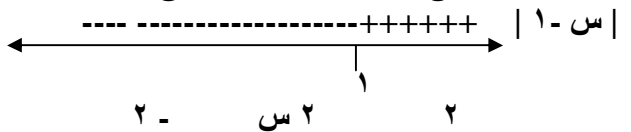
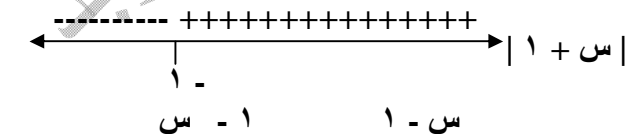
مثال (١٦١) :

إذا كان ق (س) = |س - ١| + |س - ١|
أوجد

$$١ . ق (س) = |س - ١| + |س - ١|$$

حدد فيما إذا كان قابل للاشتقاق عند س = ١ أم لا ؟

الحل :
١ - س - ١ + س



$$ق (س) = |س - ١| + |س - ١|$$

$$٣ ، ٢ \geq س \geq ٤$$

غير قابل للاشتقاق عند $س = ١$ ، ٤ اطراف فترة
غير قابل للاشتقاق عند $س = ١,٨$ ، ٢ غير متصل

مثال (١٦٣):

إذا كان $ق(س) = |س - ٣|$ اوجد $ق'(١)$

الحل:

عندما $س = ١$ فان $ق(س) = ٣ - س$

$$ق'(١) = (س) = (٣ - س) = ٢ - ٩ - س + س = ٢$$

$$ق'(١) = (س) = (٢ - س) = ٢ - ٦ - س + س = ٢$$

$$ق'(١) = (١) = (٢ - ١) = ١ \times ٢ - ١ = ٤$$

وهناك طريقة اخرى سنتعلمها لاحقاً

مثال (١٦٤):

إذا كان $ق(س) = س \times ه(س)$ ، $ه(١) = ١$ ، وكان $ه'(١) = ٣$

، $ه'(١) = ٥$ اوجد قيمة $ق'(١)$

الحل:

$$ق'(س) = ه(س) + س \times ه'(س) = ١ + س \times ٣ = ٣س + ١$$

$$ق'(١) = ٣ \times ١ + ١ = ٤$$

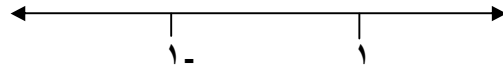
$$ق'(١) = ٣ \times ١ + ١ = ٤$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{١}{٣} = (١) \text{ لكن } \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$$

ومنها

$$ق'(١) = ٣ \times ١ + ١ = ٤$$

$$\frac{١}{٩} = (١) \text{ ق'}$$



ق متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ ١ - > س \\ ١ - > س > ١ - \\ \text{صفر} \\ س < ١ \end{array} \right\} = ق(س)$$

$$\begin{array}{l} ق_+ (١) = ٢ ، ق_- (١) = ٠ \\ \text{اذن غير قابل للاشتقاق عندما } س = ١ \\ ق_+ (١) = ٠ ، ق_- (١) = ٢ \\ \text{اذن غير قابل للاشتقاق عندما } س = ١ \end{array}$$

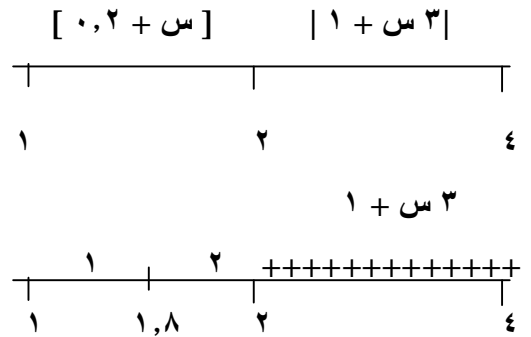
مثال (١٦٢):

اوجد ص للاقتران

$$\left. \begin{array}{l} [٠, ٢ + س] \\ ١ < س < ٢ \\ |٣س + ١| \\ ٢ \leq س \leq ٤ \end{array} \right\} = ص$$

عندما $س = ٢$

الحل:



غير متصل عندما $س = ١,٨$ ، ٢

اوجد ص للاقتران

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ ١,٨ > س > ١ \\ \text{صفر} \\ ٢ > س > ١,٨ \end{array} \right\} = ص$$

مثال (١٦٥):

إذا كان ق(س) = |س - ٢| + |س| فبين أن ق(٠) غير موجودة.

