نجوم في

للمرحلة الثانوية

التكامل

الجزء (٢)

شرح مفصل للمادة

أسئلة السنوات السابقة

تمارين إضافية

إعداد الأستاذ

إياد عباد

0799366611

eyad emad abbad

eyad_abbad

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

إقتران اللوغاريتم الطبيعي

* خواص اللوغاريتم:-
① $\ln 1 = 0$ ② $\ln e = 1$ ③ $\ln e^n = n$
④ $\ln s^n = n \ln s$ ⑤ $\ln s \cdot ص = \ln s + \ln ص$
⑥ $\ln \frac{s}{ص} = \ln s - \ln ص$

قاعدة:-
اذا كانت $ص = \ln(s)$ فإن
$\frac{د ص}{د s} = \frac{ك'(s)}{ك(s)} = \frac{\text{مشتقة ما داخل اللوغاريتم}}{\text{الة اصل نفسه بدون لو}}$

سؤال: اجب صحيح خطأ مما يلي:-
① $ق(s) = \ln s^3 \Leftarrow ق'(s) = \frac{3 s^2}{s^3}$
② $ق(s) = \ln \tan s \Leftarrow ق'(s) = \frac{-جا s}{\tan s}$
③ $ق(s) = \ln \frac{1}{s} \Leftarrow ق'(s) = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}}$
④ $ق(s) = s \ln s$
$ق'(s) = s \times \frac{1}{s} + \ln s \times 1 = 1 + \ln s$
⑤ $ق(s) = \ln \frac{s^4}{s^4+1}$
$ق(s) = \ln s^4 - \ln(s^4+1)$
$ق'(s) = \frac{4s^3}{s^4} - \frac{4s^3}{s^4+1}$
⑥ $ق(s) = \ln s^4 = 4 \ln s$
$ق'(s) = 4 \times \frac{1}{s} = \frac{4}{s}$
⑦ $ص = \ln جا^2 s \cdot 2 \ln جا s$
$\frac{د ص}{د s} = 2 \times \frac{3 جتا^2 s}{جا^3 s} = 6 \cot^2 s$
⑧ $ص = \ln \frac{(3s-7)^2}{(s+5)^5}$
$= \ln(3s-7)^2 - \ln(s+5)^5$
$= 2 \ln(3s-7) - 5 \ln(s+5)$
$\frac{د ص}{د s} = \frac{2 \times 3}{3s-7} - \frac{5 \times 1}{s+5}$
⑨ $ص = \ln s^3 = 3 \ln s \Leftarrow \frac{د ص}{د s} = 3 \times \frac{1}{s} = \frac{3}{s}$
⑩ $ص = (\ln s)^3 \Leftarrow \frac{د ص}{د s} = 3(\ln s)^2 \times \frac{1}{s} = \frac{3}{s}(\ln s)^2$
⑪ $ص = \ln \tan^2 3s = 2 \ln \tan 3s$
$\frac{د ص}{د s} = 2 \times \frac{قا^2 3s \times 3}{\tan 3s} = \frac{6 قا^2 3s}{\tan 3s}$
⑫ $ص = \ln \sqrt[3]{s^3+9s} = \ln(s^3+9s)^{\frac{1}{3}}$
$ص = \frac{1}{3} \ln(s^3+9s)$
$\frac{د ص}{د s} = \frac{1}{3} \times \frac{3s^2+9}{s^3+9s} = \frac{s^2+3}{s^3+9s}$

قاعدة:-
$\int \frac{ب}{ا s+د} د s = \frac{ب}{ا} \ln|ا s+د| + ج$
① $\int \frac{3}{3s+5} د s = \frac{3}{3} \ln|3s+5| + ج$
② $\int \frac{1}{s} د s = \ln|s| + ج$
③ $\int \frac{4}{4s-1} د s$
$= \ln|4s-1|$
$= \ln(\ln 3 - \ln 1) = \ln 3$
④ $\int \frac{1}{2s} د s = \int \frac{1}{2s} د s = \frac{1}{2} \ln|2s| + ج$
⑤ $\int \frac{3s+5}{s} د s = \int 3 + \frac{5}{s} د s = 3s + 5 \ln|s| + ج$
⑥ $\int \frac{1}{3s-2} د s =$
⑦ $\int \frac{5}{3s+4} د s =$
⑧ $\int_2^3 \frac{7}{3s-2} د s =$
⑨ $\int_1^e \frac{1}{s} د s$
⑩ $\int \frac{1}{6+3s} د s =$

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

قاعدة:
$\int \frac{ق'(س)}{ق(س)}\,د س = \ln|ق(س)| + ج$

١) $\int \frac{٣س^٢+٤}{س^٣+٤س+١}\,د س = \ln|س^٣+٤س+١| + ج$

٢) $\int ظتاس\,د س = \int \frac{جتاس}{جاس}\,د س = \ln|جاس| + ج$

٣) $\int ظاس\,د س = \int \frac{جاس}{جتاس}\,د س = -\ln|جتاس| + ج$

٤) $\int \frac{س}{س^٢+١}\,د س = \frac{١}{٢}\int \frac{٢س}{س^٢+١}\,د س = \frac{١}{٢}\ln|س^٢+١| + ج$

٥) $\int \frac{٢س^٣-٣}{س^٤-٣س+٥}\,د س = \frac{١}{٢}\ln|س^٤-٣س+٥| + ج$

٦) $\int \frac{٣س^٢-٢س+٣}{س^٣-س^٢+٣س}\,د س$
$= \int \frac{٣س^٢-٢س+٣}{س(س^٢-س+٣)}\,د س$
$= \ln|س^٣-س^٢+٣س| + ج$

قاعدة: $\int (أس+ب)^ن\,د س = \frac{(أس+ب)^{ن+١}}{أ(ن+١)} + ج$ (ن ≠ -١)

١) $\int (٢س+٧)^٩\,د س = \frac{(٢س+٧)^{١٠}}{١٠\times٢} + ج$

٢) $\int \frac{(٢س+١)^٥}{٢}\,د س = \int ٢(٢س+١)^{-٤}\,د س$
$= \frac{٢\times(-٤)}{-٣(٢س+١)^{-٣}} + ج$

٣) $\int \frac{٢س-٣}{س^٢+٥}\,د س = \ln|س^٢+٥| + ج$

٤) $\int \frac{٢س-جاس}{س^٢+جتاس}\,د س = \ln|س^٢+جتاس| + ج$

٥) $\int \frac{س^٣+١٥س+٣}{س^٣+١٥س}\,د س = \frac{١}{٣}\int \frac{٣(س^٢+٥)}{س^٣+١٥س}\,د س$
$= \frac{١}{٣}\ln|س^٣+١٥س| + ج$

٦) $\int ظتاس\,د س = \int \frac{جتاس}{جاس}\,د س = \ln|جاس| + ج$
$= \frac{١}{٤}\int \frac{٤جتاس}{جاس}\,د س = \frac{١}{٤}\ln|جاس^٤| + ج$

٧) $\int \frac{١}{٩-٢س}\,د س$
$= -\frac{١}{٢}\ln|٩-٢س| + ج$

٨) $\int \frac{٢س+٥}{س^٢+٥}\,د س$

٩) $\int \frac{ظتاس+ظاس}{ق}\,د س$

١٠) $\int \frac{س}{س+١}\,د س$

١١) $\int \frac{د س}{س+ق}$

١٢) $\int \frac{١+ظاس}{ظاس}\,د س$

أحسب التكاملات التالية:

١) $\int \frac{٣س^٢+٥}{س^٣+٥س+١٩}\,د س = \ln|س^٣+٥س+١٩| + ج$

٢) $\int \frac{٢س-جاس}{س^٢+جتاس}\,د س = \ln|س^٢+جتاس| + ج$

٣) $\int \frac{جتاس}{١+جاس}\,د س = \ln|١+جاس| + ج$

٤) $\int ظاس+ظتاس\,د س = \int \frac{جاس}{جتاس} + \frac{جتاس}{جاس}\,د س$
$= -\ln|جتاس| + \ln|جاس| + ج$

إذا كان $ق(س)\times جاس - ق(س)\,جتاس = صفر$
وكان $ق(\frac{\pi}{٤}) = ١٢$ فما قيمة $ق(\frac{\pi}{٤})$

الحل: $ق'(س)\times جاس = ق(س)\,جتاس$
$\frac{ق'(س)}{ق(س)} = \frac{جتاس}{جاس}$ بتكامل الطرفين
$\int \frac{ق'(س)}{ق(س)}\,د س = \int \frac{جتاس}{جاس}\,د س$
$\ln|ق(س)| = \ln|جاس| + ج$
$\ln|ق(\frac{\pi}{٤})| = \ln|جا\frac{\pi}{٤}| + ج$
$ق(\frac{\pi}{٤}) = ١٢ \Rightarrow \ln ١٢ = \ln\frac{١}{\sqrt{٢}} + ج$
$\ln ١٢ = \ln ٢^{-\frac{١}{٢}} + ج \Rightarrow \boxed{\ln ١٢ = ج}$
$\ln ق(\frac{\pi}{٤}) = \ln جا\frac{\pi}{٤} + \ln ١٢$
$= \ln\frac{١}{\sqrt{٢}} + \ln ١٢ = \ln ١ - \ln ٢^{\frac{١}{٢}} + \ln ١٢$
$= صفر$
$\therefore \ln ق(\frac{\pi}{٤}) = صفر \Rightarrow ق(\frac{\pi}{٤}) = ١$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

تمارين

١) اجب مشتقه الاولى لكل مما يلي :)

أ) $ق = لو_{٤} س$

ب) $ق = لو جا^{٣} س$

ج) $ق = لو (س^{٣} + ٤س - ١٥)$

د) $ق = لو_{٤} س + ٥س + ٣$

هـ) $ق = س^{٣} لو س$

و) $ق = لو_{٢} + ٨س$

ز) $ق = لو س^{٣} ظا س$

ح) $ق = \frac{لو س}{س^{٤} + ١}$

ط) $ق = (لو س)^{٣}$

ي) $ق = \frac{(٤س^{٥} + ٥)^{٦}}{(٧ - ٢س)^{٥}}$

ك) $ق = لو \sqrt{٥س^{٣} + ٤س}$

ل) $ق = ظا (لو س)$

٢) اذا كانت $ق = لو س + \sqrt{٤س^{٢} - ١}$

اثبت $ق' = \frac{١}{\sqrt{٤س^{٢} - ١}}$

٣) اذا كانت $ق(س) - س ق' = لو(أ جا س + ب جتا س)$

اثبت أن $ق = ٣س + أ جا س$

٤) اثبت أنه $م = لو جا س$ هو حل لمعادلة $م'' = ظا س$

٥) اجب مما يكون مشتقة لكل مما يأتي

أ) $ق = \frac{٢س}{س^{٢} + ٤}$ ب) $ق = \frac{٣ جتا ٣س}{٥ + جا ٣س}$

٦) اجب بتكامل التالية :

١) $\int \frac{٢س}{س^{٢} + ٤} \, د س$

ب) $\int \frac{١ + جتا س}{س + جا س} \, د س$

ج) $\int \frac{٥ + ٥ ظتا^{٢} س}{ظا س} \, د س$

د) $\int \frac{٣س^{٢}}{٥ + س^{٣}} \, د س$

هـ) $\int \frac{س + ٥}{س} \, د س$

و) $\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٢}{س^{٢} - ٤} \, د س$

ز) $\int_{-١}^{٢} \frac{١٢س}{١ + ٤س^{٢}} \, د س$

ح) $\int \frac{جا ٣س}{١ + جتا ٣س} \, د س$

ط) $\int \frac{٤س - ١}{س(س - ١)} \, د س$

ي) $\int ظا س \, د س$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١) $\int \frac{\ln x}{x}\,dx$

$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx = x^{-1}dx$

$\int u\,du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{(\ln x)^2}{2} + c$

٢) $\int \frac{\sin x}{9 - 3\cos x}\,dx$

$u = 9 - 3\cos x$

$du = -\sin x - (-3\sin x) = 3\sin x\,dx$

$= \frac{1}{3}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{3}\ln|u| + c$

