

نسخة الطالب

التفوق في

الرياضيات

الوحدة الثانية
المنهاج الجديد

* التفاضل *

(2018)

معدل التغير

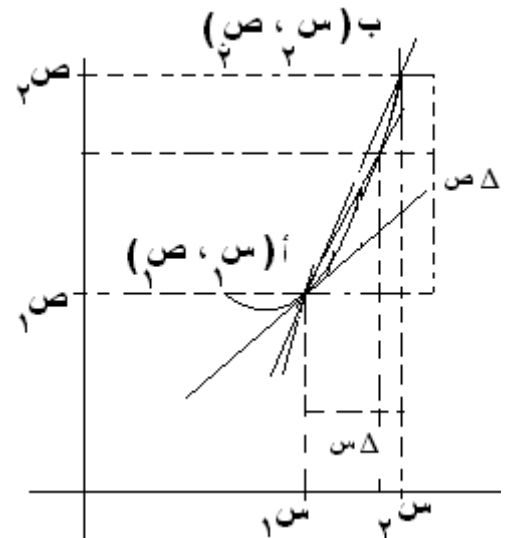
إذا تغيرت قيمة s من s_1 إلى s_2 فإن مقدار هذا التغير في v هو $\Delta v = s_2 - s_1$
 إذا تغيرت قيمة v من v_1 إلى v_2 فإن مقدار هذا التغير في s هو $\Delta s = v_2 - v_1$
 إذا كان $s_1 \neq s_2$ ، $\Delta s \neq 0$ ، $\Delta v \neq 0$

$$\Delta v = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta v}{\Delta s}$$

$$\Delta s = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1} = \frac{\Delta s}{\Delta v}$$

ميل المستقيم = $\frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$ = ظا هـ

هـ زاوية ميل المستقيم ل المحصور بين محور السينات الموجب والمستقيم ل التفسير الهندسي لمعدل التغير



$$\text{ميل القاطع} = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta v}{\Delta s}$$

ميل القاطع = معدل التغير = ظا هـ

مثال (١) إذا كان $q(s) = s^2 + 3s$ جد ما يأتي

- التغير في s عندما تتغير s من ٠.٨ إلى ٤.١
- التغير في q عندما تتغير s من ٢ إلى ٥
- معدل التغير للاقتران q بالنسبة إلى s عندما تتغير s من ١ إلى ٣

الحل: ١. $\Delta s = s_2 - s_1 = 4.1 - 0.8 = 3.3$

٢. $\Delta q = q(s_2) - q(s_1) = q(5) - q(2)$

$$= ((5)^2 + 3(5)) - ((2)^2 + 3(2)) = (25 + 15) - (4 + 6) = 40 - 10 = 30$$

٣. $\Delta q = \frac{q(s_2) - q(s_1)}{s_2 - s_1} = \frac{40 - 10}{3} = 10$

$$\Delta s = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1} = \frac{3 - 1}{9 - 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{((3)^2 + 3(3)) - ((1)^2 + 3(1))}{3 - 1} = \frac{(9 + 9) - (1 + 3)}{2} = \frac{18 - 4}{2} = 7$$

$$= \frac{(18 - 4)}{2} = 7$$

$$= \frac{(18 - 4)}{2} = 7$$

مثال (٢)

جد معدل التغير للاقتران التالية في الفترة المبينة

١. $v = \frac{s^2}{2}$ ، $s \in [3, 4]$

الحل:

$$\Delta v = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta v}{\Delta s}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(4)^2 - \frac{1}{2}(3)^2}{4 - 3} = \frac{8 - 4.5}{1} = 3.5$$

مثال (٣)

جد ميل القاطع الواصل بين النقطتين
(٠.٠١ ، ق) ، (٠.٠١ ، ق) ، (٤ ، ق) ، (٤ ، ق)
لمنحنى الاقتران ص = \sqrt{s}
الحل:

$$\Delta ق = ق(س٢) - ق(س١)$$

$$= \frac{س١ - س٢}{ق(٤) - ق(٠.٠١)}$$

$$= \frac{س١ - س٢}{٤ - ٠.٠١}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

$$= \frac{١.٩}{٣.٩٩}$$

مثال (٦)

يتحرك جسيم عمودياً للأعلى بحيث يكون بعده (ف)
بالأمتار عن سطح الأرض بعد (ن) ثانية معطى
بالعلاقة ف = ٤٠ ن - ٥ ن^٢ فجد
١. السرعة المعدلة للجسيم في الفترة [٤ ، ١]
٢. السرعة المعدلة للجسيم إذا تغيرت ن من صفر
إلى (ن) (بدلالة (ن)
الحل: (١)

$$\Delta ف = ف(ن٢) - ف(ن١)$$

$$= \frac{ف(ن١) - ف(ن٢)}{ن١ - ن٢}$$

$$= \frac{٤٠(١) - ٥(١) - (٤٠(٤) - ٥(٤)²)}{١ - ٤}$$

$$= \frac{٤٠ - ٥ - ١٦٠ + ٨٠}{-٣}$$

$$= \frac{-٤٥}{-٣} = ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

$$= ١٥$$

مثال (٤)

تحرك جسيم على مساره في المستوى البياني من
النقطة أ (س ، ص) إلى النقطة
ب (س + ٢ ، ص + ٢) إذا كانت $\Delta س = ٢$
، $\Delta ص = ٠$ ، فبين فيما إذا كانت النقطة ب تقع فوق
النقطة أ أو تحتها أو يمينها أو يسارها .
الحل:

تقع إلى اليسار لان $\Delta س = ٢$ ، $\Delta ص = ٠$ ،

$$\begin{array}{c} \leftarrow \\ \text{أ (س ، ص)} \quad \text{ب (س + ٢ ، ص + ٢)} \end{array}$$

مثال (٥)

تحرك جسيم على مساره في المستوى البياني على
منحنى الاقتران ص = س^٢ من النقطة أ (١ ، ١)
إلى النقطة ب (س ، ص) حيث $س \neq ١$ فبين أن
 $\Delta ص$

$$= \frac{ص - ١}{س - ١} = \frac{س^٢ - ١}{س - ١}$$

$$= \frac{(س - ١)(س + ١)}{س - ١}$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

$$= س + ١$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

$$\frac{2 \text{ ق (3) - 2 ق (1) + 12}}{4} =$$

$$\frac{\Delta \text{ ق (3) - ق (1)}}{4} = \frac{\Delta \text{ س}}{4} = \frac{2 \text{ ق (3) - ق (1)}}{4} = \frac{12}{4} + \frac{2 \times 2}{4} = 3 + 1 = 4$$

تمرين عام

١. إذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) = س^٢ - ١ يساوي ٤ عندما س = س_١، Δس = ١ اوجد قيمة س_١

٢. صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بالحرارة محافظة على شكلها، إذا زاد طول ضلعها من ٥ سم إلى ٥.١ سم اوجد مقدار التغير في مساحتها بالسم^٢

٣. إذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١-، ٣] يساوي ٤ اوجد قيمة معدل التغير للاقتران ه(س) = ٢ ق(س) + ٣ س، في الفترة نفسها

٤. إذا علمت أن معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١-، ٤] يساوي ٣ وان ق(١) = ٢ اوجد قيمة ق(٤).

$$\left. \begin{aligned} ٥. إذا كان ق(س) = س^٢ + ه(س) \\ ١ + س^٢ \geq ١، \quad ٥ > س \geq ١ \\ ١٠. \quad ٥ \geq س \geq ٧ \end{aligned} \right\} = ه(س)$$

اوجد مقدار معدل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [١، ٥]

٦. إذا كان ل(س) = س ق(س) وكان معدل التغير للاقتران ل(س) في الفترة [٢-، ٤] يساوي ١٢ وان ل(٤) = ٦ اوجد قيمة ق(٢).

٧. إذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٥ وكان ق(١) × ق(٣) = ١٢

وكان ه(س) = _____ جد قيمة ق(س)

معدل التغير للاقتران ه(س) في الفترة نفسها

٨. إذا كان ق(س) = أس^٢ وكان مقدار معدل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [٢-، ٤] يساوي ٢٤ اوجد قيمة أ.

٩. اوجد معدل التغير للاقتران ق(س) = |٣ - ٤س| عندما تغير س من (١-) إلى (٤)

١٠. إذا كان معدل التغير في ق(س) في الفترة

[٢، ٤] يساوي ٥ ومعدل التغير في ق(س) في الفترة [٤، ٧] يساوي ٧،

جد معدل التغير في ق(س) في الفترة [٢، ٧].

١١. إذا علمت أن معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٢، ٤] يساوي ٣ وان ق(٢) = ١١ اوجد قيمة ق(٤).

١٢. إذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) = ٤س^٢ - أ في الفترة [ب، ٢] يساوي (٤ -) اوجد قيمة ب؟

١٣. إذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) = س^٢ - ١ يساوي ٥ عندما س = س_١، Δس = ٢ اوجد قيمة س_١

١٤. إذا كان معدل تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١-، ٤] يساوي ٣ وكان ق(١) = ٢ اوجد قيمة ق(٤ -)؟

١٥. إذا كان ق(س) = ٢س^٢ - ٣ اوجد ميل القاطع لمنحنى ق(س) المار بالنقطتين (٢، ق(٢))، (١-، ق(١-)):

المشتقة الأولى

إذا كان $v = f(s)$: ق اقتران معرف عند s_1
وكذلك في جوارها وكانت

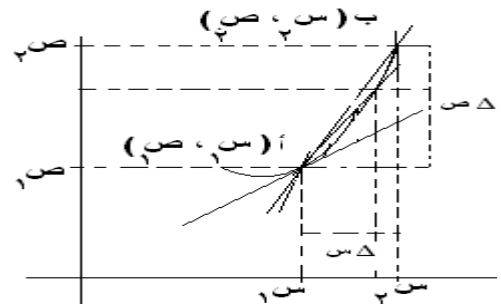
$$\begin{aligned} & \Delta v = \Delta f(s) = f(s_2) - f(s_1) \\ & \Delta s = s_2 - s_1 \\ & \text{نهـا} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{f(s_2) - f(s_1)}{s_2 - s_1} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \end{aligned}$$

موجودة فإنها تسمى المشتقة الأولى للاقتران ق عند $s = s_1$ ويرمز لها بالرمز

$$f'(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta s} \text{ او } \frac{dv}{ds}$$

ويسمى هذا المقدار معدل التغير في v بالنسبة s ويسمى تعريف المشتقة

ملاحظة : تستطيع استخدام أي قانون



نهاية ميل القاطع عندما يؤول الى المماس عند النقطة أ

نهـا = $\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta s}$ ويسمى هذا المقدار معدل التغير في v بالنسبة s او المشتقة الاولى

مثال (٨) : إذا كان ق (س) = s^2 جد ق (٣) باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

$$\begin{aligned} & \Delta v = \Delta f(s) = f(s_2) - f(s_1) \\ & \Delta s = s_2 - s_1 \\ & \text{نهـا} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{f(s_2) - f(s_1)}{s_2 - s_1} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \end{aligned}$$

مثال (٢٢) : إذا كان ق (س) = s^3 ، جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

$$\begin{aligned} & \Delta v = \Delta f(s) = f(s_2) - f(s_1) \\ & \Delta s = s_2 - s_1 \\ & \text{نهـا} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{f(s_2) - f(s_1)}{s_2 - s_1} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \end{aligned}$$

مثال (٩) : مهم

إذا كان ق (س) = $s^4 + s^2$ جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

$$\begin{aligned} & \Delta v = \Delta f(s) = f(s_2) - f(s_1) \\ & \Delta s = s_2 - s_1 \\ & \text{نهـا} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{f(s_2) - f(s_1)}{s_2 - s_1} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \\ & \text{نهـا} = \frac{f(s_1 + \Delta s) - f(s_1)}{\Delta s} \end{aligned}$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

مثال (١٠):
إذا كان ق (س) = $\sqrt{1 + س}$
جد ق (٨) باستخدام تعريف المشتقة
الحل:

$$\frac{د ق}{د س} = \frac{نهـا}{ع ← س}$$

$$\frac{ق (ع) - ق (س)}{ع - س}$$

$$\frac{\sqrt{1 + س} + 1 + ع}{\sqrt{1 + س} - 1 + ع} \times \frac{\sqrt{1 + س} - 1 + ع}{\sqrt{1 + س} + 1 + ع}$$

$$\frac{نهـا}{ع ← س} = \frac{ع - س}{(1 + س) - (1 + ع)}$$

$$\frac{نهـا}{ع ← س} = \frac{ع - س}{ع - س}$$

$$\frac{نهـا}{ع ← س} = 1$$

$$\frac{نهـا}{ع ← س} = \frac{2}{\sqrt{1 + س}}$$

مثال (١١):
إذا كان ن عدد صحيحاً موجباً فأثبت أن:
ق(س+ن هـ) - ق(س-ن هـ)

$$\frac{نهـا}{هـ ← هـ} = \frac{ق(س+ن هـ) - ق(س-ن هـ)}{هـ}$$

الحل:
طرح وإضافة ق (س)
ق(س+ن هـ) - ق(س) + ق(س) - ق(س-ن هـ)

$$\frac{نهـا}{هـ ← هـ} = \frac{ق(س) - ق(س) + ق(س) - ق(س-ن هـ)}{هـ}$$

$$\frac{نهـا}{هـ ← هـ} = \frac{ق(س) - ق(س-ن هـ)}{هـ}$$

مثال (١٢):
إذا كان ق (س) = جا ٣ س جد ق (٣/π)

باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\frac{د ق}{د س} = \frac{نهـا}{ع ← س}$$

$$\frac{ق (٣/π) - ق (س)}{٣ - س}$$

مثال (١٣):
إذا كان ق (٤) = ٦ ، فجد
ق(٤-٢ هـ) - ق(٤+٥ هـ)
نهـا =

$$\frac{نهـا}{هـ ← هـ} = \frac{ق(٤-٢ هـ) - ق(٤+٥ هـ)}{٥ - ٢}$$

الحل:

طرح وإضافة ق (٤)

$$\frac{نهـا}{هـ ← هـ} = \frac{ق(٤-٢ هـ) - ق(٤) + ق(٤) - ق(٤+٥ هـ)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{ق(٤-٢ هـ) - ق(٤) - ق(٤+٥ هـ) + ق(٤)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{٤٢ - ٦ - ٦ - ٥٠ + ٦}{٥ - ٢}$$

ملاحظة: في مثل هذه الأسئلة دائماً مشتقة ما بعد السالب مع مراعاة معامل هـ في البسط والمقام

مثال (١٤): مهم

س

إذا كان (س) = $\frac{س}{س-٣}$: س ≠ ٣

جد ق (٢) باستخدام تعريف المشتقة
الحل:

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{نهـا}{ع ← س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

$$\frac{ق (٢) - ق (س)}{٢ - س} = \frac{ق(٢) - ق(س)}{٢ - س}$$

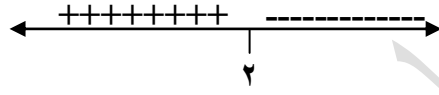
مثال (١٥) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق (٢)

للاقتران ق(س) = ٢ + |٢ - س|

الحل :

بما ان ناتج التعويض في القيمة المطلقة عند ٢ يساوي صفر يجب اخذ المشتقة من اليمين ومن اليسار



ق (ع) - ق (٢)

** ق (٢) = نها

+ ٢ ← ع - ٢

= نها = ٢ ← ع - (٢ - ع) + ٢

= ٢ ← ع - ٢

ق (ع) - ق (٢)

** ق (٢) = نها

- ٢ ← ع - ٢

= نها = ٢ ← ع - (٢ - ع) + ٢

= ٢ ← ع - ٢

ق (٢) ≠ ق (٢) غ. ق

+ -

مثال (١٦) :

برهن صحة النظرية الآتية

إذا كان ق(س) = س^ن : ن عدد صحيح موجب ، فان

ق(س) = ن س^{ن-١}

الحل :

ق (ع) - ق (س)

ق (س) = نها

ع ← س - ع

ع^ن - س^ن

= نها = ع ← س - ع

(ع-س) (ع^{ن-١} + ع^{ن-٢} + ... + س^٢ + س^١)

= نها = ع ← س - ع

س^{ن-١} + س^{ن-٢} + ... + س^١ = ن س^{ن-١}

مثال (١٧) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)

للاقتران ق(س) = س جا ٢ س

الحل :

ق (ع) - ق (س)

ق (س) = نها

ع ← س - ع

ع جا ٢ س - س جا ٢ س

= نها = ع ← س - ع

ع ← س - ع

طرح واطافة ع جا ٢ س

ع جا ٢ س - ع جا ٢ س + ع جا ٢ س - س جا ٢ س

= نها = ع ← س - ع

ع ← س - ع

ع (ع جا ٢ س - س جا ٢ س) + ع جا ٢ س (ع - س)

= نها = ع ← س - ع

ع ← س - ع

ع (ع جا ٢ س - س جا ٢ س) + ع جا ٢ س (ع - س)

= نها = ع ← س - ع

ع ← س - ع

= ٢ س جتا ٢ س + جا ٢ س

مثال (١٨) :

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ه (س) عند س = ٠

، س = ١ ، س = ٥ أن وجدت

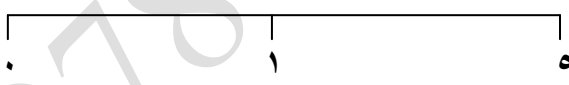
ه (س) = { س + ٢ س ، ٠ ≤ س < ١
س - ٣ ، ١ ≤ س ≤ ٥

الحل :

بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ النهاية من

اليمين ومن اليسار

س + ٢ س ، ١ - س



ق (ع) - ق (١)

** ق (١) = نها

+ ١ ← ع - ١

(١ - ع) - (١ - ع^٣)

= نها = ١ ← ع - ١

١ ← ع - ١

ق (ع) - ق (١)

** ق (١) = نها

- ١ ← ع - ١

$$(ع + ٢) - (٢)$$

$$\frac{ع + ٢ - ٢}{١ - ع} = \frac{ع}{١ - ع}$$

$$\frac{ع}{١ - ع} = \frac{ع(١ - ع)}{(١ - ع)(١ - ع)}$$

$$\frac{ع}{١ - ع} = \frac{ع(١ - ع)}{(١ - ع)^2}$$

$$\frac{ع}{١ - ع} = \frac{ع(١ - ع)}{(١ - ع)^2}$$

ق (٥) تمرين للطالب

مثال (٢٠):

$$\frac{١}{س} = (س) \text{ إذا كان } س \neq ٠$$

جد ق (٢) باستخدام تعريف المشتقة
الحل:

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$\frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

مثال (٣٥):

$$\frac{١}{س + ٥} = (س) \text{ إذا كان } س < -٥$$

جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة
الحل: تمرين للطالب

٥-

$$\frac{ق(س) - ق(٥)}{س - ٥} = \frac{ق(س) - ق(٥)}{س - ٥}$$

مثال (١٩):

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)

للاقتران ق(س) = س^٣ - ٢س^٢ + ٤س + ٧،

س د ح ، فجد ق(س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل: تمرين للطالب ج: ٣س^٢ - ٤س + ٤

مثال

باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق (س) عند س = ٤ ،
س = ١ ، س = ٢ أن وجدت
ق (س) = $\left. \begin{array}{l} ٢ \geq س \geq ٠ ، \quad س^٣ - ١ \\ س^٢ + ٤س - ٥ ، \quad ٢ < س < ٥ \end{array} \right\}$

الحل:

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٥ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{٥ - ٤ + ١٦ - ٥}{٦٤ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

ق (٢) بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ
النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

$$\frac{س^٢ + ٤س - ٥}{س^٣ - ١} = \frac{٤ - ٤ + ٤(٤) - ٥}{٤^٣ - ١} = \frac{١١}{٦٣}$$

اذن ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ لان
ق (٢) ≠ ق (٢)

مثال

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة
الحل:

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

$$\frac{س^٢}{س - ١} = \frac{س^٢}{س - ١}$$

مثال

أ) إذا كان ن عدد صحيحاً موجباً فأثبت أن:

$$ق(س+هـ) - ق(س-هـ)$$

$$= \frac{ق(س+هـ) - ق(س-هـ)}{هـ} = ٢ ق(س)$$

الحل:

طرح وإضافة ق (س)

$$ق(س+هـ) - ق(س-هـ) = ق(س) + ق(هـ) - ق(س) + ق(هـ)$$

$$= \frac{ق(س) + ق(هـ) - ق(س) + ق(هـ)}{هـ} = ٢ ق(س)$$

$$= ق(س) - ق(س) = ٠$$

$$= ق(س) + ق(س) = ٢ ق(س)$$

ب) إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق فأثبت أن:

$$ع ق(س) - ق(س) ع$$

$$= \frac{ع ق(س) - ق(س) ع}{س} = ق(س) - ق(س) = ٠$$

$$= ع ق(س) - ق(س) ع$$

الحل:

طرح وإضافة س ق (س)

$$ع ق(س) - ق(س) ع = ع ق(س) + س ق(س) - ق(س) ع - س ق(س)$$

$$= \frac{ع ق(س) + س ق(س) - ق(س) ع - س ق(س)}{س} = ٠$$

$$= ع ق(س) - ق(س) ع$$

$$= \frac{ع ق(س) - ق(س) ع}{س} = ٠$$

$$= ع ق(س) - ق(س) ع$$

$$= ق(س) - ق(س) = ٠$$

ج) إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق فأثبت أن:

$$ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣$$

$$= \frac{ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣}{س} = ٣ ق(س) - ٣ ق(س) = ٠$$

$$= ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣$$

الحل:

طرح وإضافة ٣ س ق (س)

$$ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣ = ع٣ ق(س) + ٣ س ق(س) - ق(س) ع٣ - ٣ س ق(س)$$

$$= \frac{ع٣ ق(س) + ٣ س ق(س) - ق(س) ع٣ - ٣ س ق(س)}{س} = ٠$$

$$= ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣$$

$$= ٣ ق(س) + ٣ س ق(س) - ٣ ق(س) - ٣ س ق(س)$$

$$= \frac{٣ ق(س) + ٣ س ق(س) - ٣ ق(س) - ٣ س ق(س)}{س} = ٠$$

$$= ع٣ ق(س) - ق(س) ع٣$$

$$= ٣ ق(س) - ٣ ق(س) = ٠$$

مثال

إذا كان ق(٤) = ٦ ، فجد

$$ق(٤-٢هـ) - ق(٤+٥هـ)$$

$$= \frac{ق(٤-٢هـ) - ق(٤+٥هـ)}{هـ} = ٠$$

الحل:

طرح وإضافة ق (٤)

$$ق(٤-٢هـ) - ق(٤+٥هـ) = ق(٤) - ق(٢هـ) + ق(٤) - ق(٥هـ)$$

$$= \frac{ق(٤) - ق(٢هـ) + ق(٤) - ق(٥هـ)}{هـ} = ٠$$

$$= ٢ ق(٤) - ٥ ق(٤) = ٣ ق(٤)$$

$$= ٢ \times ٦ - ٥ \times ٦ = ١٢ - ٣٠ = -١٨$$

ملاحظة: في مثل هذه الأسئلة دائماً مشتقة ما بعد

السالب مع مراعاة معامل هـ في البسط والمقام

مثال

إذا كان ل (س) = (س - أ) ق(س) ، اقتراناً

متصلاً عند س = أ ، استخدم تعريف المشتقة في

إثبات أن ق(أ) = ل(أ) : أثبت

الحل:

$$ق(أ) = \lim_{س \rightarrow أ} \frac{ل(س) - ل(أ)}{س - أ}$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{(س - أ) ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ}$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ}$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

$$= \lim_{س \rightarrow أ} \frac{س ق(س) - أ ق(س) - (أ - أ) ق(أ)}{س - أ} = ق(أ)$$

مثال

مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثال نصف قطر

قاعدته، اخذ المخروط بالذوبان بحيث يحافظ على

شكله، جد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة لارتفاعه

عندما يكون نصف قطر قاعدته ١٠ سم.