الحل:

عندما س = ٠ ق(س) = |س - ٢| + |س|



متصل على ح

س < ٠

س > ٠

٢
صفر

ق(س) =

عندما س = ٠

ق(٠) = ٢

اذن ق(٣) = غ.م

مثال (١٦٦):

إذا كان ق(س) = هـ × (س) ، وكان ق(٣) = ١ ، هـ(٣) = ٤ اوجد قيمة ق(٣) الحل:

ق(س) = هـ(س) × (س) + هـ(س) × ق(س) = صفر
ق(٣) = هـ(٣) × (٣) + هـ(٣) × ق(٣) = صفر
٤ × ١ + هـ(٣) × ق(٣) = صفر

لكن هـ(٣) = ٤ = ٤ × ١ = ٤
ق(٣) = ١

ومنها

٤ × ١ + هـ(٣) × ق(٣) = صفر
٤ = هـ(٣) × ق(٣)

مثال (١٦٧):

إذا كان ق(س) = |س - ٢| - |س| اوجد ق(٢) الحل:

عندما س = ٢ تكون ق(س) = ٢ - ٣ = س - ٢

ق(س) = ٣

ق(٢) = ٣

مثال (١٦٨):

إذا كان ق(٤) = ٥ ، ق(٤) = ١ ، ق(٤) = ٢ اوجد ق

ق(٤) = (٤)

ق

الحل:

ق(٤) × ق(٤) - ق(٤) × ق(٤) = ق(٤)

ق(٤) = (٤)

ق(٤) = ٢

٩ = ق(٤) = ٢

مثال (١٦٩):

إذا كان ق(س) = |س - ٣| - |س - ٩| اوجد ق(١) الحل:

عندما س = ١ |س - ٣| - |س - ٩| = ٣ - ٨ = ٥ - ٥ = ٠

عندما س = ١ |س - ٣| - |س - ٩| = ٩ - ٨ = ١

ومنها ق(س) = (س - ٣) - (س - ٩) = ٦ - س

ق(س) = ٥ - س

ق(١) = ٥ - ١ = ٤

$$\begin{aligned} 8 \text{ ص} - 4 \text{ ص} &= 0 \\ \frac{8 \text{ ص}}{8 \text{ ص}} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 3 \text{ ص}^2 + 3 \text{ ص}^2 &= 3 \text{ ص}^2 + 3 \text{ ص}^2 \\ 3 \text{ ص}^2 - 3 \text{ ص}^2 &= 3 \text{ ص}^2 - 3 \text{ ص}^2 \\ \frac{3 \text{ ص}^2 - 3 \text{ ص}^2}{3 \text{ ص}^2 - 3 \text{ ص}^2} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 2 \text{ ص} &= 2 \text{ ص} \\ \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} &= 1 \end{aligned}$$

ت ٢ : ص ١٤٤

$$\begin{aligned} (1) \quad 0 &= 0 \\ \frac{0}{0} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{0}{0} &= 1 \\ (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 \text{ ص} &= 10 \text{ ص} \\ \frac{10 \text{ ص}}{10 \text{ ص}} &= 1 \end{aligned}$$

ت ٣ : ص ١٤٥

جا ص = ص $(\frac{2}{\pi}, 0)$ \in ص

اثبت ان

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s}$$

الحل :

جتا ص = ١

$$\frac{1}{1-s} = \frac{1}{1-s}$$

مثال (١٧٠) :

$$\frac{[1 + 2 \text{ ص}]}{1} = (\text{س})$$

$$\text{وكان هـ} = \left(\frac{1}{3} \right) \text{ هـ} ، 2 = \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$\text{اوجد ل} = \left(\frac{1}{3} \right)$$

