ك(س) : الكلفة الكلية

ك'(س) : الكلفة الحدية

د(س) : الايراد الكلي

د'(س) : الايراد الحدي

د(س) = عدد القطع المباعة × سعر القطعة

= س × سعر القطعة

ر(س) : الربح الكلي

ر'(س) : الربح الحدي

ر(س) = د(س) − ك(س)

ر'(س) = د'(س) − ك'(س)

مثال

اذا كان افتراض الكلفه الكلية لانتاج س لعبة هو ك(س) = ٣٠ − ٢٠٠س + ١٠٠٠س^٢ دينار وان الربح الكلي ر(س) = ٤٠٠س

جد

① افتراض الكلفه الحدية

② الايراد الحدي الناتج عن بيع ١٥١ لعبة.

الحل:

① الكلفه الحدية = ك'(س)

ك'(س) = ٠ − ٢٠٠ + ٢٠٠٠س

= ٢٠٠٠س − ٢٠٠

② ر(س) = د(س) − ك(س)

⇐ د(س) = ر(س) + ك(س)

د(س) = ٤٠٠س + (٣٠٠ − ٢٠٠س + ١٠٠٠س^٢)

= ٣٠٠ + ٢٠٠س + ١٠٠٠س^٢

د'(س) = ٠ + ٢٠٠٠س

د'(١٥١) = ٠ + ٢٠٠٠ × ١٥١/١٠٠٠

= ٠ + ٢ = ٢٠٢ دينار

مثال

اذا كان افتراض الايراد الكلي للمبيعات هو د(س) = ٨٠س − س^٢ دينار وافتراض الكلفة الكلية هو ك(س) = ٤٠ + ١٦٠س دينار حيث س عدد الوحدات المنتجة من السلعة ما ، جد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= ٨٠س − س^٢ − (٤٠ + ١٦٠س)

ر(س) = −س^٢ − ٨٠س − ٤٠

ر'(س) = −٢س − ٨٠

مثال

اذا كان افتراض الايراد الكلي للمبيعات هو د(س) = ٦٠س − س^٢ دينار واقتراض التكلفة الكلية هو ك(س) = ٢٠ + ٨س دينار حيث

س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما فجد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= (٦٠س - س٢) - (٢٠ + ٨س)

= - س٢ + ٥٢س - ٢٠

ر'(س) = -٢س + ٥٢.

مثال

يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ٩٠ دينار فإذا كانت التكلفة الكلية لانتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة ك(س) = ٠,٠٢س٢ + ٧٠س + ١٠٠ دينار فجد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٩٠س - (٠,٠٢س٢ + ٧٠س + ١٠٠)

ر(س) = -٠,٠٢س٢ + ٢٠س - ١٠٠

ر'(س) = -٠,٠٤س + ٢٠

مثال

اذا كانت التكلفة الكلية لانتاج س لعبة هي

ك(س) = ٠,٠٠٣س٣ - ٠,٠٦س٢ + ١٠٠س + ٤

دينار جد عدد اللعب اللازمة انتاجها حتى تكون التكلفة أقل ما يمكن.

الحل:

ك'(س) = ٠,٠٠٩س٢ - ٠,١٢س + ١٠٠

ك''(س) = ٠,٠١٨س - ٠,١٢

٠ = $\frac{-٠,١٢}{٠,٠١٨}$ + $\frac{س}{١٨٠٠}$

$\frac{س}{١٨٠٠}$ = $\frac{٢}{١٠}$

٢٠س = ٣٦٠٠

س = ١٨٠

ك''(س) = ٠,٠٢٨

ك''(١٨٠) = ٠,٠٢٨

∴ عند س = ١٨٠ تكون الكلفة اقل ما يمكن.

مثال

ينتج مصنع للثلاجات س ثلاجة شهرياً فإذا كانت تكلفة انتاجها تعطى بالعلاقة ك(س) = ٠,٠٠٢س٣ + ٠,٠٤س٢ + ٢٦٠٠٠ وكان سعر الثلاجة الواحدة ٥٠٠ دينار فجد عدد الثلاجات التي يجب أن ينتجها المصنع شهرياً لتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= ٥٠٠ س − (٣٦٠٠٠ + ٤٩٦ س − س٢)

ر(س) = −٣٦٠٠٠ + ٤٩٦ س − س٢

ر′(س) = ٤٩٦ − ٢ س

٠ = ٤٩٦ − ٢ س

٢ س = ٤٩٦

س = ٢٤٨

ر′(س) = −٢

∴ ر′(٢٤٨) = −٢

∴ عندما س = ٢٤٨ يكون الربح أكبر ما يمكن.