الحل: ع = ٣ نق عندما يكون نق = ١٠ فان ع = ٣٠

$$ح المخروط = \frac{١}{٣} \times نق^2 \times \pi \times ع$$

$$ح المخروط = \frac{١}{٣} \times \left(\frac{ع}{٣} \right)^2 \times \pi \times ع$$

للافتران ق(س) = س جا ٢ س

٧.

إذا كان (س) = $\frac{١}{س}$: س ≠ ٠
جد ق (٢) باستخدام تعريف المشتقة

٨.

إذا كان (س) = $\frac{١}{\sqrt{س+٣}}$: س < ٥

جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

٩. باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س) للافتران
ق(س) = س جا ٢ س

الحل:

ق (ع) - ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ق (س) = $\frac{ع - س}{س}$

ح المخروط = $\frac{\pi}{٢٧} \times ع^٣$

د ح (ع) - ح (٣٠) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

د ح (ع) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

د ح (ع) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

د ح (ع) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

د ح (ع) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

د ح (ع) = $\frac{\pi}{٢٧} (ع^٣ - ٣٠^٣)$

تمرين عام

١. إذا كان ق (س) = $\sqrt{١+س^٢}$: س < ١/٢
جد ق (٤) باستخدام تعريف المشتقة

٢. إذا كان ق (س) = س^٢ + س^٣ : جد ق (س) باستخدام تعريف المشتقة

٣. إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق فأثبت أن:
ق(س+هـ) - ق(س-هـ)

= $\frac{ق(س+هـ) - ق(س-هـ)}{هـ}$

٤. إذا كان ق (س) = جا ٣ س : جد ق (٣/π) باستخدام تعريف المشتقة

٥. إذا كان ق(٤) = ٦ ، فجد
ق(٤-٢هـ) - ق(٤+٥هـ)

= $\frac{ق(٤-٢هـ) - ق(٤+٥هـ)}{هـ}$

٥. إذا كان (س) = $\frac{س}{س-٣}$: س ≠ ٣
جد ق (٢) باستخدام تعريف المشتقة

٦. باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)

١٠. باستخدام تعريف المشتقة اوجد ق(س)
للافتران ق(س) = ظاس
الحل:

$$\begin{aligned} & \text{ق (س) = نهـا} \quad \text{ق (ع) - ق (س)} \\ & \text{ع} \leftarrow \text{س} \quad \text{ع - س} \\ & \text{ظاع - ظاس} \\ & \text{نهـا} \\ & \text{ع} \leftarrow \text{س} \quad \text{ع - س} \\ & \text{جاع} \quad \text{جاس} \\ & \text{جتاع} \quad \text{جتاس} \\ & \text{نهـا} \\ & \text{ع} \leftarrow \text{س} \quad \text{ع - س} \\ & \text{جاع جتاس - جاس جتاع} \\ & \text{نهـا} \\ & \text{ع} \leftarrow \text{س} \quad \text{ع - س} \\ & \text{طرح واطافة جاس جتاس} \end{aligned}$$

١١. إذا كان ق(س) = س^٣ فان

$$\text{ق (س) - ق (٣)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^3 - 3}{3 - 3}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 3$$

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ١٣ (د) ٢٧

١٢. إذا كان ق(س) = س^٣ فان

$$\text{ق (س) - ق (٣)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^3 - 1}{3 - 1}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 1$$

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ١٣ (د) ٢٧

١٣. إذا كان ق(س) = م س^٣ + ٢ س وكانت

$$\text{ق (س) - ق (٢)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^3 - 8}{2 - 2}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 2$$

(أ) ٣/١ (ب) ٢/١ (ج) ١ (د) ٣

١٤. إذا كان ق(س) = (٧- س) فان

$$\text{ق (س) - ق (٧)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^3 - 3}{3 - 3}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 3$$

(أ) ٣ (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ١

١٥. إذا كان ق(س) = (٣- س) ، ق(٣) = ٢ اوجد

$$\text{ق (س) - ق (٣)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^2 - 6}{2 - 2}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 2$$

(أ) ٢ (ب) ٤- (ج) ٢- (د) ٤

١٦. اوجد

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^5 - 40}{5 - 3}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 3$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^5 - 40}{5 - 3}$$

(أ) ٣ (ب) ٣- (ج) ٦ (د) ١.٢

١٧. إذا كان ق(س) = (٣- س) فان

$$\text{ق (س) - ق (٣)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{س}^3 - 27}{3 - 3}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{س} \quad \text{س} - 3$$

(أ) ٣ (ب) ٣- (ج) ١- (د) ١

١٨. بدأت شركة منظفات بحملة دعائية مدتها ٣٠

اسبوعاً لأحد منتجاتها الجديدة فإذا كانت العلاقة بين

الايراد الأسبوعي ر (س) بآلاف الدنانير و س التي

تمثل عدد الأسابيع بدءاً من بداية الحملة تعطى

بالقاعدة

$$\text{ر(س)} = 20 + 8\text{س} - 0.2\text{س}^2 : 0 \leq \text{س} \leq 30$$

اجب عما يلي

١. جد معدل التغير في المبيعات الأسبوعية عندما

$$\text{س} = 5, 20, 25$$

٢. صف معدل التغير من حيث الزيادة والنقصان

خلال فترة الدعاية

الحل: معدل التغير =

$$\frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{\text{د ر} - \text{ع ر}}{\text{د س} - \text{ع س}}$$

$$\frac{(ع + س) \cdot ٠.٢ - ٨}{ع \cdot ٠.٢ - س} + \frac{٨ - ع \cdot ٨}{س - ع} = \frac{نها}{س - ع}$$

$$٨ - ٠.٤ س =$$

$$٦ = ٥ \times ٠.٤ - ٨ = \frac{نها}{س}$$

$$٥ = س$$

$$٢٠ = ٢٠ \times ٠.٤ - ٨ = \frac{نها}{س}$$

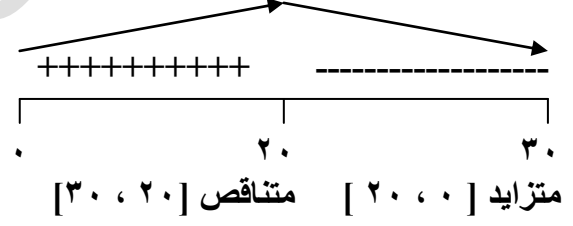
$$٢٠ = س$$

$$٢ = ٢٥ \times ٠.٤ - ٨ = \frac{نها}{س}$$

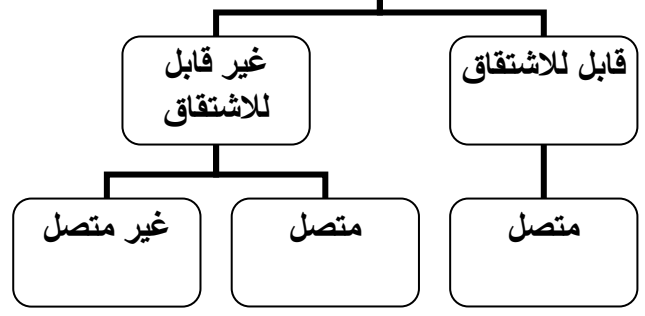
$$٢٥ = س$$

٢. ندرس اشارة المشتقة

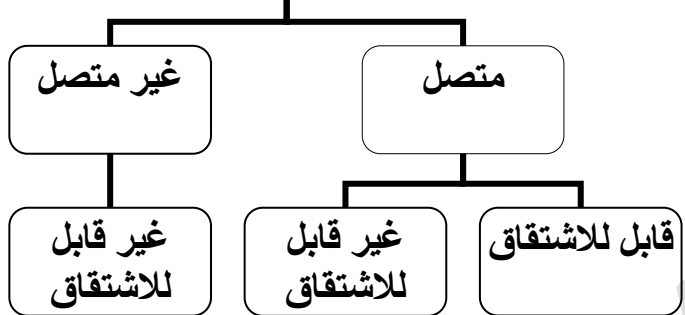
$$٨ - ٠.٤ س = ٠ \text{ ومنها } س = ٢٠$$



الاتصال والاشتقاق



الاتصال والاشتقاق



نظرية (٢)

إذا كان ق(س) غير متصل عند النقطة س = س١، فإنه يكون غير قابل للاشتقاق عندها

نظرية (١)

اثبت إذا كان ق قابلاً للاشتقاق عند س = أ، فإنه يكون متصلاً عند هذه النقطة البرهان

بما ان ق(أ) موجودة إذن ق معرف عند س = أ

$$ق(س) - ق(أ)$$

$$\frac{ق(س) - ق(أ)}{س - أ} = ق(س) - ق(أ) : س - أ$$

بأخذ النهاية للطرفين عندما س → أ

$$ق(س) - ق(أ)$$

$$\frac{نهاق(س) - ق(أ)}{س - أ} = نهاق(س) - ق(أ) : س - أ$$

$$\frac{نهاق(س) - ق(أ)}{س - أ} = نهاق(س) - ق(أ) : س - أ$$

$$\frac{نهاق(س) - ق(أ)}{س - أ} = نهاق(س) - ق(أ) : س - أ$$

$$\frac{نهاق(س) - ق(أ)}{س - أ} = نهاق(س) - ق(أ) : س - أ$$

$$\frac{نهاق(س) - ق(أ)}{س - أ} = نهاق(س) - ق(أ) : س - أ$$

مثال (٢٢) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + \sqrt{\text{س}} + 1 \\ \text{س} + 1 \end{array} \right\} = (\text{س})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < 1 \\ \text{س} > 1 \end{array} \right\}$$
 ابحث قابلية ق للاشتقاق عند $\text{س} = 1$
 ١. باستخدام النظريات الواردة معك
 ٢. باستخدام تعريف المشتقة

مثال (٢٣) : مهم جداً
 إذا كان ق(٦) = ١٥ ، وكانت نهـا ق(س) = ١٠
 اوجد ق(٦)
 س ← ٦
الحل :
 بما ان الاقتران ق قابل للاشتقاق فانه متصل اذن
 نهـا ق(س) = ق(٦) = ١٠
 س ← ٦

مثال (٢٤) :
 إذا كان ق(٤) = ١٠ وكانت ق(٤) = ٤ اوجد ما يلي ، نهـا (٦س - ق(س))
 س ← ٤

الحل :
 بما ان الاقتران ق قابل للاشتقاق فانه متصل اذن
 نهـا ق(س) = ق(٤) = ٤
 س ← ٤
 ومنها نهـا ٦س - نهـا ق(س)
 س ← ٤ س ← ٤

$$١٤ = ١٠ - ٢٤ =$$

مثال (٢٥) :
 هات مثال على اقتران متصل عند س = أ ولكن المشتقة غير موجودة عند س = أ

الحل :
 ق(س) = |س - ١|

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < 1 \\ \text{س} > 1 \end{array} \right\} = (\text{س})$$

الحل :
 ١. بما ان ق(س) غير متصل اذن غير قابل للاشتقاق
 ٢. باستخدام تعريف المشتقة
 بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\begin{array}{c} \text{س} + \sqrt{\text{س}} + 1 \\ \text{س} + 1 \end{array} \quad \text{س} \leftarrow 2$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

$$\frac{\text{ق(١)} - \text{ق(ع)}}{١ - ع} = \frac{١ - ع}{١ - ع}$$

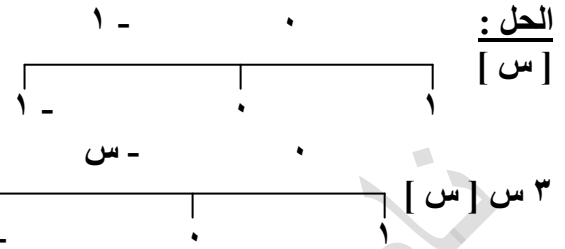
ق(١) ≠ ق(١) غ. ق

ملاحظة في الاشتقاق عند التعويض نعوض في القاعدة المطلوب مشتقتها وليس في المساواة

مثال (٢٦):

ابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٠ و ابحث في قابليته للاشتقاق عندما س = ٠ للاقتران ق(س) = ٣س [س]

الحل:



ق(س) متصل لان

$$\text{نهاق } (س) = \text{نهاق } (س) = \text{نهاق } (٠) = ٠$$

$$\text{نهاق } (٠) = \frac{\text{نهاق } (ع) - \text{نهاق } (٠)}{ع - ٠} = \frac{٠ - ٠}{ع} = \text{صفر}$$

$$\text{نهاق } (٠) = \frac{\text{نهاق } (ع) - \text{نهاق } (٠)}{ع - ٠} = \frac{٠ - ٠}{ع} = \text{صفر}$$

$$\text{نهاق } (٠) = \frac{\text{نهاق } (ع) - \text{نهاق } (٠)}{ع - ٠} = \frac{٠ - ٠}{ع} = ٠$$

$$\text{نهاق } (٠) = \frac{\text{نهاق } (ع) - \text{نهاق } (٠)}{ع - ٠} = \frac{٠ - ٠}{ع} = ٠$$

$$\text{نهاق } (٠) = \frac{\text{نهاق } (ع) - \text{نهاق } (٠)}{ع - ٠} = \frac{٠ - ٠}{ع} = ٠$$

$$\text{نهاق } (٠) \neq \text{نهاق } (٠) = \text{نهاق } (٠) = ٠$$

مثال (٢٧):

$$\text{ق(س)} = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ٢س - ٣, س \ge ٠ \\ س^٢ + س + م, س < ٠ \end{array} \right\}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = ٠ فجد قيمة الثابت م؟

الحل:

بما ان ق قابل للاشتقاق فانه متصل

$$\text{نهاق } (س) = \text{نهاق } (س) = \text{نهاق } (٠) = ٠$$

$$\text{نهاق } (٠) = \lim_{س \rightarrow ٠^+} (س^٢ + ٢س - ٣) = -٣$$

$$\text{نهاق } (٠) = \lim_{س \rightarrow ٠^-} (س^٢ + س + م) = م$$

$$\text{ومنها } م = -٣$$

مثال (٢٨):

$$\text{ق(س)} = \left. \begin{array}{l} س^٢, س \le ٤ \\ س^٤, س > ٤ \end{array} \right\}$$

١. اثبت ان ق متصل عند س = ٤

٢. استخدم تعريف المشتقة لإثبات أن ق(س) غير موجودة عند س = ٤

الحل:

مثال (٢٩):

إذا كان ق(س + ص) = ٣ق(س) × ق(ص) ،

وكان ق(٠) = ١ = ق(٠) ،

ق(س) = ق(س) باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$\text{ق(٠)} = \frac{\text{ق(٠ + هـ)} - \text{ق(٠)}}{هـ} = \frac{\text{ق(٠)} - \text{ق(٠)}}{هـ}$$

$$\text{ق(٠)} = \frac{\text{ق(٠)} - \text{ق(٠)}}{هـ} = ١$$

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{ق(س + هـ)} - \text{ق(س)}}{هـ} = \frac{\text{ق(س)} - \text{ق(س)}}{هـ}$$

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{ق(س)} - \text{ق(س)}}{هـ} = ٣$$

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{ق(س)} - \text{ق(س)}}{هـ} = ٣$$

$$\text{اذن ق(س) = ق(س)}$$

مثال (٣٠) :

$$h = (s) \sqrt{s}$$

١. بين أن هـ (س) متصل عند س = ٠ ،
٢. ثم استخدم تعريف المشتقة لإثبات انه غير قابل للاشتقاق عند س = ٠ .

مثال (٣٢) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{م س} + ٢ \\ \text{س} > ٣ \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{س} + ٢ \\ \text{س} \leq ٣ \end{array} \right\} \end{array} \right\} \text{جد قيم م ، ب التي تجعل ق (٣) موجودة}$$

الحل:

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = ٣ فان

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} \text{ق (س)} = \lim_{s \rightarrow 3^+} \text{ق (س)}$$

$$3 + 2 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

نحتاج الى إيجاد م و ب

$$3 + 2 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

لكن

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} \text{ق (س)} = \lim_{s \rightarrow 3^+} \text{ق (س)}$$

$$3 + 2 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

بالتعويض في (١) (١)
فان ب = ١١

مثال (٣٣) :

$$\text{ق (س)} = \frac{3 - 1}{3 + م س} \neq \text{س} : \text{م}$$

وكانت ق (١) = ٢ أوجد قيمة م

ج:

$$3 = م$$

مثال (٣١) :

إذا كان ق اقتران قابل للاشتقاق عند س = ١ وكان

$$\text{ق (١)} = ١ + هـ$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{ق (١)} - \text{ق (١)}}{هـ} = ٥$$

الحل:

بما ان ق قابل للاشتقاق اذن ق متصل

$$\text{ق (١)} = \text{ق (١)} + هـ$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{ق (١)} - \text{ق (١)}}{هـ} = ٥$$

$$\text{ق (١)} = \text{ق (١)} + هـ$$

$$\text{ق (١)} = \text{ق (١)} + هـ$$

- ملاحظة - يا بني -- مهم جداً
يفضل حل جميع الأسئلة على هذا الموضوع باستخدام
النظريتان السابقتان وباستخدام قواعد الاشتقاق لاحقاً
إلا إذا حدد السؤال الطريقة التي يجب أن نسلوها .

تمرين عام

مثال

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 1 \\ \text{س}^3 - 1 \end{array} \right\} \\ \text{س} \geq 4, \\ \text{س} < 4, \end{array} \right\}$$

١. ابحث في اتصال ق عند س = ٤

٢. ابحث قابلية ق للاشتقاق عند س = ٤

الحل:

٣. نبحث في الاتصال

$$\text{ق (4)} = 17$$

$$\text{نهاق (س)} = 11, \text{نهاق (س)} = 17$$

$$\text{س} \leftarrow 4^+, \text{س} \leftarrow 4^-$$

$$\therefore \text{نهاق (س)} = \text{م. غ. م}$$

$$\text{س} \leftarrow 4$$

∴ ق (س) غير متصل

٤. ∴ ق (س) غير متصل عند س = ٤

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٤ (نظرية)

مثال

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 + \text{س} \\ \text{س}^2 + 2\text{س} + 2 \end{array} \right\} \\ \text{س} > 0, \text{س} > 2 \\ \text{س} \geq 2, \text{س} > 5 \end{array} \right\}$$

ابحث قابلية ق للاشتقاق عند س = ٢

الحل:

اولاً: نبحث في الاتصال

$$\text{ق (2)} = 10$$

$$\text{نهاق (س)} = 10, \text{نهاق (س)} = 10$$

$$\text{س} \leftarrow 2^+, \text{س} \leftarrow 2^-$$

$$\therefore \text{نهاق (س)} = 10$$

$$\text{س} \leftarrow 2$$

∴ ق (س) متصل عند س = ٢

لان نهاق (س) = نهاق (س) = ق (2) = 10

$$\text{س} \leftarrow 2^+, \text{س} \leftarrow 2^-$$

ثانياً:

$$\text{ق (ع)} - \text{ق (2)}$$

$$\text{ق (2)} = \text{نهاق} +$$

$$2 - \text{ع} \quad 2 \leftarrow \text{ع}$$

$$(2 + \text{ع}^2) - (10)$$

$$\text{نهاق} =$$

$$2 - \text{ع} \quad 2 \leftarrow \text{ع}$$

$$\text{نهاق} = \frac{(2 + \text{ع})(2 - \text{ع})}{2 - \text{ع}} = 2$$

$$\text{ق (2)} - \text{ق (ع)} = \frac{(2 - \text{ع}) - (2 + \text{ع})}{2 - \text{ع}} = \frac{-2\text{ع}}{2 - \text{ع}}$$

$$\text{نهاق} = \frac{2 - \text{ع}}{2 - \text{ع}} = 1$$

$$\text{نهاق} = \frac{2 - \text{ع}}{2 - \text{ع}} = 1$$

$$\text{نهاق} = \frac{(2 - \text{ع})(2 + \text{ع} + 10)}{2 - \text{ع}} = 13$$

$$\text{ق (2)} \neq \text{ق (ع)}$$

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢

ملاحظة في الاشتقاق عند التعويض نعوض في القاعدة المطلوب مشتقتها وليس في المساواة

مثال

١) ق (س) غير متصل عند س = ٢ لانه غير معرف

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ (نظرية)

ب) ∴ ق (س) غير متصل عند س = ٢

الحل:

$$\left[\begin{array}{c} \text{س} \\ \text{س}^2 - 3\text{س} + 2 \end{array} \right]$$

$$\text{نهاق هـ (س)} = 7, \text{نهاق هـ (س)} = 8$$

$$\text{س} \leftarrow 2^+, \text{س} \leftarrow 2^-$$

$$\therefore \text{نهاق هـ (س)} = \text{م. غ. م}$$

$$\text{س} \leftarrow 2$$

∴ هـ (س) غير متصل

∴ هـ (س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ (نظرية)

$$\text{نهاق هـ (س)} = 1$$

$$\text{نهاق هـ (س)} = 1$$

∴ هـ (س) متصل لانه ثابت (نظرية)

$$\text{ق (ع)} - \text{ق (2/1)} = \frac{(2/1 - \text{ع}) - (2/1 - 1)}{2/1 - \text{ع}} = \frac{-\text{ع} + 1}{2/1 - \text{ع}}$$

$$\text{ق (ع)} - \text{ق (2/1)} = \frac{(2/1 - \text{ع}) - (2/1 - 1)}{2/1 - \text{ع}} = \frac{-\text{ع} + 1}{2/1 - \text{ع}}$$

و (ع) - و (ا) -

**و (ا) - = نها

$$\frac{1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 1

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

عند س = 1 و (س) متصل لان

نها و (س) = نها و (س) = و (ا) = 1

و (ع) - و (ا) -

**و (ا) - = نها

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 1

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

و (ع) - و (ا) -

**و (ا) - = نها

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 1

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 1

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 1

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

∴ و (س) = 1

جد ل (س) = |س| [س] عند س = 1

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

عند س = 1 ل (س) متصل لان

نها ل (س) = نها ل (س) = ل (0) = 0

**ل (0) = نها

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= نها = 0

**ل (0) = نها

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \geq 1, \\ 1 = 1, \\ 1 < 1 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

الحل:

اولاً: نبحت في الاتصال

ق (ا) = 1

نها ق (س) = 0, نها ق (س) = 1

∴ نها ق (س) = غ. م

∴ ق (س) غير متصل متصل عند س = 1

لان نها ق (س) ≠ نها ق (س)

∴ ق (س) غير قابل للاشتقاق عند س = 1 (نظرية)

عند س = 1 و (س) متصل لان كثير حدود

قواعد الاشتقاق (١)

قاعدة ١

إذا كان ق(س) = ج : ج ثابت فان ق(س) = صفر

مثال (٣٤) :

برهن قاعدة ١

ق(ع) - ق(س)

ق(س) = نها

ع ← س

ج - ج

نها = صفر

ع ← س

مثال (٣٥) :

إذا كان ق(س) = ٧ اوجد ق(س) ، ق(٣)

الحل :

ق(س) = صفر

ق(٣) = صفر

قاعدة ٢

إذا كان ق(س) = س^ن : ن عدد صحيح موجب، فان
ق(س) = س^{ن-١}

مثال (٣٦) :

برهن قاعدة ٢

ق(ع) - ق(س)

ق(س) = نها

ع ← س

ع^ن - س^ن

نها =

ع ← س

(ع-س)(ع^{١-ن} + ع^{٢-ن} + ... + س^{١-ن})

نها =

ع ← س

س^{١-ن} + س^{١-ن} + ... + س^{١-ن} = س^{١-ن}

٤. ليكن ق(س) = |س| جاس، س ∈ [٠، ٢π] ابحث
في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π

٥. إذا كان ق(١) = ٣- وكان ق(١) = ٥ اوجد
نها (س - ٢) ق(س)

س ← ١

٦. إذا كان ق(س) متصل على ح وكان

نها ق(س) = ٣.٥ ، وكان ق(س) = ٥

س ← ٣

اوجد ق(٣) =

٧. إذا كان ق(٣) = ٤ ، وكان ق(٣) = ٧ ، اوجد

نها (٢) ق(س) - (٣)

س ← ٣

٨. إذا كان ق(س) = |س - ٤| س^٢ اقتران متصل على ح

اوجد ق(س) ثم اوجد قيم س التي عندها ق(س)

قابلاً للاشتقاق مبيناً السبب في ذلك .