الحل :

$$\text{عندما س} = \frac{1}{3} \text{ يكون } [1 + 2 \text{ ص}] = 1$$

$$\frac{1}{3} = (\text{س})$$

$$\frac{1}{3} = (\text{س}) \text{ ل ومنها}$$

$$\frac{1}{3} = (\frac{1}{3}) \text{ ل ومنها}$$

$$1 - \text{ل} = (\text{س})$$

$$\text{ل} = \left(\frac{1}{3} \right) \text{ هـ} = \left(\frac{1}{3} \right) \text{ ل} \times \left(\frac{1}{3} \right) \text{ ل}$$

$$\text{ل} = \left(\frac{1}{3} \right)$$

حلول تدريبات وتمارين ومسائل الاشق تقاق الـضمنى

ت ١ ص ١٤١
(١)

$$\text{لكن جا } 2 \text{ ص} + \text{جتا } 2 \text{ ص} = 1$$

$$\text{س} 2 + \text{جتا } 2 \text{ ص} = 1$$

$$\text{جتا } 2 \text{ ص} = \sqrt{1 - \text{س} 2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \text{س} 2}} = \frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$$

$$\text{ت } 4 \text{ ص } 5 = 145$$

$$\text{اذا كان س} = \text{جا } 2 \text{ ن} , \text{ص} = \text{جتا } 2 \text{ ن}$$

$$\text{اوجد } \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} \text{ عندما } \text{ن} = \frac{4}{\pi}$$

الحل:

د س

$$2 = \frac{2 \text{ جتا } 2 \text{ ن}}{\text{د س}}$$

د ن

د ص

$$= \frac{2 - \text{جا } 2 \text{ ن}}{\text{د ن}}$$

د ن

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د س}} \times \frac{\text{د ن}}{\text{د س}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \text{س} 2}} = \frac{1}{\text{جتا } 2 \text{ ن}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \text{س} 2}} = \frac{1}{\text{جتا } 2 \text{ ن}}$$

$$\text{د ص} = \frac{2 - \text{جا } 2 \text{ ن}}{\text{س} - 1}$$

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ص}} = \frac{\text{جتا } 2 \text{ ن}}{\text{ص}}$$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{ص} (1 - \text{س}) + \text{س} \times \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ص}} = \frac{2 \text{ (ص)}}{\text{ص}}$$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{ص} - \text{س} / \text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ص}} = \frac{2 \text{ (ص)}}{\text{ص}}$$

تمارين ومسائل ص 146

س 1:

أوجد _____ د ص للعلاقات التالية

$$\text{أ) س} 2 + \text{ص} 2 = 10$$

الحل:

$$16 = \text{س} 2 + \text{ص} 2$$

$$16 - \text{س} 8 = \text{ص} 8$$

$$\frac{\text{ص} 8}{\text{ص} 2} = \frac{\text{ص} 8}{\text{ص} 2}$$

ب)

$$\text{د ص} = \frac{\text{س} 3 + 10}{\text{س} 5 + \sqrt{\text{س} 5}}$$

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ص}} = \frac{2}{\text{س} 5 + \sqrt{\text{س} 5}}$$

$$\text{أو } \text{ص} = \text{ظا ص قأ ص}$$

ج)

$$\text{س} 2 - \text{ص} 2 = 6$$

الحل:

$$3 - \text{س} 2 = \text{ص} 2$$

$$\text{ص} (3 - \text{س} 2) = \text{ص} (3 - \text{س} 2)$$

$$\text{ص} 3 - \text{س} 2 = \text{ص} 3 - \text{س} 2$$

$$\frac{\text{ص} 3 - \text{س} 2}{\text{ص} 3 - \text{س} 2} = \frac{\text{ص} 3 - \text{س} 2}{\text{ص} 3 - \text{س} 2}$$

$$\frac{\text{ص} 3 - \text{س} 2}{\text{ص} 3 - \text{س} 2} = \frac{\text{ص} 3 - \text{س} 2}{\text{ص} 3 - \text{س} 2}$$