$= \frac{1}{3}\ln|9 - 3\cos x| + c$

٣) $\int \frac{x}{x^2+3}\,dx$

$u = x^2 + 3 \Rightarrow du = 2x\,dx$

$= \int \frac{x\,dx}{x^2+3} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c$

$= \frac{1}{2}\ln|x^2+3| + c$

٤) $\int \frac{1}{x+x\ln x}\,dx$

$u = 1 + \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$

$= \int \frac{1}{x+x\ln x}\,dx = \int \frac{1}{x(1+\ln x)}\,dx$

$= \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$

$= \ln|1 + \ln x| + c$

٥) $\int \frac{1}{x+5}\,dx = \ln|x+5| + c$

$= \ln|x| - \ln 5 + c$

$= \ln\frac{x}{5} + c$

٦) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{8 - x\sqrt[3]{x}}\,dx$

$u = \sqrt[3]{x} \Rightarrow x = u^3 \Rightarrow dx = 3u^2\,du$

$= \int \frac{u \times 3u^2}{8 - u^3 \times u}\,du = \int \frac{3u^3}{8 - u^4}\,du$

$= -\frac{3}{4}\int \frac{-4u^3}{8 - u^4}\,du = -\frac{3}{4}\ln|8 - u^4| + c$

$= -\frac{3}{4}\ln|8 - (\sqrt[3]{x})^4| + c$

٧) $\int \tan x \ln(\cos x)\,dx$

$u = \ln\cos x \Rightarrow du = \frac{-\sin x}{\cos x}dx = -\tan x\,dx$

$= \int \ln\cos x \times \tan x \times \frac{-du}{\tan x} = -\int u\,du$

$= -\frac{u^2}{2} + c = -\frac{(\ln\cos x)^2}{2} + c$

٨) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$

$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$

$= \int \frac{1}{x\ln x} \times x \times dx = \int \frac{1}{u}\,du$

$= \ln|u| + c = \ln|\ln x| + c$

٩) $\int \frac{2x + \tan x}{\cos x}\,dx$

$= \int \frac{2x}{\cos x} + \frac{\tan x}{\cos x}\,dx$

$= \int 2x\sec x + \tan x\sec x\,dx$

بالتعويض ← $\sec x = u$

بالاجزاء :

$= 2x\tan x + 2\ln|\cos x| + \frac{\tan^2 x}{2} + c$

١٠) $\int \cos^3 x \ln\sin x\,dx$

$u = \sin x \Rightarrow du = \frac{\cos x}{dx} \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x}$

$= \int \cos^3 x \ln u \frac{du}{\cos x} = \int (1 - \sin^2 x)\ln u\,du$

$= \int (1 - u^2)\ln u\,du$ بالاجزاء

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١١) $\int \frac{\ln س}{س}$ دس

$\int \frac{\ln س}{س}$ دس $= \int \frac{1}{س} \ln س$ دس

$ع = \ln س \Rightarrow$ د$ع = \frac{1}{س}$ دس

$د ع = س \Rightarrow ع = س$

$= \ln س \cdot س - \int س \times \frac{1}{س}$ دس

$= س \ln س - \int 1$ دس $= س \ln س - س + ج$

١٢) $\int (\ln س)^2$ دس

$ع = (\ln س)^2 \Rightarrow$ د$ع = 2(\ln س)(\frac{1}{س})$ دس

$د ع = س \Rightarrow ع = س$

$= س(\ln س)^2 - \int س \times 2(\ln س)(\frac{1}{س})$ دس

$= س(\ln س)^2 - 2\int \ln س$ دس

$= س(\ln س)^2 - 2(س \ln س - س) + ج$

١٣) $\int (\ln س)^3$ دس واجب

١٤) $\int س^3 \ln س$ دس

$ع = \ln س \Rightarrow$ د$ع = \frac{1}{س}$ دس

$د ع = س^3$ دس $\Rightarrow ع = \frac{1}{4} س^4$

$= \frac{1}{4} س^4 \ln س - \int \frac{1}{4} س^4 \times \frac{1}{س}$ دس

$= \frac{1}{4} س^4 \ln س - \frac{1}{4} \int س^3$ دس

$= \frac{1}{4} س^4 \ln س - \frac{1}{4} \frac{س^4}{4} + ج$

١٥) $\int$ جتا^2 س لجا س دس

$ع = \ln جا س \Rightarrow$ د$ع = \frac{جتا س}{جا س}$ دس

$د ع = جتا س$ دس $\Rightarrow ع = جا س$

$= جا س \ln جا س - \int جا س \times \frac{جتا س}{جا س}$ دس

$= جا س \ln جا س - \int جتا س$ دس

$= جا س \ln جا س - جا س + ج$

١٦) $\int$ قا^2 س لظا س دس واجب

١٧) $\int$ قا^2 س لظا س دس

ظا س $= ص \Rightarrow$ دص $= \frac{قا^2 س}{د س}$ دس

$\int$ قا^2 س لظا س دس $= \int$ قا^2 س لظا س $\frac{د ص}{قا^2 س}$

$= \int \ln ص$ دص $= ص \ln ص - \int ص \times \frac{1}{ص}$ دص

$= ص \ln ص - \int 1$ دص $= ص \ln ص - ص + ج$

$= ظا س \ln ظا س - ظا س + ج$

١٨) $\int$ جا^2 س لجتا س دس اجب دوري

١٩) $\int$ س قتا^2 س دس

$ع = س \Rightarrow$ د$ع =$ د س.

د$ص =$ قتا^2 س د س $\Rightarrow ص = -$ ظتا س

$= -س$ ظتا س $- \int -$ ظتا س دس

$= -س$ ظتا س $+ \int \frac{جتا س}{جا س}$ دس

$= -س$ ظتا س $+ \ln$ جا س $+ ج$.

٢٠) $\int \ln^2 س$ دس

$= \int س (\ln س - \ln 1)$ دس

$= \int س \ln س$ دس

$= \ln 2 \int س^3$ دس $- \int \frac{3}{س} \ln س$ دس

$ع = \ln س \Rightarrow$ د$ع = \frac{1}{س}$ دس

$د ع = س^3$ دس $\Rightarrow ع = \frac{1}{4} س^4$

$= \ln 2 \frac{1}{4} س^4 - (\ln س \times \frac{1}{4} س^4 - \int \frac{1}{4} س^4 \times \frac{1}{س}$ دس)

$= \ln 2 \frac{1}{4} س^4 - (\ln س \times \frac{1}{4} س^4 - \frac{1}{4} \int س^3$ دس)

$= \ln 2 \frac{1}{4} س^4 - (\ln س \times \frac{1}{4} س^4 - \frac{1}{4} \frac{1}{4} س^4) + ج$

Scanned by CamScanner

الأستاذ
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢١) $\int \frac{\text{ظتا}\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}}\,dx$

$u = \sqrt{1+\sin x} \leftarrow du = \frac{\cos x\,dx}{2\sqrt{1+\sin x}}$

$2\,du = \frac{\cos x\,dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

$= \int \text{ظتا}\,u \cdot 2\,du$

$= 2\int \frac{\text{جتا}\,u}{\text{جا}\,u}\,du = 2\ln|\text{جا}\,u| + c$

$= 2\ln|\text{جا}\sqrt{1+\sin x}| + c$

٢٢) $\int \frac{\text{قا}^2 x - \text{ظا}\,x}{\text{قا}\,x}\,dx$

$= \int \frac{\text{قا}^2 x}{\text{قا}\,x}\,dx - \int \frac{\text{ظا}\,x}{\text{قا}\,x}\,dx$

$= \int \text{قا}\,x\,dx - \int \text{ظا}\,x \cdot \text{جتا}\,x\,dx$

$= \ln|\text{قا}\,x + \text{ظا}\,x| + \text{جتا}\,x + c$

٢٣) $\int \text{قا}\,x\,dx$

$= \int \text{قا}\,x \times \frac{(\text{قا}\,x + \text{ظا}\,x)}{(\text{قا}\,x + \text{ظا}\,x)}\,dx = \int \frac{\text{قا}^2 x + \text{قا}\,x\,\text{ظا}\,x}{\text{قا}\,x + \text{ظا}\,x}\,dx$

$= \ln|\text{قا}\,x + \text{ظا}\,x| + c$

٢٤) $\int \text{قتا}\,x\,dx$ واجب

٢٥) $\int \frac{\text{ظا}\,x}{1+\text{قا}\,x}\,dx$

$= \int \frac{\frac{\text{جا}\,x}{\text{جتا}\,x}}{1+\frac{1}{\text{جتا}\,x}}\,dx = \int \frac{\frac{\text{جا}\,x}{\text{جتا}\,x}}{\frac{\text{جتا}\,x+1}{\text{جتا}\,x}}\,dx = \int \frac{\text{جا}\,x}{\text{جتا}\,x+1}\,dx$

$= \ln|\text{جتا}\,x + 1| + c$

٢٦) $\int \frac{dx}{x\ln x}$ $\quad u = \ln x$

٢٧) $\int -\frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$ $\quad \frac{du}{dx}$ واجب

٢٨) $\int \text{جا}^3 x \ln \text{جا}\,x\,dx$ $\quad u = \text{جا}\,x$

$= \int u^3 \ln u \cdot \frac{du}{\text{جتا}\,x}$ $\quad du = \text{جتا}\,x\,dx$

$= \int u^2 \ln u\,du$ $\quad dx = \frac{du}{\text{جتا}\,x}$

$u = \ln u \rightarrow du = \frac{1}{u}\,du$

$dv = u^2\,du \rightarrow v = \frac{u^3}{3}$

$= \frac{u^3}{3}\ln u - \int \frac{u^3}{3}\cdot\frac{1}{u}\,du$

$= \frac{u^3}{3}\ln u - \frac{u^3}{9} + c = \text{جا}^3 x \ln \text{جا}\,x - \frac{\text{جا}^3 x}{9} + c$

٢٩) $\int \frac{1-\ln x}{x}\,dx$ $\quad u = \ln x$

$= \int \frac{1}{x} - \int \frac{\ln x}{x}\,dx$ $\quad du = \frac{dx}{x}$

$= \ln x - \int u\,du$

$= \ln x - \frac{u^2}{2} + c = \ln x - \frac{(\ln x)^2}{2} + c$

٣٠) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)}$

$u = 1+\ln x \rightarrow du = \frac{dx}{x}$

$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$

$= \ln|1+\ln x| + c$

٣١) $\int \frac{3x\ln(x^2+5)}{x^2+5}\,dx$

$u = x^2+5 \rightarrow du = 2x\,dx$

$= \int \frac{3}{2}\cdot\frac{2x\ln(x^2+5)}{x^2+5}\,dx = \int \frac{3}{2}\cdot\frac{\ln u}{u}\,du$

$= \frac{3}{2}\int \ln u \cdot u^{-1}\,du$

$= \frac{3}{2}\left[\ln u \cdot \ln u - \int \ln u \cdot u^{-1}\,du\right]$

$= \frac{3}{2}(\ln u)^2 - \frac{3}{2}\ln u + c$

$= \frac{3}{2}(\ln(x^2+5))^2 - \frac{3}{2}\ln(x^2+5) + c$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

الاقتران الاسي

$ص = ه^{أس+ب} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ه^{أس+ب} \times أ$

مثال: $ص = ه^{٢س+٩} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٢ ه^{٢س+٩}$

بشكل عام: $ص = ه^{ع(س)} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ع'(س) ه^{ع(س)}$

① $ص = س^{ن} + ه^{٤س}$
$\frac{د ص}{د س} = ٢س + ٤ ه^{٤س}$

② $ص = ه^{س^٣} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٣س^٢ ه^{س^٣}$

③ $ص = ه^{قاس} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = قاس ظاس ه^{قاس}$

④ $س ه^{ص} + جاس = ص ق$
$س ه^{ص} \frac{د ص}{د س} + ه^{ص} + جتاس = ٢ ص \frac{د ص}{د س}$
$\frac{د ص}{د س} (س ه^{ص} - ٢ص) = ه^{ص} + جتاس$
$\frac{د ص}{د س} = \frac{ه^{ص} + جتاس}{٢ص - س ه^{ص}}$