- ملاحظة - يا بني -- مهمة جداً

يفضل حل جميع الأسئلة على هذا الموضوع باستخدام

النظريتان السابقتان وباستخدام قواعد الاشتقاق لاحقاً

إلا إذا حدد السؤال الطريقة التي يجب أن نسلکہا .

مثال (٣٧):

اوجد ق (س) للاقتارات التالية

١. ق (س) = س^٤

٢. ق (س) = - س^٣

٣. ق (س) = س / ٥

الحل:

١. ق (س) = س^٤

٢. ق (س) = - س^٣

٣. ق (س) = س / ٥

قاعدة ٣

إذا كان ق (س) اقتران قابل للاشتقاق عند س ،
ج عدد ثابت وكان د (س) = ج ق (س) ، فإن الاقتران
د (س) قابل للاشتقاق عند س وان د (س) = ج ق (س)

مثال (٣٨):

برهن قاعدة ٣

د (ع) - د (س)

د (س) = نها

ع ← س ع - س

ج ق (ع) - ج ق (س)

= نها

ع ← س ع - س

ج (ق (ع) - ق (س))

= نها

ع ← س ع - س

د (س) = ج ق (س)

مثال (٣٩):

إذا كان ل (س) = ٨ ق (س) ، وكان ق (س) قابلاً
للاشتقاق ، ق (٥) = ٣ فجد ل (٥) .

الحل:

ل (س) = ٨ ق (س) ،

٢٤ = ٣ × ٨ =

قاعدة ٤

إذا كان كل من الاقترانيين ل ، م قابلاً للاشتقاق عند
س ، وكان ق (س) = ل (س) ± م (س) ، فإن
ق (س) = ل (س) ± م (س)

مثال (٤٠):

برهن قاعدة ٤

ق (ع) - ق (س)

ق (س) = نها

ع ← س ع - س

ل (ع) م (ع) - ل (س) م (س)

= نها

ع ← س ع - س

ل (ع) - ل (س) م (ع) - م (س)

= نها

ع ← س ع - س ع ← س ع - س

ل (س) م (س) =

بصورة عامة

إذا كان كل من الاقترانات ق_١ ، ق_٢ ، ... ، ق_ن
قابلاً للاشتقاق عند س وكان

ل (س) = ق_١ (س) ± ق_٢ (س) ± ... ± ق_ن (س)

فان

ل (س) = ق_١ (س) ± ق_٢ (س) ± ... ± ق_ن (س)

قاعدة ٥

الاقتران المشتعب

إذا كان لديك اقتران على صورة

ق (س) = (م (س) ، هـ (س))

ق (س) = (هـ (س) ، م (س))

وكان م (س) موجودة لكل س < أ ،

هـ (س) موجودة لكل س > أ فان

ق (س) = (م (س) ، هـ (س))

ق (س) = (هـ (س) ، م (س))

ق (س) = (م (س) ، هـ (س))

ق (س) = (هـ (س) ، م (س))

عند النقطة أ هناك حالتان

١. غير متصل ---- غير قابل للاشتقاق

٢. متصل هناك حالتان

أ- م (س) = هـ (س) = ل حيث ل ثابت

---- قابل للاشتقاق --- ق (س) = ل

ب- م (س) ≠ هـ (س) -- غير قابل للاشتقاق

مثال (٤١) :
إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 - 2\text{س} \leq 2 \\ \text{س}^2 + 6\text{س} - 12 > 2 \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

أوجد ق (س)

الحل:

ق متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 - 2\text{س} < 2 \\ \text{س}^2 + 6\text{س} > 2 \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

عندما $\text{س} = 2$

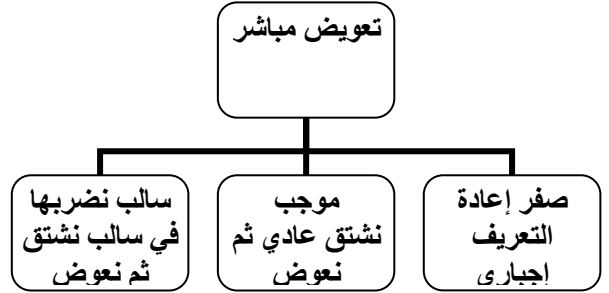
$$\text{ق (2)} = (2) \times 3 - 2 = 2 - 2 = 0$$

$$\text{ق (2)} = (2) \times 2 + 6 = 2 + 6 = 10$$

قاعدة القيمة المطلقة

هناك حالتان

1. على فترة وهنا إعادة التعريف اجباري ثم الاشتقاق بطريقة الاقتران المتشعب
2. عند نقطة وهنا بطريقة بسيطة جداً



بشكل عام

إذا كان ق (س) = |د (س)| فان

$$\text{د (س)} \cdot |د (س)|$$

$$\text{ق (س)} = \text{د (س)}$$

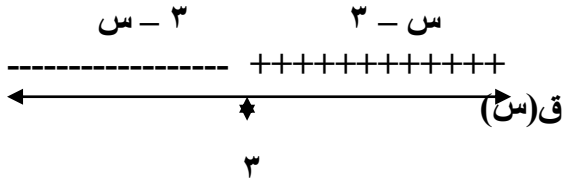
د (س)

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} > 0 \\ \text{د (س)} < 0 \end{array} \right\} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{د (س)} > 0 \\ \text{د (س)} < 0 \end{array} \right\} =$$

مثال (٤٢) :

$$\text{ق (س)} = |3 - \text{س}|$$



ق (س) متصل على ح ل

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - 3 \leq 3 \\ \text{س} - 3 > 3 \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

عندما $\text{س} = 3$ متصل

$$\text{ق (3)} = 1$$

اذن غير قابل للاشتقاق عند $\text{س} = 3$

$$\text{ق (3)} = -1$$

مثال (٤٣) :

$$\text{ق (س)} = \sqrt{\text{س}^2 - 6\text{س} + 9}$$

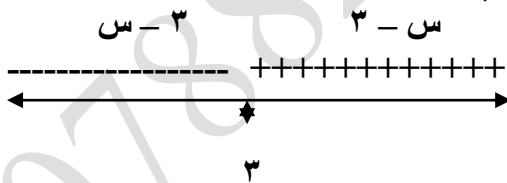
ابحث في قابلية ق للاشتقاق عند $\text{س} = 3$

الحل:

$$\text{ق (س)} = \sqrt{\text{س}^2 - 6\text{س} + 9}$$

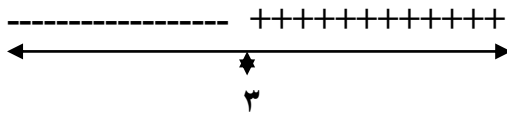
$$\text{ق (س)} = |\text{س} - 3|$$

$$|\text{س} - 3|$$



ق (س)

$$\text{ق (س)} = \sqrt{\text{س}^2 - 6\text{س} + 9}$$



ق(س) = صفر ومنها ق(٢.٥) = صفر

مثال (٤٥) :
إذا كان ق(س) = $س^٣ - [س + ٠.٥]$ ، جد ق(٢)
الحل :

$س \in (٢, ٣)$ ، $٢ = [س + ٠.٥]$
ومنها ق(س) = $س^٣ - ٢$
ق(س) = $س^٣$ ومنها ق(٢) = ١٢

مثال (٤٦) :

ق(س) = $س^٢ - ٢س + ٢$ ، $٠ \leq س \leq ١$
ق(س) = $[س] + ٣س$ ، $١ > س \geq ٢$

اوجد ق(س)
الحل : تمرين للطالب

ق(س) متصل على ح لانه حاصل ضرب متصلين

ق(س) = $س^٣ - ٢س^٢$ ، $س \leq ٣$
ق(س) = $س^٣ - ٢س$ ، $س > ٣$

ق(س) = $س^٣ - ٢س^٢$ ، $س < ٣$
ق(س) = $س^٣ - ٢س$ ، $س > ٣$

عندما $س = ٣$

ق(٣) = $٣ \times ٣ - ٢ \times ٣ = ٩ - ٦ = ٣$

ق(٣) = $٣ \times ٣ - ٢ \times ٣ = ٩ - ٦ = ٣$

اذن غير قابل للاشتقاق عند $س = ٣$

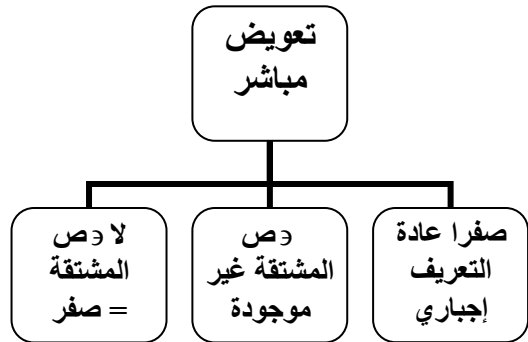
قاعدة ٧

اقتران أكبر عدد صحيح

هناك حالتان

١. على فترة وهنا إعادة التعريف إجباري

٢. عند نقطة وهنا بطريقة بسيطة جداً



مثال (٤٤) :

إذا كان ق(س) = $[س + ٢]$ ، جد ق(٢) ، ق(٢.٥)

الحل :

١) ق(س) غير متصل عند $س = ٢$
لان نهـا ق(س) \neq نهـا ق(س)
 $س \leftarrow ٢$ ، $س \leftarrow -٢$
اذن ق(٢) غير موجودة

٢) ق(س) = ٢ ، $س \in (٢, ٣)$

قاعـدة ٨

مشتقة الجذر مشتقة الجذر التربيعي

$$ق(س) = \sqrt{هـ(س)}$$

فان

$$ق'(س) = \frac{هـ'(س)}{2\sqrt{هـ(س)}}$$

مثال :

$$ق(س) = \sqrt{س^2 + 5}$$

الحل

$$ق'(س) = \frac{2س}{2\sqrt{س^2 + 5}}$$

بشـارة كل عام

اذا كان

$$ق(س) = \sqrt[n]{هـ(س)}$$

فان

$$ق'(س) = \frac{هـ'(س)}{n\sqrt[n-1]{هـ(س)}}$$

مثال :

$$ق(س) = \sqrt[3]{س^2 + 5}$$

الحل

$$ق'(س) = \frac{2س}{3\sqrt[2]{(س^2 + 5)^2}}$$

قاعـدة ٩

مشتقة الضرب

اذا كان م ، ل اقترانين قابلين للاشتقاق عند س

$$\text{وكان } ق(س) = م(س) \times ل(س)$$

فان الاقتران ق قابل للاشتقاق عند س وان:

$$ق'(س) = م'(س) \times ل(س) + ل'(س) \times م(س)$$

$$= \text{الاول} \times \text{مشتقة الثاني} + \text{الثاني} \times \text{مشتقة الاول}$$

مثال (٤٧) :

جد ق'(س) للاقترانات التالية

$$(١) ق(س) = (س^3 + 6)(١ - س^2)$$

$$(٢) ق(س) = س(س^2 + 2)(١ - س^2)$$

$$(٣) ق(س) = |١ - س| (١ + س + س^2)$$

الحل :

$$(١) ق'(س) = (٣س^2 + 6)(١ - س^2) + (س^3 + 6)(-2س)$$

$$(٢) ق'(س) = (س^2 + 2)(١ - س^2) + س(-2س)(١ - س^2) + (س^3 + 6)(-2س)$$

$$+ (س^3 + 6)(-2س) = (س^3 + 6)(-2س) + (س^2 + 2)(١ - س^2) + س(-2س)(١ - س^2)$$

$$(٣) ق'(س) = (١ + س + س^2)(١ - س)$$

$$(٣) ق(س) = |١ - س| (١ + س + س^2)$$

$$ق'(س) = (١ - س)(١ + س + س^2) + (١ - س)(١ + س + س^2) = ١ - س^2$$

$$ق'(س) = (١ - س)(١ + س + س^2) + (١ - س)(١ + س + س^2) = ١ - س^2$$

متصل لانه حاصل ضرب متصلين

$$ق'(س) = (١ - س)(١ + س + س^2) + (١ + س + س^2)(١ - س) = ١ - س^2$$

$$ق'(س) = (١ - س)(١ + س + س^2) + (١ + س + س^2)(١ - س) = ١ - س^2$$

عندما س = ١

$$ق'(١) = ٣ = (١) \quad ق'(١) = ٣ = (١)$$

اذن غير قابل للاشتقاق عند ٣

قواعد ١٠

مشتقة القسمة

إذا كان م ، ل اقترانين قابلين للاشتقاق عند س
وكان ل(س) ≠ ٠ ، وكان

م (س)

$$\frac{ق(س)}{ل(س)} = \frac{ق(س) \cdot ل'(س) - ل(س) \cdot ق'(س)}{ل(س)^2}$$

ل(س)

قابل للاشتقاق عند س فان:

$$\frac{ق(س) \cdot ل'(س) - ل(س) \cdot ق'(س)}{ل(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot ل'(س) - ل(س) \cdot ق'(س)}{ل(س)^2}$$

ل(س)

المقام × م البسط - البسط × م المقام

$$\frac{ق(س) \cdot ل'(س) - ل(س) \cdot ق'(س)}{ل(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot ل'(س) - ل(س) \cdot ق'(س)}{ل(س)^2}$$

(المقام)

نتيجة

إذا كان م اقتران قابل للاشتقاق عند س ، أ عدد ثابت
وكان ،

أ

$$\frac{ق(س)}{م(س)} = \frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2}$$

م (س)

قابل للاشتقاق عند س فان:

$$\frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2}$$

$$\frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2}$$

م (س)

$$\frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2}$$

$$\frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2} = \frac{ق(س) \cdot م'(س) - م(س) \cdot ق'(س)}{م(س)^2}$$

(المقام)

مثال (٥١):

جد ق(س) للاقترانات التالية

$$س^٢ + ١$$

$$(١) \text{ ق(س) = } \frac{س^٢ + ١}{س} : س \neq ٠$$

$$(٢) \text{ ق(س) = } \frac{س}{س^٢} : س \neq ٠$$

الحل:

مثال (٤٨):

إذا كان ل(س) = (س) × هـ(س) = أ : أ ثابت وكان هـ(٢) = ٣

$$\text{هـ(٢) = } ٢ - \frac{١}{٢} \text{ جد ل'(٢)}$$

الحل:

$$\frac{ل(س)}{ل(س)} = \frac{ل'(س) \cdot هـ(س) + ل(س) \cdot هـ'(س)}{ل(س)^2}$$

$$\frac{ل(٢)}{ل(٢)} = \frac{ل'(٢) \cdot هـ(٢) + ل(٢) \cdot هـ'(٢)}{ل(٢)^2}$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{ل'(٢) \cdot (٢ - \frac{١}{٢}) + (٢ - \frac{١}{٢}) \cdot ل'(٢)}{(٢ - \frac{١}{٢})^2}$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{ل'(٢) \cdot (٢ - \frac{١}{٢}) + (٢ - \frac{١}{٢}) \cdot ل'(٢)}{(٢ - \frac{١}{٢})^2}$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{ل'(٢) \cdot (٢ - \frac{١}{٢}) + (٢ - \frac{١}{٢}) \cdot ل'(٢)}{(٢ - \frac{١}{٢})^2}$$

٣

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٣ \cdot ل'(٢)}{٤ - ١}$$

مثال (٤٩):

إذا كان ق(١) = ٣ ، ق'(١) = ٢ اوجد

$$\frac{ق(س)}{ل(س)}$$

الحل: ج ٠.٥

مثال (٥٠):

إذا كان ل(٢) = ١ ، ل'(٢) = ٤ ، هـ(٢) = ١

هـ(٢) = ٥ جد ق(٢) للاقتران

$$\frac{ق(س)}{ل(س)} = \frac{ق(س) \cdot هـ(س) + ل(س) \cdot هـ'(س)}{ل(س)^2}$$

الحل:

$$\frac{ق(٢)}{ل(٢)} = \frac{ق(٢) \cdot هـ(٢) + ل(٢) \cdot هـ'(٢)}{ل(٢)^2}$$

$$\frac{ق(٢)}{١} = \frac{ق(٢) \cdot ٥ + ١ \cdot ٤}{١^2}$$

$$\frac{ق(٢)}{١} = \frac{ق(٢) \cdot ٥ + ٤}{١} \Rightarrow ٩ = ٤ \times ١ + ٥ - \times ١ - = ق(٢)$$

الحل :

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\text{ق}(\text{س}) = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

مثال (٥٤) :

إذا كان هـ (س) اقتران قابل للاشتقاق عند
س = ٢ ، هـ (٢) = ١ ، هـ (٢) = ٢
فجد ق (٢) في كل مما يلي

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

الحل : تمرين للطالب

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

$$\frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = (\text{س})$$

مثال (٥٢) :
إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} \\ \text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} \end{array} \right\} \text{اوجد ق}(\text{س})$$

الحل :

غير متصل عندما س = ١ اذن غير قابل للاشتقاق
عند ما س = ١ إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} \\ \text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} \end{array} \right\} \text{اوجد ق}(\text{س})$$

مثال (٥٣) :

إذا كان ل (٢) = ١ ، ل (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ١
هـ (٢) = ٥ جد ق (٢) للاقتران
ل (س)

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}(\text{س})\text{ل}(\text{س}) - (\text{س})\text{ل}(\text{س})\text{هـ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}$$

مثال (٥٥) :

إذا كان ق (س) = [٢ - س / ٣]
فجد ق (٣)

$$\frac{\text{معدل التغير ص}}{\text{ص}} = \frac{(٢ - س)(٢) - (٢ س)(١)}{(٢ - س)^2}$$

$$\frac{\text{ص}}{(٢ - س)^2} = \frac{٤ - ٤ س}{(٢ - س)^2}$$

$$\frac{١ - ٤}{٢٥} = \frac{٤ - ٤ س}{١٠٠} = \frac{٤ - ٤ س}{٢(٢ - ١٢)} \quad \text{ب- ص}$$
$$١٢ = س$$

مثال (٥٧) :

جد ق (س) لكل مما يلي

أ- ق (س) = $\pi / ١$

ب- ق (س) = $س^٥ + س^٣ - ٢ س + ١$

ت- ق (س) = π جا

ث- ق (س) = ن : ن ثابت

ج- ق (س) = $\frac{١}{٣} (س^٧ + ٢س - ٩)$

الحل :

أ- ق (س) = صفر

ب- ق (س) = $س^٥ + س^٣ - ٢س + ١$

ت- ق (س) = صفر

ث- ق (س) = صفر

ج- ق (س) = $\frac{١}{٣} (س^٧ + ٢س - ٩)$

مثال (٥٨) :

إذا كان ل (س) = ق (س) + ٣ هـ (س) ،

وكان ق (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ٥ جد ل (٢)

الحل :

ل (س) = ق (س) + ٣ هـ (س)

ل (٢) = ق (٢) + ٣ هـ (٢)

١١ = (٥ -) × ٣ + ٤ =

مثال (٥٦) :

إذا كانت العلاقة

$$\frac{١}{ص} + \frac{١}{س} = \frac{١}{ع}$$

تربط بين البعد البؤري (ع) لعدسة محدبة . س ، ص
تمثلان بعد جسم موضوع امام العدسة ، وبعد
الصورة المتكونة له عن مركز العدسة على الترتيب
إذا كانت ع = ٢ جد :

أ- صيغة عامة لايجاد معدل تغير ص بالنسبة

الى س

ب- معدل تغير ص بالنسبة الى س عندما تكون

س = ١٢ سم

الحل :

$$\frac{١}{ص} + \frac{١}{س} = \frac{١}{ع}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{١}{ع} - \frac{١}{س}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٢}{س} - \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٢}{س} - \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٢}{س} - \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٢}{س} - \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٢}{س} - \frac{١}{٢}$$

مثال (٥٩) :

إذا كان ل (س) = ٦ ق (س) - ٥ هـ (س) وكان
ل (س) = ٥٠ = (٦) ق (س) ، ١٠ جد هـ (٦)
الحل :

$$\begin{aligned} \text{ل (س)} &= ٦ \text{ ق (س)} - ٥ \text{ هـ (س)} \\ \text{ل (٦)} &= (٦) \text{ ق (٦)} - ٥ \text{ هـ (٦)} \\ ٥٠ &= ٦ \times ١٠ - ٥ \text{ هـ (٦)} \\ ١٠ &= ٥ \text{ هـ (٦)} \\ \text{هـ (٦)} &= ٢ \end{aligned}$$

مثال (٦٠) :

إذا كان ل (س)، هـ (س) اقترانين قابلين للاشتقاق ،
وكان ل (٢) = ٤ ، هـ (٢) = ٥ جد ق (٢)
في كل مما يلي

أ- ق (س) = ٥ ل (س) + ٢ هـ (س)
ب- ق (س) = ل (س) - ٣ هـ (س)
الحل :

$$\begin{aligned} \text{أ- ق (س)} &= ٥ \text{ ل (س)} + ٢ \text{ هـ (س)} \\ \text{ق (٢)} &= ٥ \text{ ل (٢)} + ٢ \text{ هـ (٢)} \\ \text{ق (٢)} &= (٢) \times ٥ + ٢ \times (٥ -) \\ ١٠ &= ١٠ - ٢٠ = \\ \text{ب- ق (س)} &= \text{ل (س)} - ٣ \text{ هـ (س)} \\ \text{ق (٢)} &= \text{ل (٢)} - ٣ \text{ هـ (٢)} \\ \text{ق (٢)} &= (٢) - ٣ \times (٥ -) \\ ١٩ &= ١٥ + ٤ = \end{aligned}$$

مثال (٦١) :

بدأ شخص بنفخ بالون على شكل كرة ، جد
قاعدة عامة لحساب معدل تغير
حجم البالون بالنسبة الى نصف قطره ، ثم جد معدل
تغير الحجم عندما نق = ١٠ سم
الحل :

تذكر ان معدل التغير يعني المشتقة الاولى

$$\text{ح الكرة} = \frac{4}{3} \pi \text{ نق}^3$$

د ح

$$\text{د نق} = \frac{4}{3} \pi \text{ نق}^2$$

عندما نق = ٤

د ح

$$\text{معدل التغير} = \frac{4}{3} \pi (١٠)^2 = 400 \pi \text{ د نق}$$

مثال (٦٢) :

إذا كان ق (س) = ٣ ج + ٢ س ، ج ثابت وكان

$$\text{ق (٢) - (٢ + هـ) ق (٢)}$$

$$\begin{aligned} \text{نهـا} &= \frac{\text{ق (٢) - (٢ + هـ) ق (٢)}}{\text{هـ}} \\ \text{هـ} &\leftarrow ٠ \\ \text{جد قيمة ج} \\ \text{الحل:} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{نهـا} &= \frac{\text{ق (٢) - (٢ + هـ) ق (٢)}}{\text{هـ}} \\ \text{هـ} &\leftarrow ٠ \end{aligned}$$

$$\text{ق (س)} = ٢ ج + ٣ س$$

$$\text{ق (٢)} = ٢ ج + ٢ \times ٣ = ٩$$

$$\text{٤ ج} = ١٢ - ٩ \text{ ومنها ج} = ٣$$

مثال (٦٣) :

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} \text{ق (س)} &= \left. \begin{aligned} \text{٣ س} \\ \text{أ س} + \text{ب} \end{aligned} \right\} \\ \text{س} &\geq ١ \\ \text{س} &< ١ \end{aligned} \right\}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = ١ فجد كلاً من أ ، ب .

