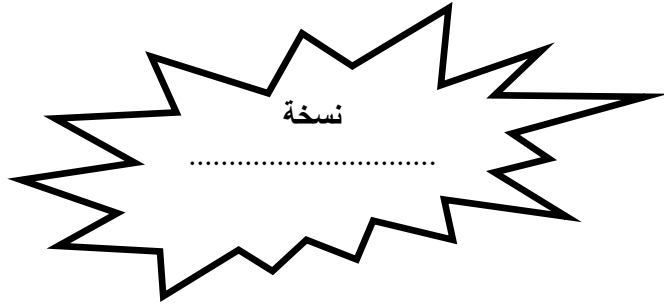


الاستاذ ناصر الدين

القطوع والنجاح ملك لمن يحبه



العلامة الكاملة

مراجعة مكثفة

(القَطوع)

(2017)

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الدينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

المحل الهندسي

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة أ (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً قدره ٣ وحدات عن المستقيم $٣س + ٤ص = ٥$ وتمر أثناء حركتها بالنقطة (٢ ، ٤)

الحل :

$$\left| \frac{أس + ب ص + ج}{\sqrt{٢ب + ٢أ}} \right| = ف$$

$$\left| \frac{٣س + ٤ص - ٥}{\sqrt{١٦ + ٩}} \right| = ٣$$

$$\left| ٣س + ٤ص - ٥ \right| = ٣ \times ٥$$

$$١٥ - ٥ = ٣س + ٤ص$$

$$١٥ = ٣س + ٤ص$$

لكن تمر أثناء حركتها بمركز الدائرة (٢ ، ٤)

نعوض في (١) ، (٢) ونلاحظ انها تحقق المعادلة

الاولى ولا تحقق الثانية

مثال

تتحرك النقطة و (س ، ص) في المستوى بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين الثابتتين (٨ ، ٣) ، (٣ ، -٤) يساوي دائماً ٦ وحدات (١) ما نوع القطع المخروطي الذي يمثله المحل الهندسي

(٢) اكتب معادلة المحل الهندسي

الحل :

(١) القطع المخروطي هو قطع زائد محوره يوازي محور الصادات

(٢) المركز (د ، هـ) = (٣ ، ٢)

البؤرتان

ب١ (د ، هـ + ج) = (٣ ، ٨)

ب٢ (د ، هـ - ج) = (٣ ، -٤)

لكن هـ + ج = ٨ ومنها ٢ + ج = ٨ ومنها ج = ٦

٢ = أ٦ ومنها أ = ٣

ج = ٢ = أ٦ + ب٢

٣٦ = ٩ + ب٢ ومنها ب = ٢٧

$$١ = \frac{٢(٣ - س)^٢}{٢٧} - \frac{٢(٢ - ص)^٢}{٩}$$

مثال

جد معادلة القطع المخروطي الذي تتحرك النقطة
ن(س، ص) على منحناه بحيث يكون الفرق المطلق
بين بعديها عن النقطتين الثابتتين

(٢، ٢)، (٢، ١٠) يساوي دائماً ٦ وحدات

الحل:

القطع المخروطي هو قطع زائد محوره يوازي محور
السينات

المركز (د، هـ) = (٢، ٦)

البؤرتان

١، ب (د + ج، هـ) = (٢، ٢)

٢، ب (د + ج، هـ) = (٢، ١٠)

لكن د + ج = ٢ ومنها ٦ + ج = ٢ ومنها ج = ٤

٢ = أ ومنها ٣ = أ

ج = أ + ب = ٢

١٦ = ٩ + ب ومنها ب = ٧

$$١ = \frac{(٢ - ص)^2}{٧} - \frac{(٦ - س)^2}{٩}$$

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص)
المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره
وحدتين عن المستقيم ٦ ص = ٨ س + ٤ وتمر اثناء
حركتها بالنقطة (٢/١، ٢-)

الحل:

$$ف = \left| \frac{أس + ب + ص + ج}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right|$$

$$= ٢ \left| \frac{٨س + ٦ص + ٤}{\sqrt{٣٦ + ٦٤}} \right|$$

$$\left| \frac{٨س - ٦ص + ٤}{١٠} \right| = ٢$$

إما ٨س - ٦ص + ٤ = ٢٠

أو ٨س - ٦ص + ٤ = ٢٠

لكن تمر اثناء حركتها بمركز الدائرة (٢/١، ٢-)

نعوض في (١)، (٢) ونلاحظ انها تحقق المعادلة الثانية
ولا تحقق الاولى.

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) والتي
يكون بعدها عن النقطة الثابتة (١، ٣) يساوي بعدها عن
المستقيم س = ١؟

الحل:

$$\sqrt{(١ - ص)^2 + (٣ - س)^2} = \left| \frac{١ + س}{١} \right|$$

بتربيع الطرفين

$$٢(١ - ص) + ٢(٣ - س) = ٢(١ + س)$$

$$١ + ص + ٢س = ١ + س + ٦ + ٢ص + ٩ + س$$

$$ص - ٢ص - ٢س + ٨س = ٩ + ١$$

ويمكن حله

الحل:

معادلة دليله هي س = ١- وبؤرتاه (١، ٣)

الفتحة لليمين

الصورة القياسية

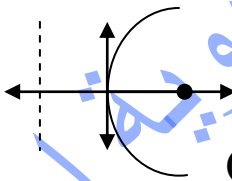
$$(ص - هـ)^2 = ٤(س - د)$$

$$٢ = ٤(١ - ٣) = ٤(س - د)$$

$$معادلة الدليل س = ١ - د$$

$$ومنها ١ - د = ٢ ومنها د = ١$$

$$(ص - ١)^2 = ٨(١ - س)$$



مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث ان بعدها عن المستقيم س = ٧ يساوي مثلي بعدها عن النقطة أ (١ ، ٠)

الحل :

$$\sqrt{(ص-٧)^2 + (س-١)^2} = ٢ \sqrt{(ص)^2 + (س-١)^2}$$

بتربيع الطرفين

$$\begin{aligned} (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤(ص^2 + (س-١)^2) \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤(س-١)^2 \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤(س^2 - ٢س + ١) \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤س^2 - ٨س + ٤ \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤س^2 - ٨س + ٤ \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤س^2 - ٨س + ٤ \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤س^2 - ٨س + ٤ \\ (ص-٧)^2 + (س-١)^2 &= ٤ص^2 + ٤س^2 - ٨س + ٤ \end{aligned}$$

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٢ ، ٠) مساوياً لثلي بعدها عن المستقيم ص = ٦ ، ثم بين نوعه .

الحل :

بعد النقطة و (س ، ص) عن النقطة (٢ ، ٠)

يساوي ٣/٢ بعدها عن المستقيم ص = ٦

$$\sqrt{(ص-٢)^2 + (س-٠)^2} = \frac{٣}{٢} |ص-٦|$$

بتربيع الطرفين

$$\begin{aligned} (ص-٢)^2 + (س-٠)^2 &= \frac{٩}{٤} (ص-٦)^2 \\ (ص-٢)^2 + (س-٠)^2 &= \frac{٩}{٤} (ص^2 - ١٢ص + ٣٦) \\ (ص-٢)^2 + (س-٠)^2 &= \frac{٩}{٤} (ص^2 - ١٢ص + ٣٦) \\ (ص-٢)^2 + (س-٠)^2 &= \frac{٩}{٤} (ص^2 - ١٢ص + ٣٦) \\ (ص-٢)^2 + (س-٠)^2 &= \frac{٩}{٤} (ص^2 - ١٢ص + ٣٦) \end{aligned}$$

$$١ = \frac{ص}{٩} + \frac{س}{٥}$$

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك على بعدين متساويين من المستقيمين ص = ١ + س ، ص = ١ - س

الحل :

$$\sqrt{(ص-١)^2 + (س-١)^2} = \sqrt{(ص-١)^2 + (س-١)^2}$$

اما ص - س = ١ - ص = ١ - ص + ص = ١ - ص

ومنها ٢س = ٠ ومنها س = ٠

او ص - س = ١ - ص = ١ - ص + ص = ١ - ص

ومنها ٢ص = ٢ ومنها ص = ١

الدائرة

مثال

١. جد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات عند

(٠ ، ٧) وتمر بالنقطة (٢ ، ١)

الحل :

تمس محور السينات عند (٠ ، ٧)

هذا يعني ان مركز الدائرة (هـ ، ٧) = (هـ ، ٧)

$$(س-١)^2 + (ص-٧)^2 = (س-٠)^2 + (ص-٧)^2$$

$$(س-١)^2 + (ص-٧)^2 = (س-٠)^2 + (ص-٧)^2$$

وتمر بالنقطة (٢ ، ١)

$$(٢-١)^2 + (١-٧)^2 = (س-٠)^2 + (١-٧)^2$$

$$٣٦ = (س-٠)^2 + (١-٧)^2$$

$$٣٦ = (س-٠)^2 + (١-٧)^2$$

$$١٠٠ = (س-٠)^2 + (١-٧)^2$$

مثال

جد طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$$36 = (2 + s)^2 + (4 - v)^2$$

$$36 = (2 + s)^2 + (4 - v)^2$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على

المستقيم $v = 2s + 4$ وتمس محور السينات عند

النقطة $(0, 1)$

الحل :

تمس محور السينات عند $(0, 1)$

هذا يعني ان مركز الدائرة $(1, 1) = (h, k)$

يقع مركزها على المستقيم $v = 2s + 4$

$$1 = 2 \times 1 + 4 = 6 = v$$

$$36 = (1 - v)^2 + (1 - s)^2$$

(ص 2010)

معادلة الدائرة الممثلة بالشكل المجاور وتمس محوري

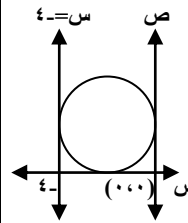
السينات والصادات والمستقيم $s = -4$ هي

$$16 = (2 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$16 = (2 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$4 = (2 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$4 = (2 - v)^2 + (2 + s)^2$$



مثال

دائرة معادلتها $s^2 + v^2 + 6s + 2v = 0$ صفر ما قيمة

الثابت ج التي تجعل طول نصف قطر هذه الدائرة

(4) وحدات؟

$$4 \quad (ب) \quad 16 \quad (ج) \quad 7 \quad (د) \quad 7$$

مثال (2012)

معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم

ص $v = 2s - 7$ وتمس محور الصادات عند

النقطة $(3, 0)$ هي

$$4 = (3 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$9 = (3 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$4 = (3 - v)^2 + (2 + s)^2$$

$$1 = (3 - v)^2 + (2 + s)^2$$

مثال

$$1 = \frac{(3 - s)^2}{2 - 2} + \frac{(5 - v)^2}{6 + 2}$$

تمثل معادلة دائرة ، فان مجموعة قيم أ هي

$$\{2, -4\} \quad (أ) \quad \{2, 4\} \quad (ب)$$

$$\{2, 4\} \quad (ج) \quad \{4, 2\} \quad (د)$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في الربع الاول

وتمس كل من المستقيمتين الآتية :

$$s = 3, v = 2, s = 9$$

الحل :

بما أن الدائرة تمس المستقيمين $s = 3, s = 9$

$$\text{فان } d = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

المماس للدائرة عمودي على نقي
تحقق المسافة بين نقطة ومستقيم

$$\text{نق} = \frac{|3 - s|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

النقطة $(6, 6)$ تحقق المعادلة

$$\text{نق} = \frac{|3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3$$

كذلك

$$\text{نق} = \frac{|2 - v|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

النقطة $(6, 6)$ تحقق المعادلة

$$\text{نق} = \frac{|2 - 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2$$

$3 = |2 - h|$ ومنها $h = 5$ ، $h = 1$ مرفوضة لانها بالربع الاول

$$9 = (6 - s)^2 + (6 - v)^2$$

للاستفسارات (0788241724)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

مثال

جد معادلة الدائرة التي قطرها (١٤) ومركزها (م ، م)
حيث م < صفر وتمس المستقيم ٣س + ٤ص = ٠

الحل:

المماس للدائرة عمودي على نق

تحقق المسافة بين نقطة ومستقيم

$$\left| \frac{3س + 4ص}{\sqrt{16 + 9}} \right| = \text{نق}$$

النقطة (م ، م) تحقق المعادلة

$$\left| \frac{3م + 4م}{\sqrt{16 + 9}} \right| = 7$$

٧م = ٣٥ ومنها م = ٥
٤٩ = ٢(٥ - ص) + ٢(٥ - س)

مثال

دائرة معادلتها ٢س + ٢ص - ٢س + ٢ص + ٤ك = ٠
نصف قطر دائرتها (٦) وحدات ، ويقع مركزها في
الربع الرابع . جد احداثي مركز الدائرة ..