$$\text{د) جا (س} 2 \text{ ص} 2) = \text{س}$$

الحل:

$$1 = (\text{س} 2 \times \text{ص} 2 + \text{ص} 2 \times \text{س} 2) \text{جتا} (\text{س} 2 \text{ ص} 2)$$

$$1 = \text{س} 2 \text{ ص} 2 \text{جتا} (\text{س} 2 \text{ ص} 2) + \text{ص} 2 \text{جتا} (\text{س} 2 \text{ ص} 2)$$

$$1 = \text{ص} 2 - \text{س} 2 \text{جتا} (\text{س} 2 \text{ ص} 2)$$

$$\text{ص} 2 = \text{ص} 2 - \text{س} 2 \text{جتا} (\text{س} 2 \text{ ص} 2)$$

(هـ)

$$\frac{٢ص٢ص٢ص جتا(س٢ص٢) - (١)(س٢ص٢)}{١(١+س٢ص٢)}$$

$$\frac{٢ص٢ص٢ص جتا(س٢ص٢)}{١(١+س٢ص٢)}$$

س٢ : اوجد ص٢ لكل ممايلي

(أ)

$$٦س - ٨ص٢ص٢ = ٠$$

$$\frac{٦س٢}{٤ص٢} = \frac{٣س٢}{٨ص٢}$$

$$\frac{٤ص٢ \times ٣س٢ - ٣س٢ \times ٤ص٢}{١٦ص٢}$$

$$\frac{١٢ص٢ - ١٢ص٢ \times س٢}{١٦ص٢} =$$

$$\frac{١٢ص٢ - ٩س٢ص٢}{١٦ص٢} =$$

$$\frac{١٢ص٢ - ٩س٢ص٢}{١٦ص٢} =$$

$$\frac{١٦ص٢}{١٦ص٢} =$$

(ب)

$$٣س٢ \times ٣ص٢ + ٣ص٢ \times ٣س٢ = ٠$$

$$\frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢} = \frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢}$$

$$\frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢} = \frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢}$$

$$\frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢} = \frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢}$$

$$\frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢} = \frac{٣س٢ص٢ - ٣س٢ص٢}{٣س٢ص٢}$$

(ج) س٢ - جاص ص٢ + جتا ص٢ = ص٢
ص٢ (س٢ جاص + ١) = جتا ص٢

$$\frac{جتا ص٢}{١ + س٢ جاص} = ص٢$$

س٢ جاص + ١

$$\frac{ص٢(س٢ جاص + ١) - (س٢ جاص + ١)جتا ص٢}{(س٢ جاص + ١)٢} = ص٢$$

(د)

$$\frac{ص٢}{٢ص٢} - جتا ص٢ = ٠$$

$$\frac{٢ص٢}{٢ص٢} - جتا ص٢ = ص٢$$

$$\frac{ص٢}{٢ص٢} - جتا ص٢ + ٢جتا ص٢ = ص٢$$

$$\frac{٢ص٢}{٢ص٢} - جتا ص٢ + ٢جتا ص٢ = ص٢$$

$$\frac{٢ص٢}{٢ص٢} - جتا ص٢ + ٢جتا ص٢ = ص٢$$

س٢ : ٣

(أ) ٢س٢ + ص٢ = ٢π عند (١, ٢/π)

الحل :

$$٢س٢ \times ص٢ + ص٢ + ٢ص٢ = ٢π + جتا ص٢ = ٠$$

$$\frac{٢ص٢ + π + πجتا(٢/π) - ٢ص٢}{٢} = ٠$$

$$\frac{٢ص٢}{٢} = ٠$$

(ب) ٢س٢ - ٢س٢ص٢ - ص٢ = ١ عند (٢, ٣)

الحل :

$$\begin{aligned}
& 6s^2 - (s^2 \times 2 + 2s^2 + 3s^2) = 0 \\
& 6s^2 - 24s^2 + (12 - 2s^2) = 0 \\
& 6s^2 - 24s^2 + 12 + 2s^2 = 0 \\
& 36 - 23s^2 = 0 \quad s = \frac{23}{36}
\end{aligned}$$