الحل :

بما انه قابل للاشتقاق فانه

ق متصل

$$\text{ق (١)} = \text{ق (١)}$$

بما انه متصل

$$\begin{aligned} \text{نهـا ق (س)} &= \text{نهـا ق (س)} \\ \text{س} &\leftarrow ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{نهـا أ س} + \text{ب} &= \text{نهـا ٣ س} \\ \text{س} &\leftarrow ١ \end{aligned}$$

$$\text{أ} + \text{ب} = ٣ \dots \dots \dots (١)$$

بما انه قابل للاشتقاق

$$\text{ق (١)} = \text{ق (١)}$$

بما انه متصل

$$\text{أ} = ٦ \text{ س}$$

$$\text{س} = ١$$

$$\text{أ} = ٦ \text{ وبالتعويض في (١) ب} = ٣$$

تمرين عام

$$(1) \text{ ق (س) = } (4س^2 - 1)(7س^3 + س)$$

الحل :

$$\text{ق (س) = } 28س^2 + 28س^5 - 7س^3 - 7س^6$$

$$= 28س^2 - 7س^3 - 7س^6$$

$$\text{ق (س) = } 40س^4 - 9س^2 - 1$$

$$(2) \text{ ق (س) = } (3س^2 + 6)(2س - 1/4)$$

الحل :

$$\text{ق (س) = } (3س^2 + 6)(2س - 1/4) + (2)(3س^2 + 6)$$

$$= 6س^2 + 12س + 12 - 3س^2/2 - 3/2$$

$$= 18س^2 + 12س + 9/2$$

(3)

$$\text{ص} = \frac{2س^2 - 2س}{2س^2}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{س} - \frac{2س}{2س^2}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2س} + \frac{2س^3 \times 2س^2 - 2س^2}{2س^6}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2س} + \frac{2س^3 - 2س^2}{2س^6}$$

مثال (٦٤)

مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثال نصف قطر

قاعدته، اخذ المخروط بالذوبان بحيث يحافظ على

شكله، جد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة لارتفاعه

عندما يكون نصف قطر قاعدته ١٠ سم.

الحل :

$$ع = 3 \text{ نق}$$

$$ع$$

$$\text{نق} = \frac{ع}{3}$$

$$\text{ح المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{نق}^2 \times \pi \times ع$$

$$\text{ح المخروط} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{ع}{3} \right)^2 \times \pi \times ع$$

$$\text{ح المخروط} = \frac{1}{3} \times \frac{ع^3}{9} \times \pi$$

$$\text{ح المخروط} = \frac{\pi}{27} \times ع^3$$

$$\text{دح} = \frac{دع \times 3 \times \pi}{27}$$

عندما يكون نق = ١٠ فان ع = ٣٠

$$\text{دح} = \frac{30^3 \times 3 \times \pi}{27}$$

$$\text{دع} = 27$$

$$\text{دح}$$

$$\text{دع} = \frac{\pi \times 1000}{27}$$

$$\text{دح}$$

مثال إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{s} \\ s \leq 1, \end{array} \right\} \text{ق(س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{s^2 + 1} \\ s > 1, \end{array} \right\} \text{ق(س)}$$

اوجد ق(س)

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{s} \\ s < 1, \end{array} \right\} \text{ق(س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{\sqrt{s^2 + 1}} \\ s > 1, \end{array} \right\} \text{ق(س)}$$

عندما $s = 1$ غير متصل لان

نهاق (س) \neq نهاق (س)

$s \rightarrow +1$

$s \rightarrow -1$

اذن غير قابل للاشتقاق عند ما $s = 1$

تمرين عام

١. اذا كان ق(س) = $|s - 1| - |s|$ حدد فيما اذا كان هذا الاقتران قابل للاشتقاق عند النقطة (١, ٠)

٢. اذا كان ق(س) = $|s - 4| - s^2$ اقتران متصل على ح فجد :

(١) ق(س)

(٢) قيم س التي لا يكون عندها الاقتران قابل للاشتقاق مبيناً السبب في ذلك .

٣. اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2 + s}{s} \\ s > 3, \end{array} \right\} \text{ق(س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{s + 2}{s} \\ s \leq 3, \end{array} \right\} \text{ق(س)}$$

جد كلاً من أ، ب التي تجعل ق(٣) موجوده .

٤. اذا كان ق(س) = $|s - 3| + 2s^2$ جد ق(س)

٥. اذا كان ق(١) = $2 - 2$ ، ق(١) = 2 فجد

$$\sqrt{s} \cdot \text{ق(س)}$$

٦. اذا كان ق(س) = $|s + 1| - |s - 1|$ حدد فيما اذا كان هذا الاقتران قابل للاشتقاق عند النقطة $s = -1$ ام لا ؟

٧. اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} [s + 0.2] \\ 1 < s < 2, \end{array} \right\} \text{ق(س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} |s + 3| \\ 2 \leq s \leq 4, \end{array} \right\} \text{ق(س)}$$

جد ق(٢)

٨. برهن اذا كان ق قابلاً للاشتقاق عند $s = 1$ ، فانه يكون متصلًا عند $s = 1$

٩. برهن صحة النظرية الاتية :

اذا كان ق(س) = s^n : ن عدد صحيح موجب، فان ق(س) = s^{n-1}

١٠. اذا كان

ك(س)

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{ه(س)}}{\text{ك(س)}} \neq 0$$

ه(س)

وكان ك(س) ، ه(س) قابلاً للاشتقاق عند $s = 1$ ، ق(١) = صفر ، اثبت ان

ك(١)

$$\text{ق(١)} = \frac{\text{ه(١)}}{\text{ك(١)}}$$

١١. اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5 + s^2}{s} \\ s \leq 2, \end{array} \right\} \text{ق(س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{s + 2}{s} \\ s > 2, \end{array} \right\} \text{ق(س)}$$

قابلاً للاشتقاق عند $s = 2$ اوجد كلاً من أ، ب

١٢. صفيحة معدنية مستطيلة الشكل تتمدد بانتظام بحيث يبقى طولها يساوي ثلاثة امثال عرضها اوجد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة الى طولها عندما يكون طولها ١٥ سم

١٣. اذا كان

$$\text{ق(س)} = \frac{1}{s + 3} \neq \frac{1}{3}$$

وكانت ق(١) = ٢ اوجد قيم الثابت أ .

١٤. اذا كان ق(س) = $s \times \text{ه(س)}$ وكان ١ وكان

ه(١) = ٣ ، ه(١) = ٥ فما قيمة ق(١) .

١٥. اذا كان ق(س) = $|s - 2| + |s|$

بين ان ق(١) غير قابل للاشتقاق

المشتقات العليــــــــــــا

- إذا كان ص = ق (س) قابل للاشتقاق
المشتقة الاولى ص = ق (س)
- إذا كان ص = ق (س) قابل للاشتقاق
المشتقة الاولى للاقتران السابق
- ص = ق (س) وهو المشتقة الثانية ص = ق (س)
- إذا كان ص = ق (س) قابل للاشتقاق

- المشتقة الاولى للاقتران السابق
- ص^(٣) = ق^(٣) (س) وهو المشتقة الاولى ص = ق (س)
- وهو المشتقة الثالثة ص = ق (س)
- ويرمز للمشتقة الاولى ق (س)
- ويرمز للمشتقة الثانية ق^(٢) (س)
- ويرمز للمشتقة الثالثة ق^(٣) (س)
- ويرمز للمشتقة اربعة ق^(٤) (س)

مثال (٦٥) :

إذا كان ق (س) = ٤س^٣ - ٤س + ٥

جد ق (١) ، ق (١) الحل :

الحل :

$$١. ق (س) = ٣س^٢ - ٤$$

$$٢. ق (س) = ٦س$$

مثال (٦٦) :

جد اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة حيث

$$ق (-١) = ٠ ، ق (-١) = ٣ ، ق (-١) = ٢ -$$

$$، ق (-١) = ٦$$

الحل :

$$ق (س) = أ س^٣ + ب س^٢ + ج س + د$$

$$ق (س) = ٣ أ س^٢ + ٢ ب س + ج$$

١٦. إذا كان

$$ق (س) = \frac{٥}{٥} \text{ وكانت هـ} (٣) = ٤ ، ق (٣) = ١$$

هـ (س)
فما قيمة ق (٣)

١٧. إذا كان

$$\left. \begin{aligned} |١ - س|^٢ + ١٤س ، س > ١ \\ |س هـ|^٢ (س) + ١٠ ، س \leq ١ \end{aligned} \right\} = ق (س)$$

وكان هـ (س) قابلاً للاشتقاق حيث
هـ (١) = هـ (١) = ٢ ، فابحث في قابلية الاقتران
ق (س) للاشتقاق عند س = ١

١٨. جد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة الى محيطه
عندما يكون محيطه (٢٤) سم .

$$١٩. إذا كان ق (س) = \sqrt{٢س^٣ + ٥س^٢} ،$$

اوجد ق (٢)

$$ق^٣ = (س) = س ل^٣ + (س) ل + (س) ل^٣$$

$$ق^٣ = (س) = س ل^٣ + (س) ل^٣$$

ل قابل للاشتقاق

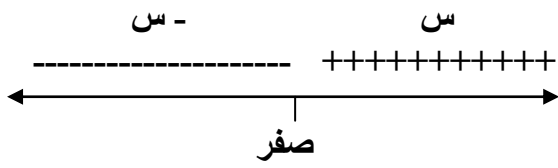
$$ق^{(٣)} = (س) = س ل^٣ + (س) ل + (س) ل^٣$$

$$ق^{(٣)} = (س) = س ل^٣ + (س) ل^٣$$

مثال (٦٨):

إذا كان ق(س) = |س| فجد ق'(س) س ٧ ح

الحل:



ق(س) متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} ١ \\ ١ - \end{array} \right\} = ق'(س) , \begin{array}{l} س < صفر \\ س > صفر \end{array}$$

عندما س = صفر غير قابل للاشتقاق لان

$$ق'(٠) = (٠) +$$

ق(س) غير متصل عندما س = صفر

$$\left. \begin{array}{l} ٠ \\ ٠ \end{array} \right\} = ق'(س) , \begin{array}{l} س < صفر \\ س > صفر \end{array}$$

عندما س = صفر غير قابل للاشتقاق لان غير متصل

مثال (٦٩):

إذا كان ق(س) = [٢س] فجد ق'(٤/٣) ، ق'(٢/١)

الحل:

$$ق'(٤/٣) = ٠$$

$$ق'(٢/١) = غ. م$$

$$لكن ق'(١-) = ٣$$

$$٣ = ٣ - ١ + ١ = ٣$$

$$٣ - ١ + ٢ = ٣$$

$$ق'(س) = ٦ + ٢ = ٨$$

$$لكن ق'(١-) = ٢ -$$

$$٢ - = ٢ - ١ + ١ = ٢$$

$$٢ - = ٢ - ١ + ١ = ٢$$

$$ق^{(٣)} = ١٦$$

$$لكن ق^{(٣)}(١-) = ٦$$

$$٦ = ٦ - ١ + ١ = ٦$$

بالتعويض في (٢).....

$$٦ - ١ + ٢ = ٦ - ١ + ٢ = ٦$$

بالتعويض في (١).....

$$٣ = ٣ - ١ + ١ = ٣$$

بالتعويض في المعادلة الاصلية : ق(١-) = ٠

$$ق(١-) = ٠ = ١ - ١ + ١ = ١$$

$$صفر = ١ - ٢ + ٤ - ٣ = ٠$$

$$اذن ق(س) = س^٣ + ٢س^٢ + ٤س + ٣$$

- ملاحظة - يا بني - مهمة جداً

لا تنسى ذكر الله أولاً

لا تنسى عند ايجاد المشتقات العليا الفحص المتتالي لقابلية الاشتقاق سواء للاقتران الاصلية او للمشتقات المتعاقبة

مثال (٦٧):

إذا كان ل، ل'، ل'' قابل للاشتقاق عند س، وكان

$$ق(س) = س ل(س) فجد ق'(س) ق^{(٣)}(س)$$

الحل:

ل، قابل للاشتقاق

$$ق'(س) = س ل'(س) + ل(س)$$

ل قابل للاشتقاق

تمرين عام

مثال

اذا كان ق(س) = 7س² - 5س² + س جد ق(-2)
الحل :

$$ق(س) = 7س^2 - 5س^2 + 1$$

$$ق(س) = 2س^2 - 4س + 10$$

$$ق(-2) = 94 - 10 - 2 \times 42 = 28$$

مثال اذا كانت ق(س) = 3س² وكان ق⁽⁴⁾(س) = أ
س³ ، فجد قيمة أ.

$$ق(س) = 3س^2 - 1س$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 1س(2-ن) - 2س(3-ن) - 3س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

$$ق(س) = 3س^2 - 3س(1-ن) - 2س(2-ن) - 3س(3-ن) - 4س(4-ن)$$

مثال

$$ص = \frac{1}{س} + 1$$

$$ص = \frac{1-س}{س}$$

$$ص = \frac{1-س}{س} = \frac{1-س}{س}$$

ص(2) = ص(س²+3س) | س | فجد ص

الحل :

$$ص = \frac{1-س}{س} = \frac{1-س}{س}$$

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} 3س^3 + 3س^2 , س \leq \text{صفر} \\ 3س^3 - 3س^2 , س > \text{صفر} \end{array} \right\}$$

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} 3س^3 + 6س , س < \text{صفر} \\ 3س^3 - 6س , س > \text{صفر} \end{array} \right\}$$

عندما س = صفر متصل عند س = 0

$$ق(0) = 0 = ق(0) \text{ ومنها } ق(0) = 0$$

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} 6س + 6 , س < \text{صفر} \\ 6س - 6 , س > \text{صفر} \end{array} \right\}$$

عندما س = صفر ، ق(س) متصل عند س = 0

$$ق(س) = 0 = ق(س) \text{ ومنها } ق(س) = 0$$

لكن

$$ق(0) = 6 = ق(0) \text{ ، } ق(0) = 6$$

اذن ق(س) غير موجودة

مثال

$$ق(س) = (3س^2 + 2س)(2س^2 - 3س + 1)$$

$$اثبت ان ق(1) \times ق(1) = 210$$

الحل :

$$ق(س) = (3س^2 + 2س)(2س^2 - 3س + 1) + (2س^2 - 3س + 1)(3س^2 + 2س)$$

$$ق(س) = (3س^2 + 2س)(2س^2 - 3س + 1) + (2س^2 - 3س + 1)(3س^2 + 2س)$$

$$ق(1) = (3 + 2)(2 - 3 + 1) + (2 - 3 + 1)(3 + 2) = 5 + 5 = 10$$

$$ق(س) = (3س^2 + 2س)(2س^2 - 3س + 1) + (2س^2 - 3س + 1)(3س^2 + 2س)$$

$$ق(1) = (3 + 2)(2 - 3 + 1) + (2 - 3 + 1)(3 + 2) = 5 + 5 = 10$$

$$ق(1) \times ق(1) = 10 \times 10 = 100$$

مثال

اذا كان ق(س) = $\frac{2}{س}$ فاثبت ان ق(1) - ق(2) = 4

الحل :

$$ق(س) = \frac{2}{س} \text{ ومنها } ق(1) = 2$$

$$ق(س) = \frac{2}{س} \text{ ومنها } ق(2) = 1$$

$$ق(1) - ق(2) = 2 - 1 = 1$$

مشقة الاقترانات الدائرية

ق(س) = جاس

١. ق(س) = جاس ←

ق(س) = جتاس

٢. ق(س) = جا ه(س) ←

ق(س) = ه(س) جتاس

٣. ق(س) = (جاس) ن ←

ق(س) = ن(جاس) - جتاس

• ق(س) = جتاس

١. ق(س) = جتاس ←

ق(س) = جاس

٢. ق(س) = جتاس ه(س) ←

ق(س) = ه(س) جاس

٣. ق(س) = (جتاس) ن ←

ق(س) = ن(جتاس) - جاس

• ق(س) = ظاس

١. ق(س) = ظاس ←

ق(س) = قاس

٢. ق(س) = ظاس ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قاس

٣. ق(س) = (ظاس) ن ←

ق(س) = ن(ظاس) - قاس

ملاحظة - يا بنى

البرهان مطلوب للجميع

• ق(س) = قاس

١. ق(س) = قاس ←

ق(س) = قاس ظاس

٢. ق(س) = قاس ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قاس ظاس

٣. ق(س) = (قاس) ن ←

ق(س) = ن(قاس) - قاس ظاس

• ق(س) = قتاس

١. ق(س) = قتاس ←

ق(س) = قتاس ظتاس

٢. ق(س) = قتاس ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قتاس ظتاس

٣. ق(س) = (قتاس) ن ←

ق(س) = ن(قتاس) - قتاس ظتاس

ق(س) = ظتاس

١. ق(س) = ظتاس ←

ق(س) = قتاس

٢. ق(س) = ظتاس ه(س) ←

ق(س) = ه(س) قتاس

٣. ق(س) = (ظتاس) ن ←

ق(س) = ن(ظتاس) - قتاس

مثال (٧٠):

إذا كان ق(س) = جا (-س)، جد ق(س)

الحل:

ق(س) = جتا (-س)

مثال (٧١):

إذا كان ق(س) = س ظتاس فجد ق(٤/π)

الحل:

ق(س) = س (- قتا^٢ س) + ظتاس

ق(٤/π) = (٤/π) (- قتا^٢ (٤/π)) + ظتاس (٤/π)

= ١ + (٢/π)

مثال (٧٢):

إذا كان ق(س) = جا^٢ (س)، جد

ق(س) (س) مستخدماً مشقة حاصل ضرب اقترانين

الحل:

ق(س) = جاس × جاس

ق(س) = جاس × جتاس + جاس × جتاس

= ٢ جاس جتاس

مثال (٧٣) :

$$\text{س جاس} \\ \text{اذا كان ق(س)} = \frac{\text{س جاس}}{\text{س} + ١} = \text{جد ق(س)}$$

الحل :

$$\text{ق(س)} = \frac{(١ + \text{ظاس})(\text{س جتا س} + \text{جاس}) - (\text{س جاس})(\text{قاس})}{(١ + \text{ظاس})^2}$$

مثال (٧٤) :

اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{جاس} \\ \text{ق(س)} \\ \text{م س + ب} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \frac{\pi^2}{3} > \text{س} \geq 0 \\ \frac{\pi^2}{3} \geq \text{س} \geq \frac{\pi^2}{3} \end{array} \right\}$$

قابلاً للاشتقاق عند س = $\frac{\pi^2}{3}$ فجد قيم أ ، ب

الحل :

$$\text{بما ان ق قابل للاشتقاق عند س} = \frac{\pi^2}{3}$$

فان

$$\left. \begin{array}{l} \text{متصل} \leftarrow \text{نها ق(س)} = \text{ق}(\frac{\pi^2}{3}) \\ \text{س} \leftarrow \frac{\pi^2}{3} \\ \text{ق}(\frac{\pi^2}{3}) = \text{ق}(\frac{\pi^2}{3}) \\ \text{نها م س + ب} = \text{نها جاس} \\ \text{س} \leftarrow \frac{\pi^2}{3} \\ \text{س} \leftarrow \frac{\pi^2}{3} \end{array} \right\}$$

يكمل من قبل الطالب

مثال (٧٥) :

د ص

اوجد _____ للاقتران التالية
د س

١. ص = - ٤ قتا س + ٢ ظتا س

٢. ص = جاس ° (س بالدرجات)

جتا س - ١

٣. ص = _____

جتا س + ١

الحل :

١. ص = ٤ قتا س ظتا س - ٢ قتا ٢ س

٢. ص = جاس _____ س ... ص = تدريب للطالب
١٨٠

٣. ص = _____
(جتا س + ١) (جتا س - ١) (جاس - ١) (جاس)

مثال (٧٦) :

اذا كان ق(س) = جتا ٢ س
اوجد ق^(٤)(س)
الحل :

ق^(١)(س) = ٢ - جتا ٢ س

ق^(٢)(س) = ٤ - جتا ٢ س

ق^(٣)(س) = ٨ - جتا ٢ س

ق^(٤)(س) = ١٦ - جتا ٢ س

مثال (٧٧) :

اوجد ص للاقتران

ص = جتا ٢ س ، عندما س = $\frac{12}{\pi}$

الحل :

ص = ٣ × ٤ جتا ٢ س × ٤ جتا ٤ س

عندما س = $\frac{12}{\pi}$

ص = ٣ × ٤ جتا $\frac{\pi}{3}$ جتا $\frac{\pi}{3}$ = $\frac{9}{2}$

مثال (٧٨) :

اذا كان ق(س) = جتا ٢ س اوجد

ق^(٦)(س) + ق^(٦)(س)

مثال (٧٥) :

د ص

اوجد _____ للاقتران التالية
د س

١. ص = - ٤ قتا س + ٢ ظتا س

٢. ص = جاس ° (س بالدرجات)

جتا س - ١

٣. ص = _____

جتا س + ١

مثال (٧٩):
إذا كان ق(س) = ٣ جا ٢ س + ٥ جتا ٢ س
أوجد ق^(٤)(س)
الحل:

$$\begin{aligned} \text{ق(س)} &= ٦ \text{ جتا } ٢ \text{ س} - ١٠ \text{ جا } ٢ \text{ س} \\ \text{ق(س)} &= ١٢ \text{ جا } ٢ \text{ س} - ٢٠ \text{ جتا } ٢ \text{ س} \\ \text{ق(س)}^{(٣)} &= ٢٤ \text{ جتا } ٢ \text{ س} + ٤٠ \text{ جا } ٢ \text{ س} \\ \text{ق(س)}^{(٤)} &= ٤٨ \text{ جا } ٢ \text{ س} + ٨٠ \text{ جتا } ٢ \text{ س} \end{aligned}$$

مثال (٨٠):
إذا كان ق(س) = ٣ قا ٢ س
أوجد ق^(٦/π)(س)
الحل:

$$\begin{aligned} \text{ق(س)} &= ٣ \text{ قا } ٢ \text{ س} \times ٢ \text{ قا } ٢ \text{ س} \times ٢ \text{ قا } ٢ \text{ س} \\ &= ٦ \text{ قا } ٢ \text{ س} \times ٢ \text{ قا } ٢ \text{ س} \\ \text{ق(س)}^{(٦/\pi)} &= ٦ \text{ قا } ٢ \text{ س} \times ٣/\pi \text{ قا } ٢ \text{ س} \times ٣/\pi \text{ قا } ٢ \text{ س} \times \dots \end{aligned}$$