الحل:

بالقسمة على ٢

$$س + ٢ص - ٢س + ٢ص + ٢ك = ٠$$

$$س - ٢س + ٢ص + ٢ص + ٢ك = ٢٣$$

$$س - ٢س + ٢ص + ٢ص + ٢ك + ٩ + ٢٣ = ٢ك + ٩ + ٢٣$$

$$(س - ٣) + ٢(ص + ٩) + ٢٣ = ٢ك + ٩ + ٢٣$$

$$٣٢ - ٣٦ = ٢ك + ٩ + ٢٣$$

ومنها ك = ٢ ±

$$٤ = ٢(٣ - س) + ٢(ص + ٩)$$

المركز (٣ ، -٢)

مثال

جد نصف قطر ومركز الدائرة التي معادلتها

$$٤س - ٤ص + ١٦ص - ٢٤س = ٤$$

الحل:

بالقسمة على -٤

$$س - ٢ص + ٤ص - ٦س + ٦س + ٦ص = ١$$

$$س + ٢ص + ٦س + ٩ص - ٤ص + ٩ = ٤ + ٩ + ١ = ١٤$$

$$١٢ = ٢(٣ - س) + ٢(٢ - ص)$$

المركز (-٣ ، ٢)

$$\sqrt{12} = \text{نق}$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين ص = -٢ ، س = ٠ ،
وتمر بالنقطة (٤ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الاول ،

وطول نصف قطرها اكبر من وحدتين .

الحل:

$$\text{معادلة الدائرة (س-د) + (ص-ه) = ٢نق}$$

المماس للدائرة عمودي على نق

تحقق المسافة بين نقطة ومستقيم

$$\left| \frac{أس + ب ص + ج}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right| = \text{نق}$$

نفرض ان المركز (د ، ه) وهو يحقق

$$\left| \frac{٢ + ص}{\sqrt{١}} \right| = \text{نق}$$

$$\left| \frac{١ + ه}{\sqrt{١}} \right| = \text{نق}$$

$$\text{ومنها } |ه + ١| = \text{نق} \text{ ومنها } |ه + ١| = \pm \text{نق}$$

$$\text{أي } ه = \pm ١ - \text{نق}$$

المركز (د ، ه) وهو يحقق

$$\left| \frac{س}{\sqrt{١}} \right| = \text{نق}$$

$$\left| \frac{د}{\sqrt{١}} \right| = \text{نق}$$

$$\text{ومنها } |د| = \text{نق} \text{ ومنها } |د| = \pm \text{نق}$$

$$\text{اذن } ه = ١ + د$$

تمر بالنقطة (٤ ، ٠)

$$٠ = (د - ٠) + (٤ - ه) = ٢نق$$

$$د = (د - ١ - ٤) + ٢$$

$$(د - ٣) = ٠ \text{ ومنها } د = ٣ = \text{نق}$$

اذن ه = ٤ ، -٤ مرفوضة لأنها بالربع الأول.

$$\text{معادلة الدائرة (س-٣) + (ص-٤) = ٩}$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

$$\begin{aligned} 2h^2 + 16h - 64 &= 2h^2 \\ 16h - 64 &= 0 \text{ ومنها } h = 4 \\ \text{المركز (5, 4)} \\ \text{بالتعويض ف (1)} \\ 16 + 9 &= 25 \text{ ومنها نق}^2 = 25 \\ 25 &= (5 - v)^2 + (4 - e)^2 \end{aligned}$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين

$$(1, 4), (0, 7), (0, 1)$$

الحل:

$$(s - d)^2 + (v - h)^2 = \text{نق}^2$$

تمر بالنقطة (0, 1)

$$(s - 1)^2 + (v - 0)^2 = \text{نق}^2$$

$$(d - 1)^2 + (v - 0)^2 = \text{نق}^2 \dots\dots\dots (1)$$

تمر بالنقطة (0, 7)

$$(s - 7)^2 + (v - 0)^2 = \text{نق}^2$$

$$(d - 7)^2 + (v - 0)^2 = \text{نق}^2 \dots\dots\dots (2)$$

تمر بالنقطة (1, 4)

$$(s - 4)^2 + (v - 1)^2 = \text{نق}^2 \dots\dots\dots (3)$$

من (1)، (2)

$$(d - 1)^2 + (v - 0)^2 = (d - 7)^2 + (v - 0)^2$$

$$d^2 - 2d + 1 = d^2 - 14d + 49 - 14v + 49$$

$$12d - 48 = 14v \text{ ومنها } d = 4$$

من (1)، (2) وتعويض قيمة d

$$9 + (v - 1)^2 = \text{نق}^2$$

$$9 + (v - 1)^2 = 9 + (v - 7)^2$$

$$2 = v - 8 \text{ ومنها } v = 10$$

بالتعويض في (1)

$$16 + 9 = 25 \text{ ومنها نق}^2 = 25$$

$$25 = (4 - e)^2 + (5 - s)^2$$

مثال
معتدلاً على الشكل المجاور
والذي يمثل دائرة مرسومة
داخل المثلث أ ب ج وتمس
أضلاعها. جد معادلة هذه الدائرة
(0, 0) (4, 0) (0, 4)

الحل:
بما أن الدائرة تمس محور السينات والصادات إذن
المركز هو (ر، ر)

الدائرة تمس المستقيم المار بالنقطتين
(0, 4)، (4, 0) والذي معادلته

$$v - s = 4$$

$$\text{نق} = \frac{s + v - 4}{\sqrt{1 + 1}}$$

النقطة (ر، ر) تحقق المعادلة

$$r = \frac{r + r - 4}{\sqrt{2}} \text{ ومنها لا تنسى انه في الربع الاول}$$

$$r\sqrt{2} = r - 2 \text{ ومنها } r = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\text{عوض بمعادلة الدائرة (س-ر) + (ص-ر) = 25$$

فيكون الناتج

مثال

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على

المستقيم س = 5 وتمر بالنقطتين (0, 8)، (8, 8)

الحل:

$$(s - d)^2 + (v - h)^2 = \text{نق}^2$$

مركز الدائرة يقع على س = 5 ← د = 5

أي المركز (5, هـ)

$$(s - 5)^2 + (v - h)^2 = \text{نق}^2$$

تمر بالنقطة (0, 8)

$$(5 - 0)^2 + (h - 8)^2 = \text{نق}^2$$

$$9 + (h - 8)^2 = \text{نق}^2 \dots\dots\dots (1)$$

تمر بالنقطة (8, 8)

$$(5 - 8)^2 + (h - 8)^2 = \text{نق}^2$$

$$9 + (h - 8)^2 = \text{نق}^2 \dots\dots\dots (2)$$

من (1)، (2)

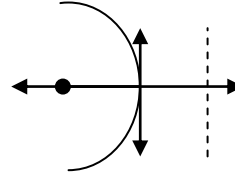
$$9 + (h - 8)^2 = 9 + (h - 8)^2$$

القطع المكافئ

مثال

جد الرأس والبؤرة والدليل والمحور واتجاه الفتحة للقطع

المكافئ $x^2 + 2x - 7 = 0$



الحل:

$x^2 + 2x - 7 = 0$

باكمال المربع $(x + 1)^2 - 8 = 0$

اضافة الى الطرفين

$x^2 + 2x + 1 - 8 = 0 + 1 + 1$

$(x + 1)^2 = 8$

الصورة القياسية لليسر

$(x + 1) = \pm \sqrt{8}$

$x + 1 = \pm 2\sqrt{2}$

الرأس $(-1, 0)$ ، البؤرة $(-1, -2)$

معادلة الدليل $x = -1 + 2 = 1$

معادلة محور التماثل $x = -1 - 2 = -3$

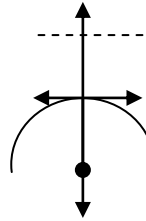
مثال

جد معادلة القطع المكافئ المقعر للأسفل الذي

محوره $x = 2$ ، ودليله $x = 5$

وتبعد بؤرته (8) وحدات عن دليله.

الحل:



$x = 2$ ومنها $x = 8$

الرأس $(2, 0) = (2, -8)$

$(x - 2)^2 = -16(x - 2)$

مثال

بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته

$x^2 - 4x + 4 = 0$ هي النقطة

(أ) $(0, 0)$ (ب) $(0, 1)$

(ج) $(0, 2)$ (د) $(2, 0)$

مثال

اوجد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين

$(8, 6)$ ، $(4, -2)$ ومحوره المستقيم الذي معادلته $x = 2$

الحل:

محوره معادلته $x = 2$. احداثيات الرأس $(2, h)$ مفتوح للأعلى او للأسفل وسنفرض انه مفتوح للأعلى

$(x - 2)^2 = a(y - h)$

يمر بالنقطة $(8, 6)$

$(8 - 2)^2 = a(6 - h)$ ومنها

$36 = a(6 - h)$ (1)

يمر بالنقطة $(4, -2)$

$(4 - 2)^2 = a(-2 - h)$

$4 = a(-2 - h)$ (2)

من (1) ، (2) وتغيير اشارة (2)

$36 = a(6 - h)$

$4 = a(-2 - h)$

$36 = 6a - ah$

$4 = -2a - ah$

وبالتعويض في (1)

$36 = 6a - ah$ ومنها $h = 3 - a$

$(x - 2)^2 = a(y - (3 - a))$

مثال

معادلة الدليل للقطع المكافئ $x^2 + 4x - 8 = 0$ هي:

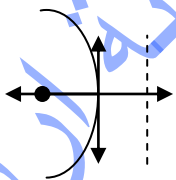
(أ) $x = 1$ (ب) $x = 3$ (ج) $x = 1$ (د) $x = 3$

مثال

جد الرأس والبؤرة والدليل والمحور واتجاه الفتحة للقطع

المكافئ $x^2 - 4x + 4 = 0$

الحل:



$x^2 - 4x + 4 = 0$

باكمال المربع $(x - 2)^2 = 0$

اضافة الى الطرفين

$x^2 - 4x + 4 = 0 + 4 + 4$

$(x - 2)^2 = 8$ مفتوح لليسر

$x - 2 = \pm \sqrt{8}$ ومنها $x = 2 + 2\sqrt{2}$

(أ) الرأس $(2, 0)$

(ب) والبؤرة $(2, -1) = (2, 1)$

(ج) معادلة المحور $x = 2$

مثال

اوجد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين $(0,0)$ ، $(3,1)$ ومحوره المستقيم الذي معادلته $s = 2$.

