النجوم في الرياضيات

للمرحلة الثانوية

التكامل.. الادبي

شرح مفصل للمادة

أسئلة السنوات السابقة

تمارين إضافية

إعداد الأستاذ

إياد عباد

0799366611

eyad emad abbad

eyad_abbad

Design By

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

مشتقة اللوغاريتم الاعتيادية

$= \frac{\text{مشتقة داخل اللوغاريتم}}{\text{نفس اللوغاريتم بدون لو}}$

مثال:-

اجد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يلي

① $ص = لو_{٦} س^{٢}$ ، $س > ٠$

② $ص = لو_{هـ} س^{٤} + ١٠$ ، عندما $س = -٣$

③ $ص = لو_{هـ} جتا س$

④ $ق(س) = \frac{٣}{س} + لو_{هـ} س$

⑤ $ق(س) = لو_{هـ} س^{٣} + ٨$ ، $س > -٣$

⑥ $ق(س) = س^{٥} لو_{هـ} س$

⑦ اذا كانت

$ق(س) = لو_{هـ} ٩س^{٣} + ٣$ ، ٩ = ثابت

وكانت $ق(-٢) = ١$ فما قيمة ٩

⑧ $ق(س) = \frac{٣س^{٥} + ٩}{لو س}$

⑨ $ق(س) = ٧ لو س^{٥}$

⑩ $ق(س) = ٥(لو س^{٣} + ٤س)^{٧}$

⑪ $ص = لو س^{٣}$ اجد $\frac{دص}{دس}$

[11]

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

مشتقة الاقتران الأسي

$ص = هـ^{سينات}$ ⟸ $\frac{د ص}{د س}$ = مشتقة الاقتران الأسي نفسه × مشتقة السينات

مثلة: —
اجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي: —

١) $ص = هـ^{س^٥ + ٩س + ٨}$

٢) $ص = (هـ^{س})(لو س)$

٣) $ص = هـ^{٣ - س^٢ + ٧س + ١٩}$

٤) $ص = هـ^{جتا٥س}$

٥) $ص = هـ^{جا٣س + ٢س + جا٣س}$

٦) $ص = ٣ - س هـ^{٤س} - لو_هـ ٣س + ١$

٧) $ص = هـ^{٣ - س^٢ جتا٥س}$

٨) $ص = هـ^{س} + هـ^{٠}$

٩) $ص = \frac{هـ^{٣س}}{س^٥ + ٧}$

١٠) $ق(س) = \frac{١}{س} + لو_هـ س + ٨هـ^{س} + ٦$

١١) $ق(س) = ٣لو_هـ س - ٢هـ^{٣ - س^٢} - س^٣ ٩ق(س)$

١٢) $ق(س) = هـ^{جا٥س} - ٢لو_هـ جتا٥س$

١٣) $ص = هـ^{٤س^٢ + ١}$ اجد $ق'(س)$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

) لتكامل غير المحدود

قاعدة (١) :-

$\int$ ثابت $دس$ = الثابت $\times$ س + جـ

أمثلة :-

$\int ٣\,دس =$

$\int -٧\,دس =$

$\int \frac{٥}{٢}\,دك =$

$\int -٤\,دهـ =$

$\int ٧\,دل =$

$\int -\,دس =$

$\int ٩^{٢}\,دك =$

$\int \frac{دس}{٣} =$

قاعدة (٢) :

$\int س^{ن}\,دس = \frac{س^{(ن+١)}}{(ن+١)} + جـ$

$\int س^{٢}\,دس$

$\int س^{١٥}\,دس$

$\int س^{-٣}\,دس$

$\int س^{-٧}\,دس$

$\int س^{\frac{٣}{٢}}\,دس$

$\int س^{\frac{١}{٢}}\,دس$

$\int س^{\frac{-٥}{٨}}\,دس$

$\int س^{\frac{-١٢}{٥}}\,دس$

$\int \frac{١}{س^{٥}}\,دس$

$\int \frac{١}{س^{-٨}}\,دس$

$\int \frac{١}{س^{\frac{١}{٢}}}\,دس$

$\int \frac{١}{س^{\frac{-٣}{٢}}}\,دس$

$\int \sqrt[٥]{س^{٣}}\,دس$

$\int \sqrt{س}\,دس$

$\int \sqrt[٥]{س^{-٣}}\,دس$

$\int \frac{١}{\sqrt[٣]{س^{٥}}}\,دس$

Scanned by CamScanner

$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\,dx$

$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

$\int x^5 + x^3 + 9x + 18\,dx$

$\int x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x + 18\,dx$

$\int 3x^5 + 9x^3 + 9x + 12\,dx$

$\int 3x^5 + 9x^4 + 7x^2 + 9x + 18\,dx$

$\int (x+3)(x^2+5)\,dx$

$\int (2x+5)(x-1)\,dx$

$\int 3x - \frac{2}{x^3} + 3\sqrt[3]{x^2}\,dx$

$\int \sqrt[3]{x^4} + \frac{3}{x^4} - 2x^5\,dx$

$\int \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + \frac{9}{x}\,dx$

$\int \sqrt{x}\,dx$

$\int 12x^5 + 9x^4 + 6x^3 + 9x + 12\,dx$

$\int 18x^5 + 7x^4 + 3x^3 + 9x + 18\,dx$

Scanned by CamScanner

$\int (\frac{5}{x} + x^4)\,dx$

$\int \frac{x^5 + 3x^3 + x^2 + 1}{x}\,dx$

$\int x^4(\frac{3}{x^5} - \frac{5}{x} + x^3)\,dx$

$\int \frac{x^4 + x^3 + x^2 + 3}{x^2}\,dx$

$(3x+2)^2\,dx$

$\int \frac{6x^2 - 8}{x^3}\,dx$

$(x^4+3)^2\,dx$

$\int \frac{x^6 - 5}{\sqrt{x^3}}\,dx$ (مهم)

$(3x-3)^2\,dx$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

$$\int \frac{س^{٣} - ٤س - ٦}{\sqrt{س^{٥}}} \, دس$$

$$\int \frac{٣س^{٤} - ٧٢}{س^{٦} + ٦} \, دس$$

$$\int \frac{\sqrt{س^{٣}} + ١}{٢ + \sqrt{س}} \, دس$$

$$\int \frac{س^{٤} - ٥٢}{\sqrt{س} - ٥} \, دس$$

$$\int \frac{\sqrt{س^{٣}} - ١٢٥}{\sqrt{س} - ٥} \, دس$$

$$\int \frac{س^{٤} - ١٦}{\sqrt{س} - ٤} \, دس$$

$$\int \frac{٢س^{٣} + ٢}{١ + \sqrt{س}} \, دس$$

$$\int \frac{٤\sqrt{س} - ٢}{١ - س} \, دس$$

$$\int \frac{\sqrt{س^{٣}} - ٢٧}{\sqrt{س} - ٣} \, دس$$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد

$\int \frac{3س - 6}{س - 2}$ دس

$\int \frac{س^3 + 3س - 4}{س + 4}$ دس

$\int \frac{س^3 - 6س + 8}{س - 2}$ دس

$\int \frac{س^3 - 5س - 2}{س^2 - 16}$ دس

$\int \frac{س^3 - 2س - 6}{س - 3}$ دس

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

قاعدة

الاقتران	تكاملة
جاس	-جتاس
جتاس	جاس
قا^{٢}س	ظاس
$\frac{\text{د}}{\text{د س}}$ هـ$^{\text{س}}$	هـ$^{\text{س}}$
$\frac{\text{عدد}}{\text{د س}}$	(العدد)س
$\frac{\text{عدد}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$	العدد ظاس
العدد جتاس ظاس	العدد (-جتاس)

$\int$ ٥جاس + ٦جتاس + ٨س^{٥} دس

$\int \frac{٩}{\text{د س}} + ٨\text{قا}^{٢}\text{س} + ٩\text{س}^{٢}$ دس

$\int \frac{٣}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} + ٨\text{جتاس ظاس}$ دس

$\int \frac{٣}{\text{قا}^{٢}\text{س}}$ دس

$\int \frac{٧}{(\text{جتاس})^{٢}}$ دس

$\int \frac{٣}{\text{د س}} + ٨\text{هـ}^{\text{س}} + ٦\text{س}^{٥} + ٧\text{س}$ دس

$\int \frac{-٤}{\text{د س}} - ٨\text{س} + ٩\text{هـ}^{\text{س}} + ٢\text{جاس}$ دس

$\int$ جاس + قا^{٢}س + ٢جتاس دس

$\int$ ٤قا^{٢}س + ٤جاس + ٣جتاس دس

$\int \frac{\text{ا س}}{٢} + \frac{١}{٢}$جتاس - ٤قا^{٢}س دس

$\int \frac{٣}{\text{د س}} + \frac{٣}{\text{د س}^{٤}} + ٣\text{س}$ دس

$\int$ ٢جتاس + $\frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٢} + ٧\text{س}^{٤}$ دس

$\int$ -٣جاس + ٥ا جتاس دس

$\int \frac{٩}{\text{د س}} + ٨\text{قا}^{٢}\text{س} + ٩\text{س}^{٢}$ دس

$\int \frac{٣}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} + ٨$جتاس ظاس دس

$\int \frac{٣}{\text{قا}^{٢}\text{س}}$ دس

$\int \frac{٧}{(\text{جتاس})^{٢}}$ دس

$\int$ ٩جتاس ظاس + جتاس دس

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

$\int \frac{س}{11} - جتا س + ق_{س} + 7 \, د س$

$\int 2 - 3ق_{س} + \frac{ك}{س} + جا س \, د س$

$\int 18 س^{2} + \frac{ك}{3} + 5ق_{س} + جا س \, د س$

$\int 3ق_{س} - 15ق_{س} + 5 جتا س \, د س$

$\int 5ق_{س} + \frac{ك}{س^{4}} \, د س$

$\int \frac{5 س^{3}}{-ج} \, د س$

$\int \frac{-ك}{س^{2}} \, د س$

$\int (3س - 1)(س^{2} + 3س + 9) \, د س$

$\int 3 ظا س جتا س + ق_{س} \, د س$

$\int \frac{س^{2} + 2س}{س^{3} + 3س^{2} + 7} \, د س$ ، $س \neq -$

$\int 1.3 - 4ق_{س} + 3 ق_{س} \, د س$

$\int 3س^{2} + 3ق_{س} + 4س^{3} + 3س \, د س$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

اشتقاق التكامل غير محدود

هي العلاقة الموجود بين اشارة التكامل و دس

① اذا كان هـ(س) = ∫ س^٣ + ٢ دس
فإنه دهـ/دس =

② اذا كان ص(س) = ∫ ١/(٥ + س) دك
فإنه ص'(س) يساوي

③ اذا كان ص(س) = ∫ س^٤/(٣ك + ١) دك
فإنه ص'(٢) =

④ اذا كان
هـ(س) = ∫ (٥ − ٧س^٣) دس
فإنه دهـ/دس =

⑤ اذا كان هـ(س) = ∫ (٨س^٣ + ٧س)^٣ دس
فإنه دهـ/دس =

⑥ اذا كان
ص(س) = ∫ ٣/(س^٤ + ٧ك + ١) دس
فإنه ص'(١) يساوي

⑦ اذا كانت
ع(س) = ∫ (٦س^٣ − ٣ك^٤ + ٦س + ٥) دس
احسب ع(١) ، ع'(١)