(ج)

$$\frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0 \quad \text{عند } (2, 6)$$

الحل:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0 \\
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0 \\
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0
\end{aligned}$$

$$36 - 23s^2 = 0 \quad \text{ومنها } s = \frac{36}{23}$$

س ٤: جد النقطة على المنحنى العلاقة
 $\frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0$ التي تحقق العلاقة $s = \frac{36}{23}$

الحل:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0 \\
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0 \\
& \frac{1}{s} + \frac{3}{s} = 0
\end{aligned}$$

$$3 = \frac{36}{23} \quad \text{ومنها } s = \frac{36}{23}, \quad s = 4$$

س ٥:

$$s^2 - 2s - 5 = 0$$

$$s = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2}$$

س ٦:

$$s = 1 \quad \text{ثبت ان } s = 1 \quad \text{جاء } s = 1$$

الحل:

$$s = 1$$

$$s^2 + s - 2 = 0 \quad \text{جاء } s = 1 \quad \text{جاء } s = 2$$

$$\begin{aligned}
& s^2 = \frac{23}{36} \\
& \text{جاء } s \\
& s^2 = \frac{23}{36} \\
& s^2 = \frac{23}{36} \\
& s^2 = \frac{23}{36}
\end{aligned}$$

س ٧:

$$2s^2 + 2s = 0$$

$$2s^2 + 2s = 0 \quad \text{جاء } s = 0 \quad \text{جاء } s = -1$$

$$\frac{2}{\pi} \text{ جاء } s = 0 \quad \text{صفر} + \text{صفر} = \text{جاء } s = \pi$$

$$\frac{2}{\pi} = s = -s \quad \text{ومنها } s = 0$$

س ٨:

إذا كان $s = 1$ جاس اثبت ان

$s = 2 + s = 0$ صفر ويمكن ان يكون السؤال على صورة

جاس

$$\text{إذا كان } s = \frac{36}{23}, \quad s \neq 0$$

الحل:

انتبه عندما $s \neq 0$ نستطيع ضرب تبادلي

$$s = s = 1$$

$$s = s + 1 = 1$$

$$s = s + 1 = 1 \quad \text{جاس}$$

$$s = s + 1 = 1 \quad \text{جاس}$$

$$s = s + 1 = 1 \quad \text{جاس}$$

$$s = s + 1 = 1 \quad \text{جاس}$$

س ٩:

إذا كان

دس

$$\frac{d^2}{n} = \frac{d^2}{n} \quad \text{او وجد } \frac{d^2}{n} = \frac{d^2}{n}$$

الحل:

دص

$$2 + 2 = 4$$

دن

$$\frac{d}{n} \times \frac{d}{n} = \frac{d}{n}$$

$$\frac{d}{n} \times \frac{d}{n} = \frac{d}{n}$$

$$\frac{d}{n} \times \frac{d}{n} = \frac{d}{n}$$

Δ س هـ (١ - ظاس١ ظا هـ)

س ٢ : أ) إذا كان ق (س) = جا ٣ س جد
ق (٣ / π) باستخدام تعريف المشتقة
ق (ع) - ق (س)

ق (س) = نهـ

ع ← س
جا ٣ ع - جا π

نهـ =

ع ← π
جا ٣ ع - جا π

نهـ =

ع ← π
جا ٣ (ص + π)

نهـ =

ص ← ٠
جا (ص ٣ + π ٣)

نهـ =

ص ← ٠
جا ٣ ص جتا ٣ + جا ٣ ص جتا ٣

نهـ =

ص ← ٠
جا ٣ ص - جا ٣ ص

نهـ =

ص ← ٠
٣ - ص

(ب)

ق (س) = $\left. \begin{array}{l} ٠ \leq ٢ - س \leq ٢, \\ ١ < س < ٣, \\ ٣ \geq س \geq ١ \end{array} \right\}$

٢ - س ٢ - س ٢ - س

٣ + [س] ٣ + [س] ٣ + [س]