الحل:

محوره معادلته $s = 2$. احداثيات الرأس $(2, هـ)$ مفتوح للاعلى او للأسفل وسنفرض انه مفتوح للاعلى

$$(س - 2) = ٤ ج (ص - هـ)$$

يمر بالنقطة $(0,0)$

$$(2 - 0) = ٤ ج (0 - هـ) ومنها$$

$$٤ = ٤ ج هـ (١)$$

يمر بالنقطة $(3,1)$

$$(2 - 1) = ٤ ج (٣ - هـ)$$

$$١ = ١٢ ج - ٤ ج هـ (٢)$$

من (١) ، (٢) وتغير اشارة (٢)

$$٤ = ٤ ج هـ$$

$$١ = ١٢ ج - ٤ ج هـ بالطرح$$

$$٣ = ١٢ ج - ٤ ج هـ ومنها ج = ٤/١$$

اذن هو مفتوح للأسفل

وبالتعويض في (١)

$$٤ = ٤ ج هـ - ٤ ج هـ ومنها هـ = ٤$$

$$(س - 2) = ٤ ج (ص - 4)$$

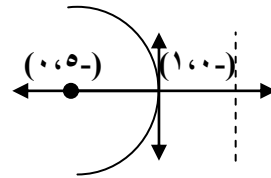
مثال

في الشكل المجاور يمثل قطع

مكافئ رأسه $(0,1-)$

وبؤرته $(0,5-)$ جد معادلة

هذا القطع المكافئ.



$$(أ) س = ٣ (ب) س = ٤ (ج) س = ٥ (د) ص = ٥$$

مثال

جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(0,1)$ ومعادلة

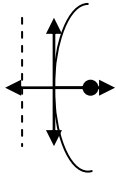
دليلة هي $s = 3$

الحل:

معادلة دليلة هي $s = 3$ وبؤرته $(0,1)$

الفتحة لليمين

الصورة القياسية



$$(ص - هـ) = ٤ ج (س - ٣)$$

$$٢ ج = ١ - ٣ = ٤ ومنها ج = ٢$$

$$\text{معادلة الدليل } د - ج = ٣$$

$$\text{ومنهاد } د = ٣ \text{ ومنها } د = ١$$

$$(ص - ١) = ٨ (س + ١)$$

$$ص = ٨ (س + ١)$$

مثال

قطع مكافئ معادلته $ص^2 - ١٢ ص - ١٦ = ١٤$ س

جد

(١) احداثي الرأس (٢) احداثي البؤرة

(٣) معادلة الدليل (٤) معادلة المحور

الحل:

$$٢ (ص - ٦) = ١٦ + س + ١٤$$

$$\text{باكمال المربع } ٩ = ٢ (٦ / ٦ -)$$

اضافة الى الطرفين

$$٢ (ص - ٦) = ٩ + س + ١٦ = ١٨ + س$$

$$٢ (ص - ٦) = ١٦ (س + ٢)$$

$$٢ (ص - ٦) = ٨ (س + ٢)$$

الصورة القياسية لليمين

$$(ص - ٥) = ٤ ج (س - ٣)$$

$$٤ ج = ٨ ومنها ج = ٢$$

$$(١) \text{ الرأس } (٥, ٣)$$

$$(٢) \text{ البؤرة } (٥, ٣) = (٢, ٣ + ٢) = (٣, ٥)$$

$$(٣) \text{ معادلة الدليل } س = ٣ - ٢ = ١ ومنها س = ٤$$

$$(٤) \text{ معادلة محور التماثل } ص = ٥ ومنها ص = ٣$$

مثال

جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرتاه (٢ ، ١) ويمر منحناه (١ - ، ٥) ويقع رأسه اسفل بؤرتاه.
الحل :

مفتوح للأعلى

الصورة القياسية (س - ١) = ٢ (٤ - ج - ص - هـ)

يمر منحناه (١ - ، ٥)

١٦ = ٤ (١ - هـ) (١)

لكن هـ + ج = ٢ ومنها هـ = ٢ - ج ... (٢)

بالتعويض (٢) في (١)

١٦ = ٤ (١ - (٢ - ج))

١٦ = ٤ (٣ - ج)

٤ = (٣ - ج)٤

٤ = (٤ - ج) (١ + ج) ومنها ج = ٤ ، ١ - يهمل

هـ = ٢ - ٤ ومنها هـ = ٢ -

المعادلة (س - ١) = ٢ (٤ - ج - ص + ٢)

مثال

قطع مكافئ معادلته ص^٢ - ٦ص - ٨س - ٣١ = ٠ جد
(١) احداثي الرأس (٢) احداثي البؤرة (٣) معادلة الدليل

الحل :

ص^٢ - ٦ص - ٨س - ٣١ = ٠

باكمال المربع (٢ / ٦ -) = ٩

اضافة الى الطرفين

ص^٢ - ٦ص - ٨س - ٣١ = ٩ + ٣١ + ٨س

(ص - ٣) = ٢ (٨س + ٥)

الصورة القياسية لليمين

(ص - هـ) = ٢ (٤ - ج - س - د)

٤ = ج - ٨ ومنها ج = ٢

(١) الرأس (د ، هـ) = (٣ ، ٥)

(٢) البؤرة (د + ج ، هـ) = (٣ ، ٣ + ٥) = (٣ ، ٨)

(٣) معادلة الدليل س = د - ج - ٥ - ٢ ومنها س = ٧ -

مثال

جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرتاه (٢ ، ٢) ومعادلة دليله هي س = ٥ -

الحل :

معادلة دليله هي س = ٥ - وبؤرتاه (٢ ، ٢)

الفتحة لليمين

الصورة القياسية

(ص - هـ) = ٢ (٤ - ج - س - د)

٢ = ج - ٢ - ٥ ومنها ج = ٧

معادلة الدليل د - ج = ٥ -

ومنها د = ٧/٢ - ومنها د = ٢/٣ -

(ص - ٢) = ٢ (٤ - (٢/٣ + س))

مثال

إذا كانت معادلة محور القطع المكافئ ص = ٢ - ، ومعادلة دليله س = ١ - ويمر منحناه بالنقطة (٤ ، ٥) فان منحناه يتجه نحو

(أ) اليمين (ب) اليسار (ج) الأعلى (د) الأسفل

مثال

قطع مكافئ رأسه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات ويمر منحناه (- ، ٤ -) جد ما يلي
(١) احداثي بؤرتاه (٢) معادلة دليله

الحل :

بؤرتاه على محور الصادات يعني انه مفتوح للأعلى او للأسفل

الصورة القياسية س = ٢ - ٤ - ج - ص

يمر منحناه (- ، ٤ -)

١٦ = ٤ - ج - ٥ - وهي ج = ٥/٤

س = ٢ - ٥/١٦

البؤرة (٠ ، ٥/٤)

معادلة الدليل ص = ٥ / ٤

مثال

منحنى القطع المخروطي الذي معادلته

$$(س-٢)^2 - ١٦(ص+٣) = ٠ \text{ فان منحناه يتجه نحو}$$

(أ) اليمين (ب) اليسار (ج) الاعلى (د) الاسفل

مثال

معادلة الدليل للقطع المكافئ $٤ص = س^٢$ هي:

$$١(أ) ص=١ (ب) ص=١ (ج) س=١ (د) س=١$$

مثال

$$\text{قطع مكافئ } ص = \frac{١}{٢} س^٢ - \frac{١}{٢} س - \frac{١}{٢}$$

(١) احداثيات البؤرة والرأس

(٢) معادلة الدليل

الحل:

$$٢ص = ١ - ٢س - س^٢$$

$$س^٢ + ٢س + ١ = ٠$$

$$س^٢ + ٢س + ١ = ٠ \Rightarrow (س+١)^2 = ٠$$

$$س = -١ \text{ مفتوح للأسفل}$$

$$٤ - ٢ = ٢ \text{ ومنها ج} = \frac{١}{٢}$$

$$(١) \text{ البؤرة } (د، هـ) = (-١، ٢/١)$$

$$\text{الرأس } (د، هـ) = (-١، ١)$$

$$(٢) \text{ معادلة الدليل } ص = هـ + ج$$

$$٢/١ + ١ =$$

$$ص = ٢/٣$$

مثال

جد احداثيات الرأس والبؤرة ومعادلتى الدليل والمحور

للقطع المخروطي الذي معادلته

$$٣س^٢ - ٤ = ٨ص + ١٢س$$

الحل:

$$٣س^٢ - ١٢س = ٨ص + ٤$$

$$٣(س-٤) = ٨ص + ٤$$

$$٣(س-٤) = ٨ص + ٤$$

$$(س-٢) = ٣/٨(ص+٢) \text{ مفتوح للاعلى}$$

الراس (٢، -٢)

$$٤ ج = ٣/٨ \text{ ومنها ج} = ٣/٢$$

$$\text{البؤرة } (د، هـ) = (٢، -٣/٢)$$

$$(٢، -٣/٤)$$

معادلة الدليل $ص = هـ - ج$

$$٣/٢ - ٢ =$$

$$\text{ومنها } ص = ٣/٨$$

$$\text{معادلة المحور } س = د \text{ ومنها } س = ٢$$

مثال

تتحرك نقطة (س، ص) على منحنى بحيث يتحدد موقعها

في اللحظة $٠ \leq ن$ بالمعادتين $س = ٢ن$ ، $ص = ٣ن$

جد معادلة المسار للنقطة و ثم بين نوع هذا المسار.