⑤ $ص = \sqrt{ه^{٤س}} = (ه^{٤س})^{\frac{١}{٢}} = ه^{٢س}$
$ص = ٤ - ه^{٢س}$

قاعدة: $(ه^{س})^{ن} = ه^{ن س}$ وهكذا

⑦ $ص = ه^{س^٢} + جاس$
$ص = س^٢ + جاس \Leftarrow ص = ٢س + ٢ جاس جتاس$

⑧ $ص = جا ه^{س^٢}$
$ص = ٢س ه^{س^٢} جتا ه^{س^٢}$

⑨ $ص = ٩ ه^{أس}$ وكانت $ص = ٠$ عندما $س = ٢$ ، أ ثابت
$ص = ٩ ه^{أس}$ / $ص = ٩ ه^{أس}$
$ص = ٩ ه^{أس}$ / $ص = ٩ ه^{أس}$
$ص - ٣ص + ٢ص = ٠$
$ص - ٣ص + ٢ص = ٠$ ← معادلة
$ه^{أس}(أ^٢ - ٣أ + ٢) = ٠$
$ه^{أس}(أ-٢)(أ-١) = ٠$ ← $أ = ٢ ، ١$

⑩ $ص = جاس$ اثبت أن $ص'' + ص + ١ = ٠$

⑪ إذا كانت $ق(س) = ه^{س} ل(س)$
وكان $ق(س) = ه^{س}(\frac{١}{س} + ٢ ل(س))$ اثبت أن
$ل(س)$ هو بدائي لـ $ق(س)$ ثم اوجد $\int_{١}^{٢} ق(س) د س$
الحل: $ق = ه^{س} \times \frac{١}{س} + ل(س) \times ٢ ه^{س}$
$= ه^{س}(\frac{١}{س} + ٢ ل(س)) = ق(س)$
$\Rightarrow ل(س)$ هو بدائي لـ $ق(س)$.
$\int_{١}^{٢} ق(س) د س = ل(٢) - ل(١) = ه^{٢} - ه$

قاعدة: $\int ه^{أس+ب} د س = \frac{ه^{أس+ب}}{أ} + ج$

① $\int ه^{٥س+١} د س = \frac{ه^{٥س+١}}{٥} + ج$

② $\int \sqrt{ه^{٣س}} د س = \int (ه^{٣س})^{\frac{١}{٢}} د س = \int ه^{\frac{٣}{٢}س} د س$
$= \frac{ه^{\frac{٣}{٢}س}}{\frac{٣}{٢}} + ج$

③ $\int_{١}^{٢} ه^{س} د س = ه^{س}(٢ - ١) = ه^{٢} / ه$: ثابت

قاعدة: $\int أ^{ب س+د} د س = \frac{أ^{ب س+د}}{ب \times ل أ} + ج$

① $\int ٣^{٥س+٥} د س = \frac{٣^{٥س+٥}}{٥ \times ل ٣} + ج$

تمارين:-

① $\int ٩ ه^{٣س+١} د س$ ② $\int ه^{س}(ه^{س}+١) د س$

③ $\int \sqrt{ه^{س}} د س$ ④ $\int ٩ ه^{-\frac{١}{٣}س} د س$

⑤ $\int ه^{س} + \frac{١}{\sqrt{ه^{س}+٣}} د س$ ⑥ $\int \frac{٥ + ٢ ه^{س}}{ه^{س}} د س$

⑦ $\int ه^{س} \sqrt{ه^{س}+١} د س$

⑧ $\int ه^{س}(٣ - ٤ ه^{س}) د س$

P تنتمي للاعداد الحقيقية ماعدا الصفر
$P \in ح - \{٠\}$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

تمارين

١) اجب عما يلي:
أ) $ص = ٩س + ١٨$ ، $\frac{دص}{دس}$
ب) $ص = س^{٥} + ٦ - ٤س$
ج) $ص = جا ٣س$
د) $ص = \sqrt{١ + ٤س}$
هـ) $ص = ٢س + لو_{٥} س$
و) $ص = ٩ + لو_{ق} س$
ز) $ص = ٤ لو_{٣} س^{٣} + ٢$
ح) $ص = \frac{١ + ٤س}{٥س}$
ط) $ص = ٣ جا س + ٤س$
ي) $ص = (٤س + ٥)^{٦}$

٢) اذا كانت $ص = ٢ جتا س + ٣$ خاس $+ \int_{\frac{\pi}{٤}}^{س} ٥ دي$ خاس
وكانت $\frac{دص}{دس} = ٢ص + ١$ عندما $س = \frac{\pi}{٤}$
فجد قيمة $م$

٣) اذا كانت $ق(س) = ٣^{م(س)}$ حيث $م$ قابل للاشتقاق
اثبت ان $ق' = ٣^{م(س)} \times م'(س) \times$ لو$_{٣}$

٤) اذا كان $ق(س) = جا س + ٤^{س}$
$ق(٠) = \frac{١}{٤}$ ، $ق'(٠) = \frac{١}{٢}$ فما قاعدة الاقتران

٥) اذا كانت
$٤^{ص} = س - ص$ اثبت ان
$\frac{دص}{دس} = \frac{١ + ٤^{ص} - ٤ص}{٤ص - ٤^{ص}}$

٦) اذا كانت
$\int_{١-س}^{ق(س)} دي = ٤ + ٤^{ق}$ وكانت
$ق(ب) = -ب$ ، $ب \neq$ صفر فجد قيمة $ب$.

٧) اذا كانت $ص = ٤^{س}$ فجد قيمة $م$ التي تجعل
$ص''' - ٥ص'' + ٦ص = ٠$

٨) اجب بتكامل كل مما يلي:
$\int ٩ + ٧س \, دس$
$\int ١ + ٥س \, دس$
$\int_{١}^{٣} ٥ \, دس$
$\int \frac{٣ - ٤^{٣س}}{٤^{س} - ٣س} \, دس$
$\int \frac{٧ - ٣^{س}}{٣ - ٣س} \, دس$
$\int ٥ + لو جتا س \, دس$
$\int \frac{١}{١ - ٤^{س}} \, دس$
$\int ٣س \, ٤^{س + لو_{٤} ٣} \, دس$
$\int ٤ + ٤^{س} \sqrt{٤^{س} + ٤} \, دس$
$\int (٤^{س} + ٥)^{٢} \, دس$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١١

١ $\int (x^2+3)(\sqrt{x^3+12x})\,dx$

$u = x^3+12x \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2+12}$

$\int (x^2+3)\sqrt{u}\,\frac{du}{3x^2+12} = \frac{1}{3}\int \sqrt{u}\,du = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{9}(x^3+12x)^{\frac{3}{2}} + c$

٢ $\int$ جاس جتاس dx

٣ $\int$ جاس dx واجب

٤ $\int$ ظاس dx

٥ $\int$ قاس dx باقي

٦ $\int$ قاس ظاس dx

٧ $\int \frac{\sqrt{x}}{x^2+6x+9}\,dx$

$= \int \frac{\sqrt{x}}{(x+3)^2}\,dx$

$u = x+3 \Rightarrow x = u-3 \Rightarrow dx = du$

$= \int \frac{\sqrt{u-3}}{u^2}\,du = \int (u^{-\frac{3}{2}} - 3u^{-2})\,du$

$= -2u^{-\frac{1}{2}} + 3u^{-1} + c$

$= -\frac{2}{\sqrt{x+3}} + \frac{3}{x+3} + c$

٨ $\int \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\,dx$

$= \int \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+2}\,dx = \int \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}+2}\,dx$

$u = \sqrt{x}+2 \Rightarrow x = u-2 \Rightarrow dx = 2u\,du$

$= \int \frac{(u-1)^2}{u}\cdot 2u\,du = \int 2(u-1)^2\,du = \frac{2}{3}(u-1)^3 + c$

$= \frac{2}{3}(\sqrt{x}+1)^3 + c$

٩ $\int$ سا^5 جتا dx

$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x\,dx$

$\int \sin^5 x \cos x\,dx = \int u^5\,du = \frac{1}{6}u^6 + c = \frac{1}{6}\sin^6 x + c$

أجزاء مرتين

$u = x^2 \Rightarrow du = 2x\,dx$

$dv = e^{3x}\,dx \Rightarrow v = \frac{1}{3}e^{3x}$

$\int x^2 e^{3x}\,dx = \frac{1}{3}x^2 e^{3x} - \frac{2}{3}\int x e^{3x}\,dx$

$u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^{3x}\,dx \Rightarrow v = \frac{1}{3}e^{3x}$

$\int x e^{3x}\,dx = \frac{1}{3}x e^{3x} - \frac{1}{3}\int e^{3x}\,dx$

$= \frac{1}{3}x e^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + c$

$\int x^2 e^{3x}\,dx = \frac{1}{3}x^2 e^{3x} - \frac{2}{9}x e^{3x} + \frac{2}{27}e^{3x} + c$

١٠ $\int$ ظا^5 قا dx

$u = \sec x \Rightarrow du = \sec x \tan x\,dx$

$\int \tan^4 x \sec x \tan x\,dx = \int (\sec^2 x - 1)^2 \sec x \tan x\,dx$

$= \int (u^2-1)^2\,du = \int (u^4 - 2u^2 + 1)\,du$

$= \frac{1}{5}u^5 - \frac{2}{3}u^3 + u + c$

$= \frac{1}{5}\sec^5 x - \frac{2}{3}\sec^3 x + \sec x + c$

١١ $\int \frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2}\,dx$

$= \int \sqrt{x}(x+1)^{-2}\,dx$

$u = \sqrt{x} \Rightarrow x = u^2 \Rightarrow dx = 2u\,du$

$dv = (x+1)^{-2}\,dx \Rightarrow v = -(x+1)^{-1}$

$\int \sqrt{x}(x+1)^{-2}\,dx = -\sqrt{x}(x+1)^{-1} + \int \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{x+1}\,dx$

$= -\frac{\sqrt{x}}{x+1} + \int \frac{dx}{2\sqrt{x}(x+1)}$

$= -\frac{\sqrt{x}}{x+1} + \tan^{-1}\sqrt{x} + c$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٢) $\int e^{x}(\ln x+\frac{1}{x})\,dx$

$=\int e^{x}\ln x+\int e^{x}\times\frac{1}{x}\,dx$

اجزاء

$u=\ln x \Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

$dv=e^{x}\Rightarrow v=e^{x}$

$=e^{x}\ln x-\int e^{x}\times\frac{1}{x}dx+\int e^{x}\times\frac{1}{x}dx$

$=e^{x}\ln x+c$

١٣) $\int e^{x^3+\ln x^3}\,dx$

$=\int e^{x^3}\times e^{\ln x^3}\,dx$

$=\int e^{x^3}\times x^3\,dx=\int x^3 e^{x^3}dx$

$u=x^3\Rightarrow du=3x^2dx\Rightarrow\frac{du}{3x^2}=dx$

$\int x^3 e^{u}\frac{du}{3x^2}=\frac{1}{3}\int e^{u}du$

$=\frac{1}{3}e^{u}+c=\frac{1}{3}e^{x^3}+c$

١٤) $\int x\,e^{x+\ln x}\,dx$ واجب

الحل الدوري

١) $\int e^{x}\cos x\,dx$

$u=e^{x}\Rightarrow du=e^{x}dx$

$dv=\cos x\,dx\Rightarrow v=\sin x$

$\int e^{x}\cos x=e^{x}\sin x-\int e^{x}\sin x\,dx$

اجزاء مرة اخرى

$u=e^{x}\Rightarrow du=e^{x}dx$

$dv=\sin x\,dx\Rightarrow v=-\cos x$

$\int e^{x}\cos x=e^{x}\sin x-(-e^{x}\cos x+\int e^{x}\cos x)$

السؤال

$\int e^{x}\cos x=e^{x}\sin x+e^{x}\cos x-\int e^{x}\cos x$

$2\int e^{x}\cos x=e^{x}\sin x+e^{x}\cos x+c$

$\int e^{x}\cos x=\frac{e^{x}\sin x+e^{x}\cos x}{2}+c$

٢) $\int e^{x}\sin x$ واجب

٣) $\int \sin(\ln x)$ واجب

٤) $\int e^{x}\sin x\cos x$ واجب

٥) $\int e^{ax}\sin bx\,dx$

$du=a\Rightarrow u=ax\Rightarrow dx=\frac{du}{a}$

$\int e^{u}\sin bx\,dx$ اجزاء.