تمرين عام
جتا س

أ) ق(س) = جتا س = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جتا س}}$ جد ق(س)

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{\text{ق(س)}}{\text{ق(س)}} &= \frac{(\text{جا س}) - (\text{جا س})}{(\text{جتا س})(\text{جتا س})} \\ &= \frac{\text{جا } ٢ \text{ س}}{(\text{جا } ٢ \text{ س} + \text{جتا } ٢ \text{ س}) - ١} \\ \text{ق(س)} &= \frac{\text{جتا } ٢ \text{ س}}{\text{جا } ٢ \text{ س}} = ١ \end{aligned}$$

ب) إذا كان ق(س) = قاس = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جتا س}}$

الحل:

$$\text{ق(س)} = \frac{١ - (\text{جا س})}{\text{جتا } ٢ \text{ س}}$$

ج) إذا كان ق(س) = قتا س = $\frac{١}{\text{جتا س}}$

الحل:

$$\text{ق(س)} = \frac{١ - (\text{جتا س})}{\text{جا } ٢ \text{ س}} = \frac{\text{جتا س}}{\text{جتا س}}$$

مثال:

اثبت ان ص = جتا س ، ص = جاس
حلولاً للمعادلة ص + ص = صراً

الحل:

- ص = جتا س
- ص = - جاس
- ص = - جتا س
- بالتعويض بالمعادلة
- جتا س + (- جتا س) = صفر
- أذن ص = جتا س حل للمعادلة
- ص = جاس
- ص = جتا س
- ص = - جاس
- بالتعويض بالمعادلة
- جتا س + (- جاس) = صفر
- أذن ص = جاس حل للمعادلة

مثال

جد قيم س في الفترة [-π/٢ ، π/٢] التي تحقق
المعادلة ق(س) = صفر لكل مما يأتي

١. ق(س) = س + جتا س

٢. ق(س) = قاس

الحل:

١. ق(س) = ١ - جاس

١ - جاس = صفر

جتا س = ١

س = -π/٣ ، -π/٢ ، π/٢ ، π/٣

٢. ق(س) = قاس

قاس = صفر

اما قاس = ٠ وبالتالي مستحيل

او قاس = ٠

س = -π/٢ ، π ، ٠ ، π

-π/٢ ، π/٢ مرفوضات اطراف فترة

اذا كان ص = أ جاس + ب جتاس : أ ، ب
اثبت ان (ص) = ص^٢ + أ^٢ = ب^٢
الحل:

$$\text{ص} = \text{أ جتاس} - \text{ب جاس}$$

بالتعويض في المعادلة

$$\begin{aligned} & (\text{أجتاس} - \text{ب جاس}) + (\text{أجاس} + \text{ب جتاس}) = \text{ص} \\ & \text{أ جتاس} - \text{ب جاس} + \text{أجاس} + \text{ب جتاس} \\ & \text{أ جتاس} + \text{أجاس} + \text{ب جتاس} - \text{ب جاس} \\ & \text{أ} (\text{جتاس} + \text{جاس}) + \text{ب} (\text{جتاس} - \text{جاس}) \\ & \text{أ} + \text{ب} = \text{ص} \end{aligned}$$

مثال

$$\text{أ} (\text{ص} = \text{قتاس})$$

$$\text{ص} = - \text{قتاس} \text{ظتاس}$$

$$\text{ص} = \text{قتاس} (- \text{قتاس}) + \text{ظتاس} (- \text{قتاس} \text{ظتاس})$$

$$= \text{قتاس} + \text{ظتاس} \text{قتاس}$$

$$\text{ب} (\text{ص} = \text{س جاس} - \text{٣ جتاس})$$

$$\text{ص} = \text{س جتاس} + \text{جاس} + \text{٣ جاس}$$

$$= \text{س جتاس} + \text{٤ جاس}$$

$$\text{ص} = \text{س} (- \text{جاس}) + \text{جتاس} + \text{٤ جتاس}$$

$$= - \text{س جاس} + \text{٥ جتاس}$$

ج

$$(\text{جتاس} + \text{١}) (- \text{جاس}) - (\text{جتاس} - \text{١}) (- \text{جاس})$$

$$= \text{ص}$$

$$- (\text{جتاس} + \text{١})$$

$$- \text{جتاس جاس} - \text{جاس} + \text{جتاس جاس} - \text{جاس}$$

$$= \text{ص}$$

$$(\text{جتاس} + \text{١})$$

$$- \text{٢ جاس}$$

$$= \text{ص}$$

$$(\text{جتاس} + \text{١})$$

قاعدة السلسلة

تركيب اقترانين

إذا كان ق ، ه اقترانين : ص = ق(ع) ،

ع = ه (س) وكان مدى ه \cap مجال ق $\neq \emptyset$ ،

فانه يمكن كتابة ص على الصورة

ص = ق(ع) = ق(ه(س))

أو ص = (ق ه) (س)

قاعدة السلسلة

إذا كان كل من الاقترانين ق ، ه قابلين للتركيب

وكان الاقتران ه (س) قابلاً للاشتقاق عند س

وكان الاقتران ق قابلاً للاشتقاق عند النقطة

ه (س) ، فان الاقتران المركب (ق ه) (س)

يكون قابلاً للاشتقاق عند س ويكون

قاعدة (١)

(ق ه) (س) = ق(ه(س)) × ه(س)

قاعدة (٢)

$$\frac{د ص}{د س} \times \frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د س}$$

قاعدة (٣)

إذا كان ه (س) قابلاً للاشتقاق عند س ،

وكان ص = ه (س) : ن د ص ،

فان

ص = ن ه (س) : ن د ص . ه (س)

- ملاحظة - يا بني

يمكن اشتقاق جميع الجذور بنفس القاعدة الثالثة بعد

تحويله الى شكل اسس

مثال (٨١) :

إذا كان ق(س) = س^٢ + ٥ ، ه (س) = $\frac{١}{س}$

اوجد (ق ه) (س)

الحل :

ق (س) = س^٢

١ -

ه (س) = $\frac{١}{س}$

(س)

(ق ه) (س) = ق(ه(س)) × ه(س)

$$= \frac{١}{س} \times (س^٢)$$

$$= \frac{١}{س} \times س^٢ = س$$

مثال (٨٢) :

إذا كان ق(س) = (س^٢ - ٢) ، ه (س) = س^٣

اوجد (ق) (س)

الحل :

ق(س) = (س^٢ - ٢) ، ه (س) = س^٣

ق(س) = (س^٢ - ٢) ، ه (س) = س^٣

مثال (٨٣) :

إذا كان ق(س) = (س^٣ - ٢) + ٥ ، ه (س) = س^٣

اوجد (ق) (س)

الحل :

ق(س) = (س^٣ - ٢) + ٥ ، ه (س) = س^٣

ق(س) = (س^٣ - ٢) + ٥ ، ه (س) = س^٣

مثال (٨٤) :

إذا كان ق(س) = ٦ جا س

اوجد (ق) (س)

الحل :

ق(س) = ٦ جا س

مثال (٨٥) :

إذا كان ه (س) كثير حدود وكان ه (١) = ٥ ،

ه (١) = ١ اوجد ه (١)

مثال (٨٦) :
إذا كان ق = (س) جا س^٢ ،
١ - س^٢
ص = ق ($\frac{1 - س^2}{1 + س}$) اوجد ص

الحل :

$$ص = ق \left(\frac{1 - س^2}{1 + س} \right) = \left(\frac{(1 - س^2) - (2)(1 + س)}{(1 + س)^2} \right) (1 - س^2)$$

$$ص = ق \left(\frac{1 - س^2}{1 + س} \right) = \left(\frac{(1 - س^2) - (2 + 2س)}{(1 + س)^2} \right) (1 - س^2)$$

$$ص = ق \left(\frac{1 - س^2}{1 + س} \right) = \left(\frac{3}{(1 + س)^2} \right) (1 - س^2)$$

$$ص = \frac{3}{(1 + س)^2} \text{ جا } \left(\frac{1 - س^2}{1 + س} \right)$$

مثال (٨٧) :

إذا كان ع = (س) م س^٣ ،
ق = (س) $\sqrt{1 + س}$ وكان (ع ٥ ق) (٣) = ١٢ فما قيمة م؟

الحل :

$$ع = (س) م س^3 = 3 م س^3$$

$$ق = (س) \sqrt{1 + س} = 2 \sqrt{1 + س}$$

$$ع(ق) = (3) ق = 12 = (3)$$

$$ع(2) ق = (3) ق = 12 = (3)$$

$$12 م = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \text{ ومنها } م = 4$$

مثال (٨٨) :

إذا كان ص = ٣ م^٢ - ٢ م + ١

$$م = ٣ + س^٢$$

اوجد $\frac{دص}{دس}$ عندما س = صفر

مثال (٨٩) :
جد بدلالة ق

$$١. \frac{د}{دس} = ق(س + ١)$$

$$٢. \frac{د}{دس} = ق(س + ٣)$$

الحل :

$$١. \frac{د}{دس} = ق(س + ١) = ق(س + ١) \times ٢$$

$$٢. \frac{د}{دس} = ق(س + ٣) = ٢ ق(س) \times ق(س)$$

مثال (٩٠) :

إذا كان س = جان
اوجد $\frac{دص}{دس}$ ص = جتا ٢ ن

الحل :

$$\frac{دس}{دن} = جتا ن$$

$$\frac{دص}{دن} = ٢ جا ٢ ن$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس} = \frac{٢ جا ٢ ن}{١}$$

$$\frac{دص}{دس} = ٢ جا ٢ ن \times جتا ن$$

$$\frac{دص}{دس} = ٤ جا جتا ن = ٤$$

مثال (٩١) :

إذا كان ص = ظاس ، فبرهن ان

$$\text{ص}^{(3)} = ٦ \text{ قأ}^٤ \text{ س} - ٤ \text{ قأ}^٢ \text{ س}$$

الحل :

$$\text{ص} = \text{قأ}^٢ \text{ س}$$

$$\text{ص}^٢ = ٢ \text{ قأ} \text{ س} \times \text{قأ} \text{ س} \times \text{ظاس} = ٢ \text{ قأ}^٢ \text{ س} \times \text{ظاس}$$

$$\text{ص}^{(3)} = ٢ \text{ قأ} \text{ س} \times \text{قأ} \text{ س} \times \text{ظاس} + \text{ظاس} \times ٤ \text{ قأ} \text{ س} \times \text{قأ} \text{ س} \times \text{ظاس}$$

$$\text{ص}^{(3)} = ٢ \text{ قأ}^٢ \text{ س} + ٤ \text{ ظاس} \text{ قأ} \text{ س}$$

$$\text{ص}^{(3)} = ٢ \text{ قأ}^٢ \text{ س} + ٤ (\text{قأ} \text{ س} - ١) \text{ قأ} \text{ س}$$

$$\text{ص}^{(3)} = ٢ \text{ قأ}^٢ \text{ س} + ٤ \text{ قأ} \text{ س} - ٤ \text{ قأ} \text{ س}$$

$$\text{ص}^{(3)} = ٢ \text{ قأ}^٢ \text{ س} - ٤ \text{ قأ} \text{ س}$$

مثال (٩٢) :

إذا كان ص = ع + ١ ، ع = ٣ + س ، ٥ +

$$\text{س} = ٧ + \text{ل} ،$$

اوجد دص

$$\text{عند ل} = ١$$

دل

الحل :

$$\text{دص} = \frac{\text{دع}}{\text{دس}} ، \text{ع} = \frac{\text{دع}}{\text{دس}} ، \text{ع}^٢ = \frac{\text{دع}^٢}{\text{دس}^٢} ، \text{ع} = \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

$$\text{دص} = \frac{\text{دص}}{\text{دل}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص} \times \text{دع}^٢}{\text{دل} \times \text{دس}^٢}$$

$$\text{ع}^٢ = ٢ \times ٣ \times ٤ = ٢٤$$

$$\text{عندما ل} = ١ \text{ فان س} = ٩$$

$$\text{عندما س} = ٩ \text{ فان ع} = ٣٢$$

ومنها

دص

$$\text{دص} = \frac{٣٨٤}{١٢} = ٣٢$$

دل

مثال (٩٣) :

١. ص = م^٣ - م^٢ + م + ١ ، م = ٢ + س + ٣

عندما س = صفر

$$\text{دص} = \frac{\text{د م}}{\text{د س}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د س}} = \frac{\text{د م} - \text{م} + ٢}{\text{د س}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د س}} = \frac{\text{د م} - \text{م} + ٢}{\text{د س}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د س}} \times \frac{\text{د م}}{\text{د س}} = \frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

$$\frac{\text{د م}^٢}{\text{د س}^٢} = \frac{\text{د م}^٢ - \text{م}^٢ + ٤ \text{ م} + ٤}{\text{د س}^٢}$$

مثال (٩٤) :

اوجد د ص / دس لكل مما يلي

$$١. ص = \sqrt[3]{(١٠ - ٢ع) (١ + ع)}$$

$$ع = ١ + ٣$$

$$\frac{دص}{دع} = \frac{دص (١٠ - ٢ع) (١ + ع)}{\sqrt[3]{(١٠ - ٢ع) (١ + ع)^٤}}$$

دع

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دع}{دس}$$

$$\frac{دع}{دس} \times \frac{دص}{دع} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دع}{دس} \times \frac{دص}{دع} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دع}{دس} \times \frac{دص}{دع} = \frac{دص}{دس}$$

ملاحظة : يجب التعويض محل كل ع بقيمتها

$$٢. ص = جا (ظا س)$$

دص

$$\frac{دص}{دس} = \frac{جا (ظا س) \times ٢ ظا س \times جا (ظا س)}{دس}$$

دس

دص

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٢ ظا س جا (ظا س)}{دس}$$

دس

$$٣. ص = \sqrt[٨]{(٢ + ع٣)}$$

$$\frac{دص}{دس} = ع$$

س + ٣

الحل: تمرين للطالب

٤. ص = ظان ،

$$\frac{\pi}{٦} = \text{عند س}$$

$$ن = ١٢ \text{ س}$$

الحل:

دص

$$١٢ = \frac{دن}{دس} ، \quad \text{قا}^٢ ن = \frac{دن}{دص}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دن}{دس} \times \frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس}$$

مثال (٩٥) : اوجد ص

$$١. ص = \sqrt[٣]{س٣ - ٢س} - \frac{س}{١ - س}$$

$$٢. ص = \text{قا}^٢ (ظا س) + ١$$

الحل:

مثال (٩٦) :

إذا كان ق قابلاً للاشتقاق وكان
ق (جا ٢س) = قتا ٢س : س = (٠ ، ٣/π)
جد ق ()
٢

الحل :

ملاحظة : ؟؟؟ حددت الفترة

ق (جا ٢س) × ٢جتا ٢س = ٢جتا ٢س ظنا ٢س

جا ٢س = $\frac{2 \cos 2s}{2}$

ومنها ٢س = ٣٠ ، ١٥٠

أذن س = ١٥ ، ٧٥ مرفوضة ؟

ق (جا ٣٠) × ٢جتا ٣٠ = ٢جتا ٣٠ × ٣٠ ظنا ٣٠ اكمل ج = ٤ -

مثال (٩٧) :

إذا كان ق (س) = ٤ س + ٢ أ س ، أ < ٠ ،
وكانت ق (٩) = ٢ ، اوجد قيمة أ

الحل :

ق (س) = ٢ × س + ٨ س = ٢ + ٨ س

لكن س = ٩ ومنها س = ٣ ±

عندما س = ٣ ومنها ق (٩) = ٢ × ٣ + ٨ = ٢٤

٢ × ٢ + ٨ = ٢٤ ومنها ٢ = ٦ مرفوضة

عندما س = ٣ ومنها ق (٩) = ٢ × ٣ + ٨ = ٢٤

٢ × ٢ + ٨ = ٢٤ ومنها ٢ = ٦

مثال (٩٨) :

إذا كان هـ (س) = س^٢ ، ق (س) = \sqrt{s}

اوجد (ق هـ) (٤)

الحل :

هـ (س) = ٢ س

ق (س) = $\frac{2s}{2}$

ق (هـ) (٤) = (٤) ق (١٦) × $\frac{1}{4}$ = ١

مثال (٩٩) :

د ن
إذا كان ص = ظتان ، ٢ = $\frac{2}{\pi}$ د س

د ص
فجد عندما ن = $\frac{2}{\pi}$ تساوي

أ) ٣/٤ ب) ٨ ج) ٤٨ د) ٨ -

مثال (١٠٠) :

إذا كان ق افتران معرفاً على ح ، وكان ق (١) = ٤

هـ (س) = س^٢ - ٣ ، (هـ ٥ ق) (١) = ٢٤ فان قيمة

ق (١) تساوي

أ) ٢٤ ب) ١٢ ج) ٨ د) ٣

مثال (١٠١) :

إذا كان ق (س) = س (س) وكان هـ (١) = ٣

هـ (١) = ١ فما قيمة (ق هـ) (١)

أ) ٢٤ ب) ٢٤ - ج) ٧ د) ١٠ -

ملاحظة :

حل السؤال مرة أخرى عندما هـ (١) = ١ -

مثال (١٠٢) :

ص = ن^٢ - ٣/١ ن ، س = ٢/١ ن^٢ - ٢ ن

اوجد د ص

عندما ن = ٦
د س

وزارة

إذا كان ق (٢/١) = ٢ ، ق (٢/١) = ٨ فجد

ق (جا) - $\frac{\pi}{2}$ س

نها س ← ٦ س - ٦

وزارة

إذا كان ق (٢/١) = (س) ، فجد ق (١) -

مثال (١٠٣):

إذا كان ق (س) = \sqrt{s} ، ه (س) = s^2 فان قيمة
(ق ه) تساوي
أ) ٣٢ ب) ٤ ج) ١ د) ١٦

مثال (١٠٤):

إذا كان (ق ه) = ١٦ ، ق (س) = $s^2 + ٨$ ،
ه (س) = ٨ فان ه (س) =
أ) صفر ب) ١ ج) ٣ د) ٦

مثال (١٠٥):

إذا كان ق (س) = $\frac{1}{s}$ ، س \neq صفر ،
ه (س) = $2s^3 - s$ ، فان قيمة (ق ه) =
أ) ١ ب) ٥ ج) -١ د) -٥

مثال (١٠٦):

إذا كان ق (س) = $s^2 - ٢s$ ، وكانت ه (٢) = ٦ ،
(ق ه) = ٤٨ فما قيمة ه (٢) ؟
أ) صفر ب) ٨ ج) ١٢ د) ٥

مثال (١٠٧):

إذا كان ق (س) = جاس ، ه (س) = $٢s$ فان قيمة
(ه ق) $(\frac{6}{\pi})$ تساوي
أ) ١ ب) $\frac{2}{9}$ ج) -١ د) $\frac{3}{7}$

ملاحظة :

حل السؤال مرة أخرى لو كان المطلوب
(ه ق) $(\frac{6}{\pi})$

مثال (١٠٨):

إذا كان ق (س) = $s^3 - ٢$ ، فما قيمة
(ق ه) تساوي
أ) ١٨ - ب) ٩ - ج) ٩ د) ١٨

مثال (١٠٩):

إذا كان ق (س) = س جاس فان ق (س) تساوي
أ) - س جتاس ب) - س جاس + ٢ جتاس
ج) - س جاس جتاس د) - جاس

مثال (١١٠):

إذا كان ق (س) = s^2 ، ه (١) = ٣ ، ه (١) = ٥ ،
ه (١) = ٢ فان (ق ه) (١) يساوي
أ) ٢٦ ب) ٤ ج) ٣ د) ٣٨

مثال (١١١):

إذا كان ق (س) = $٣s^2$ فان ق (١) تساوي
أ) ٦ س ب) ٦ ج) ٣.٥ د) ١.٥

مثال (١١٢):

إذا كان ق (س) ، ه (س) اقترانين قابلين للاشتقاق
بحيث أن ق (س) = ه (س) ، ه (س) = ق (س) ، فان
ق (٤) (س) تساوي
أ) ه (س) ب) - ق (س) ج) ق (س) د) - ه (س)

وزارة

أ

إذا كان ه (س) = $\frac{1}{s+1}$ ،

٨

٢ س + ١

ق (س) = ٢ ظاس ، وكان (ه ق) $(\frac{4}{\pi})$ =

٢٥

جد قيمة أ .