الحل:

$$س = ٢ن$$

$$١ + س$$

$$س = ٢جتان - ١ \text{ ومنها جتان} = \frac{١ + س}{٢} \text{ (١)}$$

$$ص = ٣جان \text{ بتربيع الطرفين}$$

$$ص = ٩جان^٢ \text{ ومنها جان} = \sqrt{ص/٩} \text{ (٢)}$$

بجمع (١)، (٢)

$$ص + ١ = \frac{١ + س}{٢} + \frac{٢}{٩} ص$$

$$١ = \frac{١ + س}{٢} + \frac{٢}{٩} ص$$

$$٢ص + ١٨ = ٩ + س + ٢ص$$

$$٢ص - ٢ص = ٩ - ١٨ + س$$

$$ص = ٢/٩(س - ٢)$$

قطع مكافئ مفتوح لليسار

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

مثال

جد احداثيات الراس والبؤرة ومعادلتى الدليل والمحور للقطع المخروطي الذي معادلته

$$4x^2 - 3 = 8y + 4x$$

الحل :

$$4x^2 - 8y + 4x - 3 = 0$$

$$4(x^2 + x - 2) - 8y - 3 = 0$$

$$4(x^2 + x - 2) = 8y + 3$$

اضافة الي الطرفين

$$4(x^2 + x - 2) + 4 = 8y + 3 + 4$$

$$4(x^2 + x - 1) = 8y + 7$$

$$4(x^2 + x - 1) = 8y + 7$$

الصورة القياسية لليمين

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$4(x^2 + x - 1) = 8y + 7$$

$$(1, 4/7) = (h, k)$$

$$(2, 1) = (x, y) \Rightarrow (4, 1/1 + 4/7) = (4, 11/7)$$

$$(3) \text{ معادلة الدليل } 8y + 7 = 4x^2 + 4x - 4 \Rightarrow 8y = 4x^2 + 4x - 8 \Rightarrow y = x^2 + x - 2$$

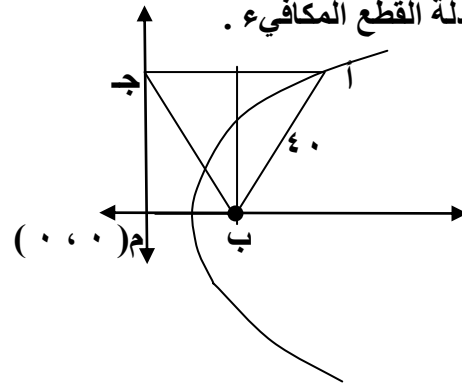
$$(4) \text{ معادلة محور التماثل } y = 1$$

مثال

الشكل ادناه يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب .

وكان المثلث أ ب ج متطابق الاضلاع طول ضلعه (٤٠)

وحدة ، فجد معادلة القطع المكافئ .



الحل :

$$A(40, 40) = (x, y)$$

القطعة الواصلة من ب الى قاعدة المثلث أ ب ج

تنصفه لانه مثلث متطابق الاضلاع

اذن البؤرة (٠، ٢٠)

$$2 = 20 \text{ ج} \text{ و } 10 = 10 \text{ ج}$$

الرأس (٠، ١٠)

$$ص^2 = 4(س - د)$$

$$ص^2 = 4(س - ١٠)$$

$$ص^2 = 4(س - ٢٠)$$

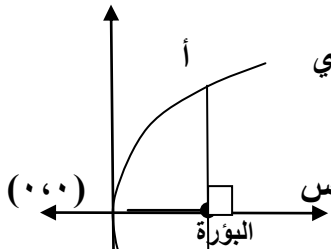
مثال

معتمداً على الشكل الاتي الذي

يمثل قطعاً مكافئاً، اذا علمت

ان أ أ (٨) وحدات

، فجد معادلته



الحل :

معادلة القطع المكافئ

$$(ج، ٢ج)$$

$$(٠، ٠)$$

$$ص^2 = ٤جس$$

$$(ج، ٢ج)$$

$$\text{عند } ص = ج \Rightarrow ٤ج^2 = ٤ج^2$$

ومنها ص = ج

نقاط تقاطعها مع القطع (ج، ٢ج)، (ج، ٢ج - ج)

اذن المسافة بين نقطتي التقاطع = ج

$$٤ = ج \text{ ومنها } ج = ٢$$

اذن ص = ٨ س

حل آخر

النقطة (ج، ٤ ± ج) تقع على المنحنى ص^2 = ٤جس

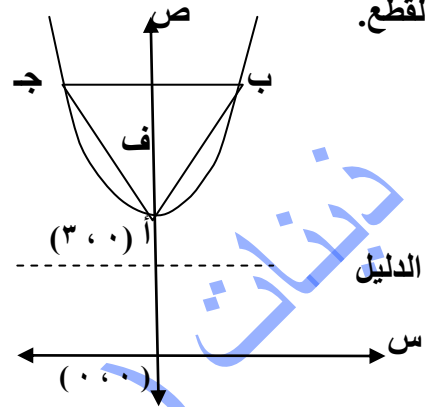
س

$$\text{ومنها } ١٦ = ٤ج^2 \text{ ومنها } ج = ٢$$

اذن معادلة القطع ص^2 = ٨ س

مثال (الـ)

معتمداً الشكل ادناه يمثل منحنى قطع مكافئ اذا علمت ان المثلث أ ب ج متطابق الاضلاع طول ضلعه (٨) وحدات ، فيه الضلع ب ج يوازي دليل القطع المكافئ فجد معادلة القطع.



الحل :

المثلث أ ب ج متساوي الاضلاع العمود النازل من راس المثلث الى قاعدته تنصف قاعدة المثلث



$$f^2 = 64 + 16 = 80$$

$$f = \sqrt{80}$$

فالنقطة ب (٤ ، ٣ + $\sqrt{80}$)

تحقق معادلة القطع

معادلة القطع

$$ص = ٤ = \frac{١٦}{٤} + ٣$$

$$١٦ = \frac{٤٨١}{٤} + ٣$$

$$\frac{١٦}{٤} = ٤$$

معادلة القطع

$$ص = \frac{١٦}{٤} + ٣ = ٧$$

$$ص = \frac{١٦}{٣} + ٣$$

القطع الناقص

مثال (الـ)

المحور الاكبر للقطع الناقص الذي بؤرتاه

$$(-2, 1), (1, 1) \text{ ويمر بالنقطة } (-2, 3)$$

$$(أ) ١٨ \text{ وحدة (ب) } ٩ \text{ وحدات (ج) } ٥ \text{ وحدات (د) } ٤ \text{ وحدات}$$

ص (٢٠٠٧)

جد معادلة القطع الناقص الذي رأسه (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٨) وطول محوره الاصغر يساوي اربعة امثال المسافة بين احد رأسيه والبؤرة القريبة من ذلك

الحل :

سيني المركز (-٣ ، ٠)

$$د + ٢ = أ + ٣ \text{ ومنها } ٢ = أ - ٣ \text{ ومنها } ٥ = ٢$$

$$٢ = ب - ٤ \text{ ومنها } ٤ = ب - ٢$$

$$ب - ١٠ = ٢ - ٤ \text{ ومنها } ١٠ = ب - ٢ \text{ ومنها } ١٢ = ب$$

$$ب - ٢ = ١٠ \text{ ومنها } ١٢ = ب$$

$$ب - ٢٥ = ٢ - ٤ \text{ ومنها } ٢٣ = ب$$

بتعويض (١) في (٢)

$$٢ - ٢٥ = ٢ - ٤ \text{ ومنها } ٢٣ = ب$$

$$٢٥ = ٢ - ٤ \text{ ومنها } ٢٩ = ب$$

$$٠ = ٧٥ + ٤٠ \text{ ومنها } ١١٥ = ب$$

$$٠ = ١٥ + ٨ \text{ ومنها } ٢٣ = ب$$

$$٣ ، ٥ = ٠ \text{ ومنها } ٨ = ب$$

$$٠ = ١٠ - ١٠ \text{ مرفوضه } ٠ = ١٠ - ١٠$$

$$٤ = ٦ - ١٠ \text{ ومنها } ٤ = ٦ - ١٠$$

$$٢(٠ - ص) + ٢(٣ + س)$$

$$١ = \frac{٢٥}{١٦} + \frac{٢٥}{٢٥}$$

مثال (الـ)

النقطة ن (س ، ص) واقعة على منحنى القطع الناقص

الذي مساحته (٢٠ π) وحدة مربعة ، وطول المحور

الاصغر (٨) وحدات وبؤرتاه النقطتان ب_١ ، ب_٢ ، ما

محيط المثلث ن ب_١ ب_٢

$$(أ) ١٣ \text{ (ب) } ١٤ \text{ (ج) } ١٦ \text{ (د) } ١٨$$

مثال

قطع ناقص مساحته $(\pi \cdot 40)$ وحدة مربعة، ومركزه نقطة الاصل ومحوره الاكبر ينطبق على محور الصادات، وطول محور الاصغر (10) جد معادلته

الحل

ينطبق على محور الصادات

$$1 = \frac{b^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

قطع ناقص مساحته $(\pi \cdot 40) = \pi \cdot b \cdot a$

لكن $b = 10$ ومنها $b = 5$

$$\pi \cdot 40 = \pi \cdot 5 \cdot a \Rightarrow a = 8$$

$$1 = \frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{64}$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة $(2, 3)$ وإحدى بؤرتيه $(2, -1)$ وطول محوره

الاصغر $= 6$ سم

الحل

قطع سيني

$$1 = \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2}$$

$$h = 2, k = 3 \Rightarrow 1 = \frac{(x-2)^2}{a^2} + \frac{(y-3)^2}{b^2}$$

طول محوره الاصغر $= 6$ ومنها $b = 3$

$$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$16 = a^2 - 9 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$1 = \frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9}$$

مثال

قطع ناقص معادلته $s^2 + 4v^2 + 6s + 23 = 8 + 23$ ص جد

1. إحداثيات المركز
2. إحداثيي كل من الراسين
3. إحداثيي كل من البؤرتين
4. الاختلاف المركزي

الحل

$$s^2 + 4v^2 + 6s + 23 = 8 + 23$$

$$s^2 + 6s + 23 - 8 = 23 - 8$$

$$(s^2 + 6s + 9) + 14 = 15$$

$$(s+3)^2 + 14 = 15$$

$$(s+3)^2 = 1$$

$$s+3 = \pm 1 \Rightarrow s = -3 \pm 1$$

• قطع ناقص سيني مركزه $(-3, 1)$

$$a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$$

• الراسين $(-3 \pm 1, 1) = (-4, 1)$ و $(-2, 1)$

$$(1, 3), (1, 9), (1, -1)$$

• البؤرتين

$$c = a - b = 3 - 2 = 1$$

$$c = 1 \Rightarrow c^2 = 1$$

$$27 = 9 - 1 = 8$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

البؤرتين $(-3 \pm 2\sqrt{2}, 1)$

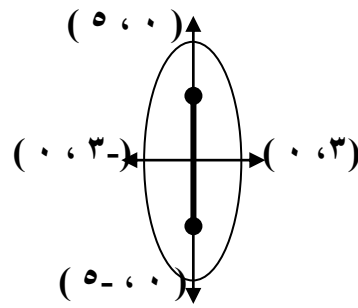
$$(1, 3 - 2\sqrt{2}), (1, 3 + 2\sqrt{2})$$

• والاختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$

مثال

البعد البؤري للقطع المخروطي المبين في الشكل

(٥، ٠)



٤ (أ)

١٠ (ب)

٦ (ج)

٨ (د)

مثال

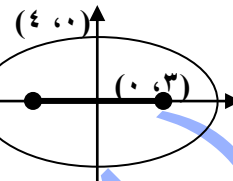
الشكل المجاور يمثل قطع ناقص

مركزه نقطة الاصل م

واحدى بؤرتيه النقطة ب ،

واحدى نهايتي محوره الاصغر النقطة د ، جد طول

محزره الاكبر



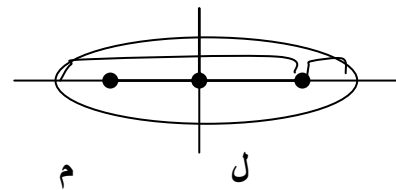
١٤ (أ) ٧ (ب) ١٠ (ج) ٥ (د)