$=-e^{ax}\cos bx+\int e^{ax}\cos bx+c$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٤٢٦٦٦١١

الكسور الجزئية

"درجة المقام أكبر من درجة البسط"

١) $\int \frac{1}{(س+1)(س-3)}\,د س$

٢) $\int \frac{٧}{س^2-3س-١٠}\,د س$

٣) $\int \frac{1}{س^2-٤}\,د س$

٤) $\int \frac{٢س+1}{س^2+3س-٤}\,د س$

٥) $\int \frac{1}{س^2+٢س+1}\,د س$

$= \int (س-1)^{-2}\,د س = \frac{(س-1)^{-1}}{-1} + ج$

٦) $\int \frac{٢}{س^3-س}\,د س$

$= \int \frac{٢}{س(س-1)(س+1)}\,د س$

$٢ = أ(س-1)(س+1) + ب س(س+1) + جـ س(س-1)$

عندما $س = 1 \leftarrow ٢ = ٢ب \leftarrow ب = 1$

عندما $س = -1 \leftarrow جـ = 1$

عندما $س = ٠ \leftarrow أ = -٢$

$= \int \frac{-٢}{س} + \frac{1}{س-1} + \frac{1}{س+1}\,د س$

$= -٢ لو|س| + لو|س-1| + لو|س+1| + ج$

٧) $\int \frac{٢س}{س^2+٤س+٤}\,د س$

$\int (٢س)(س+٢)^{-2}\,د س$ اجزاء

$u = ٢س \quad dv = (س+٢)^{-2}$

$du = ٢ \quad v = \frac{(س+٢)^{-1}}{-1}$

$= \frac{-٢س}{س+٢} + \int \frac{٢}{س+٢}\,د س$

$= \frac{-٢س}{س+٢} + ٢ لو|س+٢| + ج$

٨) $\int \frac{٣س^2+٢}{س-1}\,د س$

اذا كانت درجة البسط أكبر او تساوي درجة المقام نستخدم القسمة الطويلة

فإن $\int$ الناتج + $\int \frac{\text{باقي القسمة}}{\text{المقسوم عليه}}$

٩) $\int \frac{س^2+1}{س^3-1}\,د س$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١) $\int \frac{9-س}{س^2-6س} \, دس$

$\frac{9-س}{س(س-6)} = \frac{ب}{س-6} + \frac{د}{س}$

$9-س = ب س + د(س-6)$

$س=6 \Rightarrow 9-6 = 6ب \Rightarrow ب = \frac{1}{2}$

$س=0 \Rightarrow 9 = -6د \Rightarrow د = -\frac{3}{2}$

$\int \frac{\frac{1}{2}}{س-6} + \int \frac{-\frac{3}{2}}{س} \, دس$

$= \frac{1}{2} \ln|س-6| - \frac{3}{2} \ln|س| + ج$

٢) $\int \frac{س^2}{س^2+13} \, دس$

$\frac{س^2}{س^2+13}$ — $س^2$ / $س^2+13$ — 1 — -13

$= \int 1 \, دس - 13 \int \frac{1}{س^2+13} \, دس$

$= س - 13 \times \frac{1}{\sqrt{13}} \tan^{-1}\left(\frac{س}{\sqrt{13}}\right) + ج$

$= س - \sqrt{13} \tan^{-1}\left(\frac{س}{\sqrt{13}}\right) + ج$

٣) $\int \frac{س^3+10}{س^2-س-2} \, دس$

$س^3+10$ / $س^2-س-2$ — $س+1$ — $س^2+2س+10$

$س^2+2س+10$ / $س^2-س-2$ — 1 — $3س+12$

$= \int (س+1) \, دس + \int \frac{3س+12}{(س-2)(س+1)} \, دس$

$\frac{3س+12}{(س-2)(س+1)} = \frac{ب}{س+1} + \frac{د}{س-2}$

$3س+12 = ب(س-2) + د(س+1)$

$س=-1 \Rightarrow 9 = -3ب \Rightarrow ب = -3$

$س=2 \Rightarrow 18 = 3د \Rightarrow د = 6$

$= \frac{س^2}{2} + س + 6\ln|س-2| - 3\ln|س+1| + ج$

٤) $\int \frac{1}{1-ع^2} \, دع$ واجب

٥) $\int \frac{1}{س^2+2س+2} \, دس$ واجب

٦) $\int \frac{ع^2}{ع^2-4ع+3} \, دع$

$\frac{ع^2}{(ع-1)(ع-3)} = 1 + \frac{ب}{ع-3} + \frac{د}{ع-1}$

$ع^2 = (ع-1)(ع-3) + ب(ع-1) + د(ع-3)$

$ع=3 \Rightarrow 9 = 2ب \Rightarrow ب = \frac{9}{2}$

$ع=1 \Rightarrow 1 = -2د \Rightarrow د = -\frac{1}{2}$

$= ع + \frac{9}{2}\ln|ع-3| - \frac{1}{2}\ln|ع-1| + ج$

٧) $\int \frac{4س+1}{س^2-س-2} \, دس$ واجب

٨) $\int \frac{س}{س^2-س-2} \, دس$ واجب

٩) $\int \frac{2ع^2-ع+3}{ع^3-3ع-2} \, دع$

$ع^3-3ع-2$ / $2ع^2-ع+3$ — $2ع+5$ — $2ع^2+11ع+15$

$2ع^2+11ع+15 = (ع+2)(2ع+5)$

$ع^3-3ع-2 = (ع+1)^2(ع-2)$

$\frac{2ع^2-ع+3}{(ع+1)^2(ع-2)} = \frac{ب}{ع+1} + \frac{د}{(ع+1)^2} + \frac{هـ}{ع-2}$

$2ع^2-ع+3 = ب(ع+1)(ع-2) + د(ع-2) + هـ(ع+1)^2$

$ع=-1 \Rightarrow 6 = -3د \Rightarrow د = -2$

$ع=2 \Rightarrow 9 = 9هـ \Rightarrow هـ = 1$

$ع=0 \Rightarrow 3 = -2ب + 4 + 1 \Rightarrow ب = 1$

$= \int \frac{1}{ع+1} + \int \frac{-2}{(ع+1)^2} + \int \frac{1}{ع-2} \, دع$

$= \ln|ع+1| + \frac{2}{ع+1} + \ln|ع-2| + ج$

$= \ln|(ع+1)(ع-2)| + \frac{2}{ع+1} + ج$

١٠) $\int \frac{س^2+س+6}{س^3-3س-2} \, دس$

$س^3-3س-2$ / $س^2+س+6$ — $س$ — $س^2+5س+6$

$س^2+5س+6 = (س+2)(س+3)$

$\frac{س^2+س+6}{(س+1)^2(س-2)} = \frac{ب}{س+1} + \frac{د}{(س+1)^2} + \frac{هـ}{س-2}$

$س^2+س+6 = ب(س+1)(س-2) + د(س-2) + هـ(س+1)^2$

$س=-1 \Rightarrow 6 = -3د \Rightarrow د = -2$

$س=2 \Rightarrow 12 = 9هـ \Rightarrow هـ = \frac{4}{3}$

$س=0 \Rightarrow 6 = -2ب - 2 + \frac{4}{3} \Rightarrow ب = \frac{5}{6}$

$= \int \frac{\frac{5}{6}}{س+1} + \int \frac{-2}{(س+1)^2} + \int \frac{\frac{4}{3}}{س-2} \, دس$

$= \frac{5}{6}\ln|س+1| + \frac{2}{س+1} + \frac{4}{3}\ln|س-2| + ج$

$= \frac{5}{6}\ln|(س+1)^3| + \frac{2}{س+1} + \frac{4}{3}\ln|س-2| + ج$

$= \ln\sqrt[6]{(س+1)^5(س-2)^8} + \frac{2}{س+1} + ج$

Scanned by CamScanner

الأستاذ
إياد عماد عباد
٠٧٩٤٢٦٦٦١١

١٠ $\int \frac{\sqrt[3]{س}-1}{\sqrt{س}-\sqrt[3]{س}}\,د س$

$ص = س^{\frac{1}{6}} \Leftarrow ص^6 = س$ ، $د س = 6ص^5\,د ص$

$$\int \frac{ص^2-1}{ص^3-ص^2}\times 6ص^5\,د ص = \int \frac{6ص^7-6ص^5}{ص^3-ص^2}\,د ص$$

$$\begin{array}{r|l} 6ص^7-6ص^5 & ص^3-ص^2 \\ \hline 6ص^7-6ص^6 & 6ص^4+6ص^3+6ص^2+6ص+6 \\ \hline 6ص^6-6ص^5 & \\ 6ص^6-6ص^5 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$= \int 6ص^4+6ص^3+6ص^2+6ص+6 + \frac{6}{ص-1}\,د ص$$

$$= 6\frac{ص^5}{5}+6\frac{ص^4}{4}+6\frac{ص^3}{3}+6\frac{ص^2}{2}+6ص+6\ln|ص-1|+ج$$

$$= \frac{6}{5}س^{\frac{5}{6}}+\frac{3}{2}س^{\frac{2}{3}}+2س^{\frac{1}{2}}+6س^{\frac{1}{6}}+6\ln|س^{\frac{1}{6}}-1|+ج$$

١١ $\int \frac{ق_س}{ظا س - 3ظا س - 2}\,د س$

$ص = ظا س \Leftarrow د ص = ق_س^2\,د س$

$$\int \frac{ق_س^2}{ظا^2 س - 3ظا س - 2}\times \frac{د ص}{ق_س^2} = \int \frac{1}{ص^2-3ص-2}\,د ص$$

$$\frac{1}{ص^2-3ص-2} = \frac{ب}{ص-1}+\frac{د}{ص+2}$$

$$ب(ص+2)+د(ص-1) = 1$$

$ص=1 \Leftarrow \boxed{ب=\frac{1}{3}}$ ، $ص=-2 \Leftarrow \boxed{د=-\frac{1}{3}}$

$$\int \frac{\frac{1}{3}}{ص-1}\,د ص + \int \frac{-\frac{1}{3}}{ص+2}\,د ص = \frac{1}{3}\ln|ص-1|-\frac{1}{3}\ln|ص+2|+ج$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|\frac{ظا س-1}{ظا س+2}\right|+ج$$

١٢ $\int \frac{د س}{(ق_س+3)(ق_س+1)}$

$ص = ق_س \Leftarrow د ص = ق_س ظا س\,د س$

$$\int \frac{د ص}{ظا س(ص+3)(ص+1)} = \int \frac{د ص}{\sqrt{ص^2-1}(ص+3)(ص+1)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{ص^2-1}(ص+3)(ص+1)} = \frac{ب}{\sqrt{ص-1}}+\frac{د}{\sqrt{ص+1}}+\frac{ه}{ص+3}$$

$$ب\sqrt{ص+1}(ص+3)(ص+1)+د\sqrt{ص-1}(ص+3)(ص+1)+ه\sqrt{ص^2-1}(ص+1) = 1$$

$ص=1 \Leftarrow \boxed{ب=\frac{1}{8}}$ ، $ص=-1 \Leftarrow \boxed{د=\frac{1}{4}}$ ، $ص=-3 \Leftarrow \boxed{ه=-\frac{1}{8}}$

$$\int \frac{\frac{1}{8}}{\sqrt{ص-1}}\,د ص + \int \frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{ص+1}}\,د ص + \int \frac{-\frac{1}{8}}{ص+3}\,د ص$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{ص-1}+\frac{1}{2}\sqrt{ص+1}-\frac{1}{8}\ln|ص+3|+ج$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{ق_س-1}+\frac{1}{2}\sqrt{ق_س+1}-\frac{1}{8}\ln|ق_س+3|+ج$$