مثال (١١٣):

إذا كان (ق ٥ هـ) (٣) = ١٥ ، ق(س) = س^٢ - ٩ ،
هـ (٣) = ٥ فان هـ(٣) =
أ) صفر ب) ١.٥ ج) ٣ د) ٦

مثال (١١٤):

إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ (س) = س^٢
فان قيمة (ق ٥ هـ) (١) تساوي
أ) ١٢ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٦

مثال (١١٥):

إذا كان ق(س) = س^٢ (|س|)° وكان هـ(٢) = ٤ ،
هـ(٢) = ١- فما قيمة (ق ٥ هـ) (٢)
أ) ٢٨- ب) ٢٨ ج) ٧ د) ١٠-

مثال (١١٦):

إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق ، وكان
ق(س^٣ + ١) = س ، فان ق(٩)
أ) ١٢/١ ب) ٦/١ ج) ١ د) ٢

مثال (١١٧):

إذا كان ق(س) = س^٢ ، هـ(٢) = ٣ ، هـ(٢) = ٢-
هـ(٢) = ٥ اوجد (ق ٥ هـ) (٢)

مثال (١١٨):

س = ن^٣ - ن^٣ ، د = ن^٢ - ن^٢
ص = ن^٣ + ن^٣ ، اوجد د^٢ / ص^٢
عندما ن = ١

الحل: ج = ٦/١

$$\frac{\frac{د^2}{ص^2}}{\frac{د}{ص}} = \frac{د}{ص} = \frac{ن^3 - ن^3}{ن^3 + ن^3} = \frac{0}{2ن^3} = 0$$

مثال (١١٩):

إذا كان ص = هـ(س) ،
اثبت ان ص = هـ(س)
٢ هـ(س)

مثال (١٢٠):

$$\sqrt{2س + 5س} = \text{اذا كان ص}$$

عندما $س = 2$

الحل:

$$\frac{2س + 5س}{2س + 5س} = \text{ص}$$

عندما $س = 2$

$$\frac{44}{12} = \text{ص}$$

مثال (١٢١):

$$\text{اذا كان ق} (1+س) = 2س + 3س - 5س$$

جد ق (٧)

الحل:

$$\text{ق} (2س + 1) = 2س + 3س - 5س$$

لكن $2س + 1 = 7$ ومنها $س = 3$

$$\text{ق} (7) = 2س + 3س - 5س$$
$$48 = 2س + 3س - 5س$$
$$\text{ق} (7) = 24$$

مثال (١٢٢):

$$\text{اذا كان ص} = \text{ق} (ع) = 3ع + 2ع$$

$ع = 4$ هـ = (س) = $3س - 4$

اوجد (ق هـ) (١)

الحل:

$$\text{ق} (ع) = 3ع + 2ع$$

ق (٥ هـ) (١) = ق (٥ هـ) (١) = $3(١) + 2(١) = 5$

$$\text{ق} (٣ هـ) (١) = 3(١) + 2(١) = 5$$
$$\text{ق} (٣ هـ) (١) = 3(١) + 2(١) = 5$$
$$9 = 3 \times 3 =$$

مثال (١٢٣):

$$\frac{8س}{س + 1} = \text{اذا كان ق} (س) = \text{هـ} (س) = \text{قاس}$$

$$\text{اوجد (ق هـ)} \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

مثال (١٢٤):

$$\text{ل} (س) = (س) = 2س + 3س - 5س$$

اوجد ل (٢)

الحل:

$$\text{ل} (س) = 2س + 3س - 5س$$
$$\text{ل} (2) = 2(2) + 3(2) - 5(2) = 4 + 6 - 10 = 0$$

مثال (١٢٥):

$$\text{اذا كان ق} (س) = (1+س)^2$$

اوجد ق (١-)

الحل:

$$\text{ق} (س) = (1+س)^2$$
$$\text{ق} (١-) = (1+(-1))^2 = 0$$
$$\text{ق} (١-) = (1+(-1))^2 = 0$$
$$\text{ق} (١-) = (1+(-1))^2 = 0$$

تمرين عام

١ (اذا كان ق(س) = (س - ٢) ، اوجد ق(٢))

الحل:

$$\begin{aligned} \text{ق(س)} &= (س - ٢) \\ \text{ق(٢)} &= (٢ - ٢) = ٠ \end{aligned}$$

٢ (اذا كان ق(س) = س + ٥ ، هـ (س) = $\frac{١}{س}$ اوجد ق(٥ هـ))

الحل:

$$\text{ق(س)} = ٢س$$

$$١ -$$

$$\text{هـ(س)} = \frac{١}{س}$$

$$\text{ق(٥ هـ)} = \text{ق(٢)}$$

$$\text{ق(٥ هـ)} = \text{ق(٢)} = \text{ق(٢)} \times \text{هـ(٢)}$$

$$\text{ق(٢)} = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{٢} \right) = \frac{١}{٤}$$

$$\text{ق(٢)} = \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{٢} \right) = \frac{١}{٤}$$

مثال

١ (اذا كان ق(س) = $\frac{١}{س}$ اوجد ق(٨))

الحل:

$$\text{س} = ٨ \text{ ومنها } \text{س} = ٢$$

$$\text{س} = ٢ \Rightarrow \text{ق(س)} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{ق(٨)} = \text{ق(٢)} \times \text{ق(٤)} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٨}$$

مثال

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \frac{\text{س}}{\text{س} - ١} \\ \text{ص} &= \frac{\text{س}}{\text{س} - ١} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \frac{\text{س}^3 (١ - \text{س}^{-٢}) - ١ \times (\text{س}^{-٢})}{\text{س}^2 (١ - \text{س}^{-٢})} \\ \text{ص} &= \frac{\text{س}^3 - ١}{\text{س}^2 - ١} \\ \text{ص} - ١ &= \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2}{\text{س}^2 - ١} \end{aligned}$$

مثال

١ (اذا كان ق(س) = س + ٢ ، هـ (س) = س - ٣ اوجد ق(٥ هـ))

الحل:

$$\text{ق(س)} = س + ٢ \quad \text{هـ(س)} = س - ٣$$

$$\text{ق(٥ هـ)} = \text{ق(٢)} = \text{ق(٢)} \times \text{هـ(٢)}$$

$$\text{ق(٢)} = ٤ \quad \text{هـ(٢)} = ٢$$

$$\text{ق(٢)} = ٤ \quad \text{هـ(٢)} = ٢$$

$$١١ \times ١٢ = ١٣٢$$

مثال

١ (اذا كان ق، هـ اقرانين معرفين على ح وقابلين للاشتقاق في مجاليهما وكان ق(١٠) = ٢ ، هـ(١٠) = ٥ اوجد ق(٥ هـ))

الحل:

$$\text{ق(٥ هـ)} = \text{ق(١٠)} \times \text{هـ(١٠)}$$

$$\text{ق(٥ هـ)} = ١٠ \times ٥ = ٥٠$$

$$١ = ٢ \times ٥٠ = ١٠٠$$

مثال

إذا كان ص = جا^١ (هـ(س))، ن = ص ثابت أن ص = ن هـ (س) جا^١ (هـ(س)) جتا(هـ(س))

الحل:

نفرض ان ع = جا (هـ(س))
ص = ع^١

نفرض ان ل = هـ (س)
ع = جال

$$\frac{\text{دل}}{\text{دس}} = \frac{\text{دل}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{دل}}{\text{دس}} \times \frac{\text{جتال}}{\text{جتال}} = \frac{\text{جتال}}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{جتا (هـ(س))} \times \text{هـ(س)}}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{ن ع}^{١-١}}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دص}} = \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

$$\text{ن ع}^{١-١} = \text{جتا هـ (س)} \times \text{هـ (س)}$$

$$\text{ن جا}^{١-١} (هـ(س)) = \text{جتا هـ (س)} \times \text{هـ (س)}$$

مثال

إذا كان ل(س) = ق(هـ(س))، وكان هـ (٤) = ٤، ل(٤) = ٢، ق(٤) = ٥ فجد هـ(٤)
الحل:

$$\text{ل(س)} = \text{ق(هـ(س))} \times \text{هـ(س)}$$

$$\text{ل(٤)} = \text{ق(هـ(٤))} \times \text{هـ(٤)}$$

$$٢ = \text{ق(٤)} \times ٤$$

$$٢ = ٥ \times \text{هـ(٤)}$$

$$\text{هـ(٤)} = \frac{٢}{٥}$$

مثال

١. ص = ظا ع، ع = ٤ س^٣ + س^٢
دص

$$\frac{\text{دع}}{\text{دص}} = \frac{\text{قا}^٢ \text{ع}}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{دص}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دع}} = \frac{\text{دع}}{\text{دص}}$$

$$\text{قا}^٢ \text{ع} = (\text{١} + \text{س}^٢) \times \text{ع}^٢$$

$$\text{قا}^٢ (٤ \text{س}^٣ + \text{س}^٢) = (\text{١} + \text{س}^٢) (٤ \text{س}^٣ + \text{س}^٢)$$

٢. ص = م^٢ + م^٣، م = س^٣ - س^٢
دص

$$\frac{\text{دم}}{\text{دص}} = \frac{\text{م}^٢ + \text{م}^٣}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دص}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دص}} = \frac{\text{دم}}{\text{دص}}$$

$$\text{دم} = (\text{م}^٢ + \text{م}^٣) (\text{س}^٣ - \text{س}^٢)$$

$$\text{دم} = (\text{س}^٣ - \text{س}^٢) (\text{س}^٣ - \text{س}^٢)$$

$$\text{دم} = (\text{س}^٣ - \text{س}^٢) (\text{س}^٣ - \text{س}^٢)$$

$$\text{دم} = \text{س}^٦ - \text{س}^٥ - \text{س}^٦ + \text{س}^٥ = ٠$$

مثال

إذا كان ص = جتا (س + π/٢) أثبت ان ص + ص = ص

ص = ص = ص

الحل:

$$\text{ص} = \text{جا} (س + \pi/٢)$$

$$\text{ص} = \text{جتا} (س + \pi/٢)$$

$$\text{ص} + \text{ص} = \text{جتا} (س + \pi/٢) + \text{جا} (س + \pi/٢)$$

$$\text{ص} + \text{ص} = \text{ص}$$

مثال

إذا كان ص = ظا س + ١/٣ ظا س^٣

$$\text{برهن} \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^٤ \text{س}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{قا}^٢ \text{س} + \text{ظا}^٢ \text{س} + \text{قا}^٢ \text{س} \times \text{قا}^٢ \text{س}$$

$$\text{ص} = \text{قا}^٢ \text{س} + (\text{قا}^٢ \text{س} - ١) \text{قا}^٢ \text{س}$$

$$\text{ص} = \text{قا}^٢ \text{س} + \text{قا}^٤ \text{س} - \text{قا}^٢ \text{س}$$

$$\text{ص} = \text{قا}^٤ \text{س}$$

مثال

إذا كان ص = ق (س^٢ + ٢ س) ، ق (٣) = ٥
أوجد ص عند س = ١

الحل:

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{ق} (س^2 + 2س) \\ \text{ص} &= \text{ق} (١^2 + 2 \times ١) \\ \text{ص} &= \text{ق} (١ + ٢) \\ \text{ص} &= \text{ق} (٣) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{ق} (٣) \\ \text{ص} &= ٥ \\ \text{ص} &= ٤ \times ٥ = ٢٠ \end{aligned}$$

جد) اوجد ص إذا كان ص = س هـ (س) ،

عند س = ٩ ، علماً هـ (٩) = ٥ - ، هـ (٩) = ٣ -

الحل:

$$\text{ص} = س \times \text{هـ} (س) + \text{هـ} (س)$$

$$\text{ص} = ٩ \times \text{هـ} (٩) + \text{هـ} (٩)$$

$$\text{ص} = ٩ \times ٥ + (٣ -) = ٤٨ -$$

مثال

أوجد ص

$$١. \text{ص} = \text{جا} (٣ س^٢)$$

$$\text{ص} = س \text{ ظا} \left(\frac{\quad}{س} \right)$$

الحل:

$$١) \text{ص} = \text{جتا} (٣ س^٢) \times ٦ س$$

$$\text{ص} = \text{جتا} (٣ س^٢) \times ٦ + ٦ \times \text{جا} (٣ س^٢) \times ٦ س$$

$$= ٦ \text{ جتا} (٣ س^٢) - ٣٦ س^٢ \text{ جا} (٣ س^٢)$$

٢) تمرين للطالب

مثال

إذا كان ق قابلاً للاشتقاق وكان

$$\text{ق} (جا ٢ س) = \text{قتا} ٢ س : س \supset (٠, ٠) \text{ و } \frac{٣}{\pi}$$

$$\text{جد ق} \left(\frac{\quad}{٢} \right)$$

الحل:

ملاحظة: ؟؟؟ حددت الفترة

$$\text{ق} (جا ٢ س) \times ٢ \text{ جتا} ٢ س = ٢ - \text{قتا} ٢ س \text{ ظتا} ٢ س$$

$$\text{جا} ٢ س = \frac{\quad}{٢}$$

$$\text{ومنها} ٢ س = ٣٠, ١٥٠$$

أذن س = ١٥ ، ٧٥ مرفوضة؟

$$\text{ق} (جا ٣٠) \times ٢ \text{ جتا} ٣٠ = ٣٠ - \text{قتا} ٣٠ \times ٣٠ \text{ ظتا} ٣٠ \text{ اكمل ج} = ٤ -$$

(٥) ق(ص^٢) = س وكان ق(١) = ٣ ، عند ص = ١
الحل:

$$ق(ص^2) = 2 \times ص = 1$$

$$ق(1) = 2 \times ص = 1$$

$$1 = 2 \times ص$$

$$ص = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = ص$$

(٦) س = ق(ص^٢ + ١) ، ق(٥) = ٤ عند ص = ٢
الحل:

$$1 = ق(ص^2 + 1) (2 \times ص)$$

$$1 = ق(5) (4 \times ص)$$

$$1 = 4 \times ص$$

$$\frac{1}{4} = ص$$

(٧) $\sqrt{س \times ص} = ١$ ، عند س = ٢
الحل:

$$س \times ص = ١$$

$$١ = \frac{س \times ص}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} = \sqrt{س \times ص}$$

$$\frac{١}{٢} = \sqrt{٢ \times ص}$$

$$\frac{١}{٢} = \sqrt{٢ \times ٠.٥}$$

$$\frac{١}{٢} = \sqrt{١}$$

$$\frac{١}{٢} = ١$$

(٨) ٢ ص = ق(٢ س^٢ - س) ، ق(٦) = ٤ ، س = ٢
الحل:

$$2 \times ص = ق(2 \times س^2 - س) (4 \times (س - 1))$$

$$2 \times ص = ق(6) (4 \times (س - 1))$$

$$2 \times ص = 4 \times (س - 1)$$

$$ص = ١٤$$

(٩) س + ظا (س ص) = صفر
الحل:

$$٠ = (س ص + ص) (س ص) + ١$$

$$٠ = ١ + س ص ق(س ص) + ص ق(س ص)$$

$$- ص ق(س ص) = ١ - س ق(س ص)$$

$$\frac{- ص ق(س ص)}{س ق(س ص)} = \frac{١ - س ق(س ص)}{س ق(س ص)}$$

$$١٠ (س + ص) = س ص$$

الحل:

$$١ + ص = س ص$$

$$ص - س ص = ١ - ص$$

$$ص (١ - س) = ١ - ص$$

$$\frac{ص - ١}{١ - س} = ص$$

(١١) ٣ س^٢ + ٢ ص^٢ - ٤ س ص = ٦ عند (٤ ، ٠)
الحل:

$$٣ س^2 + 2 \times ص^2 - 4 \times س \times ص = 6$$

$$٣ س^2 + ٢ ص^2 - ٤ س ص = ٦$$

$$ص (٣ س - ٤) = ٦ - ٣ س$$

$$\frac{٦ - ٣ س}{٣ س - ٤} = ص$$

(١٢) اذا كان ص = س / م : م / ن عدد نسبي
اثبت ان ص = م / ن س / م - ١

وزارة

$$\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = \frac{١}{س \times ص} \text{ اذا كان } ص < ٠ ، س < ٠$$

جد ص

$$(13) \quad ق(ص + 1) = س^3, \quad ق(5) = 4$$

$$ق(5) = 8 \text{ عند } ص = 4$$

الحل :

$$ق(ص + 1) = س^3$$

انتبه انتبه امامك

$$\text{عندما } ص = 4 \quad ق(5) = س^3$$

$$\text{لكن } ق(5) = 8 \text{ اذن } 8 = س^3 \text{ ومنها } ص = 2$$

بالتعويض

$$ق(5) = س^3 \times (2) = 12$$

$$12 = ص \times 4$$

$$ص = 3$$

$$(14) \quad ص^2 + 4س = س^2 + ص + 25, \quad (-1, 3)$$

الحل :

$$ص^2 + 4س = س^2 + ص + 25$$

$$ص^2 - 1 + 4س - 25 = 0$$

$$ص^2 - 1 = 24 - 4س$$

$$20$$

$$ص = \frac{20}{10} = 2$$

$$(15) \quad ص^2 = 3ص + س^2$$

الحل :

$$ص^2 - 3ص = س^2$$

$$ص^2 - 6ص + 3ص = س^2$$

$$ص^2 - 3ص = س^2$$

$$ص(ص - 3) = س^2$$

$$ص^2 - 3ص = س^2$$

$$ص = \frac{ص^2 - 3ص}{ص}$$

$$ص = 3 - 3ص$$

$$(16) \quad 4ص^2 + 8ص + 3س = 5$$

$$8ص + 3س = 5 - 4ص^2$$

$$3س = 5 - 4ص^2 - 8ص$$

$$- 3س$$

$$\frac{ص}{8 + 3ص} = 1$$

$$(17) \quad س = ظا ص \text{ عند } س = 3$$

الحل :

$$1 = قا^2 ص \times ص$$

$$\frac{1}{قا^2 ص} = ص$$

انتبه انتبه امامك

$$\text{لكن } قا^2 ص = ظا^2 ص + 1$$

$$س = 1 + 2$$

$$10 = 1 + 9 =$$

$$\frac{1}{10} = ص$$

$$(18) \quad س^2 + 2س^2 ص + 9 = 1, \quad (2, 1)$$

الحل :

$$4س^2 + 2س^2 ص + 9 = 1$$

$$4س^2 - 2س^2 ص = 1 - 9 = -8$$

$$- 2س^2 ص = -8 - 4س^2$$

$$\frac{ص}{2س^2} = \frac{4س^2 + 8}{2س^2}$$

$$ص = \frac{4س^2 + 8}{2س^2}$$

$$ص = \frac{4س^2 + 8}{2س^2}$$

$$\frac{ص}{8} = \frac{4س^2 + 8}{8س^2}$$

تمرين عام

مثال
(١)

$$\text{جا } \sqrt{2/\pi} = \text{ص}$$

اثبت ان

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

الحل :

$$\text{جتا } \sqrt{1-s} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دس} = \text{جتا } \sqrt{1-s}$$

$$\text{لكن } \text{جا } \sqrt{1-s} + \text{جتا } \sqrt{1-s} = 1$$

$$\text{س} + \text{جتا } \sqrt{1-s} = 1$$

$$\text{جتا } \sqrt{1-s} = 1 - \text{س}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

مثال

$$\text{اذا كان } \text{س} = \text{جا } \sqrt{2/\pi} \text{ ، } \text{ص} = \text{جتا } \sqrt{2/\pi}$$

$$\text{اوجد } \frac{1}{\sqrt{1-s}} \text{ عندما } \text{س} = \frac{2}{\pi}$$

الحل :

$$\text{دس} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دن} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دص} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دن} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دص} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} \times \frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{1-s}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s}} = \frac{1}{\sqrt{1-s}}$$

$$\text{دص} = \text{جا } \sqrt{2/\pi} - \text{س}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دص}} = \frac{\text{جتا } \sqrt{2/\pi}}{\text{ص} - \text{س}}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دص}} = \frac{\text{جتا } \sqrt{2/\pi}}{\text{ص} - \text{س}}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دص}} = \frac{\text{جتا } \sqrt{2/\pi}}{\text{ص} - \text{س}}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دص}} = \frac{\text{جتا } \sqrt{2/\pi}}{\text{ص} - \text{س}}$$

مثال

أوجد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ للعلاقات التالية

$$\text{أ) } \text{س} + \text{ص} = 10$$

الحل :

$$16 = \text{س} + 2\text{ص}$$

$$16 - \text{س} = 2\text{ص}$$

$$\frac{16 - \text{س}}{2} = \text{ص}$$

$$\text{ب) } \text{س} - \text{ص} = 6$$

الحل :

$$3\text{س} - 2\text{ص} = 6$$

$$\text{ص} = \frac{3\text{س} - 6}{2}$$

$$3\text{س} - 2\text{ص} = 6$$

$$\frac{3\text{س} - 2\text{ص}}{2} = \text{ص}$$

$$\text{ج) } \text{جا } \sqrt{2/\pi} = \text{س}$$

الحل :

$$\text{س} = \text{جتا } \sqrt{2/\pi}$$

$$2\text{س} = \text{ص} + \text{جتا } \sqrt{2/\pi}$$

$$2\text{س} - 1 = \text{ص}$$

$$\frac{2\text{س} - 1}{2} = \text{ص}$$

(هـ)

$$\frac{(س + ١)(١) - (س)(١)}{(س + ١)^2} = \frac{١ - س}{(س + ١)^2}$$

$$\frac{١}{(س + ١)^2} = \frac{١}{(س + ١)^2}$$

مثال اوجد ص لكل ممالي

(أ)

$$٦س - ٨ص = ٠$$

$$\frac{٦س}{٣} = \frac{٨ص}{٤}$$

$$\frac{٨ص}{٤} = \frac{٣ \times ٤}{٣ \times ٤} = \frac{١٢ص}{١٢}$$

$$\frac{١٢ص}{١٢} = \frac{١٢ص}{١٢}$$

$$\frac{١٢ص}{١٢} = \frac{٩س}{٩}$$

$$\frac{١٢ص}{١٢} = \frac{٩س}{٩}$$

$$\frac{١٢ص}{١٢} = \frac{٩س}{٩}$$

(ب)

$$٣س \times ٣ص + ٣ص \times ٣س = ٠$$

$$\frac{٣س \times ٣ص - ٣ص \times ٣س}{٣س} = \frac{٠}{٣س}$$

$$\frac{٣س \times ٣ص - ٣ص \times ٣س}{٣س} = \frac{٠}{٣س}$$

$$\frac{٣س \times ٣ص - ٣ص \times ٣س}{٣س} = \frac{٠}{٣س}$$

$$\frac{٣س \times ٣ص - ٣ص \times ٣س}{٣س} = \frac{٠}{٣س}$$

$$ج (س \times - جاص ص + جتاص ص = ص$$

$$ص (س جاص + ١) = جتاص$$

جتاص

$$\frac{جتاص}{س جاص + ١} = ص$$

$$س جاص + ١$$

$$ص (س جاص + ١) - (س جاص ص) = جتاص$$

$$ص (س جاص + ١) = جتاص$$

(د)

ص

$$\frac{ص}{٢ص} = جتاص - ٠$$

$$\frac{ص}{٢} = جتاص$$

$$\frac{ص}{٢} = جتاص + جتاص \frac{ص}{٢}$$

$$\frac{ص}{٢} = جتاص + جتاص \frac{ص}{٢}$$

$$\frac{ص}{٢} = جتاص + جتاص \frac{ص}{٢}$$

مثال

$$(أ) ٢س + ص = \pi جاص عند (١, \pi/٢)$$

الحل:

$$٢س + ص = \pi جاص$$

$$\frac{٢س + ص}{\pi} = جتاص$$

$$\frac{٢س + ص}{\pi} = جتاص$$

$$(ب) ٢س - ٣ص = ١ عند (٢, -٣)$$

الحل:

$$٢س - ٣ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = ١$$

(ج)

$$\frac{1}{س} + \frac{3}{ص} = 0 \text{ عند } (2, 6)$$

$$\frac{1-}{ص} + \frac{3-}{ص} = 0$$

$$\frac{س}{ص} + \frac{3-}{ص} = 0$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3-}{ص}$$

$$س = 3- \text{ ومنها } 3- = 3$$

مثال

جد النقطة على المنحنى العلاقة

$$\frac{س}{ص} + \frac{3}{ص} = 2 \text{ التي تحقق العلاقة } 2- = 2$$

الحل:

$$\frac{س}{ص} + \frac{3}{ص} = 2$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{2-}{ص}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{2-}{ص}$$

$$س = 2- \text{ ومنها } 3 = 1, ص = 4$$

مثال:

$$\frac{س}{ص} = \frac{3}{5-}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3}{5-}$$

مثال

$$\frac{س}{ص} = \frac{3}{5-} \text{ اثبت ان } ص = 3 \text{ اذا } ص = 3$$

الحل:

$$\frac{س}{ص} = \frac{3}{5-}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3}{5-} \times \frac{ص}{ص} = \frac{3ص}{5-}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3ص}{5-}$$

جتا ص

$$\frac{س}{ص} = \frac{3ص}{5-}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3ص}{5-}$$

$$\frac{س}{ص} = \frac{3ص}{5-}$$

مثال

اذا كان ص = س = جاس اثبت ان
س + ص + 2 ص = ص = صفر ويمكن ان
يكون السؤال على صورة

جاس

$$\frac{س}{ص} = 0, س \neq 0$$

الحل:

انتبه عندما س ≠ 0 نستطيع ضرب تبادلي

$$س = ص$$

$$س + ص = جتاس$$

$$س + ص + ص = جتاس$$

$$س + ص + 2 ص = جتاس$$

$$س + ص + 2 ص = جتاس$$

$$س + ص + 2 ص = جتاس$$

مثال

اذا كان

دس

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}, \text{ اوجد } \frac{دس}{دن} = 1$$

الحل:

دص

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

دن

$$\frac{دس}{دن} \times \frac{دن}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

$$\frac{دس}{دن} = \frac{3ن + 2ن}{دن}$$

للاستفسارات (0788241724)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

تمرين عام

جاس

١. اذا كان ص = $\frac{\text{جاس}}{\text{س}}$ ، س $\neq ٠$

اثبت ان س ص + ص + ٢ ص = صفر

الحل :

انتبه عندما س $\neq ٠$ نستطيع ضرب تبادلي

س ص = جاس

س ص + ص = جتاس

س ص + ص + ص = جاس

س ص + ص = جاس

س ص + ص = جاس

س ص + ص + ص = جاس

٢. ص = س ظا س

اثبت ان ص - ٢ ص قا س = ٢ قا س

الحل :