Scanned by CamScanner

قواعد خاصة

① $\int جا(ام س+ب)\,دس = \frac{-جتا(ام س+ب)}{م} + ج$

مثال

① $\int جا(٧س+٩)\,دس$

② $\int جا(٩-٨س)\,دس$

③ $\int جا\frac{س}{٣}\,دس$

② $\int جتا(ام س+ب)\,دس = \frac{جا(ام س+ب)}{م} + ج$

مثال ① $\int جتا(٧س+٩)\,دس =$

$\int جتا(٩-٨س)\,دس$

$\int جتا\frac{س}{٥}\,دس$

③ $\int ظا(ام س+ب)\,دس = \frac{لظا(ام س+ب)}{م} + ج$

مثال: $\int ظا(٧س+١)\,دس =$

$\int ظا(٩-٨س)\,دس =$

$\int ظا\frac{س}{٣}\,دس$

④ $\int ق^{ام س+ب}\,دس = \frac{ق^{ام س+ب}}{م} + ج$

مثال

$\int ق^{٧س+٩}\,دس$

$\int ق^{٩-٨س}\,دس$

$\int ق^{٢س}\,دس$

Scanned by CamScanner

قواعد خاصة

① $\int جا(ا س+ب)\,د س = \frac{-جتا(ا س+ب)}{ا} + ج$

مثال

① $\int جا(٧ س+٩)\,د س$

② $\int جا(٩-٨ س)\,د س$

③ $\int جا\frac{س}{٣}\,د س$

② $\int جتا(ا س+ب)\,د س = \frac{جا(ا س+ب)}{ا} + ج$

مثال ① $\int جتا(٧ س+٩)\,د س =$

$\int جتا(٩-٨ س)\,د س$

$\int جتا\frac{س}{٥}\,د س$

③ $\int قا^{٢}(ا س+ب)\,د س = \frac{ظا(ا س+ب)}{ا} + ج$

مثال: $\int قا^{٢}(٧ س+١)\,د س =$

$\int قا^{٢}(٩-٨ س)\,د س =$

$\int قا^{٢}\frac{س}{٣}\,د س$

④ $\int هـ^{ا س+ب}\,د س = \frac{هـ^{ا س+ب}}{ا} + ج$

مثال

$\int هـ^{٧ س+٩}\,د س$

$\int هـ^{٩-٨ س}\,د س$

$\int هـ^{س}\,د س$

Scanned by CamScanner

⑤ $\int \frac{\text{عدد}}{\text{ب}+\text{س}+\text{أ}} = \frac{\text{العدد}}{\text{أ}} \ln|\text{أ}+\text{س}+\text{ب}|$

$\int \frac{\text{ك}}{\text{٦س}+\text{٩}} =$

$\int \frac{\text{٩}}{\text{٥}-\text{٢س}} \text{ك} =$

$\int \frac{\text{ك}}{\text{٦}-\text{٧س}} \text{ك} =$

⑥ $\int (\text{أ}+\text{س}+\text{ب})^{\text{قوة}} = \frac{(\text{أ}+\text{س}+\text{ب})^{\text{قوة}+1}}{\text{أ} \times (\text{القوة}+1)} + \text{جـ}$

مثال: $\int (\text{٨}-\text{س}+\text{٩})^{\text{٨}} \text{ك}$

$\int \sqrt[\text{٥}]{\text{٨}-\text{س}+\text{٧}} \text{ك}$

$\int \frac{\text{٩}}{\sqrt[\text{٣}]{\text{٤}-\text{٦س}}} \text{ك}$

تدريب

① $\int (\text{٢س}-\text{٣})^{-\text{٦}} \text{د س}$

② $\int \sqrt[\text{٥}]{(\text{٥}-\text{٣س})^{\text{٣}}} \text{د س}$

③ $\int \text{جتا}\text{س} + \text{جا}\text{س} \text{ك} + \text{هـ}^{\text{٥س}} \text{ك}$

④ $\int \frac{\text{١٨}}{(\text{٢س}+\text{١})^{\text{٥}}} + \frac{\text{١٨}}{\text{٢س}+\text{١}} \text{ك}$

Scanned by CamScanner

قاعدة الاقترانية / ميل العماس.

[١] ق(س) = ∫ ق'(س) دس

[٢] نكامل عادي + جـ

[٣] التخلص من جـ من المساعدة بالسؤال.

مثال(١): - اذا كان ق'(س) = ٣س² - ٢س
احسب قاعدة الاقترانية ق علماً بأنه النقطة (٢، ٣) تقع عليه.

مثال(٢):
اذا كان ق'(س) = (٢س + ١)³
إحسب قاعدة الاقترانية العمار بالنقطة (٠، ١٣٦)

مثال(٣):
اذا كانت ق قابل للاشتقاق وكانت ق'(س) = ٦س² - ٨س + ٥ وكانت ق(-١) = ٢
احسب قاعدة الاقترانية

مثال(٤):
اذا كانت ق'(س) = ٢ك - ٥
وكانت ق(٠) = ٤ احسب ق(١)

مثال(٥):
اذا كانت ق'(س) = ٣ى (٦ - ٥ك + ٤ك³)
وكانت ق(٠) = -١
احسب قيمة ق(١)

مثال(٦):
اذا كانت ق'(س) = (ك² + ٦س + ٨ك³) / س
وكانت ق(١) = ١٢ إحسب قاعدة الاقترانية

مثال(٧):
اذا كانت ل'(س) = ٦س² - ٦ك³ - ٢ك
احسب قيمة ل(٣) - ل(١)

١٣

(٣) اذا كان ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (س، ص) يساوي $٤س^{٣} + ٦س - ٣$ اجب قاعدة الاقتران ق علماً بانه منحنى الاقتران يمر بالنقطة (-٢، ٠)

(٤) اذا كان ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (س، ص) يساوي $س(٢س-١)$ اجب قاعدة الاقتران ق علماً بانه ق(٠) = -٣

تدريب:-
اذا كانت ميل المماس لمنحنى ق هو $ق'(س) = ٢س^{٣} + ٢س$ اجب قاعدة الاقتران المار بالنقطة (٤، ٠)

(٥) اذا كانت ميل المماس يعطى بالعلاقة $ق'(س) = ٦\sqrt[٣]{٢س-١}$ اجب قاعدة الاقتران المار بالنقطة (٥، ٥)

(٦) اجب قيمة ق(١) علماً ميل المماس عند (س، ص) هو $٢٥(٥س+٤)^{٤}$ وان المنحنى يمر بالنقطة (-١، ٧).

(٧) اذا كانت ميل المماس لمنحنى ق عند (س، ص) لمنحنى ل $ل'(س) = ٢س(٤-٣س)$ اجب قاعدة الاقتران المار بالنقطة (٣، ٥٠)

(٨) اذا كانت ميل المماس لمنحنى العلاقة $هـ'(س) = \frac{٢س^{٤} - ٥س}{س}$ ، $س \neq ٠$ اجب هـ(٢) المار (-١، ٥).

Scanned by CamScanner

① ف = ∫ ع دن

ع = ∫ ت دن

② تكامل عادي + جـ .

③ التخلص من جـ من حالة بالسؤال

① يتحرك جسيم حسب العلاقة
ع = (٢ن + ٤) م/ث إحسب
المسافة بعد مرور ٣ ثواني
علماً بأن الموقع الابتدائي ف(٠) = ٦

② إذا كانت ت(ن) = ٦ن + ٢
احسب السرعة بعد مرور
ثانيتين من الحركة علماً بأنه
ع (٢) = ١٣

③ يتحرك جسيم حسب العلاقة
ع(ن) = (٣ن - ١) (٤ن + ١) م/ث
احسب ما يلي :
① القاعدة التي تمثل موقع الجسيم
بعد مرور ن ثانية من الحركة .
② موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين
علماً ف (٠) = ٧

Scanned by CamScanner

③ اذا كان ت = ١٢ م/ث².
اثبت السرعة علماً بانه السرعة الابتدائية في ٧ م/ث.