مثال

في القطع الناقص المجاور إذا كان ل المسافة بين احدى

بؤرتيه والرأس القريب منها ، م المسافة بين البؤرة

نفسها



والرأس البعيد عنها ، وكانت ل/م = ٥/١ وطول

المحور الاصغر ٥ جذه ، جد كلاً مما يلي لهذا القطع

١) إحداثيي كل من البؤرتين

٢) إحداثيي كل من الرأسين

٣) معادلة القطع

٤) الاختلاف المركزي

الحل :

اقصر مسافة ل = أ - ج

اطول مسافة م = أ + ج

ل أ - ج ١

م أ + ج ٥

٥ - أ = ج ٥ = أ + ج

ومنها ٦ ج = ٤ أ ومنها ج = ٣/٢ أ

لكن ٢ ب = ٤ جذه

ب = ٢ جذه

ج ٢ = أ ٢ - ب ٢

٢٠ - ٢ أ ٢ = ٤

٢ أ ٤ = ٢ أ ٩ - ١٨٠ ومنها ٢ أ ٥ = ١٨٠

ومنها ٢ أ ٣٦ = ٣٦ ومنها أ = ٦

لكن ج = ٣/٢ أ ومنها ج = ٤

١) إحداثيي كل من البؤرتين (٠، ٤ ±) = (٠، ٤ ±)

٢) إحداثيي كل من الرأسين (٠، ٦ ±) = (٠، ٦ ±)

٣) معادلة القطع

س ٢ ص ٢

١ = ٢٠ + ٣٦

٤) الاختلاف المركزي

ه = ج / أ ومنها ه = ٦/٤

مثال

قطع ناقص معادلته س ٢ + ٢ ص ٢ - ٦ س + ٤ ص + ٧ = ٠ جد

١. إحداثيات المركز

٢. إحداثيي كل من الرأسين

٣. إحداثيي كل من البؤرتين

٤. الاختلاف المركزي

الحل :

س ٢ + ٢ ص ٢ - ٦ س + ٤ ص + ٧ = ٠

(س - ٢) ٢ + (٢ ص - ٣) ٢ = ١

(س - ٣) ٢ + (٢ ص - ١) ٢ = ٤

١ = (س - ٣) ٢ / ٤ + (٢ ص - ١) ٢ / ٢

١) المركز ه = (٤، ٣) = د = (٣، ١)

$$(2) \text{الراسين (د ± أ، هـ)} = (3 ± ٨، ٢-)$$

$$(٢-، ٥-)، (٢-، ١١)$$

(٣) البورتين

$$(٢-، \sqrt{٤٨} ± ٣) = (هـ، ج ± د)$$

$$(٢-، \sqrt{٤٨} - ٣)، (٢-، \sqrt{٤٨} + ٣)$$

مثال

قطع ناقص طول محوره الاكبر مثلي طول محوره الاصغر ،

اوجد اختلافه المركزي

$$(أ) \frac{\sqrt{٣٦}}{٢} \text{ (ب) } \frac{١}{\sqrt{٣٦}} \text{ (ج) } \frac{١}{٢} \text{ (د) } \frac{٣}{٤}$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٢، ٣) ،

(٢، ٩) وطول محوره الاكبر = ١٢ وحدة.

الحل :

المركز (٦، ٢) القطع سيني

$$١٢ = أ ومنها أ = ٦$$

$$٣ = ج ومنها ج = ٩$$

$$ج - أ = ٢ ب$$

$$٩ = ٣٦ - ب ومنها ب = ٢٥$$

$$\frac{(س - ٦)^2}{٣٦} + \frac{(ص - ٢)^2}{٢٥} = ١$$

$$(2) \text{الراسين (د ± أ، هـ)}$$

$$٢ = أ ومنها أ = ٢$$

$$(١-، ٢ ± ٣) = (هـ، د ± أ، هـ)$$

$$(١-، ٥)، (١-، ١)$$

(٣) البورتين

$$ج - أ = ٢ ب$$

$$٢ - ٤ =$$

$$٢ =$$

$$\sqrt{٢} = ج ومنها ج = \sqrt{٢}$$

$$(١-، \sqrt{٢} ± ٣) = (هـ، د ± ج، هـ)$$

$$(١-، \sqrt{٢} - ٣)، (١-، \sqrt{٢} + ٣)$$

$$(٤) \text{والاختلاف المركزي هـ} = ج / أ = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$$

مثال

طول المحور الاصغر للقطع الناقص الذي يمس كلا من

المستقيمات س = ١ ، س = ٩ ، ص = -١ ، ص = ٥ يساوي

$$(أ) ٨ \text{ (ب) } ٦ \text{ (ج) } ٤ \text{ (د) } ٣$$

مثال

قطع ناقص معادلته $(٢ + ص)^2 + (٣ - س)^2 = ٦٤$ جد

١. إحداثيات المركز

٢. إحداثيي كل من الراسين

٣. إحداثيي كل من البورتين

الحل :

$$١ = \frac{(٣ - س)^2}{٦٤} + \frac{(٢ + ص)^2}{٦٤}$$

$$١ = \frac{(٣ - س)^2}{٦٤} + \frac{(٢ + ص)^2}{١٦}$$

(١) قطع ناقص صادي مركزه (٣، ٢)

$$٦٤ = أ ومنها أ = ٨$$

$$١٦ = ب ومنها ب = ٤$$

$$ج - أ = ٢ ب$$

$$١٦ - ٦٤ = ج ومنها ج = \sqrt{٤٨}$$

$$1 = \frac{9}{ب^2} + \frac{1}{أ^2} \dots (1)$$

$$\text{كذلك } \frac{1}{2} = \frac{ج}{أ}$$

$$أ - 2 = ج \dots (2)$$

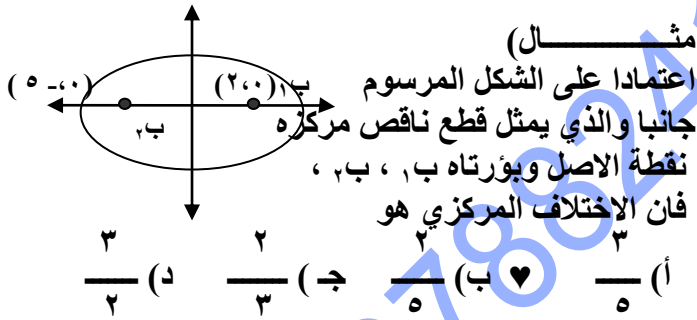
بتعويض (2) في ج = أ - 2 ومنها $\frac{1}{4} = \frac{أ}{ب^2} - \frac{1}{أ^2}$ ومنها ب = 3/4 أ بالتعويض في (1)

$$1 = \frac{1}{أ^2} + \frac{9}{16 \cdot \frac{16}{9} أ^2} \dots (1)$$

$$1 = \frac{1}{أ^2} + \frac{1}{12} \dots (1)$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{أ^2} - \frac{1}{12} \dots (1)$$

$$1 = \frac{1}{39} + \frac{1}{13}$$



مثال

$$1 = \frac{1}{ب^2} + \frac{1}{أ^2} \dots (1)$$

$$\text{اثبت ان } ب = أ - 1$$

حيث ه الاختلاف المركزي للقطع الناقص

الحل:

$$ج = أ - 1 \text{ لكن } \frac{ج}{أ} = ه$$

$$\text{ومنها } ج = أ ه$$

$$أ ه = أ - 1$$

$$ب = أ - 1$$

مثال

تتحرك نقطة (س ، ص) في المستوى بحيث ان

$$س = 3 + 2 ج ه ، ص = 4 + 2 ج ه : ه زاوية$$

متغيرة جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و بين نوعه .

الحل:

$$س = 3 + 2 ج ه$$

$$(س - 3) = 2 ج ه$$

$$\text{بتربيع الطرفين } (س - 3)^2 = 4 ج ه$$

$$\frac{(س - 3)^2}{4} = ج ه$$

$$ص = 4 + 2 ج ه$$

$$(ص - 4) = 2 ج ه$$

$$\text{بتربيع الطرفين } (ص - 4)^2 = 4 ج ه$$

$$\frac{(ص - 4)^2}{4} = ج ه$$

$$\text{لكن } ج ه = \frac{(س - 3)^2}{4} = \frac{(ص - 4)^2}{4}$$

$$1 = \frac{(س - 3)^2}{4} + \frac{(ص - 4)^2}{4}$$

مثال

مساحة القطع الناقص الذي معادلته

$$4س^2 + 9ص^2 = 36 \text{ بالوحدات المربعة تساوي}$$

$$\frac{1}{\pi} (ب) \frac{\pi}{6} (ج) \pi 36 (د) \pi 13$$

مثال

اوجد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه نقطة الاصل

ومحوره الاكبر يوازي محور السينات ويمر بالنقطة

$$(1 ، 3) \text{ واختلافه المركزي } 1/2 .$$

الحل:

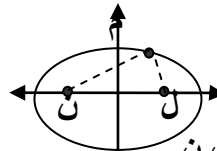
$$س = 3 + 2 ج ه$$

$$1 = \frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{9}$$

$$\text{تمر بالنقطة } (1 ، 3)$$

مثال

الشكل المجاور يمثل قطع ناقص مركزه النقطة (1, 1)، وبؤرتاه النقطتين ل، ن والاختلاف المركزي (0.6) فإذا كان محيط المثلث م ل ن يساوي (64) وحدة، فجد معادلة هذا القطع.



الحل:

$$ج / أ = 0.6 \text{ ومنها } ج = 0.6 أ$$

$$\text{محيط المثلث م ل ن} = 2 + أ + ج$$

$$ج + 2 + أ = 64$$

$$0.6 أ + 2 + أ = 64$$

$$1.6 أ + 2 = 64$$

$$1.6 أ = 62 \text{ ومنها } أ = 38.75$$

$$\text{لكن } ج = 0.6 أ \text{ ومنها } ج = 23.25 \text{ ومنها } ج = 12$$

$$ج - أ = 144 \text{ ومنها } ج = 20 \text{ ومنها } ج = 12$$

$$144 = ج - أ = 20 - 12 \text{ ومنها } ج = 20 \text{ ومنها } ج = 12$$

$$1 = \frac{ج}{206} + \frac{أ}{400}$$

مثال

قطع ناقص مساحته (40π) وحدة مربعة، ومركزه ورأساه (±8, 0)، جد معادلته.