١٣ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{ظا^2 س - ظا س + 1}{ظا^3 س + 1}\,د س$ واجب

١٤ $\int \frac{س^2-س+3}{س^3+1}\,د س$

١٥ $\int \frac{س^2-6}{س^3+3س-7}\,د س$

١٦ $\int \frac{\sqrt{س+1}}{\sqrt{س+1}-1}\,د س$

$ص = \sqrt{س+1} \Leftarrow ص^2 = س+1 \Leftarrow د س = 2ص\,د ص$

$$\int \frac{ص}{ص-1}\times 2ص\,د ص = \int \frac{2ص^2}{ص-1}\,د ص$$

قسمة طويلة ⟵

$$= \int 2ص+2+\frac{2}{ص-1}\,د ص$$

$$= ص^2+2ص+2\ln|ص-1|+ج$$

$$= س+2\sqrt{س+1}+2\ln|\sqrt{س+1}-1|+ج$$

١٧ $\int_4^9 \frac{س-3}{\sqrt{س}-1}\,د س$

$ص = \sqrt{س-3} \Leftarrow ص^2 = س-3 \Leftarrow د س = 2ص\,د ص$

$س=9 \Leftarrow ص=\sqrt{6}$ ، $س=4 \Leftarrow ص=1$

$$\int_1^{\sqrt{6}} \frac{ص}{\sqrt{ص^2+3}-1}\times 2ص\,د ص = \int_1^{\sqrt{6}} \frac{2ص^2}{\sqrt{ص^2+3}-1}\,د ص$$

$$= \int_1^{\sqrt{6}} \frac{2ص^2(\sqrt{ص^2+3}+1)}{ص^2+3-1}\,د ص$$

$$= \int_1^{\sqrt{6}} \sqrt{ص^2+3}+1\,د ص$$

$$= \left[\frac{ص}{2}\sqrt{ص^2+3}+\frac{3}{2}\ln|ص+\sqrt{ص^2+3}|+ص\right]_1^{\sqrt{6}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{9}+\frac{3}{2}\ln|\sqrt{6}+\sqrt{9}|+\sqrt{6}\right)-\left(\frac{1}{2}\sqrt{4}+\frac{3}{2}\ln|1+\sqrt{4}|+1\right)$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{2}+\frac{3}{2}\ln|\sqrt{6}+3|+\sqrt{6}-2-\frac{3}{2}\ln|3|-1$$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{2}+\frac{3}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{6}+3}{3}\right|-3$$

١٨ $\int \frac{ق_س^3}{ظا^2 س - 3ظا س - 4}\,د س$

$ص = ظا س \Leftarrow د ص = ق_س^2\,د س$

$$\int \frac{ق_س^2}{ظا^2 س - 3ظا س - 4}\times ق_س\,د س = \int \frac{ق_س}{ص^2-3ص-4}\,د ص$$

$$\frac{1}{ص^2-3ص-4} = \frac{ب}{ص-4}+\frac{د}{ص+1}$$

$$ب(ص+1)+د(ص-4) = 1$$

$ص=4 \Leftarrow \boxed{ب=\frac{1}{5}}$ ، $ص=-1 \Leftarrow \boxed{د=-\frac{1}{5}}$

$$\int \frac{\frac{1}{5}}{ص-4}\,د ص + \int \frac{-\frac{1}{5}}{ص+1}\,د ص = \frac{1}{5}\ln|ص-4|-\frac{1}{5}\ln|ص+1|+ج$$

$$= \frac{1}{5}\ln\left|\frac{ظا س-4}{ظا س+1}\right|+ج$$

١٩ $\int \frac{ق_س}{ظا^3 س - ظا^2 س - ظا س + 1}\,د س$

$ص = ظا س \Leftarrow د ص = ق_س^2\,د س$

$$\int \frac{ق_س^2}{ظا^3 س - ظا^2 س - ظا س + 1}\times \frac{د ص}{ق_س^2} = \int \frac{1}{ص^3-ص^2-ص+1}\,د ص$$

$$\frac{1}{ص^3-ص^2-ص+1} = \frac{ب}{ص-1}+\frac{د}{(ص-1)^2}+\frac{ه}{ص+1}$$

$$ب(ص-1)(ص+1)+د(ص+1)+ه(ص-1)^2 = 1$$

$ص=1 \Leftarrow \boxed{د=\frac{1}{2}}$ ، $ص=-1 \Leftarrow \boxed{ه=\frac{1}{4}}$ ، $ص=0 \Leftarrow \boxed{ب=-\frac{1}{4}}$

$$\int \frac{-\frac{1}{4}}{ص-1}\,د ص + \int \frac{\frac{1}{2}}{(ص-1)^2}\,د ص + \int \frac{\frac{1}{4}}{ص+1}\,د ص$$

$$= -\frac{1}{4}\ln|ص-1|-\frac{1}{2}(ص-1)^{-1}+\frac{1}{4}\ln|ص+1|+ج$$

$$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{ص+1}{ص-1}\right|-\frac{1}{2(ص-1)}+ج$$

$$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{ظا س+1}{ظا س-1}\right|-\frac{1}{2(ظا س-1)}+ج$$

٢٠ $\int \frac{ظا^3 س}{ظا^2 س + 3ظا س + 2}\,د س$

$ص = ظا س \Leftarrow د ص = ق_س^2\,د س$

$$\int \frac{ظا^3 س}{ظا^2 س + 3ظا س + 2}\times \frac{د ص}{ق_س^2} = \int \frac{ص^3}{ص^2+3ص+2}\,د ص$$

قسمة طويلة ⟵

$$= \int ص-3+\frac{7ص+6}{ص^2+3ص+2}\,د ص$$

$$\frac{7ص+6}{ص^2+3ص+2} = \frac{ب}{ص+1}+\frac{د}{ص+2}$$

$$ب(ص+2)+د(ص+1) = 7ص+6$$

$ص=-1 \Leftarrow \boxed{ب=-1}$ ، $ص=-2 \Leftarrow \boxed{د=8}$

$$= \frac{ص^2}{2}-3ص+\int \frac{-1}{ص+1}\,د ص + \int \frac{8}{ص+2}\,د ص$$

$$= \frac{ص^2}{2}-3ص-\ln|ص+1|+8\ln|ص+2|+ج$$

$$= \frac{ظا^2 س}{2}-3ظا س-\ln|ظا س+1|+8\ln|ظا س+2|+ج$$

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٩ $\int \frac{س\,د س}{س^{٤}+س^{٢}}$

$= \int \frac{س\,د س}{س^{٢}(س^{٢}+١)}$

$= \int \frac{١}{س^{٢}+١}\,د س \times \int \frac{١}{س(س^{٢}+١)}\,د س$

$ص = س^{٢}+١ \leftarrow د ص = ٢س\,د س$

$\int \frac{١}{ص-١} \times \frac{د ص}{٢س\,د س} = \frac{١}{٢}\int \frac{١}{س^{٢}ص}\,د ص$

$\frac{١}{٢}\int \frac{١}{(ص-١)(ص)}\,د ص = \frac{أ}{ص-١} + \frac{ب}{ص}$

$أ ص + ب(ص-١) = ١$

$ص = ٠ \leftarrow ب = -١$ / $ص = ١ \leftarrow أ = ١$

$\frac{١}{٢}\int \frac{١}{ص-١} + \frac{١}{ص}\,د ص$

$= \frac{١}{٢}\left(لو|ص-١| - لو|ص| \right) + ج$

$= \frac{١}{٢}\left(لو|س^{٢}+١-١| - لو|س^{٢}+١| \right) + ج$

٢٠ $\int \frac{س^{٣}}{٢س^{٤}+س^{٢}}\,د س$

$\int \frac{س^{٣}}{س^{٤}(٢+س^{٢})}\,د س$

$ص = س^{٤} \leftarrow د ص = ٤س^{٣}\,د س$

$\int \frac{س^{٣}}{ص(٢+ص)} \times \frac{د ص}{٤س^{٣}} = \frac{١}{٤}\int \frac{١}{ص(٢+ص)}\,د ص$

كسور جزئية / $أ = \frac{١}{٢}$ / $ب = -\frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٤}\left(\frac{١}{٢} لو|ص| - \frac{١}{٢} لو|٢+ص| \right) + ج$

٢١ $\int \frac{١}{س^{١٠}+س^{٩}}\,د س$

$= \int \frac{١}{س^{٩}(س+١)}\,د س$

$ص = س^{٩} \leftarrow د ص = ٩س^{٨}\,د س$

$\int \frac{١}{س^{٩}(س+١)} \times \frac{د ص}{٩س^{٨}} = \frac{١}{٩}\int \frac{١}{س^{٩} \times س(س+١)}\,د ص$

$= \frac{١}{٩}\int \frac{١}{ص(ص-١)}\,د ص$ كسور جزئية

$ص = -١ \leftarrow ب = -١$

$ص = ٠ \leftarrow أ = ١$

$\frac{١}{٩}\int \frac{١}{ص} + \frac{١}{ص-١}\,د ص = \frac{١}{٩} لو|ص| - لو|ص-١| + ج$

$= \frac{١}{٩} لو|س^{٩}| - لو|س^{٩}+١| + ج$

٢٢ $\int \frac{١-س^{٤}+٢س^{٢}}{س^{٥}-س}\,د س$

$= \int \frac{١+(س^{٢}+١)^{٢}}{س^{٤}-س^{٥}}\,د س$

$\int \frac{١+٢س^{٢}+١}{١-س^{٤}}\,د س = \int \frac{س^{٢}+١}{س^{٢}-١}\,د س$

قسمة طويلة ثم كسور جزئية

$= س - لو|س-١| + ٢ لو|س+١| + ج$

٢٣ $\int \frac{٥س^{٢}-٦س+٩}{س^{٣}-٣س^{٢}}\,د س$

$\int \frac{٥س^{٢}-٦س+٩}{س^{٢}(س-٣)}\,د س$

أجزاء

$ه = ٥س^{٢}-٦س+٩ \rightarrow د ه = (١٠س-٦)\,د س$

$د و = (س-٣)^{-٢}\,د س \rightarrow و = \frac{(س-٣)^{-١}}{-١}$

$\frac{٥س^{٢}-٦س+٩}{-(س-٣)} + \int \frac{١٠س-٦}{س(س-٣)}\,د س$

$٥س + \int \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س-٣}\,د س$

$١٠س-٦ = أ(س-٣) + ب س$

$س = ٣ \leftarrow ب = ٤$

$س = ٠ \leftarrow أ = -٦$

$٥س + \int -\frac{٦}{س} + \frac{٤}{س-٣}\,د س$

$٥س - ٦ لو|س| + ٤ لو|س-٣| + ج$

٢٤ $\int \frac{س+٣}{س^{٣}-س}\,د س$

$\frac{س+٣}{س^{٣}-س} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س-١} + \frac{ج}{س+١}$

$أ(س-١)(س+١) + ب س(س+١) + ج س(س-١) = س+٣$

$س = ١ \leftarrow ب = ٢$

$س = -١ \leftarrow ج = ١$

$س = ٠ \leftarrow أ = -٣$

$\int \frac{-٣}{س} + \frac{٢}{س-١} + \frac{١}{س+١}\,د س$

$-٣ لو|س| + ٢ لو|س-١| + لو|س+١| + ج$

٢٥ $\int \frac{١}{س(لو س)^{٢} + لو س}\,د س$

واجب

نفرض $ص = لو س$

ثم كسور جزئية.