④ اذا كان تسارع جسم معطى ت = ٦ ن م/ث².
اثبت المسافة علماً بانه
ع(٠) = ٢ م/ث
ف(٠) = ٥ م.

④ يتحرك جسم حسب العلاقة
ت = ١٢ ن - ٦ م/ث².
وكانت ف(٠) = ٢
ع(٠) = ٣ اثبت
① سرعة الجسم بعد مرور ثانيتين
② المسافة بعد مرور ٣ ثواني (موقع الجسم)

تدريب: —
يتحرك جسم حسب العلاقة
ع(ن) = $\frac{٨}{ن}$ + ن^{٢} + ١ ، ن > صفر
جد الاقتران الذي يمثل موقع الجسم بعد مرور ن ثانية من بدء الحركة.

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٦ يتحرك جسم حسب العلاقة
ع = $\frac{٣}{٢ن+١}$ اجد المسافة
علماً بأنه ف(٠) = ٩

٧ اذا كانت
ع = ٣(ن+١)^{٢} اجد
المسافة علماً بأنه ف(٠) = ١١

٥ اذا كانت ت = ٤٨ (١ − ٢ن)^{٣}
وكانت ف(٠) = ٣ م
ع(٠) = ٢ م/ث
اجد ① سرعة الجسيم بعد ثانية
② موقع الجسيم بعد
مرور ٣ ثوانٍ من الحركة

٨ يتحرك جسم حسب العلاقة
ع(ن) = ١٢ جتا(٣ن−١) م/ث
اجد المعادلة التي تمثل موقع
الجسيم بعد مرور ن ثانية.

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

) التكامل المحدود

① $\int_{1}^{3} ٨ \, دس =$

② $\int_{-١}^{٢} -٤ \, دس =$

③ $\int_{٤}^{١} \frac{٨}{٥} \, دس =$

④ $\int_{١}^{٤} ٣كى \, دس$

⑤ $\int_{-٢}^{٣} ٣سٌ \, دس$

⑥ $\int_{١}^{٣} \frac{١}{٣س} \, دس$

⑦ $\int_{-١}^{٣} ٢س + ٧ \, دس$

⑧ $\int_{١}^{٢} -٤سـ \, دس$

⑨ $\int_{١}^{٤} \frac{١}{٢س} \, دس$

⑩ $\int_{١}^{٢} \frac{١}{٥ص} \, دس$

⑪ $\int_{١}^{٦} \frac{٢}{س} \, دس$

⑫ $\int_{-٣}^{٠} ٤ \, ظاس \, دس$

⑬ $\int_{١}^{٨} \frac{١}{\frac{٤}{٣}س} \, دس$

١٨

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

أسئلة إضافية

① $\int_{1}^{ب} س^{2} \, د س = ٨$ فما قيمة ب

② $\int_{-٢}^{ب} ٨ \, د س = ٢٤$ فما قيمة ب

③ $\int_{1}^{٥} ك \, د س = -٤٨$ فما قيمة ك

④ $\int_{٣}^{م} ٣ س^{٢} \, د س = -٣٥$ فما قيمة م

⑤ $\int_{-١}^{م} ٤ \, د س = ٢٠$ فما قيمة م

⑥ $\int_{١}^{م+١} ٣ س^{٢} \, د س = ٩$ فما قيمة م

⑦ $\int_{١}^{ب} (٢ س + ٣) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑧ $\int_{-ب}^{ب} ٧ س^{٥} \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑨ $\int_{١}^{ب} (٢ س + ٣) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑩ $\int_{-١}^{ب+٧} ٥ س^{٤} \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑪ $\int_{ب}^{١} (٢ س - ٣) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑫ $\int_{-ب}^{ب} ٥ س^{٤} \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑬ $\int_{١}^{ب} (٣ س^{٢} + ٢ س) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑭ $\int_{-ب}^{ب} (٣ س^{٢} + ٢ س) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

⑮ $\int_{-ب}^{ب} (٣ س^{٢} + ٢ س) \, د س = ٠$ فما قيمة ب

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

* اشتقاقة التكامل المحدود دائماً يساوي صفر

① اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي :-

① $ص = \int_{1}^{٩} \sqrt{٧ س^{-٤} + ٩}\ د س$

② $ص = \int_{٣}^{٥} \frac{س^{٥}}{س^{٤}+٧}\ د س + \int_{٣}^{٥} \frac{٧ س^{٢}}{س^{٥}+٩}\ د س$

③ $ص = \int_{١}^{٣} \frac{س-١}{س+٢}\ د س + \int_{١}^{٣} \frac{ق(س)}{س^{٤}+٩}\ د س + \int_{١}^{هـ(س)} د س$

اجب $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢}$ علماً بأنه $هـ(٢) = ٩$ ، $ق(٢) = ٣$

⊛ تمرين : $\int_{٩}^{ب} ق(س)\ د س = هـ(ب) - هـ(٩)$

① اذا كانت $ق(س)$ هي مشتقة الاقتران $هـ$ المعرف على $[٩ ، \infty[$ وكانه $هـ(٢) = ١١$ ، $هـ(٩) = ٢٥$
اجب $\int_{٢}^{٩} ق(س)\ د س$

② اذا كانت $هـ(٣) = ٨$ ، $هـ(-١) = ١٢$
اجب $\int_{-١}^{٣} ق(س)\ د س$.

③ اذا كانت $هـ(-٣) = ١٥$
$هـ(-١) = ٨$ فإنه $\int_{-٣}^{-١} ق(س)\ د س$

④ اذا كانت $ق(س) = ٦ - س$
هي مشتقة $هـ$ المعرف على $[-٢ ، ٣]$
فما قيمة $هـ(٣) - هـ(-٢)$.

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

خواص التكامل المحدود:

① اوجد قيمة التكاملات التالية:

① $\int_{2}^{0} \frac{-7}{\sqrt{س}}\, د س$

② $\int_{1}^{4} س^{3} - 2\sqrt{س}\, د س$

③ $\int_{1}^{3} 4س + \frac{3}{\sqrt{س}} - 2\, د س$

④ $\int_{-2}^{2} 6س^{2} - 8س + 3\, د س$

⑤ $\int_{1}^{2} 3س(4 - \sqrt{س^{3}})\, د س$

⑥ $\int_{-1}^{1} (\sqrt[3]{س} - 3)^{2}\, د س$

⑦ $\int_{0}^{-2} \frac{س^{3} + 6س - 7}{س - 1}\, د س$

قاعدة: اذا قلبنا حدود التكامل نعكس اشارة الجواب.