الحل

ينطبق على محور السينات

$$1 = \frac{ج}{ب} + \frac{أ}{ب}$$

$$\text{قطع ناقص مساحته (40π) } = أ × ب × π$$

$$\text{لكن } 16 = أ \text{ ومنها } 8 = ب$$

$$5 = ب × 8 = π \text{ ومنها } ب = 5$$

$$1 = \frac{ج}{25} + \frac{أ}{64}$$

مثال

جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$$٤٤ + ٩ص^٢ - ٨٤س + ٧٢ص + ٤٤ = ٠$$

الحل:

$$٤٤ + ٩ص^٢ - ٨٤س + ٧٢ص + ٤٤ = ٠$$

$$٤(١٢ - ٣س + ٩ص + ١١) = ٠ \text{ ومنها } ١٤٤ + ١٤٤ + ١٤٤ = ٠$$

$$٤(٦ - س) + ٩(٤ + ص) = ١٤٤$$

$$١ = \frac{٢(٤ + ص)}{١٦} + \frac{٢(٦ - س)}{٣٦}$$

قطع ناقص سيني

$$(١) \text{ المركزه } = (٤, ٦) = (٤, ٦)$$

(٢) الرأسين

$$٣٦ = أ \text{ ومنها } ٦ = ب$$

$$\text{الرأسين } = (٤ ± ٦, ٦) = (٤, ٦) \text{ ومنها } (٤, ٦)$$

$$(٤, ٠), (٤, ١٢)$$

(٣) البؤرتين

$$ج - أ = ٢٠$$

$$١٦ - ٣٦ = ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$

$$\text{ومنها } ج = ٢٠$$

$$\text{البؤرتين } = (٤ ± ٦, ٦) = (٤, ٦) \text{ ومنها } (٤, ٦)$$

$$(٤, ٦), (٤, ٦)$$

٢٠

$$\frac{٢٠}{٦} = أ / ج = هـ \text{ والاختلاف المركزي هـ}$$

مثال

جد معادلة قطع ناقص احد رأسيه يقع في النقطة
(١، ٣) واحداثيات البؤرة القريبة من هذا
الرأس (١، ١) واختلافه المركزي ٥/٣ .

المركز

الحل :

$$\begin{array}{c} \bullet \\ \hline (1, 1) \quad (1, 3) \end{array}$$

$$د + ج = ١ \dots\dots\dots (١)$$

$$د + أ = ٣ \dots\dots\dots (٢)$$

لكن ج = ١ - ٥/٣ ومنها ج = ٣ - ٥ = (٣) من (١) وتغير اشارة (٢)

$$د + ج = ١ \dots\dots\dots (١)$$

$$د + أ = ٣ \dots\dots\dots (٢)$$

$$ج - أ = ٢ \dots\dots\dots (٤)$$

من (٣)، (٤) وضرب (٤) في ٣ وتغير اشارتها

$$٥ - أ = ٣ \dots\dots\dots (٣)$$

$$-ج + أ = ٦ \dots\dots\dots (٤)$$

ج = ٣ بالتعويض في (١) فان د = ٢ -

بالتعويض في (٢) فان أ = ٥

لكن ج = ١ - ٥/٣ ومنها ج = ١ - ٥ = ١٦ = ٩ - ٢٥ =

$$\frac{١}{١٦} = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$١ = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$\frac{١}{١٦} = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$١ = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

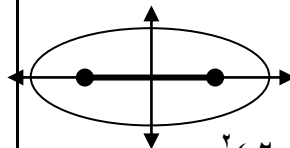
$$١ = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

مثال

قطع مخروطي بعده البؤري اقل من البعد بين رأسيه ،
مركزه (٢، ٢) واحدى بؤريه النقطة (٢، ٧)
ويمر منحناه بالنقطة (٦، ٥)

الحل :

قطع سيني



$$\frac{١}{١٦} = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$١ = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$١ = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١}{١٦}$$

$$٥ = ٢ - ٧ = ج ومنها ج = ٥$$

القطع الزائد
مثال

(١) جد الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي

$$\text{معادلته } ١٤٤ = ٢ص - ١٦ص٢$$

$$\text{أ) } ٣/٥ \quad \text{ب) } ٣/٤ \quad \text{ج) } ٤/٥ \quad \text{د) } ٢/٣$$

مثال

قطع زائد معادلته $٧(ص-٣) - ٩(س+١) = ٦٣$ اوجد

١. احداثي المركز ٢. احداثيات البؤرتين،

٣. احداثيات الرأسين ٣. الاختلاف المركزي

الحل :

بالقسمة على ٦٣

$$١ = \frac{٢(١+س)}{٧} - \frac{٢(ص-٣)}{٩}$$

$$٩ = ٩ \text{ ومنها أ} = ٣$$

$$٧ = ٧ \text{ ومنها ب} = ٣$$

$$٢ = ٢ \text{ ومنها ج} = ٣$$

$$٤ = ٧ + ٩ \text{ ومنها د} = ١٣$$

$$\text{أ) المركز (د، هـ) = (١٣، ٣)}$$

$$\text{ب) البؤرتين (د، هـ) = (١٣ ± ٣، ١) = (١٦، ١) و (١٠، ١)}$$

$$\text{ج) الرأسين (د، هـ) = (١٣ ± ٣، ١) = (١٦، ١) و (١٠، ١)}$$

$$\text{د) الاختلاف المركزي ج/أ} = ٣/٤$$

مثال

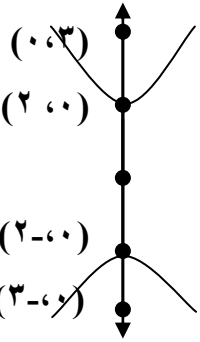
القطع المخروطي الذي معادلته $٣٦ = ٢ص - ٩س$

يكون اختلافه المركزي يساوي

$$\text{أ) } \frac{٥}{٩} \quad \text{ب) } \frac{١٣}{٣} \quad \text{ج) } \frac{١٣}{٤} \quad \text{د) } \frac{١٣}{٢}$$

مثال

معادلة القطع المخروطي المبين في الشكل المجاور والذي



بؤرتاه ب_١ ، ب_٢ هي

$$\text{أ) } ١ = ٤/٢ص - ٥/٢س$$

$$\text{ب) } ١ = ٥/٢ص - ٤/٢س$$

$$\text{ج) } ١ = ٥/٢ص - ٤/٢س$$

$$\text{د) } ١ = ٤/٢ص - ٥/٢س$$

مثال

قطع زائد معادلته $١٨ - ٩س = ٤ص + ٨ص + ٣١$ جد

كل مما يلي

١) احداثيات الرأسين ٢) احداثيات البؤرتين

٣) طول المحور القاطع ومعادلته ٤) الاختلاف المركزي

الحل :

$$٩(س-٢) - ٤(ص+٢) = ١٨ - ٩س + ٣١$$

$$٩(س-٢) - ٤(ص+٢) = ٣٦$$

$$١ = \frac{٢(١+ص)}{٩} - \frac{٢(١-س)}{٤}$$

قطع زائد سيني

$$٢ = ٢ \text{ ومنها أ} = ٤$$

$$٣ = ٩ \text{ ومنها ب} = ٣$$

$$٢ = ٢ \text{ ومنها ج} = ٣$$

$$١٣ = ٩ + ٤ \text{ ومنها د} = ١٣$$

$$\text{المركز (أ، ب) = (١، ١)}$$

$$\text{أ) الرأسين (د ± أ، هـ) = (١ ± ١، ٢) = (٢، ٢) و (٠، ٢)}$$

$$\text{ب) البؤرتين (د ± ج، هـ) = (١ ± ٣، ١) = (٤، ١) و (-٢، ١)}$$

$$\text{ج) طول المحور القاطع } ٢ = ٤ \text{ ومعادلته } ١ =$$

$$\text{د) الاختلاف المركزي ج/أ} = ١٣/٢$$

مثال

نوع القطع المخروطي الذي معادلته

$$ص^2 = ٣س + ٢س^2$$

(أ) زائد (ب) مكافئ (ج) ناقص (د) دائرة

مثال

احداثيات نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد

$$(س + ٢) - (٢ - ص) = ١$$

$$(أ) (١ ± ٢, ٣) (ب) (٢ - ٣, ١ ± ٣)$$

$$(ج) (١ ± ٢, ٣ -) (د) (٢, ٣ - ١ ± ٣)$$

مثال

تتحرك النقطة ن(س، ص) بحيث يتحدد موقعها

بالمعادلة

$$س^2 = \frac{ص^2}{١٦} - ل$$

فان المحل الهندسي لحركة النقطة ن يمثل

(أ) مكافئ (ب) ناقص (ج) زائد (د) دائرة

مثال

قطع زائد مركزه النقطة (٢، ١) واحدى بؤرتيه النقطة

(٢، -٢) وبعده البؤري ثلاثة امثال طول محوره

القاطع جد كلاً ممايلي لهذا القطع

(١) احداثيات كلا من الراسين (٢) الاختلاف المركزي

(٣) معادلة القطع

الحل:

$$ج = ١ - (٢ -) = ٣$$

$$٢ ج = ٣ × ٢ أ ومنها ج = ٣ أ$$

$$اذن أ = ١$$

الراسان (د، هـ ± أ) ومنها

$$(٢، ٢)، (٠، ٢)$$

(٢) الاختلاف المركزي هـ = ج / أ = ٣

$$٣ ج = ٢ أ + ٢ ب$$

$$٩ = ١ + ب ومنها ب = ٨$$

الصورة العامة لمعادلة القطع

$$١ = \frac{(ص - هـ)^2}{١} - \frac{(س - د)^2}{٨}$$

$$١ = \frac{(ص - ١)^2}{١} - \frac{(س - ٢)^2}{٨}$$

مثال

المعادلة ٤س + ٢س + ٦ص - ١٢ = ٤ص + ٨س تمثل معادلة

(أ) دائرة (ب) ناقص (ج) زائد (د) مكافئ

مثال

قطع زائد معادلته ٤ص - ٣س + ٨ص + ١٦ = ٠ جد كل مما يلي

(١) احداثيي المركز (٢) احداثيي كل من البؤرتين

(٣) طول المحور المرافق

الحل:

$$٤(ص + ٢) + ١٦ - ٣س = ٠$$

$$٤(ص + ١) - ٣س = ١٢$$

$$١ = \frac{س}{٤} - \frac{(ص + ١)}{٣}$$

قطع زائد سيني

$$أ = ٢ ومنها أ = ٢$$

$$ب = ٣ ومنها ب = ٣$$

$$ج = ٢ أ + ٢ ب$$

$$ج = ٢ = ٣ + ٤ ومنها ج = ٧$$

المركز (٠، -١)

البؤرتين (د ± ج، هـ) = (٠ ± ٧، -١)

$$(١، ٧)، (١، -٧)$$

طول المرافق = ٢ = ب = ٣ وحدة

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

مثال
قطع مخروطي معادلته $5(s+1)^2 - 4(s-2)^2 = 20$ ،
ما اختلافه المركزي .

$$(أ) \frac{3}{2} \quad (ب) \frac{2}{3} \quad (ج) \frac{3}{5} \quad (د) \frac{5}{3}$$

مثال

جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه هما النقطتين

$(6, 4)$ ، $(-6, 4)$ ، واختلافه المركزي يساوي

$3/5$.