ص = س قا س + ظا س

ص = س (٢ قا س قا س ظا س) + قا س + قا س

ص = ٢ س قا س ظا س + ٢ قا س

ص - ٢ ص قا س = ٢ قا س

٣. ص = (قاس + ظا س)^ن

اثبت ان ص = ن ص قاس

الحل :

ص = ن (قاس + ظا س)^ن - ن (قاس + ظا س)^{ن-١}

ص = ن (قاس + ظا س)^{ن-١} - ن (قاس + ظا س)^{ن-٢}

ص = ن قاس (قاس + ظا س)^ن

ص = ن ص قاس

٤. ص = قا س

اثبت ان ص - ٨ ص + ٣ ص + ٤ ص = صفر

الحل :

ص = ٢ قا س ظا س

ص = ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س

ص = ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س

ص = ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س

ص = ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س

ص = ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س + ٢ قا س

ص - ٨ ص + ٣ ص + ٤ ص = صفر

٥. جاس = س : |س| > ١

اثبت ان

$$\frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{د س} - 1} \text{ أو } \frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{ظا ص قا ص}}$$

الحل :

جتا ص = ١

$$\frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{جتا ص}} = \frac{1}{\text{قا ص}}$$

د س جتا ص

لكن جا ص + جتا ص = ١

س + جتا ص = ١

$$\frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{جتا ص} - 1}$$

د س

$$\frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{جتا ص} - 1} \text{ وهو المطلوب } ١$$

المطلوب ٢

جتا ص + ص = جاس

(ص) جاس

$$\frac{1}{\text{د ص}} = \frac{1}{\text{جتا ص}}$$

جتا ص

ص = (ص) ظا ص

ص = (قا ص) ظا ص

ص = ظا ص قا ص

$$٦. س + ص = صس$$

$$\frac{ص^٢}{س} = ص^٢ \text{ ان ثبت ان}$$

الحل:

انتبه انتبه امامك

$$١ + ص = صس + ص$$

$$ص = صس + ص + ص$$

$$ص - ص = صس + ص - ص$$

$$ص = ص(س - ١) = ٢ص$$

$$ص = \frac{ص(س - ١)}{س} = (١) \dots \dots$$

لكن س ص - ص = س

$$ص(س - ١) = س$$

$$(س - ١) = \frac{س}{ص} \dots \dots (٢)$$

كذلك ص - ص = ص - ١

$$ص(١ - س) = ص - ١$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س}$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س}$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س} \div \frac{ص - ١}{١ - س}$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س} \times \frac{١ - س}{ص - ١}$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س} \times \frac{١ - س}{ص - ١}$$

$$ص = \frac{ص - ١}{١ - س} \times \frac{١ - س}{ص - ١}$$

$$٧. ص = ظا (س ص)$$

اثبت ان

$$\frac{د ص}{ص + ص^٢} = \frac{د س}{س(١ + ص)}$$

الحل:

$$ص = قَا (س ص) (س ص + ص)$$

$$ص - س ص قَا = (س ص) قَا$$

$$ص(١ - س) قَا = (س ص) قَا$$

$$\frac{د ص}{ص(١ + (س ص))} = \frac{د س}{ص(١ + (س ص))}$$

$$\frac{د س}{د ص} = \frac{١ - س(١ + (س ص))}{ص(١ + (س ص))}$$

$$\frac{د س}{د ص} = \frac{١ - س(١ + (س ص))}{ص(١ + (س ص))}$$

$$\frac{د س}{د ص} = \frac{١ - س(١ + (س ص))}{ص(١ + (س ص))}$$

$$\frac{د س}{د ص} = \frac{١ - س(١ + (س ص))}{ص(١ + (س ص))}$$

$$\frac{د س}{د ص} = \frac{١ - س(١ + (س ص))}{ص(١ + (س ص))}$$

$$٨. ص = جاس + جتاس$$

$$\text{اثبت ان } صص = ١ + ج٢$$

الحل:

$$ص = جتاس - جاس$$

$$ص = جتاس - جاس$$

$$ص + ١ = (جاس + جتاس) - (جاس + جتاس) + ١$$

$$١ + ج٢ = ج٢ - ج٢ + ج٢ + ج٢$$

$$١ + ج٢ = ج٢ - ج٢ + ج٢ + ج٢$$

$$١ + ج٢ = ج٢ - ج٢ + ج٢ + ج٢$$

$$٩. ص = ظاس + قاس$$

$$\text{اثبت ان } ص = ص قاس$$

الحل:

$$ص = قاس + قاس ظاس$$

$$ص = قاس قاس ظاس + قاس قاس + قاس قاس ظاس$$

$$ص = قاس قاس ظاس + قاس قاس + قاس قاس ظاس$$

$$\text{لكن } ص = قاس + قاس$$

$$ص = قاس + قاس + قاس قاس + قاس قاس ظاس$$

بالضرب قاس طرفي المعادلة

$$ص قاس = قاس قاس + قاس قاس + قاس قاس قاس + قاس قاس قاس ظاس$$

$$ص =$$

$$١٠. ص = (جاس + جتاس) ٤$$

اثبت ان

$$ص + ٤ = ١٢ جتا ٢$$

الحل:

$$\begin{aligned} ص = ٤ &= (جاس + جتاس) ٣ (جتاس - جاس) \\ ص = ٤ &= (جاس + جتاس) ٣ (- جاس - جتاس) + \\ (جتاس - جاس) & \times ١٢ (جاس + جتاس) ٢ (جتاس - جاس) \\ = ٤ &= (- جاس + جتاس) ٤ + ١٢ (جتاس - جاس) ٢ \\ & (جاس + جتاس) ٢ \\ = ٤ - & ص + ١٢ (جتاس - جاس) ٢ (جاس + جتاس) ٢ \\ = ٤ - & ص + ١٢ (جتاس - جاس) ٢ \\ ص + ٤ &= ١٢ جتا ٢ \end{aligned}$$

١١. اذا كان جاس = ظاس ، فاثبت ان :

ص

$$\text{ظا ص} = \frac{\text{ص}}{٢}$$

$$٢ \text{ قاس} + (\text{ص}) ٢$$

الحل :

$$\text{جتا ص} \times \text{ص} = \text{ص} ٢ \text{ قاس}$$

$$\text{جتا ص} \times \text{ص} + \text{ص} \times \text{ص} - \text{ص} \times \text{ص} = ٢ \text{ قاس} \times \text{قاس} \times \text{ظاس}$$

$$\text{جتا ص} \times \text{ص} - (\text{ص}) ٢ \text{ جاس} = ٢ \text{ قاس} \times \text{ظاس}$$

$$\text{جتا ص} \times \text{ص} - (\text{ص}) ٢ \text{ جاس} = ٢ \text{ قاس} \times \text{جاس}$$

بالقسمة على جتا ص

$$\text{ص} - (\text{ص}) ٢ \text{ ظا ص} = ٢ \text{ قاس} \times \text{ظا ص}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ قاس} \times \text{ظا ص} + (\text{ص}) ٢ \text{ ظا ص}$$

$$\text{ص} = \text{ظا ص} (٢ \text{ قاس} + (\text{ص}) ٢)$$

ص

$$\text{ظا ص} = \frac{\text{ص}}{٢}$$

$$٢ \text{ قاس} + (\text{ص}) ٢$$

١٢.

$$\text{ص} = \text{ظاس} + \frac{\text{ظاس}}{٣}$$

اثبت ان ص = قاس

الحل :

$$\text{ص} = \text{قاس} + \text{ظاس} \text{ قاس}$$

$$\text{ص} = \text{قاس} + (\text{قاس} - ١) \text{ قاس}$$

$$\text{ص} = \text{قاس} + \text{قاس} - \text{قاس}$$

$$\text{ص} = \text{قاس}$$

١٣.

$$\text{ص} = \text{جتاس}$$

اثبت ان قاس ص + ٤ جاس = صفر

الحل :

$$\text{ص} = ٢ - \text{جتاس}$$

بالتعويض في قاس ص + ٤ جاس

$$٢ - \text{قاس} \text{ جاس} + ٤ \text{ جاس} =$$

$$٢ - ٢ \times \text{جاس} \text{ جتاس}$$

$$\text{صفر} = ٤ \text{ جاس} + \frac{\text{جتاس}}{٢}$$

جتاس

(١٩) اذا كان ص + ٣ = ص اوجد ص

١٤. إذا كان ص = 7س أثبت أن

$$\frac{د}{دس} = \left(\frac{دص}{دس} \times ص \right) = \text{صفر}$$

الحل:

بتربيع الطرفين

$$ص = 7س$$

$$ص^2 = 49س^2$$

$$\frac{ص^2}{49} = \frac{49س^2}{49}$$

المطلوب (ص = 7س)

$$ص = \left(\frac{ص^2}{49} \times 49 \right) = \text{صفر}$$

١٥. ص = جاس - جتاس

اثبت أن (ص^2) = ص^2 + ص^2

الحل:

$$ص = جتاس + جاس$$

$$= (جتاس + جاس) + (جاس - جتاس)$$

$$جتاس + جاس + جاس - جتاس$$

$$جتاس - جتاس + جاس + جاس$$

$$2 = 1 + 1 =$$

١٦. ص = جا^٢س

اثبت أن ص^٢ = ١٦ص + ١٢جا^٢س

الحل:

$$ص^٢ = ٤جا^٢س حتاس$$

$$ص^٢ = ٤جا^٢س \times حاس - حاس + جتاس \times ١٢جا^٢س حتاس$$

$$= ٤جا^٢س + ١٢جتاس جا^٢س$$

$$= ٤جا^٢س + ١٢(جا^٢س - جا^٢س) حتاس$$

$$= ٤جا^٢س + ١٢جا^٢س - ١٢جتاس جا^٢س$$

$$= ١٦جا^٢س + ١٢جتاس جا^٢س$$

$$\text{اذن } ص^٢ = ١٦ص + ١٢جا^٢س$$

١٧. ص = جا^٢(هس) : ن = ٣ص

اثبت أن

$$ص = ن هس جا^٢(هس) = ٣ص$$

الحل: محلول سابقاً تمرين للطالب

١٨. إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق عند

س، وكانت ص = جتا^٢(ق(س)) : ن = ٣ص

، اثبت أن

$$ص^٢ = ٢جتا^٢(ق(س))$$

$$\times جتا^٢(ق(س))$$

١٩. ظا ص = س

اثبت أن ص (١ + س) = - جا ٢ ص

الحل:

$$\text{قا} \times \text{ص} = ١$$

$$\text{ظا} (١ + \text{ص}) = ١$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = ١$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = \text{ص} + \text{ص} \times ٢ = ٠$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = \text{ص} = \frac{١}{\text{ظا ص}}$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = \text{ص} = \frac{\text{جتا ص}}{\text{جا ص}} = \frac{\text{جتا} (٢)}{\text{جتا ص}}$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = \text{ص} = ٢ - \text{جتا ص جا ص}$$

$$\text{س} (١ + \text{ص}) = \text{ص} = - \text{جا ٢ ص}$$

٢٠. ص = قا ٢ س

اثبت ان ص - ٨ ص + ٣ ص = ٠

الحل:

$$\text{ص} = ٢ \text{قا} ٢ \text{س} \text{ظا ٢ س}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ص} \text{ظا ٢ س}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ص} \times ٢ \text{قا} ٢ \text{س} + \text{ظا ٢ س} \times ٢ \text{ص}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ص} \times ٢ \text{ص} + ٢ \text{ظا} ٢ \text{س} \times ٢ \text{ص} \text{ظا ٢ س}$$

$$\text{ص} = ٤ \text{ص} + ٤ \text{ص} \text{ظا} ٢ \text{س}$$

$$\text{ص} = ٤ \text{ص} + ٤ \text{ص} (\text{قا} ٢ \text{س} - ١)$$

$$\text{ص} = ٤ \text{ص} + ٤ \text{ص} (\text{ص} - ١)$$

$$\text{ص} = ٤ \text{ص} + ٤ \text{ص} - ٤ \text{ص}$$

$$\text{اذن ص} - ٨ \text{ص} + ٣ \text{ص} = ٠$$

٢١. اذا كان

$$\text{ق} (\text{س}) = (\text{س} ٣ + ٢) (\text{س} ٢ - ٣) (١ + \text{س})$$

$$\text{اثبت ان ق} (١) \times \text{ق} (١) = ٢١٠$$

الحل:

$$\text{ق} (\text{س}) = (\text{س} ٣ + ٢) (\text{س} ٣ - ٢) + (\text{س} ٢ - ٣) (١ + \text{س}) (\text{س} ٦)$$

$$\text{ق} (\text{س}) = (\text{س} ٩ - ٤) + (\text{س} ٦ - ٤) (١ + \text{س})$$

$$\text{ق} (١) = (٥) + (٥) = ١٠$$

$$\text{ق} (\text{س}) = (\text{س} ٦ + ٣) (\text{س} ٢ - ٣) + ٦ + \text{س} ٢$$

$$\text{ق} (١) = (١) = ٣٦ + ٢٤ - ٢٤ + ٦ = ٤٢$$

$$\text{ق} (١) \times \text{ق} (١) = ٤٢ \times ٥ = ٢١٠$$

٢

٢٢. اذا كان ق (س) =

س

فاثبت ان ق (١) = ٤ ق (٢)

الحل:

٢ -

$$\text{ق} (\text{س}) = \frac{٢}{\text{س}} \text{ ومنها ق} (١) = ٢$$

٨

٤ س

$$\text{ق} (\text{س}) = \frac{٤ \text{ س}}{١٦} \text{ ومنها ق} (٢) = \frac{٨}{١٦}$$

$$٤ - \text{ق} (٢) = \frac{٨ \times ٤ - ٢}{١٦} = ٢$$

٢٣. اذا كان ق (س) = س^٣

وكان ق (٣) = (س) = ٦٠ س^٣ فجد قيمة ن.

الحل:

$$\text{ق} (\text{س}) = \text{س}^٣ = \text{س}^١$$

$$\text{ق} (١) = (\text{س}) = (١ - \text{ن}) \text{س}^٢$$

$$\text{ق} (٣) = (\text{س}) = (١ - \text{ن}) (٢ - \text{ن}) \text{س}^٣$$

$$\text{ن} (١ - \text{ن}) (١ - \text{ن}) \text{س}^٣ = ٦٠ \text{س}^٣$$

$$\text{ن} (١ - \text{ن}) (١ - \text{ن}) = ٦٠$$

ومنها ن = ٥

٢٧. اذا كان ص = أ جاس + ب جتاس : أ ، ب ثوابت

اثبت ان (ص) = ٢ + ص = ٢ + أ + ب

الحل :

$$\text{ص} = \text{أ جتاس} - \text{ب جاس}$$

$$(\text{ص}) = ٢ + \text{ص} = ٢ + (\text{أ جتاس} - \text{ب جاس}) + \text{ب جتاس}$$

$$\text{أ جتاس} - \text{أ جتاس} - \text{ب جاس جتاس} + \text{ب جتاس جتاس} + \text{ب جتاس} =$$

$$\text{أ جتاس} + \text{ب جاس جتاس} + \text{ب جتاس} =$$

$$\text{أ جتاس} + \text{أ جاس} + \text{ب جاس} + \text{ب جتاس} =$$

$$\text{أ} (\text{جتاس} + \text{جاس}) + \text{ب} (\text{جاس} + \text{جتاس}) =$$

$$\text{أ} \times ١ + \text{ب} \times ١ =$$

$$\text{أ} + \text{ب} =$$

$$٢٨. ٩ س + ١٢ ص + ٤ ص = ٧ = ٠$$

اثبت ان ص = صفر

الحل :

$$١٨ س + ١٢ ص + ٨ ص = ٠$$

$$١٨ س + ١٢ ص + ٨ ص = ٠$$

$$\text{ص} (١٢ + ٨) = -١٨ س$$

$$\text{ص} = \frac{-١٨ س}{٢٠}$$

$$\text{ص} = \frac{-١٨ س}{٢٠}$$

$$\text{ص} = \frac{-١٨ س}{٢٠}$$

$$\text{ص} = \frac{-١٨ س}{٢٠}$$

$$\text{ص} = ٠$$

٢٤. اذا كان ق(س) = ٣س^٣ وكان ق(٤) = ٣ أس^٣ فجد قيمة أ.

الحل :

$$\text{ق} (س) = ٣ س^٣ - ١$$

$$\text{ق} (س) = ٣ س^٣ - ١ = ٣ (١ - ن) - ١$$

$$\text{ق} (٣) = ٣ (٣) - ١ = ٨$$

$$\text{ق} (٤) = ٣ (٤) - ١ = ١١$$

$$٣ (٣) - ١ = ٨ = ٣ أس^٣ - ١$$

$$٣ = ١ - ١$$

$$٣ أس^٣ = ٣$$

$$\text{س} = ١$$

٢٥. اذا كان ل ، ل ، ل قابلا للاشتقاق عند س ، وكان ق(س) = س ل (س) فجد ق(س) ، ق(٣) (س)

الحل :

$$\text{ق} (س) = \text{س ل} (س) + \text{ل} (س)$$

$$\text{ق} (س) = \text{س ل} (س) + \text{ل} (س) + \text{ل} (س)$$

$$\text{ق} (س) = \text{س ل} (س) + ٢ \text{ل} (س)$$

$$\text{ق} (٣) = \text{س ل} (٣) + ٢ \text{ل} (٣)$$

$$\text{ق} (٣) = \text{س ل} (٣) + ٣ \text{ل} (٣)$$

٢٦. ص = جتا (س + ٢/π)

فاثبت ان : ص + ص = صفر

الحل :

$$\text{ص} = - \text{جتا} (س + ٢/π)$$

$$\text{ص} = - \text{جتا} (س + ٢/π)$$

$$\text{ص} + \text{ص} = - \text{جتا} (س + ٢/π) - \text{جتا} (س + ٢/π) = ٠$$

٢٩. إذا كان $s^2 + 2s + 1 = a^2$: أثبت

فبين ان

$$\frac{1}{a} = \frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

الحل:

$$2s + 2 = s^2 + 1$$

$$\frac{s^2 - 2s - 1}{s} = 0$$

$$s^2 + 2 = s^2 + 2s + 1$$

$$2 = 2s + 1$$

$$1 = s + \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}$$

ص

بالقسمة على $\sqrt{(s^2 + 1)^2}$ للطرفين والقيمة المطلقة

$$\frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

$$\frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

$$\frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

$$\frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}} = \frac{s}{\sqrt{(s^2 + 1)^2}}$$

٣٠. إذا كان $(s + 1) = s$ = ص

أوجد ص

الحل:

$$s + 1 = s$$

$$s + 1 = s$$

ص

$$s - 1 = s + 1$$

ص

$$s - 1 = s + 1$$

$$s - 1 = s + 1$$

$$s - 1 = s + 1$$

$$s - 1 = s + 1$$

٣١. إذا كان

$$s + 1 = s^2$$

اثبت ان $s^2 + 1 = s^2 + 1$

الحل:

بتربيع الطرفين

$$s + 1 = s^2$$

$$s + 1 = s^2$$

$$s + 1 = s^2$$

$$s + 1 = s^2$$

$$s + 1 = s^2$$

$$s + 1 = s^2$$

اذن $s^2 + 1 = s^2 + 1$

٣٢. صفيحة معدنية مستطيلة الشكل تتمدد بانتظام بحيث يبقى طولها يساوي ثلاثة امثال عرضها اوجد محل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة الى طولها عندما يكون طولها ١٥ سم

الحل:

نفرض ان العرض = س

الطول = ص

$$م = الطول \times العرض$$

$$م = ص \times س$$

١

$$لكن س = \frac{ص}{٣}$$

١

$$اذن م = \frac{ص^٢}{٣}$$

د م

$$اذن \frac{د م}{ص} = \frac{ص}{٣}$$

د ص

$$عندما ص = ١٥$$

د م

$$اذن \frac{د م}{د ص} = ١٠$$

الحل:

$$ق(ص) = جتا هـ (ص) هـ (ص)$$

$$ق(١) = جتا هـ (١) هـ (١) + هـ (١) (جاهر(ص) هـ(ص))$$

$$ق(١) = جتا هـ (١) هـ (١) + هـ (١) (جاهر(١) هـ(١))$$

$$ق(١) = ٣ جتا ٣/٣ + (٠) (جاهر(١) هـ(١))$$

$$ق(١) = ٣ جتا ٣/٣ + صفر$$

$$ق(١) = ٢/٣$$

٣٥. ص = جتا (جا (ظا/س)) اوجد ص

الحل:

١

$$ص = جتا(جا(ظا/س)) \times جتا(ظا/س) \times قا(س) \times \frac{١}{س}$$

٣٦. ص = جا (س ص) اوجد ص عند (٢, ١/٣)

الحل:

٣٣. اوجد المشتقات المتتالية

$$ق(س) = س^{٣/٤} \text{ عندما } س = ٠$$

الحل:

$$ق(س) = \frac{٣}{٤} س^{-٣/٤}$$

$$ق(س) = \frac{٣}{٤} س^{-٣/٤}$$

$$ق(٠) = ٠$$

$$ق(س) = \frac{٩}{٤} س^{-٣/٢}$$

$$ق(٠) = م. غ$$

$$ق(س) = \frac{٢٧}{٨} س^{-٣/٥}$$

$$ق(٠) = م. غ$$

$$ق(٠) = م. غ$$

٣٤. ليكن ق(ص) = جاه(ص)، هـ(١) = ٣/٣

$$هـ(١) = صفر، هـ(١) = ٣ اوجد$$

ق(١) علماً بان ق، ق قابلان للاشتقاق

تمرين عام

مثال

إذا كان ق (س) = ظا س فاثبت ان معدل التغير
للاقتران ق يساوي
قا^٢ س ظا هـ

هـ (١ - ظا س ظا هـ)

إذا تغيرت س من س_١ الى س_٢ + هـ

الحل:

$$\Delta ق = \frac{ق (س_٢) - ق (س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢) - ظا (س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\Delta ق = \frac{ظا (س_٢ - س_١)}{س_٢ - س_١}$$

مثال

(أ) إذا كان ق (س) = جا ٣ س جد
ق (٣/π) باستخدام تعريف المشتقة
ق (ع) - ق (س)

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

$$ق (س) = \frac{ق (س) - ق (ع)}{س - ع}$$

مثال

أ) إذا علمت ان ص = س ظاس

اثبت ان ص² - 2 ص قاس² = 2 قاس² س

الحل:

ص² = س قاس² + ظاس

ص² = س(2 قاس قاس ظاس) + قاس² + قاس² س

ص² = 2 س قاس² ظاس + قاس² س

ص² - 2 ص قاس² = 2 قاس² س

ب) جتا ص = س : |س| > 1

اثبت ان

د ص 1 -

$$\frac{\cos \left[\frac{2}{\pi}, 0 \right]}{\sqrt{1 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}} = \frac{\cos \frac{2}{\pi}}{\sin \frac{2}{\pi}}$$

الحل:

- جا ص ص = 1

د ص 1 -

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}} = \frac{1}{\sin \frac{2}{\pi}}$$

د ص جا ص

لكن جتا ص² + جا ص² = 1

س² + جا ص² = 1

$$\sqrt{1 - \cos^2 \frac{2}{\pi}} = \sin \frac{2}{\pi}$$

د ص 1

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}} = \frac{1}{\sin \frac{2}{\pi}}$$

مثال: اذا كان

د ص د س

$$\frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}} = \frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}}$$

د ن د ن

د ص د ص

$$\frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}} = \frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}}$$

د س د س

د ص د ص

$$\frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}} = \frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}}$$