امثلة:-

① اذا كان $\int_{3}^{0} ق(س)\, د س = 12$

فإنه $\int_{0}^{3} ق(س)\, د س$ يساوي.

② اذا كان $\int_{-2}^{4} ق(س)\, د س = -15$

فإنه $\int_{4}^{-2} ق(س)\, د س$

③ اذا كان $\int_{4}^{7} ق(س)\, د س = -8$ فإنه

$\int_{4}^{7} 3ق(س) - 2س + 1\, د س$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

خاصية الاضافة :-

$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

① اذا كان $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = 16$

$\int_{3}^{2} f(x)\,dx = -8$ فإن $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

② $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = 9$ ، $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 18$

فإن $\int_{1}^{2} f(x)\,dx$

③ $\int_{7}^{1} f(x)\,dx = 5$ ، $\int_{7}^{4} f(x)\,dx = 9$

فإن $\int_{1}^{4} f(x)\,dx$

④ $\int_{2}^{1} f(x)\,dx = 3$ ، $\int_{2}^{6} f(x)\,dx = 4$

فإن $\int_{1}^{6} f(x)\,dx$

⑤ $\int_{1}^{3} f(x)\,dx = 6$ ، $\int_{2}^{3} f(x)\,dx = 4$

فإن $\int_{1}^{2} 3 f(x)\,dx$

⑥ $\int_{3}^{1} f(x)\,dx = -7$ فإن $\int_{3}^{1} f(x)\,dx$

$\int_{3}^{1} f(x)\,dx = -12$

Scanned by CamScanner

① اذا كان
$ق = \{ (٤ك - ٢ ، -١) : -١ \leq س \leq ٢ \}$
$\cup \{ (٣ ، ٣س) : ٢ < س \leq ٣ \}$
اوجد $\int_{-١}^{٣} ق(س)\, د س$

قاعدة: $\int_{P}^{P} ... \, د ك = $ صفر

مثال
① $\int_{٢}^{٢} (س^٥ + ٩س)\, د ك$
② $\int_{٣}^{٣} (٧س + \frac{٩}{س^٥})\, د ك$
③ $\int_{-ج}^{-ج} (٦ جا س + ٩)\, د ك$

تمارين متنوعة :-

① اذا كان $\int_{-١}^{٣} ق(س)\, د ك = ٦$
$\int_{٣}^{-١} \frac{ع(س)}{٢}\, د ك = -٥$ اوجد صايغ
① $\int_{-١}^{٣} ٤ ق(س) - ع(س)\, د س$
② $\int_{-١}^{٣} ٦ - س^٢ - ٣ ع(س) + ٢\, د س$

---

⑧ اذا كان $ق = \{ (٢ك + ١ ، ١) : ٠ \leq س < ١ \}$
$\cup \{ (٣ ، ٢) : ١ \leq س \leq ٢ \}$
اوجد $\int_{٠}^{٢} ق(س)\, د س$

Scanned by CamScanner

٤) اذا كان $\int_{-1}^{2} 2f(x)-3dx=8$

فإن $\int_{1}^{2} f(x)+2x+7\,dx$

٤) اذا كان $\int_{3}^{4} 2f(x)-2dx=8$

$\int_{4}^{2} f(x)dx=-12$ فما قيمة

① $\int_{3}^{2} f(x)dx$

② $\int_{3}^{4} \frac{f(x)}{2}+3x+4\,dx$

٤) اذا كان $\int_{1}^{3} f(x)dx=-8$

اجب ① $\int_{1}^{3} 2f(x)+3x\,dx$

② $\int_{1}^{3} \frac{f(x)}{2}dx$

٥) $\int_{1}^{4} 2f(x)dx+12$

٦) اذا كانت $\int_{1}^{2} \frac{f(x)}{2}dx=3$

① $\int_{2}^{1} f(x)dx$ ② $\int_{1}^{2} 3f(x)-2x+7\,dx$

③ $\int_{2}^{1} f(x)+1\,dx=5$ اجب قيمة

④ $\int_{5}^{0} f(x)+3x+2x\,dx$.

⑤ $\int_{5}^{0} f(x)dx$

⑥ $\int_{5}^{0} f(x)dx=4$ اجب قيمة

⑦ $\int_{1}^{4} 2f(x)dx+12$.

٤٢

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

أ التكامل بالتعويض

الشكل الأول :-

$\int (\text{مشتقة})(\text{شيء})^{\text{قوة}}\, d\text{س}$

نسمي ص = ما داخل القوة

$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \text{مشتقة ص}$

---

① $\int 2\text{س}(\text{س}^2+1)^7\, d\text{س}$

② $\int (3\text{س}^2+2)(\text{س}^3+2\text{س}+9)^{-5}\, d\text{س}$

③ $\int 3\text{س}^2(\text{س}^3+4)^{\frac{7}{5}}\, d\text{س}$

④ $\int (2\text{س}+1)\sqrt[5]{\text{س}^2+\text{س}-2}\, d\text{س}$

⑤ $\int \text{س}(3\text{س}^2+2)^4\, d\text{س}$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

⑥ $\int (س+٣)\sqrt[٣]{س^{٤}+٦س+٤}\,د س$

⑦ $\int \frac{١٠س-٥}{(س^{٤}-س+٩)^{٣}}\,د س$

⑧ $\int \frac{س+١}{\sqrt{س^{٤}+٢س+٥}}\,د س$

⑨ $\int \frac{س^{٣}}{\sqrt[٤]{س^{٣}+٧}}\,د س$

سؤال ١٠

اذا كانت ميل المماس لمنحنى ق هو $\frac{د ص}{د س} = س\sqrt{س^{٤}-٩}$

ويمر بالنقطة $(-٤, ١)$ فما قاعدة الاقتران ق

سؤال ١١

اذا كانت ميل المماس لمنحنى ق عند اي نقطة هو $ق'(س) = \frac{٢س}{\sqrt[٣]{س^{٤}+٨}}$ اجب

قاعدة الاقتران المار بالنقطة $(-١, ٧)$.