مثال

اذا كانت اقتران الايراد الكلي لاحد المصانع هو د(س) = ٥٠ س + ٢ س٢ دينار واقتران التكلفة الكلية ك(س) = ٣٠ س + ٤ س٢ + ٢٠٠ دينار حيث س عدد الوحدات المبيعة فجد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن.

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= (٥٠ س + ٢ س٢) − (٣٠ س + ٤ س٢ + ٢٠٠)

ر(س) = ٢٠ س − ٢ س٢ − ٢٠٠

ر′(س) = ٢٠ − ٤ س

٠ = ٢٠ − ٤ س

٤ س = ٢٠

س = ٥

ر′(س) = −٤

ر′(٥) = −٤

عندما س = ٥ يكون الربح أكبر ما يمكن

مثال

وجد مصنع لانتاج الأجهزة الالكترونية أن التكلفة الكلية بالدينار لانتاج س من الأجهزة أسبوعيا تعطى بالاقتران ك(س) = ٥٠٠٠ + ٦٠ س + ٠٫٠٠٢ س٢

إذا بيع الجهاز الواحد بمبلغ ٨٠ دينار فما عدد الوحدات التي يجب انتاجها وبيعها أسبوعيا لتحقيق أكبر ربح ممكن ؟

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= ٨٠ س − (٥٠٠٠ + ٦٠ س + ٠٫٠٠٢ س٢)

ر(س) = −٥٠٠٠ + ٢٠ س − ٠٫٠٠٢ س٢

ر′(س) = ٢٠ − ٠٫٠٠٤ س

٠ = ٢٠ − $\frac{٤ س}{١٠٠٠}$

$\frac{٤ س}{١٠٠٠}$ = ٢٠

٤ س = ٢٠٠٠٠

س = ٥٠٠٠

س = ٥٠٠٠

ر'(س) = -٤٠٠ س + ٤٠٠٠

ر'(٥٠٠٠) = -٤٠٠ × ٥٠٠٠ + ٤٠٠٠

⇐ عندما س = ٥٠٠٠ يكون الربح أكبر ما يمكن

مثال

وجد مصنع لانتاج أجهزة الكترونية أن التكلفة الكلية بالدينار لانتاج س من الأجهزة أسبوعياً تعطى بالاقتران ك(س) = ٠,٥ س + ٣٠٠ اذا بيع الجهاز الواحد بمبلغ (٢٠٠ - س) دينار فجد قيمة س التي تجعل الربح الأسبوعي أكبر ما يمكن

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= س (٢٠٠ - س) - (٠,٥ س + ٣٠٠)

ر(س) = (٢٠٠ س - س٢) - (٠,٥ س + ٣٠٠)

ر(س) = ١٥٠ س - س٢ - ٣٠٠

ر'(س) = ١٥٠ - ٢ س

٠ = ١٥٠ - ٢ س

٢ س = ١٥٠

س = ٧٥

ر'(س) = -٢

ر'(٧٥) = -٢

مثال

ينتج مصنع الحواسيب س جهاز أسبوعياً فإذا كانت تكلفة الانتاج الكلي الاسبوعي بالدينار يعطى بالعلاقة ك(س) = ٠,٥ س + ٣٠٠ + س٢ وكان سعر الجهاز الواحد ٢٥٠ دينار فما عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعياً لتحقيق أكبر ربح ممكن ؟

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٢٥٠ س - (٠,٥ س + ٣٠٠ + س٢)

ر(س) = ٢٠٠ س - ٣٠٠ - س٢

ر'(س) = ٢٠٠ - ٢ س

٠ = ٢٠٠ - ٢ س

٢ س = ٢٠٠

س = ١٠٠ ⇐

ر'(س) = -٢

ر'(١٠٠) = -٢

⇐ عندما س = ١٠٠ يكون الربح أكبر ما يمكن.

مثال

اذا كان د(س) = ١٦س - س٢ - ٢٠

دينار ، ك(س) = س٢ - ٨س + ١٥

دينار هما ايراد س من وحدات

لعلة معينة وتكلفتها عجنه

قيمة س التي تجعل الربح أكبر

ما يمكن ؟

الحل :

ر(س) = د(س) - ك(س)

= (١٦س - س٢ - ٢٠) - (س٢ - ٨س + ١٥)

ر(س) = ٢٤س - ٢س٢ - ٣٥

ر'(س) = ٢٤ - ٦س

٠ = ٢٤ - ٦س

٦س = ٢٤

⇐ س = ٤

ر'(٠) = ٦ -

ر'(٤) = ٦ -

⇐ عندما س = ٤ يكون الربح

أكبر ما يمكن .