د س د س

$$\frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}} = \frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}}$$

$$\frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}} = \frac{2 - \cos^2 \frac{2}{\pi}}{\sin^2 \frac{2}{\pi}}$$

مثال

ليكن ص = ق (س) ، ص³ = ق(2س - س²)

وكان ق(6) = 4 ، ق(6) = 4- ، اوجد ص

عندما س = 2

الحل:

$$3 \text{ ص}^3 = \text{ق}(2\text{س} - \text{س}^2) = \text{ق}(2 - 4) = -4$$

$$3 \sqrt[3]{\text{ق}(2\text{س} - \text{س}^2)} = \text{ق}(2\text{س} - \text{س}^2) = -4$$

$$3 \sqrt[3]{\text{ق}(6)} = \text{ق}(6) = 4$$

$$3 \sqrt[3]{4} = 4$$

$$6 = 4$$

$$6 / 28 = 4$$

مثال

اذا كان هـ (س) اقتران قابل للاشتقاق عند

س = 2 ، هـ(2) = 1 ، هـ(2) = 2

فجد ق(2) في كل مما يلي

$$4 \text{ ق}(س) = (س) \sqrt{1 + 2س} \times هـ(س)$$

$$\text{ق}(س) = (س) \sqrt{1 + 2س} \times هـ(س) + (س) \times \frac{2س}{2\sqrt{1 + 2س}} = \frac{2س^2 \times هـ(س) + س}{\sqrt{1 + 2س}}$$

$$\text{ق}(2) = \frac{2 \times 2^2 \times هـ(2) + 2}{\sqrt{1 + 2 \times 2}} = \frac{8 + 2}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{ق}(2) = \frac{2 \times 2^2 \times هـ(2) + 2}{\sqrt{1 + 2 \times 2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$5 \text{ ق}(س) = هـ(س)^2$$

$$\text{ق}(س) = \frac{هـ(س)^2}{5} = \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{ق}(2) = \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

(1)

هـ (س)

$$٦ \text{ ق (س) = هـ (س) - (س)}$$

س

$$\text{س هـ (س) - هـ (س)}$$

$$\text{ق (س) = هـ (س) - (س)}$$

س

$$٢- \text{ هـ (٢-)} - (٢-)$$

$$\text{ق (٢-) = هـ (٢-) - (٢-)}$$

٢(٢-)

$$٢- \text{ هـ (٢-)} - (٢-)$$

$$\text{ق (٢-) = هـ (٢-) - (٢-)}$$

٢(٢-)

$$٢- \text{ هـ (٢-)} - (٢-)$$

$$\text{ق (٢-) = (٢-) - (٢-)}$$

$$\frac{٢-}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$٤ \text{ ق (س) = ظا (س) } \pi \text{ هـ (س)}$$

$$\text{ق (س) = (س) } \pi \text{ هـ (س) قا (س) } \pi \text{ هـ (س)}$$

$$\text{ق (٢-) = (٢-) } \pi \text{ هـ (٢-) قا (٢-) } \pi \text{ هـ (٢-)}$$

$$\text{ق (٢-) } \pi = (٢-) \text{ قا } \pi = (٢-) \text{ هـ } \pi = (٢-)$$

مثال

$$\text{ليكن ق (ص) = جتا هـ (ص) ، هـ (١) = } \pi/٣$$

$$\text{هـ (١) = صفر ، هـ (١) = } ٣$$

$$\text{ق (١) علماً بان ق، ق قابلان للاشتقاق}$$

الحل:

$$\text{ق (ص) = جتا هـ (ص) هـ (ص)}$$

$$\text{ق (ص) = جتا هـ (ص) هـ (ص) + هـ (ص) (جنا هـ (ص))}$$

$$\text{ق (١) = جتا هـ (١) هـ (١) + هـ (١) (جنا هـ (١))}$$

$$\text{ق (١) = جتا } \pi/٣ + (٠) \text{ (جنا هـ (١))}$$

$$\text{ق (١) = جتا } \pi/٣ + \text{ صفر ومنها ق (١) = } ٢/٣$$

مثال

$$\text{. إذا كان ق (س) = س}^٣ + ٢ \text{ س، هـ (س) = س}^٣$$

$$\text{اوجد قيمة ١ - (ق ٥ هـ) (١)}$$

$$\text{٢ - (ق ٥ هـ) (١)}$$

الحل:

$$\text{ق (س) = س}^٣ + ٢ \text{ س، ق (س) = س}^٦ \text{، ق (س) = س}^٦$$

$$\text{هـ (س) = س}^٦ \text{، هـ (س) = س}^٦$$

$$٣. \text{ (ق ٥ هـ) (١) = (ق (١) هـ) (١)}$$

$$\text{ق (١) = } ٦ \times ١٨ = ٦ \times (٣) = ١٠٨$$

$$٢. \text{ (ق ٥ هـ) (١) = (ق (١) هـ) (١)}$$

$$\text{ق (١) هـ (١) = (ق (١) هـ) (١) + (ق (١) هـ) (١)}$$

$$\text{ق (١) هـ (١) = (ق (١) هـ) (١) + (ق (١) هـ) (١)}$$

$$٣٢٤ = ٢١٦ + ١٠٨ = ٦ \times ٦ \times ٦ + ٦ \times ١٨ =$$

مثال

$$\left. \begin{array}{l} \text{أ س}^٣ + ٢ \text{ ب س ، س} > ٢ \\ \text{أ س}^٢ + ٩ \text{ ب س - ١٢ ، س} \leq ٢ \end{array} \right\} \text{ق (س)}$$

اوجد قيمة أ ، ب التي تجعل ق (٢) موجودة

بما ان ق قابل للاشتقاق عند س = ٢ فان

$$\text{متصل} \leftarrow \text{نهاق (س) = ق (٢)}$$

$$\text{س} \leftarrow ٢$$

$$\text{ق (٢) = ق (٢)}$$

$$\text{نهاق س}^٢ + ٩ \text{ ب س - ١٢ = نهاق س}^٣ + ٢ \text{ ب س}$$

$$\text{س} \leftarrow ٢$$

$$٤ + ١٨ \text{ ب - ١٢ = } ٨ + ٢ \text{ ب}$$

$$\leftarrow ٤ + ١٦ \text{ ب - ١٢ = } ٨ + ٢ \text{ ب} \dots (١)$$

$$\text{لكن ق (٢) = ق (٢)}$$

$$\text{س} \leftarrow ٢$$

$$٢ \text{ أس}^٢ + ٩ \text{ ب} = ٢ \text{ أس}^٣ + ٢ \text{ ب}$$

$$\text{س} = ٢$$

$$٤ + ٩ \text{ ب} = ٨ + ٢ \text{ ب}$$

$$\text{أ} ٨ - ٨ \text{ ب} = ٠ \dots (٢)$$

من (١) ، (٢)

$$\leftarrow ٤ + ١٦ \text{ ب - ١٢ = } ٨ + ٢ \text{ ب}$$

$$\frac{٢(٨ - ٨ \text{ ب} = ٠)}{٢}$$

$$\text{أ} ٤ + ١٦ \text{ ب - ١٢ = } ٨ + ٢ \text{ ب} \dots (١)$$

$$\text{أ} ١٦ + ١٦ \text{ ب - ١٢ = } ٨ + ٢ \text{ ب} \dots (٢)$$

$$\text{أ} ١٢ = ٨ + ٢ \text{ ب ومنها أ} = ١$$

$$\text{وبالتعويض في (٢) ينتج ب} = ١$$

مثال جد ص

$$1. \sqrt[3]{ص^2 - 3س} - \frac{س}{س-1}$$

$$2. \sqrt[3]{ص} = ص + (ظاس) + 1$$

الحل:
1.

$$\frac{ص^2 - 3س - (س-1)(س-1)}{(س-1)^2} = \frac{ص^2 - 3س - 3س + 2س^2 + 1}{(س-1)^2}$$

$$\frac{ص^2 - 3س - 3س + 2س^2 + 1}{(س-1)^2} = \frac{ص^2 - 3س - 3س + 2س^2 + 1}{(س-1)^2}$$

$$2. \sqrt[3]{ص} = ص + 3(ظاس) + 3(ظاس) + 1$$

مثال

$$1. \text{ إذا كان } ص = 3م^2 - 2م + 1$$

$$2. \text{ } ص = 3س + 2$$

اوجد $\frac{دص}{دس}$ عندما $ص = 0$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2م - 2}{2}$$

$$ب) \text{ إذا كان } ص = \sqrt[3]{4 + 3جاس}$$

اثبت ان

$$2ص^2 - 3ص + 2 = 4$$

الحل:

$$ص^2 = 4 + 3جاس$$

$$2ص^2 - 3ص + 2 = 4$$

$$2ص^2 - 3ص + 2 = 4$$

$$2ص^2 - 3ص + 2 = 4$$

$$2ص^2 - 3ص + 2 = 4$$

$$ج) \text{ } ص = جاس \text{ (} ص \text{) اوجد } ص \text{ عند } (1, 2/\pi)$$

الحل:

$$ص = (س + ص) جتا (س)$$

$$(س + ص) جتا (س) =$$

$$\text{عند } (1, 2/\pi)$$

$$(س + 2/\pi) جتا (2/\pi) = 0$$

$$د) \text{ إذا كان } ق \text{ قابلاً للاشتقاق وكان } ص = ق^2(س)$$

$$\text{، اوجد } ق(8) \text{ علماً بأن } ق(8) = 1, ص = 100$$

$$س = 2$$

الحل:

$$ص = 2ق(س) \times ق(س) \times 3س^2$$

$$2ق(8) \times ق(8) \times 3(8)^2 =$$

$$2ق(8) \times ق(8) \times 3(8)^2 =$$

$$2ق(8) \times ق(8) \times 3(8)^2 = 100$$

$$ق(8) = 24/100$$

٣. إذا كان

$$1 \neq s : \frac{1}{s-1} = (s) \text{ ق}$$

اوجد ق^(٤) (س)

الحل :

$$1 \neq s : \frac{1-1}{(s-1)} = (s) \text{ ق}$$

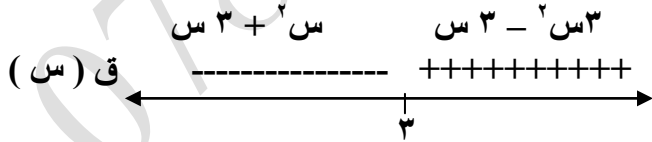
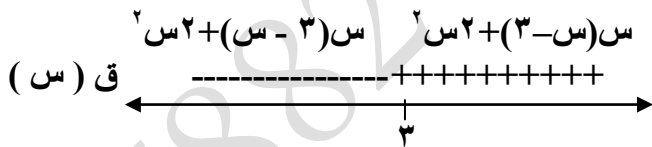
$$1 \neq s : \frac{1}{s^2 + s - 1} =$$

$$1 \neq s : \frac{1-1}{(s^2 + s - 1)} = (s) \text{ ق}$$

٢ - ٢ س

$$1 \neq s \text{ يكمل الحل} : \frac{1}{(s^2 + s - 1)} =$$

٤. إذا كان ق(س) = |س - ٣| + |س - ٢|
اوجد ق^(٥) (س)
الحل :



متصل على ح
 $\left. \begin{array}{l} 3 < s, \quad 3 - s \\ 3 > s, \quad 3 + s \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$
 عندما $s = 3$
 ق^(٣) = ١٥ ، ق^(٣) = ٩
 اذن ق^(٣) = م. غ

تمرين عام

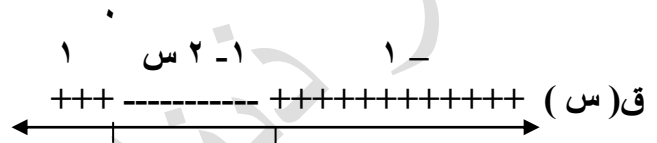
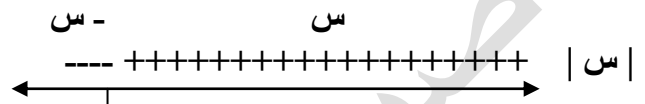
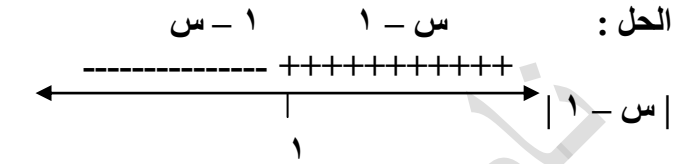
١. إذا كان ق(س) = |س - ١| - |س| اوجد

١. ق^(٠) عند {١, ٠}

٢. ق^(١) عند {١, ٠}

حدد فيما إذا كان قابل للاشتقاق عند النقطة (١, ٠) أم لا ؟

الحل :



ق متصل عند س = ١, ٠

ق^(٠) = (س) ق
 $\left. \begin{array}{l} \text{صفر} , \quad s > 0 \\ 2- , \quad 0 < s < 1 \\ \text{صفر} , \quad s < 0 \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$

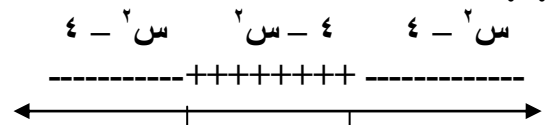
ق^(٠) = (٠) = ٢- ، ق^(٠) = (٠) = ٠

اذن غير قابل للاشتقاق عندما س = ٠

ق^(١) = (١) = ٠ ، ق^(١) = (١) = ٢- اذن غ. ق عند ١

٢. إذا كان ق(س) = |س - ٤| - |س - ٢| اقتران متصل على ح فجد قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق(س) قابلاً للاشتقاق . مبيناً السبب .

الحل :



ق^(٢) = (س) ق
 $\left. \begin{array}{l} 2- > s, \quad 2 \\ 2- , \quad 2 < s < 4 \\ 2 < s, \quad 2 \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$

ق^(٢) = (٢-) = ٤- ، ق^(٢) = (٢-) = ٤-

اذن ق^(٢) = (٢-) = م. غ . كذلك

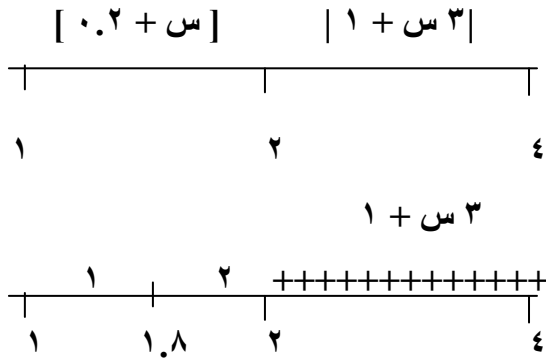
ق^(٢) = (٢) = ٤ ، ق^(٢) = (٢) = ٤-

اذن ق^(٢) = (٢) = م. غ

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad [s + 0.2] \\ 4 \geq s \geq 2, \quad |3s + 1| \end{array} \right\} = \text{ص}$$

عندما $s = 2$

الحل:



غير متصل عندما $s = 1.8, 2$

اوجد ص للاقتران

$$\left. \begin{array}{l} 1.8 > s > 1, \quad \text{صفر} \\ 2 > s > 1.8, \quad \text{صفر} \\ 4 \geq s \geq 2, \quad 3 \end{array} \right\} = \text{ص}$$

غير قابل للاشتقاق عند $s = 1, 4$ اطراف فترة

غير قابل للاشتقاق عند $s = 1.8, 2$ غير متصل

٨. إذا كان $q(s) = |s - 3|$ اوجد $q'(2)$ (١)

الحل:

عندما $s = 1$ فان $q(s) = s - 3$

$$q'(2) = (s) = (s - 3) = 2 - 9 = 6 + s + 2$$

$$q'(2) = (s) = - = 2 + 6 = s$$

$$q'(2) = (2) = 1 \times 2 + 6 = - = 4$$

وهناك طريقة اخرى سنتعلمها لاحقاً

٩. إذا كان $q(s) = s \times (s) = 1$ ، وكان $h(1)$

$$= 3, \quad h(1) = 5 \text{ اوجد قيمة } q'(1)$$

٥. إذا كان $q(s) = (s) = s \cdot h(s)$ ، الاقتران
(ه) s قابل للاشتقاق
اوجد $q'(4)$ (س)

الحل:

$$q'(s) = (s) = s \cdot h'(s) + (s) + h(s)$$

$$q'(s) = (s) = s \cdot h'(s) + h'(s) + h(s) + h(s)$$

$$= s \cdot h'(s) + h'(s) + 2h(s)$$

$$q'(4) = (4) = 4 \cdot h'(4) + h'(4) + 2h(4)$$

$$= 2h(4)$$

$$= s \cdot h'(4) + h'(4) + 2h(4)$$

$$q'(4) = (4) = s \cdot h'(4) + h'(4) + 2h(4) + 3h(4)$$

$$= s \cdot h'(4) + h'(4) + 4h(4)$$

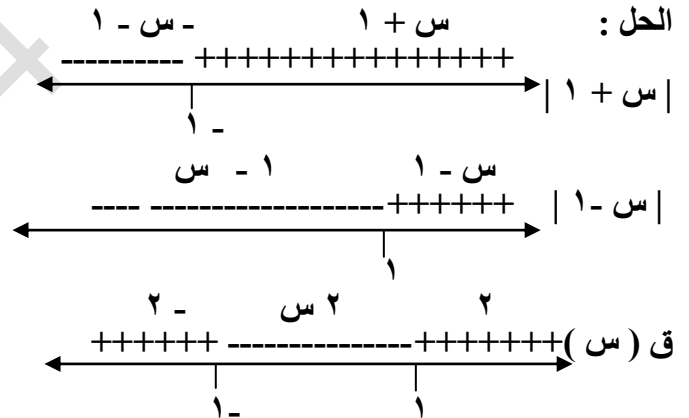
٦. إذا كان $q(s) = |s + 1| - |s - 1|$ اوجد

اوجد

$$1. \quad q'_+(1) \quad 2. \quad q'_-(1)$$

حدد فيما اذا كان قابل للاشتقاق عند $s = 1$ ام لا؟

الحل:



ق متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ s > 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \\ 1 > s > -1 \end{array} \right\} = q'(s)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ s < -1 \end{array} \right\}$$

$$q'_+(1) = (1) = 2, \quad q'_-(1) = (1) = 0$$

اذن غير قابل للاشتقاق عندما $s = 1$

$$q'_+(1) = (1) = 0, \quad q'_-(1) = (1) = 2$$

اذن غير قابل للاشتقاق عندما $s = 1$

٧. اوجد ص للاقتران

الحل :

$$ق(س) \times ه(س) + ه(س) \times ق(س) = صفر$$

$$ق(1) \times ه(1) + ه(1) \times ق(1) = صفر$$

$$ق(1) \times 3 + 5 \times ق(1) = صفر$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{ه(1)} = ق(1)$$

ومنها

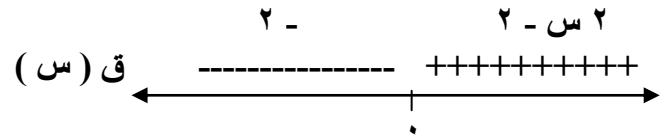
$$ق(1) \times 3 + 5 \times \frac{1}{3} = صفر$$

$$ق(1) = \frac{5}{9}$$

١. إذا كان ق(س) = |س - 2| + |س| فبين أن ق(0) غير موجودة.

الحل :

$$عندما س = 0 ، ق(س) = |س - 2| + |س|$$



متصل على ح

$$\left. \begin{array}{l} 0 < س ، \\ 0 > س ، \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} 2 \\ صفر \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} عندما س = 0 \\ ق(0) = 2 \\ اذن ق(3) = 5 م. غ. \end{array}$$

١. إذا كان ق(س) = ه(س) × ه(س) ، وكان ق(3) =

$$1 ، ه(3) = 4 اوجد قيمة ق(3)$$

الحل :

$$ق(س) \times ه(س) + ه(س) \times ق(س) = صفر$$

$$ق(3) \times ه(3) + ه(3) \times ق(3) = صفر$$

$$ق(3) \times 4 + 4 \times ق(3) = صفر$$

$$لكن ه(3) = \frac{5}{1} = \frac{5}{ق(3)}$$

ومنها

$$ق(3) \times \frac{5}{4} + 4 \times ق(3) = صفر$$

$$ق(3) = \frac{5}{9}$$

١٢. إذا كان ق(س) = |س - 2| - |س| اوجد ق(2)

الحل :

$$عندما س = 2 ، تكون ق(س) = 3 - 2 = 1$$

$$ق(س) = 3 ومنها ق(2) = 3$$

١٣. إذا كان ق(س) = 5 - |س - 4| ، ق(4) = 1 ، ق(4) = 2 اوجد

ق

$$ق(4) = \frac{5}{1} = 5$$

ق

الحل :

$$ق(4) \times ق(4) - ق(4) \times ق(4) = \frac{5}{ق(4)}$$

$$\frac{5}{ق(4)} = \frac{5}{ق(4)}$$

$$9 = \frac{(2) \times (5) - (1) \times (1)}{(1)}$$

١٤. إذا كان ق(س) = |س - 3| - |س - 2| - 9 اوجد ق(1)

الحل :

$$عندما س = 1 ، |س - 3| = 2 ، |س - 2| = 1$$

$$عندما س = 1 ، |س - 2| = 1 ، |س - 3| = 2$$

$$ومنها ق(س) = (3) - (2) - 9 = -8$$

$$ق(س) = 5 - 9 = -4$$

$$ق(س) = 5 - 1 = 4$$

$$\frac{[1 + s^2]}{(s)} = \text{هـ (س)}$$

$$\text{وكان هـ } \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ، هـ } \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ، } 1 = \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{اوجد ل } \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{الحل : عندما س } \frac{1}{3} = \text{يكون } [1 + s^2] = 1$$

$$\frac{1}{(s)} = \text{هـ (س)}$$

$$\frac{1}{(s)} = \text{ل (س)}$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ل ومنها}$$

$$1 - \text{ل (س)} = \frac{1}{2} \text{ هـ (س)}$$

$$\text{ل } \left(\frac{1}{3}\right) = \text{هـ } \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ل } \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ل}$$

١٦

$$\left. \begin{array}{l} 1 > s \text{ ، } s^2 + 2 \\ 1 \leq s \text{ ، } s^3 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} s > 1 \text{ ، } s^2 \\ s \leq 1 \text{ ، } |s^2| \end{array} \right\} = \text{هـ (س)}$$

ابحث في اتصال (ق + هـ) عند س = 1

$$\frac{|1 + s^3| - 5}{s^2 - 2} \leftarrow \text{س} \quad \text{نهـا} \quad \frac{8 + s^3}{s^2 - 2}$$

١٩

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{s} + \frac{2}{s^2} \right] \text{ ، } 1 \geq s \geq 3 \\ \frac{|s - 3|}{s^2 - 9} \text{ ، } 3 > s > 4 \end{array} \right\}$$

فجد نهـا ق (س)

$$\text{س} \leftarrow 3$$

$$\frac{2 - s^3}{s^2}$$

$$\frac{2 - s^3}{s^2} \text{ نهـا } 20$$

$$\text{س} \leftarrow 8 \quad \frac{2 - s^3}{s^2}$$

$$\frac{2 - s^3}{s^2} \text{ نهـا } 21$$

$$\text{س} \leftarrow \frac{2}{\pi} \quad \frac{2 - s^3}{s^2}$$

$$\frac{\sqrt{s - 5} + 3}{s^2 + 2} \text{ نهـا } 22$$

$$\text{س} \leftarrow 5$$