Scanned by CamScanner

(١٠) $\int \frac{٤س - ٦}{\sqrt[٣]{س^٤ - ٣س + ١}}$ دس

الشكل الثاني:-

$\int$ (مقابل / وتر) جا قتا ظا (سينات) دس

$\leftarrow$ هـ = ـــ .

دس = $\frac{\text{دهـ}}{\text{(١) مشتقة}}$

(١١) $\int \frac{س + ١}{(س^٢ + ٢س + ١)^{٣}}$ دس

(١) $\int$ (٢س + ١) جا$(س^٢ + س + ٩)$ دس

(٢) $\int$ $(٣س^٢)$ جتا$(س^٣ + ٨)$ دس

Scanned by CamScanner

③ $\int (٤س+٦)\,قا^{٢}(س^{٢}+٣س+٨)\,دس$

⑤ $\int ٤س\,جا٤س-٣\,دس$

④ $\int \frac{٢س+١}{جتا^{٢}س+س+٩}\,دس$

⑥ $\int (س+١)\,قا^{٢}(س^{٢}+٢س+١)\,دس$

⑦ $\int (٤س-٦)\,جتا٤س-٣س\,دس$

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

الشكل الثالث :-

$\int$ (سينات) ($\overrightarrow{هـ}$ سينات) دسم

$\overrightarrow{هـ}$ = القوة

دسم = $\frac{\text{د هـ}}{\text{المسافة}}$

① $\int (٢س + ١)\, هـ^{س^{٢} + س + ٩}$ دس

② $\int (٤س + ٦)\, هـ^{س^{٤} + ٣س - ٨}$ دس

③ $\int س\, هـ^{س^{٤}}$ دس

④ $\int س^{٤}\, هـ^{٤س^{٣} + ٩}$ دس

⑤ $\int ٤س\, هـ^{س^{٤}}$ دس

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٦) أ) اوجد $\int \frac{1}{x^2+4}\,dx$

٤) اذا كانت $\int_0^9 f(x)\,dx = 19$
$\int_0^{13} f(x)\,dx = 2$

احسب $\int_1^2 (4x+6)\,f(x^2+3x+9)\,dx$

الحل الرابع:

$\int (\sin\theta)\,f(\sin\theta)\,d\theta$

$\leftarrow$ ص $= \sin\theta$

d ص $= \cos\theta\, d\theta$

الاجابة

١) اذا كانت $f(4) = 12$
$f(1) = -8$

احسب قيمة $\int_{-1}^{2} 2x\, f(x^2)\,dx$

٣) اذا كانت $f(-8) = 5$
$f(27) = -6$

احسب قيمة $\int_{-2}^{3} 3x^2\, f(x^3)\,dx$

٤) اذا كانت $\int_0^3 f(x)\,dx = 3$ (مهم)

احسب قيمة $\int_{-1}^{2} 8x\, f(x^2+1)\,dx$.

٣٠

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦١١١

المساحات

النوع الاول :-

احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = \ldots$ ، ومحور السينات
على $[أ, ب]$ حيث $س = أ$ ، $س = ب$.

خطوات الحل :-

① نساوي السؤال بالصفر ونجد قيم $س$

② تكون قيم $س$

- تقع بالفترة
- لا تقع بالفترة (تهمل)

③ نكامل ونعوض العلوي ناقص السفلي

---

① احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = ٤ - ٢س$ ومحور السينات
عندما $س = -١$ ، $س = ٣$

---

② احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = س^٢ - ٢س$ ومحور السينات على $[-١, ٣]$

---

③ احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = ٢س - ٢$ ومحور السينات
عندما $س = ٣$ ، $س = ٥$

تدريب :-

احسب المساحة بين منحنى $ق$ ومحور السينات

① $ق(س) = ١٢ - ٤س$ على $[١, ٤]$

② $ق(س) = ٣س^٢ - ١٢س$ على $[٠, ٢]$

③ $ق(س) = ٦ - ٢س$ على $[١, ٤]$

④ $ق(س) = ٦ - ٦س^٢$ على $[-١, ١]$

⑤ $ق = ٤ - س^٣$ على $[-١, ١]$

⑥ $ق = ٣س^٢ - ٤٨$ على $[٣, ٥]$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

(٣) احسب المساحة المحصورة بين
$ص = ٢ - س^2$ في الفترة $[١، ٢]$

(٥) احسب المساحة المحصورة بين
$ص = ا(س) = س^2 + ٤$ ومحور السينات
والمستقيمين $س = صفر$
$س = ٣$

(٤) احسب المساحة المحصورة بين
$ص = ب(س) = ٧$ ومحور السينات
في الفترة $[١، ٣]$

(٦) احسب المساحة المحصورة
بين $ص = ا(س) = س^3$ ومحور السينات
والمستقيمين $س = -٢$
$س = ١$

تدريب:
احسب المساحة بين ص ومحور السينات
(١) $ص = -س^2 - ٤$ على $[-١، ٤]$
(٢) $ص = ١٢$ ، $س = -١$ ، $س = ٣$
(٣) $ص = ٥ - ٢س$ ، $س = -٢$ ، $س = ٣$
(٤) $ص = ٣س^2 - ٣$ ، $س = ٣$ ، $س = ٤$

Scanned by CamScanner

النوع الثاني : ،

اوجد المساحة المحصورة بين
ق ى = ـــــ ، ومحور السينات .

خطوات الحل:

① نساوي السؤال بالصفر ونجد
لهم سـ وتكون هي حدود التكامل

② نكامل السؤال.