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢٦) $\int \frac{\ln(x^2+2x)}{x^2+2x}\,dx$

$u = \ln(x^2+2x) \Rightarrow du = \frac{2x+2}{x^2+2x}\,dx$

$dv = \frac{dx}{x^2+2x} \longleftarrow v = x$

$x\ln(x^2+2x) - \int x \cdot \frac{2x+2}{x^2+2x}\,dx$

$x\ln(x^2+2x) - \int \frac{2x+2}{x^2+2x}\,dx$ ← قسمة طويلة

$x\ln(x^2+2x) - \int 2 - \frac{2}{x+2}\,dx$

$x\ln(x^2+2x) - (2x - 2\ln|x+2|) + c$

٢٧) $\int \frac{\ln x}{(x-1)^2}\,dx$

$= \int (\ln x)(x-1)^{-2}\,dx$

$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}\,dx$

$dv = (x-1)^{-2} \Rightarrow v = \frac{(x-1)^{-1}}{-1}$

$\frac{-1}{(x-1)}\ln x + \int \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x(x-1)}\,dx$

$\frac{-1}{(x-1)}\ln x + \int \frac{1}{x(x-1)}\,dx$ ← جزئية

٢٨) $\int \frac{\tan x}{9 - (\ln\cos x)^2}\,dx$

$u = \ln\cos x \Rightarrow du = \frac{-\sin x}{\cos x}\,dx = -\tan x\,dx$

$\int \frac{\tan x\,dx}{9 - u^2}$

$\int \frac{1}{9-u^2}\,du \Rightarrow$ كسور جزئية

٢٩) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-9}\,dx$ "افرضي $x = u^2$"

٣٠) $\int \frac{1}{x - \sqrt{x} - 6}\,dx$ $u = \sqrt{x}$

٣١) $\int \frac{\sqrt{4x+20} - 3}{\sqrt{x+5} + 3}\,dx$

$= \int \frac{2\sqrt{x+5} - 3}{\sqrt{x+5} + 3}\,dx$ $u = \sqrt{x+5}$

٣٢) $\int \frac{1}{x\sqrt{x-1}}\,dx$

$u = \sqrt{x-1} \Rightarrow x = u^2+1$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\,dx \Rightarrow dx = 2u\,du$

$\int \frac{2u\,du}{(u^2+1)u} = \int \frac{2}{u^2+1}\,du$

$2\tan^{-1}u$

$2\tan^{-1}\sqrt{x-1}$

٣٣) $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx$

$u = \sqrt{x} \Rightarrow dx = 2u\,du$

$\int \frac{2u}{1+u}\,du = 2\int \frac{u+1-1}{1+u}\,du$

$2\int 1 - \frac{1}{1+u}\,du$

$2u - 2\ln|1+u|$

$2\sqrt{x} - 2\ln|1+\sqrt{x}|$

٣٤) $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} - e^x - 2}\,dx$ واجب

٣٥) $\int \sqrt{1-e^x}\,dx$

$u = \sqrt{1-e^x}$

٣٦) $\int \frac{\sec^2 x}{\tan^2 x - \tan x - 6}\,dx$

٣٧) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x - 3\sin x + 2}\,dx$

$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x\,dx$

$\int \frac{\cos^3 x}{u^2 - 3u + 2}\,\frac{du}{\cos x} = \int \frac{\cos^2 x}{u^2-3u+2}\,du$

$\int \frac{1-\sin^2 x}{u^2-3u+2}\,du$ ← قسمة طويلة

٣٨) $\int \frac{\cos x}{3 + \cos^2 x}\,dx$

$\int \frac{\cos x}{3 + 1 - \sin^2 x}\,dx = \int \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x}\,dx$

$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x\,dx$

$\int \frac{\cos x\,dx}{\cos x} \cdot \frac{1}{4-u^2}\,du$ ← كسور جزئية

٣٩) $\int \frac{x}{x\sqrt{x+1}}\,dx$

٤٠) $\int \frac{\sqrt{x+2}}{1+x}\,dx$

٤١) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\,dx$

٤٢) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x}\,dx$

Scanned by CamScanner

جد التكاملات التالية:

١) $\int \frac{\text{س جاس}}{\text{جتا}^{٣}\text{س}}$. دس ٢) $\int \frac{\text{س}^{٢}+\text{س}+٥}{\text{س}^{٢}+\text{س}}$. دس

٣) $\int \sqrt{٢\text{س}^{٥}-\text{س}^{٣}}$ دس ٤) $\int \frac{٧ \text{ دس}}{\text{س}^{٢}-٣\text{س}-١٠}$

٥) $\int \frac{(\text{س}+١)^{٥}}{\text{س}^{٧}}$. دس ، س ≠ ٠

٦) $\int \frac{٢\text{س}^{٢}}{١-\text{س}^{٢}}$. دس ، س ≠ ± ١

٧) $\int \frac{٧}{\sqrt[٣]{\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٤}}$. دس ٨) $\int \text{س قا}^{٢}\text{س}$ دس

٩) $\int \frac{\sqrt{\text{س}+١}+١}{\sqrt{\text{س}+١}-١}$. دس ١٠) $\int (\text{جتاس}+\text{جاس})^{٢}$ دس

١١) $\int \sqrt[٢]{\text{س}^{٢}-٢\text{س}+١}$ دس ١٢) $\int \frac{\sqrt{\text{س}}}{\text{س}-٩}$. دس

١٣) $\int (\text{س}^{٥}-٣\text{س})^{٣}$ دس ١٤) $\int \text{س}^{٥} \text{ جتاس}^{٣}$ دس

١٥) $\int \frac{١}{\text{هـ}^{\text{س}}-١}$. دس ١٦) $\int \frac{٣}{\text{س}^{٢}+\text{س}-١٢}$. دس

١٧) $\int \text{هـ}^{\text{س}} \text{ جتاس}$ دس ١٨) $\int \frac{١}{\text{س}^{٢}} \sqrt{\frac{٢\text{س}+١}{\text{س}}}$ دس

١٩) $\int \frac{\text{جتا}٢\text{س}}{\text{جاس جتاس}}$. دس ٢٠) $\int (\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})^{٢}$. دس

٢١) $\int \frac{(١+\text{س})^{٩}}{\text{س}^{١١}}$. دس ٢٢) $\int \text{س}^{\text{ن}} \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}$. دس

٢٣) $\int \text{جا}٢\text{س} \cdot \text{هـ}^{\text{جتاس}}$ دس

٢٤) $\int \text{جا}^{٣}\text{س} \text{ جتا}^{٣}\text{س}$ دس

٢٥) $\int \frac{٣\text{س}-١}{\text{س}^{٢}+\text{س}-٢}$. دس ٢٦) $\int \text{س}^{٥} \cdot \sqrt{\text{س}^{٣}+١}$ دس

٢٧) $\int \frac{٢\text{س}-٣}{\text{س}^{٢}-٣\text{س}-٤}$. دس ٢٨) $\int \text{س}(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})^{٢}$ دس

٢٩) $\int \text{جاس جتا}^{٢}(\text{جتاس})$ دس

٣٠) $\int \text{س}^{٣} \cdot \text{هـ}^{(\text{س}^{٢}+١)}$ دس

٣١) $\int \frac{١}{\sqrt{٢\text{س}-١}+\sqrt{٢\text{س}+١}}$. دس

٣٢) $\int \text{س}(١+\text{س}^{٢})^{٤}$ دس ٣٣) $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}+٢)}{\sqrt{\text{س}+٢}}$. دس

٣٤) $\int \frac{٧\text{س}}{٢\text{س}^{٢}-٥\text{س}-٣}$. دس ٣٥) $\int \text{س ظا}^{٢}\text{س}$ دس

٣٦) $\int \frac{١}{\text{س}+٢\text{س}\sqrt{\text{س}}}$. دس

٣٧) $\int \text{س} \sqrt[٤]{\text{س}^{٢}+٩}$ دس

٣٨) $\int \frac{٦\text{جتاس}}{(٢\text{جاس}-١)(\text{جاس}+١)}$. دس

٣٩) $\int \frac{\text{س هـ}^{\text{س}}}{(١+\text{س})^{٢}}$. دس

٤٠) $\int \text{س}(\text{جاس}+\text{جتاس})^{٢}$ دس

٤١) $\int \text{هـ}^{\text{س}}+٣\text{هـ}^{\text{س}}$ دس ٤٢) $\int \frac{٢\text{س}^{٢}-\text{س}^{٤}}{\text{س}^{٢}}$ دس

٤٣) $\int (\text{س}^{٢}+١)\text{جتا}(\text{س}^{٣}+٣\text{س}+١)$ دس

٤٤) $\int \text{س}^{٢} \text{ لو}_{\text{هـ}}\text{س}$ دس

٤٥) $\int \text{س جتا} \sqrt{١+\text{س}^{٢}}$. دس

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

المعادلات التفاضلية

النوع الأول:-

① افصل المتغيرس مع تفاضلته دس
عن المتغير ص مع تفاضلته دص
② نكامل الطرفين .

مثال: حل المعادلة $\frac{دص}{دس} = \frac{٢س+٥}{٣ص^٢}$

الحل: نضرب تبادلي ⇐

$٣ص^٢ دص = ٢س+٥ \, دس$

نكامل الطرفين ⇐

$\int ٣ص^٢ دص = \int (٢س+٥) \, دس$

$\frac{٣ص^٣}{٣} = \frac{٢س^٢}{٢} + ٥س + جـ$

$ص^٣ = س^٢ + ٥س + جـ$

٢ $\frac{دص}{دس} = \sqrt{س} \, ص$ ، $س > ٠ ، ص > ٠$

الحل $\frac{دص}{دس} = \frac{\sqrt{س} \, ص}{١}$ ، $\frac{١}{ص}$

$\int \frac{دص}{ص} = \int \sqrt{س} \, دس$

$\int \frac{١}{ص} دص = \int س^{\frac{١}{٢}} دس$

$\ln ص = \frac{س^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} + جـ$

٣ حل المعادلة

$س^٢ دس - ص^٢ دص = جا ص \, دص + ٨س \, دس$

الحل:

$-ص^٢ دص - جا ص \, دص = ٨س \, دس - س^٣ دس$

$\int (-ص^٢ - جا ص) \, دص = \int (٨س - س^٣) \, دس$

$-\frac{ص^٣}{٣} + جتا ص = ٤س^٢ - \frac{س^٤}{٤} + جـ$

٤ $\frac{دص}{دس} = جتا ص \, جا ٣س$

الحل: اقسم على جتا ص مع ضرب تبادلي

$\frac{دص}{جتا ص} = جا ٣س \, دس$

$\int قا ص \, دص = \int جا ٣س \, دس$

$\ln |قا ص| = -\frac{١}{٣} جتا ٣س + جـ$

٥ $٣ \, دص - ص^٣ \, دس = ٣ جتا^٢ س \, دص \, دس$

$= ٣ \, دص - ٣ جتا^٢ س \, دص = ص^٣ \, دس$

$(٣ - ٣ جتا^٢ س) \, دص = ص^٣ \, دس$

$٣(١ - جتا^٢ س) \, دص = ص^٣ \, دس$

$\frac{دص}{ص^٣} = \frac{دس}{٣ جا^٢ س}$

$\int ص^{-٣} \, دص = \frac{١}{٣} \int قتا^٢ س \, دس$

$\frac{ص^{-٢}}{-٢} = -\frac{١}{٣} ظتا س + جـ$

النوع الثاني:-

١ اذا كان ميل المماس لمنحنى $ق(س)$ هو $٥س^٤ + ٦س$ وكان $ق(٠) = ٣$ اجب $ق(س)$

الحل: $ق(س) = ٥س^٤ + ٦س$

نكامل الطرفين

$\int ق(س) = \int ٥س^٤ + ٦س \, دس$

$ق(س) = \frac{٥س^٥}{٥} + \frac{٦س^٢}{٢} + جـ$

$ق(س) = س^٥ + ٣س^٢ + جـ$.

التخلص من جـ / $ق(٠) = ٣$ /

$٣ = (٠)^٥ + ٣(٠)^٢ + جـ$ ⇐ $\boxed{جـ = ٣}$

$ق(س) = س^٥ + ٣س^٢ + ٣$

٢ اذا كان ميل المماس لمنحنى $ق$ عند $(س، ص)$ هو $\frac{٤س^٣ + ٢س}{٢ص}$ وكانه $ق$ يمر بالنقطة $(١، ٣)$ فما قاعدة الاقتران $ق$.