٣ ٣ ٣

٢ + س ٣ + ١ ٣ + ٢

٣ ٣ ٣

٢ - س ٢ - س ٢ - س

٣ ٣ ٣

١ > س > ٠, ٢ - س > ٠, ٣ > س > ١, ٣ > س > ٢,

عند س = ٠, ٣ غير قابل اطراف فترة

عند س = ١ غير قابل لان ق (١) ≠ ق (١)

عند س = ٢ غير قابل لان غير متصل

دص ٣ ن ٢ +

دس ٤ ن

د٢ ص ٤ ن (٤) - (٦ ن) - (٢ + ٣ ن) (٤) ١

دس ٢ (٤ ن) ١٦ =

مراجعة ص ١٤٧

إذا كان ق (س) = ظاس فثبت ان متوسط التغير
للاقتران ق يساوي
قا٢ س ظا هـ

هـ (١ - ظاس ظا هـ)

إذا تغيرت س من س١ الى س٢ + هـ

الحل:

ق Δ ق (س١ + هـ) - ق (س١)

س Δ هـ

ق Δ ظا (س١ + هـ) - ظا س١

س Δ هـ

ظاس١ + ظا هـ

ق Δ ١ - ظاس١ ظا هـ

س Δ هـ

ظاس١ + ظا هـ

ق Δ ١ - ظاس١ ظا هـ

س Δ هـ

ظاس١ + ظا هـ - ظاس١ + ظا٢ س١ ظا هـ

ق Δ ١ - ظاس١ ظا هـ

س Δ هـ

ظا هـ + ظا٢ س١ ظا هـ

ق Δ هـ (١ - ظاس١ ظا هـ)

س Δ ظا هـ (١ + ظا٢ س١)

ق Δ هـ (١ - ظاس١ ظا هـ)

س Δ ظا هـ (١ + ظا٢ س١)

ق Δ هـ (١ - ظاس١ ظا هـ)

س Δ ظا هـ (١ + ظا٢ س١)

ق Δ هـ (١ - ظاس١ ظا هـ)

س Δ ظا هـ (١ + ظا٢ س١)

$$\frac{\text{دس دن دس}}{\text{دص ٢ ن - ٣/١}} = \frac{\text{دس}}{\text{دس ٢ ن - ٣/١}}$$

$$\frac{\text{د}^٢ \text{ص} (١) (٣/١ - \text{ن} - ٢) - (٢) (\text{ن} - ٢)}{\text{دس}^٢} = \frac{\text{د}^٢ \text{ص} (١) (٣/١ - \text{ن} - ٢) - (٢) (\text{ن} - ٢)}{\text{دس}^٢}$$

$$\frac{\text{د}^٢ \text{ص} (١) (٣/١ - ١٢) - (٨)}{\text{دس}^٢} = \frac{\text{د}^٢ \text{ص} (١) (٣/١ - ١٢) - (٨)}{\text{دس}^٢}$$

س ٥ :

ليكن ص = ق (س) ، ص = ق (٢س - ٢س) ،
وكان ق (٦) = ٤ ، ق (٦) = -٤ ، اوجد ص
عندما س = ٢

الحل :

$$\text{ص}^٣ \text{ص} = \text{ق} (٢س - ٢س) (١ - س)$$

$$\begin{aligned} \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ \text{ص} (٢س - ٢س) (١ - س)} &= \text{ق} (٢س - ٢س) (١ - س) \\ \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ \text{ص} (٦) (١ - س)} &= \text{ق} (٦) (١ - س) \\ \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ \text{ص} (٦) (١ - س)} &= \text{ق} (٦) (١ - س) \\ \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ \text{ص} (٦) (١ - س)} &= \text{ق} (٦) (١ - س) \\ \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ \text{ص} (٦) (١ - س)} &= \text{ق} (٦) (١ - س) \end{aligned}$$

س ٦ :