---

① اوجد المساحة المحصورة بين
ق ى = سـ² - ٢٥ ومحور السينات

② اوجد المساحة المحصورة
بين ق = ٩ - سـ²
ومحور السينات

---

③ اوجد المساحة المحصورة بين
ق = سـ² - ٥سـ ومحور السينات

تدريب :
اوجد المساحة بين ق = ٤ - سـ²
ومحور السينات

Scanned by CamScanner

④ احسب المساحة المحصورة بين
$ق: ص = ٦س - ٣س^{٢}$ ومحور السينات

⑥ احسب المساحة المحصورة
بين $ق(س) = س^{٣} + ٢ك - ٣$
ومحور السينات

⑤ احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = س^{٢} - ٢س$ ومحور
السينات

⑦ احسب المساحة المحصورة
بين $ق(س) = س^{٢} + ٧س + ٦$
ومحور السينات

تدريب:
احسب المساحة بين $ق: ص = ٤س - ٣س^{٢} - ١٢ك^{٣}$
ومحور السينات

Scanned by CamScanner

الرسمات الجاهزة:

مثال (١)

يمثل الشكل المجاور نافذة على شكل مستطيل طول القاعدة ٢ متر والارتفاع (أ)م ، يعلوه منحنى حسب العلاقة ص = ق(س) = ٢ − س٢

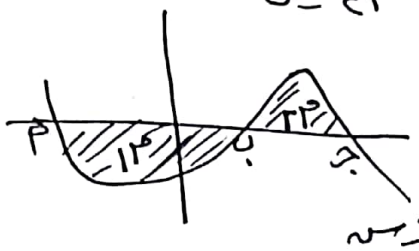
اذا أردنا وضع زجاج للنافذة وكانت تكلفة المتر المربع منه خمسة دنانير فما التكلفة الكلية للزجاج

الحل:-

مثال (٢):

في الشكل المجاور اذا كانت

ق(س) = ٨ − س٢ ، ق(٢) = ٥



① $\int_{م}^{ب}$ ق(س) د س

② $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) د س

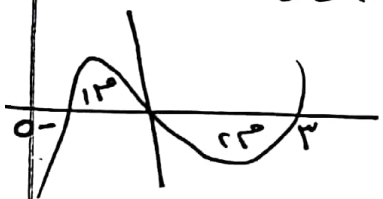
③ $\int_{م}^{جـ}$ ق(س) د س

④ المساحة المحصورة على [م ، جـ]

مثال (٣):-

اذا كانت ق(س) = ١٢ − س٢ ، ق(٣) = ٣

احسب قيمة $\int_{-٥}^{٣}$ ق(س) د س.



مثال (٤)

Scanned by CamScanner

النمو والاضمحلال

$ع(ن) = ع_{.} \times هـ^{P \times ن}$

حيث :-

$ع_{.}$ = القيمة الأصلية

$هـ = ٢,٧$

ن = الزمن

P = المعدل / النسبة

موجب ← نمو

سالبة ← اضمحلال

مثال (١) :-

اذا كان عدد السكان يخضع لقانون النمو ويزداد بمعدل ٢٪ سنوياً وكان عدد السكان ٤٠ الف نسمة عام ١٩٩٠ م فكم سيبلغ عددها عام ٢٠٤٠ م .

الحل :-

$ع(ن) = ع_{.} \times هـ^{P \times ن}$

$ع(٥٠) = ٤٠٠٠٠ \times (٢,٧)^{\frac{٢}{١٠٠} \times ٥٠}$

$= ٤٠٠٠٠ \times (٢,٧)^{١}$

$= ١٠٨٠٠٠$

$هـ = ٢,٧$

$ع_{.} = ٤٠٠٠٠$

$ن = ٢٠٤٠ - ١٩٩٠$

$ن = ٥٠$

$P = \frac{٢}{١٠٠}$

مثال (٢) :

اقترض خالد مبلغ ١٠٠٠٠ دينار من بنك وفقه قانون النمو بنسبة ربح ٤٪ فما جملة المبلغ بعد مرور ٢٥ سنة .

الحل :

مثال (٣) :

تتكاثر البكتريا حسب قانون النمو بنسبة ٥٠٠٪ بالساعة . فما عددها بعد نصف ساعة . علماً بأن عددها الابتدائي (٥٠٠٠٠) .

الحل :

مثال (٤) :

يزداد عدد سكان مدينة حسب قانون النمو بنسبة ١,٥٪ وكان عدد سكانها عام ٢٠١٠ هو (٦٠٠٠٠) شخص فما عدد السكان عام ٢١٣٥ م .

Scanned by CamScanner

مثال (٥) :-
تتحلل مادة حسب قانون الاضمحلال وبمعدل تناقص ٢٠٠٠ سنوياً فما كتلة المادة بعد مرور ٥٠٠٠ سنة علماً بأن الكتلة الاصلية ٥٤٠ غرام

الحل:

مثال (٧) :
يتناقص ثمن سيارة حسب قانون الاضمحلال وبمعدل ٨٪ سنوياً اذا كان ثمنها الأصلي (١٢٥٨٠) ديناراً فما ثمنها بعد مرور ٢٥ سنة .

الحل:

مثال (٦) :
يتناقص ثمن شقة سكنية حسب قانون الاضمحلال بمعدل ٥٪ اذا كان الثمن الاصلي (٨٠٠٠٠) ديناراً فكم الثمن بعد مرور ٤٠ سنة

Scanned by CamScanner

مثال (٨) :-
يزداد سعر الارض وفقه قانون النمو
اذا كان سعرها يزداد من ٤٠٠ الف دينار
الى ٨٠٠ الف دينار خلال ١٠ سنوات
احسب سعرها بعد مرور ٢٠ سنة.

مثال (٩) :
يذوب الملح حسب قانون الاضمحلال
اذا وضعت ١٠ كغ في الماء فذاب
نصف الكمية بعد مرور ربع ساعة.
احسب كتلة الملح المتبقية.
دون ذوبان بعد ساعة وربع ساعة.