الحل :

قطع زائد صادي مركزه $(0, 4)$

$$(ص - هـ) \quad (س - د)$$

$$1 = \frac{2}{ب} - \frac{2}{أ}$$

$$12 = أ 2 \text{ ومنها } أ = 6$$

اختلافه المركزي يساوي $3/5$

$$\frac{ج}{هـ} = \frac{ج}{أ} = \frac{ج}{ب}$$

$$10 = ج \text{ ومنها } ج = 10$$

$$أ 2 = ب 2 + ج 2$$

$$36 = ب 2 + 100$$

$$64 = ب 2 \text{ ومنها } ب = 8$$

$$(ص - هـ) \quad (س - د)$$

$$1 = \frac{2}{ب} - \frac{2}{أ}$$

$$\frac{2}{ب} = \frac{2}{أ} + 1$$

$$1 = \frac{2}{ب} - \frac{2}{36}$$

$$\frac{2}{ب} = 1 + \frac{2}{36}$$

$$\frac{2}{ب} = \frac{38}{36}$$

مثال

قطع مخروطي معادلته

$$39 \quad 3$$

$$3(s+2)^2 - (ص+2)^2 = 39$$

١. مركز القطع

٢. احداثيات الرأسين

٣. طول المحور المرافق ٣. الاختلاف المركزي

الحل :

قطع زائد سيني

$$1 = \frac{2}{(2/3 + ص)} - \frac{2}{(2 + س)}$$

$$\frac{2}{39}$$

$$\frac{4}{13}$$

(١) المركز $(-2, -2/3)$

(٢)

$$2/13 = أ \text{ ومنها } أ = 2/13$$

$$2/39 = ب \text{ ومنها } ب = 2/39$$

$$ج = أ + ب$$

$$13 = 4/39 + 4/13 =$$

$$ج = 13$$

(٣) احداثيات الرأسين $(د + أ, هـ)$

$$(2/3 - 2, 2/13 - 2), (2/3 + 2, 2/13 + 2)$$

$$(٤) \text{ طول المحور المرافق } = 2 = ب$$

$$(٥) \text{ الاختلاف المركزي } هـ = ج / أ = 2$$

مثال
البعد البؤري للقطع المخروطي الذي معادلته

$$1 = \frac{ص}{س} - \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{16}{20} - \frac{16}{ص}$$

(ب) 5 وحدة

(أ) 4 وحدة

(د) 12 وحدة

(ج) 8 وحدة

مثال

معادلته $4س + 6س = 4ص - 8ص + 10$ تمثل قطع

(أ) دائرة (ب) زائد (ج) مكافئ (د) ناقص

مثال

جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف

المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$$9س + 8ص - 4ص + 36 = س$$

الحل :

$$9(س + 4) - (ص - 2)^2 = 36 + 4 = 40$$

$$9(س + 4) - (ص - 2)^2 = 40$$

$$1 = \frac{2(ص - 2)}{9} - \frac{2(س + 4)}{4}$$

قطع زائد سيني

$$أ = 4 \text{ ومنها } أ = 2$$

$$ب^2 = 9 \text{ ومنها } ب = 3$$

$$ج^2 = ب^2 + 2 = 13$$

$$ج^2 = 4 + 9 \text{ ومنها } ج = \sqrt{13}$$

المركز (٢ ، ١)

$$\text{الراسين (د } \pm \text{ أ ، هـ)} = (٢ \pm ٢ ، ١)$$

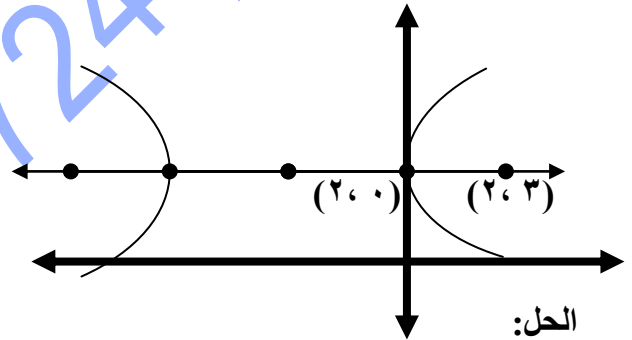
ومنها (١ ، ٤) ، (١ ، ٠)

$$\text{البؤرتين (د } \pm \text{ ج ، هـ)} = (٢ \pm \sqrt{13} ، ١)$$

والاختلاف المركزي هـ = ج / أ ومنها هـ = $\sqrt{13} / 2$

مثال

معتدماً على الشكل ادناه ، والذي يمثل منحنى قطع مخروطي اختلافه المركزي (٣) واحدى بؤرتيه النقطة (٢ ، ٣) جد معادلته .



الحل:

$$١) \dots\dots\dots ٣ = د + ج$$

$$٢) \dots\dots\dots ٠ = د + أ$$

لكن ج / أ = ٣ ومنها ج = ٣ أ (٣)

من (١) ، (٢) وتغير اشارة (٢)

$$١) \dots\dots\dots ٣ = د + ج$$

$$٢) \dots\dots\dots ٠ = د + أ$$

$$٤) \dots\dots\dots ٣ = أ - ج$$

بتعويض (٣) في (٤)

$$١٨ = ٣ - ٣ أ ومنها أ = ١.٥$$

وبتعويض قيمة (أ) في (٤)

$$ج = ١.٥ - ٣ = ١.٥ ومنها ج = ١.٥$$

وبتعويض قيمة (أ) في (٢)

$$١.٥ = د + ١.٥ ومنها د = ٠$$

لكن ج^2 = ب^2 + أ^2 ومنها

$$ب^2 = ١٨ - ٢.٢٥ = ١٨ - ٥ = ١٣$$

$$١ = \frac{١٨}{١٨} - \frac{١٣}{٩}$$

مثال

جد احداثيات المركز والراسين والبؤرتين والاختلاف

المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$$٥س^2 - ٤ص^2 = ٢٠ \text{ س - ١٦ ص - ١٦ = ٠}$$

الحل:

$$٥(س - ٤) + ٤(ص + ٤) = ٢٠ + ١٦ - ١٦ = ٢٠$$

$$٥(س - ٤) - ٤(ص + ٤) = ٢٠$$

$$١ = \frac{٥(س - ٤)}{٤} - \frac{٤(ص + ٤)}{٥}$$

قطع زائد سيني

$$أ^2 = ٤ \text{ ومنها } أ = 2$$

$$ب^2 = ٥ \text{ ومنها } ب = \sqrt{5}$$

$$ج^2 = ب^2 + أ^2 = 9$$

$$ج = 3 \text{ ومنها } ج = 3$$

(٢ ، ٢) المركز (١)

$$(٢ \pm ٢ ، ٢) = (٤ ، ٢) ، (٠ ، ٢) \text{ الراسين (٢)}$$

(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٠)

$$(٢ \pm ٣ ، ٢) = (٥ ، ٢) ، (-١ ، ٢) \text{ البؤرتين (٣)}$$

(٢ ، ٥) ، (٢ ، -١)

$$٤) \text{ الاختلاف المركزي ج / أ = } ٣ / ٢$$

مثال

تتحرك نقطة (س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد

موقعها بالنقطتين س = ٥ قاه - ٤ ، ص = ٣ ظا هـ :

هـ زاوية متغيرة جد معادلة مسار النقطة و بين نوعه

الحل:

$$س = ٥ قاه - ٤$$

$$(س + ٤)$$

$$\text{بتربيع الطرفين } ٥ قاه = \frac{٥(س + ٤)}{٥}$$

$$٥ قاه^2 = \frac{٥(س + ٤)^2}{٥}$$

$$ص = ٣ ظا هـ$$

$$(ص - ٣)$$

$$\text{بتربيع الطرفين } ٣ ظا هـ = \frac{٣(ص - ٣)^2}{٣}$$

$$(ص - ٢) = \frac{ظ^٢}{٩}$$

$$١ = ظ^٢ ه - ظا^٢ ه$$

$$١ = \frac{(س + ٤) ٢}{٢٥} - \frac{(ص - ٢) ٢}{٩}$$

قطع زائد سيني

مثال

جد احداثيات المركز والراسين والبورتين لقطع

المخروطي الذي معادلته

$$٩ص^٢ - ١٦س^٢ + ٣٦ص - ٣٦ = ١٢٤$$

الحل :

$$٩(ص^٢ - ٤ص + ٤) - ١٦(س^٢ - ٢س + ١) = ١٢٤ - ٣٦ + ١٦$$

$$٩(ص - ٢)^٢ - ١٦(س - ١)^٢ = ١٤٤$$

بالقسمة على ١٤٤

$$١ = \frac{(ص - ٢) ٢}{١٦} - \frac{(س - ١) ٢}{٩}$$

$$١٦ = أ^٢ \text{ ومنها } أ = ٤$$

$$٩ = ب^٢ \text{ ومنها } ب = ٣$$

$$ج^٢ = أ^٢ + ب^٢$$

$$ج^٢ = ١٦ + ٩ \text{ ومنها } ج = ٥$$

$$(١) \text{ المركز } (د، ه) = (١، ٢)$$

$$(٢) \text{ البورتين } (د، ه \pm ج) = (١، ٢ \pm ٥)$$

$$(١، ٢)، (٧، ١)$$

$$(٣) \text{ الراسين } (د، ه \pm أ) = (١، ٢ \pm ٤)$$

$$(١، ٦)، (١، ٢)$$

مثال

جد احداثيات المركز والراسين والبورتين والاختلاف

المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$$ص^٢ - ٩س + ٣٦ - ٨ص - ٢٩ = ٠$$

الحل :

$$ص^٢ - ٨ص + ١٦ - (٩س - ٤س + ٤) = ٢٩ - ١٦ - ٣٦$$

$$٩ = (ص - ٤)^٢ - (س - ٢)^٢$$

بالقسمة على ١٤٤

$$١ = \frac{(ص - ٤) ٢}{٩} - \frac{(س - ٢) ٢}{١}$$

$$٩ = أ^٢ \text{ ومنها } أ = ٣$$

$$١ = ب^٢ \text{ ومنها } ب = ١$$

$$ج^٢ = أ^٢ + ب^٢$$

$$ج^٢ = ٩ + ١ \text{ ومنها } ج = \sqrt{١٠}$$

$$(١) \text{ المركز } (د، ه) = (٢، ٤)$$

$$(٢) \text{ البورتين } (د، ه \pm ج) = (٢، ٤ \pm \sqrt{١٠})$$

$$(٣) \text{ الراسين } (د، ه \pm أ) = (٢، ٤ \pm ٣)$$

$$(٢، ٤)، (٧، ٢)$$

$$(٤) \text{ الاختلاف المركزي } = \frac{ج}{أ} = \frac{\sqrt{١٠}}{٣}$$

اسئلة دمج

مثال

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة أ (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً قدره ٣ وحدات عن المستقيم ٣س + ٤ص = ٥ وتمر اثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها

$$٩ = ٢(٢ - ص) + ٢(٤ - س)$$

الحل :

$$\left| \frac{٣س + ٤ص - ٥}{٢} \right| = ٣$$

$$\left| \frac{٣س + ٤ص - ٥}{١٦ + ٩} \right| = ٣$$

$$\left| \frac{٣س + ٤ص - ٥}{٥} \right| = ٣$$

$$١٥ - ٥ = ٣س + ٤ص - ٥$$

$$١٥ = ٣س + ٤ص - ٥$$

لكن تمر اثناء حركتها بمركز الدائرة (٢ ، ٤)

نعوض في (١) ، (٢) ونلاحظ انها تحقق المعادلة

الاولى ولا تحقق الثانية

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بمركز القطع الزائد الذي بؤرتاه (١ ، ٣) ، (١ ، ٧) وتمر بالنقطة (٤ ، ٢) ويقع مركزها على محور الصادات.