مثال
ما العددان الموجبان اللذان مجموعهما ٢٠ ومجموع مربعيهما أقل ما يمكن ؟

الحل:
العدد الاول : س ، العدد الثاني : ص

س + ص = ٢٠ ⇐ ص = ٢٠ - س

م = س^٢ + ص^٢

م = س^٢ + (٢٠ - س)^٢

م = س^٢ + ٤٠٠ - ٤٠ س + س^٢

م = ٢ س^٢ - ٤٠ س + ٤٠٠

م' = ٤ س - ٤٠

٠ = ٤ س - ٤٠

٤٠ = ٤ س

⇐ س = ١٠

م'' = ٤

⇐ عندما س = ١٠ يكون م أقل ما يمكن

الآن

ص = ٢٠ - ١٠

= ١٠

مثال
ما العددان الموجبان اللذان مجموعهما ٦٤ وحاصل ضربهما أكبر ما يمكن

الحل:
العدد الاول س ، العدد الثاني = ص

س + ص = ٦٤ ... ①

⇐ ص = ٦٤ - س

ل = س × ص ... ②

ل = س (٦٤ - س)

ل = ٦٤ س - س^٢

ل' = ٦٤ - ٢ س

٠ = ٦٤ - ٢ س

٢ س = ٦٤

⇐ س = ٣٢

ل'' = -٢

ل''(٣٢) = -٢

⇐ عندما س = ٣٢ يكون ل اكبر ما يمكن

ص = ٦٤ - ٣٢

= ٣٢

مثال
ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ٦٠ وحاصل ضرب أحدهما في مربع الآخر أكبر ما يمكن؟

الحل:
العدد الاول س ، العدد الثاني = ص

س + ص = ٦٠ ... ①

⇐ ص = ٦٠ - س

التخصص(الأدبي) الوحدة(٣) (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

المستوى(٣) الدرس( ) (تطبيقات اقتصادية) ماجستير رياضيات

٢٠١٧ شتوي

ينتج مصنع س من أجهزة الكمبيوب في الشهر ويبيع الجهاز الواحد بسعر (٦٠٠ - س) دينارا اذا كانت التكلفة الكلية لانتاج س من الاجهزة تعطى بالعلاقة

ك(س) = ٤٠٠ + ٦٠س + س^{٢} دينارا

جد عدد الاجهزة التي يجب أن ينتجها ويبيعها المصنع شهريا = حتى يكون ربحه اكبر ما يمكن.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= (٦٠٠ - س)(س) - (٤٠٠ + ٦٠س + س^{٢})

= ٦٠٠س - س^{٢} - ٤٠٠ - ٦٠س - س^{٢}

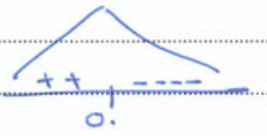
ر(س) = ٥٤٠س - ٢س^{٢} - ٤٠٠

ر'(س) = ٥٤٠ - ٤س

٠ = ٥٤٠ - ٤س

٤س = ٥٤٠

س = ٥٠



٢٠١٧ صيفي

اذا كان اقتراب الايراد الكلي للسيارات هو د(س) = ١٧س - س^{٢} واقتراب التكلفة الكلية ك(س) = ٣س^{٢} - ٧س + ٢٠ حيث س عدد السيارات المنتجة من سلعة ما جد اربح ربح ممكن.

الحل:

ر(س) = (١٧س - س^{٢}) - (٣س^{٢} - ٧س + ٢٠)

= ١٧س - س^{٢} - ٣س^{٢} + ٧س - ٢٠

ر(س) = ٢٤س - ٤س^{٢} - ٢٠

ر'(س) = ٢٤ - ٨س

٢٠١٨ شتوي قديم

اذا كان اقتراب الايراد الكلي للسيارات هو د(س) = - ٥س^{٢} + ٦٠س دينار واقتراب الربح الكلي ر(س) = ٢٠س - ٢٠٠ دينار جد اقتراب التكلفة الكلية.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

ك(س) = د(س) - ر(س)

= (- ٥س^{٢} + ٦٠س) - (٢٠س - ٢٠٠)

ك(س) = - ٥س^{٢} + ٦٠س - ٢٠س + ٢٠٠

ك(س) = - ٥س^{٢} + ٤٠س + ٢٠٠

ك'(س) = - ١٠س + ٤٠

٢٠١٨ شتوي جبر

اذا كانت اقتران التكلفه الكليه
لانتاج س قطعة من سلعة ما
هو ك(س) = ٥٠ + ٣ س نجد
مجد التكلفه الكليه لانتاج ٣٠
قطعة من هذه السلعة.

الحل:

ك/(س) = ٦ س

ك/(٣٠) = ٦ × ٣٠ = ١٨٠