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

مراجعة

س: اجب $\frac{dص}{dس}$ لكل مما يلي

① $ص = \int \frac{٥س + ٩}{س^٢ - ٨}\, دس$

② $ص = \int_{١}^{٣} (٦س)(٤س - ٢)\, دس$

③ $ص = \int ظا^٤ س\, دس$

④ $ص = \int_{٢}^{٤} لوس + هـ^{٣س}\, دس$

⑤ $ص = لوس^٤ + ٦ - هـ^{٥س + ١} + ٣س^٢ - ١$

⑥ $ص = جاس لوس$

السؤال الثاني: >

اجب التكاملات التالية -

$\int \frac{س^٤ - ٧س}{\sqrt{س}}\, دس$

$\int \frac{٦}{٥ - س}\, دس$

$\int (س - ٢)(س + ٢)\, دس$

$\int (٣س + ٢)^٤\, دس$

$\int (٢س - ١)(س^٤ - س)^٥\, دس$

$\int \frac{٤}{س} - هـ^{س} + ١٣\, دس$

$\int ٦س\, هـ^{س^٤ + ٥}\, دس$

$\int \frac{س^٤}{\sqrt{س^٣ + ١}}\, دس$ ، $٩س^٢ - ١$

(٣٣) $\int \frac{١٨س^٣}{س^٤ + ٣}\, دس$

$\int \frac{٢جتا^٤ س + ١}{جتا^٤ س + س}\, دس$

$\int_{-١}^{-٧} \frac{١}{\sqrt[٣]{٣س}}\, دس$

$\int_{١}^{٤} هـ\, دس$ ، حيث هـ العدد النيبيري

$\int_{٤}^{١} \frac{١}{\sqrt{س}} - \frac{١}{س^٤}\, دس$

$\int_{-١}^{١} \frac{س^٤ + ٧س^٢ + ١٢}{س + ٤}\, دس$

$\int_{٣}^{٠} \frac{٤}{٢س + ١}\, دس$

$\int_{١}^{٠} ٤س\, هـ^{س^٤}\, دس$

$\int_{٢}^{٦} \frac{١٠}{\sqrt{٥س + ٦}}\, دس$

Scanned by CamScanner

الأستاذ:
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

السؤال الثالث :-

احسب قيمة المجهول في كل مما يلي

① $\int_{-2}^{3} (س^2 + 3) \, دس$ = صفر فما قيم ب

② $\int_{1}^{ب} (2س + 1) \, دس$ = 12 فما قيم ب

③ $\int_{4}^{م} (6 - 2س) \, دس$ = صفر فما قيم م

④ $\int_{2}^{3} (ب س^2 + 2س) \, دس$ = -12 فما قيم ب

⑤ $\int_{2}^{ب} (4 - 2س) \, دس$ = 0 فما قيم ب

السؤال الخامس :-

يزداد ثمن تحفة فنية بمرور الزمن حسب قانون النمو بنسبة ٢,٥٪ إذا كان ثمنها الأصلي ٣٠٠٠ دينار كم يصبح ثمنها بعد مرور ٨٠ سنة.

السؤال الرابع :-

أ) إذا كانت ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (س، ص) حسب العلاقة $(1 + س)(3 + 2س)$ فما قاعدة الاقتران ق إذا علمت أن ق تمر بالنقطة (2، -1).

ب) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين $ص = ق(س) = 3س^2 - 2س$ ومحور السينات على $[-2، 0]$

ج) يتحرك جسيم حسب العلاقة
$ت(ن) = 12 ن (1 - ن)$
إذا كانت سرعتها ع(0) = 3 م/ث
ف(0) = 2
احسب المسافة بعد ثانيتين

Scanned by CamScanner

مراجعة عامة للتكامل

السؤال الأول:

أ- جد التكاملات التالية.

١) $\int (3س^{-2} - \frac{2}{س^3} + \sqrt{س}) \, دس$

٢) $\int (س+3)(س^2+5) \, دس$

٣) $\int_{-3}^{3} (س^2+3)^2 \, دس$

٤) $\int \frac{س^5 + س^4 + س^3 + 7س + 5}{س} \, دس$

٥) $\int \frac{س^6 - 5}{\sqrt{س^3}} \, دس$

٦) $\int_{1}^{2} \frac{س^2 - 25}{س+5} \, دس$

٧) $\int 4س^3 + \frac{1}{2} جتا س + 3قا^2 س + \frac{5}{س} \, دس$

٨) $\int جتا س \, جا س + \frac{5}{قا^2 س} + 3هـ^{س} \, دس$

٩) $\int (5س+7) + \frac{3}{\sqrt{5س+8}} + جا 4س \, دس$

١٠) $\int هـ^{-4س} + جتا \frac{س}{5} + قا^2 س + قا س ظا س \, دس$

١١) $\int_{1}^{2} \frac{4س - 6}{\sqrt[3]{س^2 - 3س + 1}} \, دس$

١٢) $\int \frac{2س + 1}{جتا^2 س + 7س + 8} \, دس$

١٣) $\int س \, هـ^{س^2 + 1} \, دس$

١٤) $\int_{1}^{2} 2س \, قا(س^2+1) \, ظا(س^2+1) \, دس$ علماً بأن $ق(1) = 8$ ، $ق(2) = 10$

السؤال الثاني:

ب- إذا كانت ميل العمودي المنصف لـ $ق$ هو $(2س+1)^5$ جد قاعدة الاقتران $ق$ علماً بأنه يمر بالنقطة $(2، 7)$

ج- يتحرك جسيم حسب العلاقة $ع = \frac{3}{2ن+1}$ أجد المسافة التي يقطعها بعد $ن = 9$ ثانية علماً بأن $ف(0) = 9$

د- إذا كان $\int_{0}^{4} ق(س) \, دس = 8$ ، $\int_{0}^{3} ق(س) \, دس = 12$ أجد $\int_{3}^{5} ق(س) \, دس$

هـ- إذا كان $ق(1) = 4$ ، $ق(3) = 12$ أجد قيمة $م$ إذا كانت $\int_{1}^{3} م \, ق(س) \, دس = 160$

و- إذا كانت $ق = \int_{3}^{س^2} \frac{(2ن+1)^3}{ن^2} \, دن$ ، $س > 0$ أجد $ق(س)$

ز- إذا كانت $\int_{1}^{2} 2ك + 3 \, دك = 6$ فما قيمة $ك$؟

ح- إذا كانت $ق(س) = ك س + 3$ حيث $ق$ مشتقة $ق$ على $[0، 3]$ أجد قيمة $ك$ علماً بأن $ق(3) - ق(0) = 6$

ط- إذا كانت $\int_{1}^{3} ق(س) \, دس = 6$ ، $\int_{1}^{3} ع(س) \, دس = -5$ أجد ما يلي:

① $\int_{1}^{3} 5ق(س) + 3س^2 + 2 \, دس$

② $\int_{1}^{3} 6ق(س) + 3ع(س) + 2ك \, دس$.

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني

[أ] اكتب الصورة المحصورة بين $f(x) = x^2 + 2x + 3$ ومحور السينات و $x = 1$ ، $x = 4$

[ب] اكتب المساحة بين $f(x) = x^2 - 2x$ في $[0, 2]$

[جـ] اكتب المساحة بين $f(x) = x^3 - 25x$ ومحور السينات

[د] اكتب المساحة بين $f(x) = x^3 - 4x$ ومحور السينات

[هـ] اكتب المساحة بين $f(x) = x^2 + 7x + 9$ ومحور السينات

[و] اكتب المساحة بين $f(x) = x^2 - 16$ ومحور السينات

[ز] اكتب المساحة بين $y = 6 - x^2$ ومحور السينات في $[-1, 8]$.