الحل :

مركز القطع الزائد (١ ، ٢) معادلة الدائرة التي مركزها على محور الصادات
 $س + ٢(ص - ١) = ٢$

تمر بمركز الدائرة (١ ، ٢)

$$٤ + ٢(١ - ١) = ٢$$

وتمر بالنقطة (٢ ، ٤)

$$١٦ + ٢(٢ - ١) = ٢$$

من (١) ، (٢)

$$٤ + ٢(١ - ١) = ٢$$

$$٤ + ٢ + ١ = ٢ + ١ + ١٦$$

$$١٦ = ٢ + ١ - ٤$$

$$١٥ = ٢ + ١$$

بالتعويض في (١)

$$٤ + ٢(٢/٥ - ١) = ٢$$

$$٤/٦٥ = ٢$$

$$٤/٦٥ = ٢(٢/٥ - ١) + ٢س$$

مثال

جد معادلة القطع الزائد الذي احد راسيه مركز الدائرة التي معادلتها (٢س - ٨) + (٢ص - ٦) = ١٦ وطول محوره المرافق يساوي طول قطر هذه الدائرة ومركزه يقع على المستقيم ١ - س

الحل :

$$١٦ = ٢(٢س - ٨) + ٢(٢ص - ٦)$$

$$١٦ = ٤(س - ٤) + ٤(ص - ٣)$$

$$٤(س - ٤) + ٤(ص - ٣) = ١٦$$

احد راسي القطع الزائد (٣ ، ٤)

نق الدائرة = ٢

لكن طول المرافق = طول قطر الدائرة

لكن طول المرافق = ٤ ومنها ب = ٢

بما ان المركز يقع على المستقيم ١ - س =

اذن احداثيات المركز للقطع الزائد هو (١ ، ١)

ولكون المحور القاطع يوازي محور السينات ويمر

$$٣ = ٤ - ١$$

$$٥ = ٤ - (١ - ١)$$

اذن معادلة القطع الزائد هي

$$١ = \frac{٢(١ + س)}{٢٥} - \frac{٢(٣ - ص)}{٤}$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه مركز
الدائرة التي معادلتها $(2-s)^2 + (4-v)^2 = 36$ وطول
محوره الاصغر يساوي طول قطر هذه الدائرة ومعادلة
محوره الاصغر هي $s = 1$.

الحل:

معادلة محوره الاصغر هي $s = 1$ القطع سيني

$$1 = \frac{(s-d)^2}{a^2} + \frac{(v-h)^2}{b^2}$$

$$1 = \frac{(1-d)^2}{9} + \frac{(4-v)^2}{25}$$

$$4(3-s)^2 + 9(2-v)^2 = 36 \quad \text{ومنها}$$
$$2(3-s)^2 + 3(2-v)^2 = 9$$

مركز $(2, 3)$ بؤرة للقطع الناقص

ومنها $2 = h$ و $3 = d$ و $3 = b$

معادلة محوره الاصغر هي $s = 1$ ومنها $1 = h$ و $3 = d$
 $1 = h$ و $3 = d$ ومنها $3 = b$
طول محوره الاصغر هو $2 = b$ و $2 = c$ ومنها $3 = b$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$16 = 9 - a^2 \quad \text{ومنها } a^2 = 25$$

$$\text{معادلة القطع الناقص}$$
$$1 = \frac{(s+1)^2}{9} + \frac{(v-2)^2}{25}$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تقع مركزها في بؤرة القطع
المكافئ الذي معادلته $s = \frac{4}{1} + s + 3$ وتمس
دليله.

الحل:

$$s = \frac{4}{1} + s + 3$$

$$s + 4 = s + 4 - v = 12$$

$$s + 4 + s + 4 = 4 + 12 = 20$$

$$(s+2)^2 = 4(2-v)$$

$$4 = 4 \quad \text{ومنها } 1 = 4$$

راس القطع المكافئ $(-2, 2)$

بؤرتيه $(4, d) = (h + 3, 2)$

دليله $v = h - 3$

$$v = 1$$

معادلة الدائرة $(s+2)^2 + (v+2)^2 = 25$

لكن طول نصف قطر الدائرة $2 = 2 \times 1 = 2$

$$\text{معادلة الدائرة } (s+2)^2 + (v+2)^2 = 4$$

مثال

1) قطع ناقص معادلته

$$1 = \frac{v^2}{9} + \frac{(s-2)^2}{25}$$

جد معادلة الدائرة التي مركزها مركز هذا القطع وتمر
ببؤرتيه.

الحل:

مركز الدائرة = مركز القطع الناقص

مركز الدائرة $(2, 0)$

لايجاد البؤرتي القطع

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$9 - 25 = c^2$$

$$16 = c^2 \quad \text{ومنها } c = 4$$

بؤرتي القطع $(d \pm 2, h) = (4 \pm 2, 0)$

معادلة الدائرة

$$(s-2)^2 + v^2 = 16$$

تمر $(6, 0)$

$$16 = (6-2)^2 + v^2 \quad \text{ومنها } v = 0$$

اذن معادلة الدائرة

$$(s-2)^2 + v^2 = 16$$

مثال) جد معادلة القطع المخروطي الذي راسه

$(2, 1)$ ، $(2, -7)$ اختلافه المركزي $3/2$.

القطع زائد صادي

$$\frac{v^2}{3} - \frac{(s-2)^2}{2} = 1 \quad \text{ومنها } 3 = a^2$$

المركز $(2, -3)$

$$2 = a^2 \quad \text{ومنها } 4 = c^2$$

$$3 \times 4 = 12 = c^2 \quad \text{ومنها } 6 = c$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$36 = 3 + b^2 \quad \text{ومنها } b^2 = 33$$

$$1 = \frac{(s+3)^2}{33} - \frac{(v-2)^2}{3}$$

مثال

يمثل الشكل المجاور دائرة وقطع ناقص مشترك في

المركز $(0, 0)$ ، اذا

كانت مساحة القطع الناقص

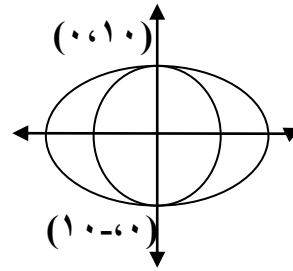
تساوي مثلي مساحة الدائرة

المرسومة داخله، فجد :

(١) الاختلاف المركزي للقطع الناقص

(٢) معادلة القطع الناقص

الحل :



$$\frac{س}{١٠٠} + \frac{ص}{٤٠٠} = ١$$

$$٢٠ = ب \text{ ومنها } ١٠ = ب$$

مساحته القطع الناقص = ٢ مساحة الدائرة

$$\pi \times ب \times ٢ = \pi \times ١٠ \times ١٠$$

لكن نق للدائرة = ١٠

$$\pi \times ١٠ \times ١٠ = \pi \times ٢ \times ب$$

$$٢٠ = ب \text{ ومنها } ٢٠ = ب$$

$$٣٠٠ = ج \text{ ومنها } ٤٠٠ = ج$$

$$\frac{٣٠٠}{٢} = \frac{٤٠٠}{٢} = \frac{ص}{٢٠}$$

$$\frac{س}{١٠٠} + \frac{ص}{٤٠٠} = ١$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الاصغر (٢)

وحدة ، وبؤراته هما نقطتي تقاطع منحنى القطع المكافئ

الذي معادلته $س = ٢ص$ مع منحنى القطع الناقص الذي

$$معادلته $ص = ١٥ - ٢س$$$

الحل :

طول محوره الاصغر هو $٢ = ب$ ومنها $١ = ب$

تقاطع منحنى القطع المكافئ مع منحنى القطع الناقص

$$ص = ١٥ - ٢ص$$

$$ص + ٢ص = ١٥$$

$$(ص - ٣)(ص + ٥) = ٠ \text{ ومنها}$$

$$ص = ٣ \text{ ومنها } ٣ = س \text{ ومنها } ٣ = س$$

$$ص = ٥ \text{ ومنها } ٥ = س \text{ مستحيل}$$

ومنها بؤرتا القطع الناقص $(٣, ٣)$ ، $(٥, ٥)$

ومنها المركز $(٣, ٥)$ كذلك $ج = ٣$

$$ج = ٣ = أ - ب$$

$$٣ = أ - ١ \text{ ومنها } ٤ = أ$$

معادلة القطع الناقص

$$\frac{س}{١} + \frac{ص}{٤} = ١$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي راساه يقعان على بؤرتي

القطع الزائد الذي معادلته

$$\frac{س}{١٦} - \frac{ص}{٩} = ١$$

ويمر منحاه بالنقطة $(٥, ٢)$.

الحل : معادلة القطع الناقص

$$\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ١$$

مركز القطع الزائد = $(٥, ٢)$ ، $(٥, ٢)$

$$ج = أ + ب \text{ ومنها } ٩ + ١٦ = ج \text{ ومنها } ٥ = ج$$

بؤرتي القطع الزائد = $(٥ \pm ٢, ٢)$ ، $(٥ \pm ٢, ٢)$

أي راسين القطع الناقص $(٥, ٧)$ ، $(٥, ٣)$

ومنها $٥ = ٧ - ٢ = ٥$ للقطع الناقص

مركز القطع الناقص = $(٥, ٥)$

$$\frac{س}{٢٥} + \frac{ص}{٩} = ١$$

ويمر منحاه بالنقطة $(٥, ٢)$.

$$\frac{س}{٢٥} + \frac{٢}{٩} = ١$$

$$\frac{س}{٢٥} = ١ - \frac{٢}{٩} = \frac{٧}{٩}$$

$$\frac{س}{٢٥} = \frac{٧}{٩} \text{ ومنها } ٩ = ٢٥$$

انتهت مع تمنياتي لكم بالنجاح
لا تنسونا من الدعاء

مثال
قطع مكافئ يقع رأسه على مركز القطع الزائد الذي
معادلته

$$1 = \frac{9(s-1)^2}{2} - 8(v-2)^2$$

وبؤرتة (١ ، ٣) جد ما يأتي :

(١) معادلة هذا القطع

(٢) معادلة المحور ومعادلة الدليل

الحل :

(١) مركز القطع الزائد (١ ، ٢) رأس القطع المكافئ

المفتوح للأعلى

معادلة القطع المكافئ

$$(s-1)^2 = 4(v-2)$$

لكن $h = 3 + j$ ، ومنها $3 = j + 2$ ومنها $3 = j$ ومنها $1 = j$

معادلة القطع المكافئ (س-١) = ٤ (ص-٢)

(٢)

معادلة المحور $s = d$ ومنها $s = 1$

معادلة الدليل $v = h - j$ ومنها $v = 1$

مثال

جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتا القطع

الناقص الذي معادلته :

$$\frac{s}{4} + \frac{v}{9} = 1$$

الحل : معادلة القطع الناقص

$$1 = \frac{s}{4} + \frac{v}{9}$$

$$9 = 9 + 4v$$

$$3 = 4v$$

$$v = \frac{3}{4}$$

$$9 - 4v = 9 - 3 = 6$$

بؤرتا القطع الناقص (٥ ، ٠) رأسا الزائد

رأسا الناقص (٣ ، ٠) هما بؤرتا الزائد

مركز الزائد (٠ ، ٠)

للزائد $h = 5 + j$ ومنها $5 = j$

للزائد $h = 5 + j$ ومنها $5 = j$ ومنها $5 = j$ ومنها $5 = j$

$$v = \frac{3}{4}$$

معادلة القطع الزائد الصادي

$$1 = \frac{s}{4} - \frac{v}{9}$$

$$9 = 9 - 4v$$

$$1 = 9 - 4v$$

$$v = 2$$