اذا كان هـ (س) اقتران قابل للاشتقاق عند
س = ٢ ، هـ (٢) = ١ ، هـ (٢) = ٢
فجد ق (٢) في كل مما يلي

$$\text{ق} (٤) = \sqrt[٣]{\text{ق} (س) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٢س})}$$

$$\text{ق} (س) = \sqrt[٣]{\text{ق} (س) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٢س})} + \text{ق} (س) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٢س})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

$$\text{ق} (٢) = \sqrt[٣]{\text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})} + \text{ق} (٢) (١ + \sqrt[٣]{١ + ٤})$$

س ٣ :

اذا علمت ان ص = س ظا س

اثبت ان ص - ٢ ص قا س = ٢ قا س

الحل :

ص = س قا س + ظا س

ص = س (٢ قا س قا س ظا س) + قا س + قا س

ص = ٢ س قا س ظا س + ٢ قا س

ص - ٢ ص قا س = ٢ قا س

ب) جتا ص = س : |س| > ١

اثبت ان

$$\text{دص} = ١ - \text{دس}$$

$$\text{ص} \in [٠, \pi/٢] \Rightarrow \sqrt[٣]{\text{ص}^٣ - ١} = \text{دص}$$

الحل :

- جا ص = ١

$$\text{دص} = ١ - \text{دس}$$

$$\text{دص} = ١ - \text{دس}$$

دس جا ص

لكن جتا ص + جا ص = ١

س + جا ص = ١

$$\text{جا ص} = \sqrt[٣]{١ - \text{دس}}$$

$$\text{دص} = ١ - \text{دس}$$

$$\text{دص} = \sqrt[٣]{١ - \text{دس}}$$

س ٤ : اذا كان

$$\text{دص} = \text{دس}$$

$$\text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس}$$

$$\text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس}$$

$$\text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس}$$

$$\text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس} ، \text{دص} = \text{دس}$$

إذا كان ق(س) = س² + ٢س، ه(س) = س³ = س^٢

اوجد قيمة ١ - (ق ٥ هـ) (١)

٢ - (ق ٥ هـ) (١)

الحل :

ق(س) = س² + ٢س = ٦ + ٢(٦) = ٢٤، ق(٦) = ٦^٣ = ٢١٦

ه(س) = س^٣ = ٦^٣ = ٢١٦، ه(٦) = ٦^٣ = ٢١٦

١ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

٢ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

٢ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

٢ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

٢ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

٢ - (ق ٥ هـ) (١) = (١) - (ق(٦) × ه(٦)) = ٢١٦ - ٢١٦ × ٢١٦ = ١٠٨

الاختبار الذاتي ص ١٤٩

س ١ :

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ج	ب	د	أ	ج	د	د	ج	أ	ج

س ٢ :

أس^٣ + ب س } ق(س) = (س) ، س > ٢

أس^٢ + ٩ ب س - ١٢ ، س ≤ ٢

اوجد قيمة أ ، ب التي تجعل ق (٢) موجودة

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = ٢ فان

متصل ← نها ق (س) = ق(٢)

س ← ٢

ق(٢) = ق(٢)

نها أس^٢ + ٩ ب س - ١٢ = نها أس^٣ + ب س

س ← ٢

أ٤ + ١٨ ب - ١٢ = ١٢ + ٨ أ + ٢ ب

← أ٤ - ١٦ ب = ١٢ - (١)

لكن ق(٢) = ق(٢)

س ← ٢

أ٤ + ٩ ب = ٣ أس^٣ + ب س

س ← ٢

أ٤ + ٩ ب = ١٢ + ٨ أ + ٢ ب

أ٤ - ٨ ب = ٠ (٢)

من (١) ، (٢)

← أ٤ - ١٦ ب = ١٢ -

← (٢) (٨ - ١٦ ب = ٠)

ه (س) =

(١) - (٥ -) - (٢) × (١) (٢)

ق(٢) = (٢ -) = (١)

(١)

ه (س) =

ق(٦) = (س) ه = (س) ه - (س) ه

س

س ه (س) - ه (س) (س)

ق(س) = (س) ه = (س) ه - (س) ه

س

٢ - ه (٢ -) - ه (٢ -) (٢ -)