الحل $\frac{دص}{دس} = \frac{٤س^٣ + ٢س}{٢ص}$

$\int ٢ص \, دص = \int (٤س^٣ + ٢س) \, دس$

$ص^٢ = س^٤ + س^٢ + جـ$

التخلص من جـ $(١، ٣)$

$٩ = ١ + ١ + جـ$ ⇐ $\boxed{جـ = ٧}$

$ص^٢ = س^٤ + س^٢ + ٧$

٣ اذا كانت $ق' = ١٢س - ١٠$ وكانت $(١، ٧)$ حرجة فما قاعدة الاقتران $ق$

الحل: $ق(س) = \int ق'(س) دس$

$ق = \int ١٢س - ١٠ \, دس$

$ق = ٦س^٢ - ١٠س + جـ$ لكن $(١، ٧)$ حرجة $ق(١) =$ صفر

$\boxed{جـ = ٤}$ ⇐

$ق = ٦س^٢ - ١٠س + ٤$

$ق(س) = \int ق(س) دس$

$= \int ٦س^٢ - ١٠س + ٤ \, دس$

$ق = ٢س^٣ - ٥س^٢ + ٤س + جـ$

$(١، ٧)$ تحقق ⇐ $\boxed{جـ = ١}$

$ق = ٢س^٣ - ٥س^٢ + ٤س + ٦$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٤ اذا كان تسارع جسيم ت = ٦ن + ٦ اثبت المسافة بعد مرور ثانيتين علماً بأنه السرعة الابتدائية ٣ م/ث والجسم قطع ١٥ متر خلال ثانيتين واحدة من الحركة.

الحل:

ع = ∫ ت دن

ع = ∫ ٦ن + ٦ دن = ٣ن² + ٦ن + جـ

لكن ع(٠) = ٣ ⇐ ٣ = ٠ + ٠ + جـ ⇐ جـ = ٣

ع = ٣ن² + ٦ن + ٣

لكن ف = ∫ ع دن

= ∫ ن³ + ٣ن² + ٣ن + جـ

ف(١) = ١٥ ⇐ ١٥ = ١ + ٣ + ٣ + جـ ⇐ جـ = ٨

ف = ن³ + ٣ن² + ٣ن + ٨

ف(٢) = ٨ + ١٢ + ٦ + ٨ = ٣٤ متر

٥ قذف جسم بتسارع ت = −١٠ م/ث² وكانت ع(٠) = ٥٠ م/ث، وكان الارتفاع عنه سطح الارض بعد ثانية واحدة يساوي ٧٠ م اوجد معادلة الحركة.

الحل:

ت = −١٠ ⇐ ع = ∫ −١٠ دن

ع = −١٠ن + جـ

لكن ع(٠) = ٥٠ ⇐ جـ = ٥٠ ⇐ ع = −١٠ن + ٥٠

ف = ∫ ع دن ⇐ ف = ∫ −١٠ن + ٥٠ دن

= −٥ن² + ٥٠ن + جـ

لكن ف(١) = ٧٠

← جـ = ٢٥ ⇐ ف = −٥ن² + ٥٠ن + ٢٥

٦ اذا كان ت = ١/ع ، ع > صفر

اذا تحرك من السكون وقطع مسافة ١٠√٣ بعد مرور ٤ ثواني فما المسافه

الحل:

ت = ١/ع

دع/دن = ١/ع

ع دع = ∫ ١ دن

ع²/٢ = ن + جـ

تحرك من السكون

ع(٠) = ٠ ← جـ = ٠

ع² = ٢ن + جـ

ع = √٢ن

ع = √٢ن

ع دع = √٢ن دن

ع²/٢ = ٢ن^(٣/٢) / (٣/٢) + جـ

ف = ٢√٢ن³/٣ + جـ

لكن ف(٤) = ١٠√٣

١٠√٣ = ٢√٢(٤)³/٣ + جـ

جـ = ١٠√٣ − ١٦√٢/٣ = ١٤√٣/٣

ف = ٢√٢ن³/٣ + ١٤√٣/٣

٧ قذف جسم لاعلى بسرعة ابتدائية ٤٠ م/ث وبتسارع مقداره −١٠ م/ث²

اذا كان ارتفاعه عن سطح الارض بعد ثانية من الحركه يساوي ٨٠ متر فما اقصى ارتفاع يصله الجسم.

الحل ت = دع/دن = −١٠

∫ دع = ∫ −١٠ دن

ع = −١٠ن + جـ

ع(٠) = ٠ + جـ = ٤٠ ← جـ = ٤٠

ع = −١٠ن + ٤٠

ف = ∫ ع دن = ∫ −١٠ن + ٤٠ دن

= −٥ن² + ٤٠ن + جـ / لكن ف(١) = ٨٠

جـ = ٤٥

ف = −٥ن² + ٤٠ن + ٤٥

وعند أقصى ارتفاع ع = ٠

−١٠ن + ٤٠ = ٠ ← ن = ٤

ف(٤) = −٥×١٦ + ٤×٤ + ٤٥ = ١٢٥

٨ ٢ دهـ/دس = (٢ك + ١) دس/(١ − س)

الحل ← ٢ دهـ = (٢ك + ١)(١ − س) دس

٢ دهـ = (٢س − ٢س² + ١ − س) دس

٢ دهـ = (−٢س² + س + ١) دس

∫ دهـ = ∫ (−س² + ١/٢ س + ١/٢) دس

هـ = −س³/٣ + ١/٢ × س²/٢ + ١/٢ س + جـ

٩ قا⁴س دهـ − جا⁴س دس = صفر

قا⁴س دهـ = جا⁴س دس

دهـ = جا⁴س/قا⁴س دس ← دهـ = جا⁴س جتا⁴س دس

ونعلم أنه جا٢س = ٢ جاس جتاس

← ١/٢ جا²٢س = جا²س جتا²س

بتربيع الطرفين ← ١/٤ جا²٢س = جا⁴س جتا⁴س = ١/٤ × ١/٢ (١ − جتا٤س)

١/٨ جا²٢س = ١/٨ (١ − جتا٤س)

∫ دهـ = ∫ ١/٨ (١ − جتا٤س) دس

هـ = ١/٨ (س − ١/٤ جا٤س) + جـ

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٠ تتكاثر بكتيريا حسب العلاقة
$\frac{دن}{دز} = ٥ن^{٤} + ٢٠ن$
اذا كانت عددها بعد ثانيتين واحدة يساوي ٣٠
فما عددها بعد ٣ ثواني .

الحل: $\frac{دت}{دن} = ٥ن^{٤} + ٢٠ن$

$\int دت = \int (٥ن^{٤} + ٢٠ن) دن$

$ت = ن^{٥} + ١٠ن^{٢} + جـ$ لكن $ت(١) = ٣٠$

$جـ = ١٩$

$ت = ن^{٥} + ١٠ن^{٢} + ١٩$

$ت(٣) = (٣)^{٥} + ١٠(٣)^{٢} + ١٩ = ٣٥٢$

١١ اذا كان ميل المماس لمنحنى ق هو $\frac{جاس - قاس}{٣ هـ^{س}}$ فما قاعدة الاقتران علماً بأن النقطة $(\frac{\pi}{٤}، ٤)$ تقع على المنحنى

الحل: $\frac{دص}{دس} = \frac{جاس - قاس}{٣ هـ^{س}}$

$\int ٣ هـ^{س} دص = \int (جاس - قاس) دس$

$٣ هـ^{س} = -جتاس - ظاس + جـ$

يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{٤}، ٤)$

$(٤)٣ = -جتا\frac{\pi}{٤} - ظا\frac{\pi}{٤} + جـ \Leftarrow جـ = ٥\frac{١}{٢}$

$\Leftarrow ص^{٣} = -جتاس - ظاس + (٥\frac{١}{٢})$

١٢ آلة صناعية قيمتها عند الشراء ٢٥٠٠ دينار اخذ ت قيمتها تتناقص بمعدل $\frac{دق}{دن} = -٥٠٠(ن+١)^{-٢}$ فما قيمتها بعد مرور ٣ سنوات

الحل:- $\frac{دق}{دن} = -٥٠٠(ن+١)^{-٢}$

$\int دق = \int -٥٠٠(ن+١)^{-٢} دن$

$ق = \frac{-٥٠٠(ن+١)^{-١}}{-١} + جـ$

$ق = +٥٠٠(ن+١)^{-١} + جـ$

لكن $ق(٠) = ٢٥٠٠ \Leftarrow جـ = ٢٠٠٠$

$ق = +٥٠٠(ن+١)^{-١} + ٢٠٠٠$

$ق(٣) = ٥٠٠(٤)^{-١} + ٢٠٠٠ = ٢١٢٥$ دينار

١٣ انطلق جسيم حسب العلاقة
$ع(ن) = \begin{cases} ٣ن^{٢} & ، ٠ \le ن < ٢ \\ ١٦ - ٣ن & ، ن \ge ٢ \end{cases}$
فما بعد الجسيم عندما ن = ٥ ثواني

الحل:-

١٤ اذا تحرك مسمار بتسارع حسب العلاقة
$ت = ٣ق^{٢} - ٦ب ن$ حيث $ق، ب$ ثوابت
اذا علمت انه قطع مسافة ١٢، ١٦ قدم في الثانيتين الأولتين من حركتها فما قيم $ق، ب$

الحل:-

$ع = \int ت دن = \int ٣ق^{٢} - ٦ب ن دن$

$ع = ٣ق^{٢}ن - ٣ب ن^{٢} + جـ$

لكن $ع(٠) = ٠ \Leftarrow ٠ = ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ٠$

$ف = \int ٣ق^{٢}ن - ٣ب ن^{٢} دن$

$= ق^{٢}ن^{٣} - ب ن^{٣} + جـ$

لكن $ف(٠) = ٠ \Leftarrow ٠ = ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ٠$

$ف(١) = ١٢ \Leftarrow ق^{٢} - ب = ١٢$ ..... ①

$ف(٢) = ١٦ \Leftarrow ٨ق^{٢} - ٨ب = ١٦$ ..... ②

بحل المعادلتين ① و ② $\boxed{ق = ٢}$ $\boxed{ب = ١}$

١٥ وضعت ..... سمكة في بركة ماء بحيث معدل الزيادة ع يساوي $\frac{١}{\sqrt{٢ن+١}}$
فما عدد السمك بعد ١٢ يوم

الحل $\frac{دع}{دن} = \frac{١}{\sqrt{٢ن+١}}$

$\int دع = \int \frac{١}{\sqrt{٢ن+١}} دن$

$ع = \int (٢ن+١)^{-\frac{١}{٢}} دن = (٢ن+١)^{\frac{١}{٢}} + جـ$

لكن $ع(٠) = ١٠٠ \Leftarrow ١ + جـ = ١٠٠ \Leftarrow جـ = ٩٩$

$ع(١٢) = \sqrt{٢٥} + ٩٩ = ١٠٤$

١٦ حل المعادلة التفاضلية التالية
$\frac{دص}{دس} = \frac{قاس ظاس}{دص}$

$\int ص دص = \int قاس ظاس دس$

$\frac{ص^{٢}}{٢} = قاس + جـ$

$ص^{٢} = ٢قاس + جـ$

$ص = \int قاس ظاس \times \frac{دع}{قاس} دس$

$ص = \int قاس ع \cdot دع$

$ص = \int (١ + ظا^{٢}س) ع \cdot دع$

$ص = \int (١ + ع^{٢}) دع$

$ص = ع + \frac{ع^{٣}}{٣} + جـ = ظاس + \frac{ظا^{٣}س}{٣} + جـ$

$\boxed{ع = ظاس}$
$\boxed{دس = \frac{دع}{قاس}}$

١٩ واجب

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٧ حل المعادلة التفاضلية

$\frac{دص}{دس} = \sqrt{س ص + ٢س + ٣ص + ١}$

الحل:

$= \sqrt{س(ص+١) + (٣ص+٣)}$

$= \sqrt{(ص+١)(س+٣)}$

$= \sqrt{ص+١}\sqrt{س+٣}$

$\int \frac{دص}{\sqrt{ص+١}} = \int \sqrt{س+٣}\, دس$

$\int (ص+١)^{-\frac{١}{٢}} دص = \int (س+٣)^{\frac{١}{٢}} دس$

$\frac{١}{\frac{١}{٢}}(ص+١)^{\frac{١}{٢}} = \frac{٢}{٣}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} + جـ$