ق(٢ -) = (٢ -) ه = (٢ -) ه - (٢ -) ه

٢ (٢ -)

٢ - ه (٢ -) - ه (٢ -) (٢ -)

ق(٢ -) = (٢ -) ه = (٢ -) ه - (٢ -) ه

٢ (٢ -)

٢ - ه (٢ -) - ه (٢ -) (٢ -)

ق(٢ -) = (٢ -) ه = (٢ -) ه - (٢ -) ه

٤

٤

٤ (ق(س) = ظا (س) = π ه (س))

ق(س) = π ه (س) = ق(س) = π ه (س)

ق(٢ -) = π ه (٢ -) = ق(٢ -) = π ه (٢ -)

ق(٢ -) = π ه (٢ -) = ق(٢ -) = π ه (٢ -)

س ٧ :

ليكن ق(ص) = جتا ه(ص) ، ه(١) = ٣/π

ه(١) = صفر ، ه(١) = ٣ اوجد

ق(١) = علماً بان ق، ق قابلان للاشتقاق

الحل :

ق(ص) = جتا ه(ص) = ه(ص) = ص

ق(ص) = جتا ه(ص) = ه(ص) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

ق(١) = جتا ه(١) = ه(١) = ص

س ٨ :

أ ٤ - ١٦ = ب ١٢ (١)
 ١٦ - ١٦ = ب ١٦ (٢)
 ١٢ = أ ١٢ - ومنها أ = ١
 وبالتعويض في (٢) ينتج ب = ١

س ٣: جد ص

١. $\sqrt[3]{\frac{ص}{س-١}} = \sqrt[3]{\frac{ص}{س-١}}$
 ٢. $ص = قأ^٣ (ظاس) + ١$
 الحل:
 ١.

$\frac{ص}{س-١} = \frac{قأ^٣ (ظاس) + ١}{س-١}$
 $\sqrt[3]{\frac{ص}{س-١}} = \sqrt[3]{\frac{قأ^٣ (ظاس) + ١}{س-١}}$
 ٢. $ص = قأ^٣ (ظاس) + ١$

س ٤: إذا كان ص = ١ + م^٢ - م^٣ ، أوجد د

أ) إذا كان ص = ١ + م^٢ - م^٣ ، أوجد د

د ص
 عندما س = صفر
 د س

الحل:

د ص

٢ - م^٦ =

د م

د م

٢ =

د س

د ص

$\frac{د م}{د س} \times \frac{د ص}{د م} = \frac{د ص}{د س}$

د س

د ص

$٤ - م = (٢) \times (٢ - م) = \frac{د س}{د س}$

ب) إذا كان $\sqrt[3]{ص + ٤} = ٣$ جاس
 أثبت ان

$٢ص ص + ٢(ص) = ٤$

الحل:

$ص = ٣ + ٤$ جاس

$٢ص ص = ٣$ جتا س

$٢ص ص + ٢(ص) = ٣$ جاس

$٢ص ص + ٢(ص) = ٣$ جاس

$٢ص ص + ٢(ص) = ٤$

ج) ص = جا (س ص) اوجد ص عند $(١, ٢/\pi)$

الحل:

$ص = (س ص + ص) جتا (س ص)$

$(س ص + ص) جتا (س ص) =$

عند $(١, ٢/\pi)$

$(٢/\pi + ص) جتا (٢/\pi) = صفر$

د) إذا كان ق قبلاً للاشتقاق وكان ص = ق^٢ (س^٢)

، اوجد ق (٨) علماً بان ق (٨) = ١ ، ص = ١٠٠

س = ٢

الحل:

$ص = ٢ ق (س) \times (٢ ق (س)) \times ٣ س$

$١٢ \times (٨) \times (٨) = ٢ ق (س) \times (٢ ق (س)) \times ٣ س$

$١٢ \times (٨) \times (٨) = ٢ ق (س) \times (٢ ق (س)) \times ٣ س$

$١٢ \times (٨) \times ١ \times ٢ = ١٠٠$

$٢٤/١٠٠ = (٨) ق$

ناصر الذينات 0788241724 ثانوية اربد