١٨ اذا مثل المماس لمنحنى العلاقة $\frac{٤س}{٣ص^{٢}\sqrt{س^{٢}+٥}}$ وكان منحنى هـ يمر بالنقطة (٢،٣) فما قاعدة الاقتران

الحل:

$\frac{دص}{دس} = \frac{٤س}{٣ص^{٢}\sqrt{س^{٢}+٥}}$

$\int ٣ص^{٢}\, دص = \int \frac{٤س}{\sqrt{س^{٢}+٥}}\, دس$

$ص^{٣} = \int (٤س)(س^{٢}+٥)^{-\frac{١}{٢}}\, دس$

$ص^{٣} = (٤س)(ل)^{\frac{١}{٢}} \frac{٤}{٢س}$ ← $ل = س^{٢}+٥$, $دس = \frac{دل}{٢س}$

$ص^{٣} = ٢ل^{\frac{١}{٢}} دل$

$ص^{٣} = ٢ \times ٢ ل^{\frac{١}{٢}} + جـ = ٤\sqrt{ل} + جـ$

$ص^{٣} = ٤(\sqrt{س^{٢}+٥}) + جـ$

١٩ اذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة $\frac{٧}{٣-٢س^{٢}}$ وهو يمر بالنقطة (٢،٥) فما قاعدة الاقتران

الحل: $ق(س) = \int \frac{٧}{٣-٢س^{٢}}$ ← $هـ = \int \frac{٧}{٣-٢س^{٢}}\, دس$

$= \frac{٧}{٢\sqrt{٣}} \ln|\frac{\sqrt{٢}س - \sqrt{٣}}{\sqrt{٢}س + \sqrt{٣}}| + جـ$

لكن $هـ(٢) = ٥$ ← $٥ = \frac{٧}{٢\sqrt{٣}} \ln|\frac{٢\sqrt{٢}-\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢}+\sqrt{٣}}| + جـ$

$هـ = \frac{٧}{٢\sqrt{٣}} \ln|\frac{\sqrt{٢}س - \sqrt{٣}}{\sqrt{٢}س + \sqrt{٣}}| + ٥$

٢٠ يتحرك جسيم حسب العلاقة $ع = \frac{ن}{\text{لون}}$ اذا قطع مسافة ٤ متر بعد ثانيتين واحدة احسب المسافة بعد مرور ٥ ثوان الثانية

$ع = \frac{دف}{دن} = \frac{ن}{\text{لون}}$ ← $دف = \frac{ن}{\text{لون}}\, دن$

$ف = \int \frac{ن}{\text{لون}}\, دن = \frac{ن}{\text{لون}} \times \frac{١}{\text{لون}} = \frac{ن}{(\text{لون})^{٢}}$

$= \frac{ن}{ع} + جـ = \frac{ن}{(\text{لون})^{٢}} + جـ$

ف(١) = ٤ ← $٤ = \frac{١}{(\text{لو}٢)^{٢}} + جـ$ ← $جـ = ٤$

← $ف = \frac{ن}{(\text{لون})^{٢}} + ٤$ ← $ف(٥) = \frac{٥}{(\text{لو}٥)^{٢}} + ٤ = ٦$

حيث ن = لون ، دن = ن دص

٢١ اذا كانت ميل المماس لمنحنى يعطى بالعلاقة $٤س^{٣}ص^{٢}$ حيث احسب معادلة هذا المنحنى المار بالنقطة (٠،٣)

٢٢ يتناقص حجم الماء في بركة بمعدل $\frac{١}{٢}$ حجمها سنويا اذا كان حجم الماء الآن هو ٢٥π فما حجم الماء بعد ٤ سنة

الحل $\frac{دح}{دن} = -\frac{١}{٢}ح$ ← $\int \frac{دح}{ح} = -\frac{١}{٢}$ دن

$\text{لو}ح = -\frac{١}{٢}ن + جـ$ ← لايجاد جـ $ح = ٢٥\pi$ عندما $ن = ٠$

$\text{لو}٢٥\pi = ٠ + جـ$ ← $جـ = \text{لو}٢٥\pi$ ، عندما ن = ٠

← $\text{لو}ح = -\frac{١}{٢} \times ٠ + \text{لو}٢٥\pi = \text{لو}٢٥\pi$

٢٣ تكاثر البكتريا وفق المعادلة

$\frac{دم}{دن} = \frac{١}{٤}م$ حيث م تمثل عدد البكتريا بعد ن ساعة اذا كانت $م = ٢٠٠$ في البداية فما عدد البكتريا بعد ٨ ساعات

الحل $\frac{دم}{دن} = \frac{١}{٤}م$ ← $دم = \frac{١}{٤}م$ دن

$\int \frac{دم}{م} = \int \frac{١}{٤}$ دن

$\text{لو}م = \frac{١}{٤}ن + جـ$ / $م = ٢٠٠$ عندما ن = ٠

← $\text{لو}٢٠٠ = ٠ + جـ$ ← $جـ = \text{لو}٢٠٠$

$\text{لو}م = \frac{١}{٤}ن + \text{لو}٢٠٠$

ن = ٨ ← $\text{لو}م = \frac{١}{٤} \times ٨ + \text{لو}٢٠٠ = ٢ + \text{لو}٢٠٠$

٢٤ ق الناتج/ك: السرعة ٠ العلاقة

$ن \times ع = \frac{١}{٢}$ ، ع تغير السرعة بعد ن ثانية علما بأن $ع(٠) = ٣$ / $ف(٠) = ١٨$

الحل $ن = \frac{ع}{هـ}$ ← $\frac{دع}{دن} = \frac{هـ}{ع}$ ← $\int ع\, دع = \int هـ\, دن$

$\frac{ع^{٢}}{٢} = هـن + جـ$

$ع(٠) = ٣$ ← $\frac{٩}{٢} = جـ$

$\frac{ع^{٢}}{٢} = \frac{١}{٢}ن + \frac{٩}{٢}$

← $ع^{٢} = ٢ن + ٩$

ف = $\int \sqrt{٢ن+٩}\, دن$

٢٥

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢٥ يزداد عدد سكان مدينة بمعدل ٢٠٠ من عددهم سنوياً اذا كان عدد السكان الحالي ١٠٠٠٠٠ فما عددهم بعد ٢٠ سنة.

الحل: $\frac{dع}{dن} = ٠.٠٢ع \Rightarrow \int \frac{dع}{ع} = \int ٠.٠٢ dن$

$\ln ع = ٠.٠٢ن + ج$

لكن $ع = ١٠٠٠٠٠$ عندما $ن = ٠$

$\ln ١٠٠٠٠٠ = ٠ + ج \Rightarrow ج = \ln ١٠٠٠٠٠$

$\Rightarrow \ln ع = ٠.٠٢ن + \ln ١٠٠٠٠٠$

بعد ٢٠ سنة

$\ln ع = ٠.٠٢ \times ٢٠ + \ln ١٠٠٠٠٠$

٢٦ تنمو البكتيريا بمعدل $\frac{dع}{dن} = \frac{٣٠٠٠}{١+٢٥٠ن}$

في البداية اهمل عدد البكتيريا بعد صفر ساعات علماً بأن العدد الابتدائي هو ١٠٠٠

الحل:

$ع = \int \frac{٣٠٠٠}{١+٢٥٠ن} dن$

$ع = \frac{٣٠٠٠}{٢٥٠} \ln|١ + ٢٥٠ن| + ج$

$ع = ١٠٠٠$ عندما $ن = ٠$

$١٠٠٠ = \frac{٣٠٠٠}{٢٥٠} \ln|١+٠| + ج \Rightarrow ج = ١٠٠٠$

$ع = \frac{٣٠٠٠}{٢٥٠} \ln|١+٢٥٠ن| + ١٠٠٠$

عندما $ن = ٤ \Rightarrow ع = \frac{٣٠٠٠}{٢٥٠} \ln|١+٢٥٠ \times ٤| + ١٠٠٠$

$= ١٢٠٠ \ln ٢ + ١٠٠٠$

٢٧ حل المعادلة: $\frac{dص}{dس} = ٢ص$

$\Rightarrow \int \frac{dص}{ص} = \int ٢ dس \Rightarrow \ln ص = ٢س + ج$

$ص = هـ^{٢س+ج} \Rightarrow ص = هـ^{ج} \cdot هـ^{٢س}$

$ص = ك هـ^{٢س}$

٢٨ حل المعادلة: $\frac{dص}{dس} \times \frac{س^{٢}-٤}{ص} = \frac{١}{هـ^{ص-٣ص}(س+٣)}$

الحل:

$\frac{dص}{dس} = \frac{هـ^{ص}(س+٣)(س^{٢}-٤)}{س^{٢}-٤}$

$\frac{dص}{هـ^{ص}} = \frac{(س+٣)(س-٢)(س+٢)}{(س-٢)(س+٢)} dس$

$هـ^{-ص} dص = س + ٥ + \frac{٦}{س} dس$

$\int هـ^{-ص} dص = \int س + ٥ + \frac{٦}{س} dس$

$-هـ^{-ص} = \frac{س^{٢}}{٢} + ٥س + ٦ \ln|س| + ج$

٢٩ حل المعادلة: $ص = \frac{dص}{dس} س$

الحل:

$\int \frac{dص}{ص} = \int \frac{dس}{س}$

$\int \frac{١}{ص(١-ص)} dص = \int \frac{١}{س} dس$

$\frac{١}{ص(١-ص)} = \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{١-ص}$ تجزئة كسور

$١ = أ(١-ص) + ب ص$

$ص = ١ \Leftarrow ب = ١$

$ص = ٠ \Leftarrow أ = ١$

$\int \frac{١}{ص} + \int \frac{١}{١-ص} dص = \int \frac{١}{س} dس$

$\ln ص - \ln|١-ص| = \ln|س| + ج$

٣٠ اذا كانت $\frac{dص}{dس} = ص^{٢} هـ^{س}$

وكانت $ص = ٢$ عندما $س = ٠$ اثبت أن

$ص = \frac{٢هـ^{س}}{٣-هـ^{س}}$

الحل:

$\frac{dص}{dس} = ص^{٢} هـ^{س} \Rightarrow \int \frac{dص}{ص^{٢}} = \int هـ^{س} dس$

$-\frac{١}{ص} = هـ^{س} + ج$

$\frac{-١}{ص} = \frac{١}{هـ^{س}} + ج$ عندما $ص = ٢$ عندما $س = ٠$

$ج = -\frac{١}{٢}$

$\Rightarrow \frac{-١}{ص} = \frac{١}{هـ^{س}} - \frac{١}{٢} \times -١$

$\frac{١}{ص} = \frac{١}{هـ^{س}} - \frac{١}{٢} \Rightarrow ص = \frac{٢هـ^{س}}{٢-هـ^{س}}$

٣١ حل المعادلة $\frac{dص}{dس} = س \ln(س)$

٣٢ حل المعادلة $\frac{dص}{dس} = \frac{ص}{س}$

٣٣ حل المعادلة $\frac{dص}{dس} \cdot ص = \frac{١}{جتاس}$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

تمارين

① $\frac{د ص}{د س^2 - 1} = (2س + 1)$ د س
حل المعادلة التفاضلية

حل المعادلة التفاضلية التالية

② جتا س د ص + ص جا س د س = صفر

③ $(س^2 - 3س) د ص = هـ^{ص} (س^2 + س - 12)$ د س

④ $س^3$ د ص − ص د س = صفر

⑤ د س − 3 د ص = جتا (س + ص) د س

⑥ $هـ^{ص}$ جا س − $\frac{د ص}{د س}$ جتا س = صفر.

⑦ قا^2 ص د ص − جا^2 س د س = صفر

⑧ $\frac{د ص}{د س} = 1 - ص + س^2 - ص س^2$

⑨ $\frac{د ص}{د س} (س^2 + 3س) = هـ^{ص} (س + 1) (س + 2)$

⑩ اذا كانت ميل الماس عند (س، ص) هو $\frac{ص^2 + 2}{3س - 2}$ ويمر (1، 4) فما قاعدة الاقتران

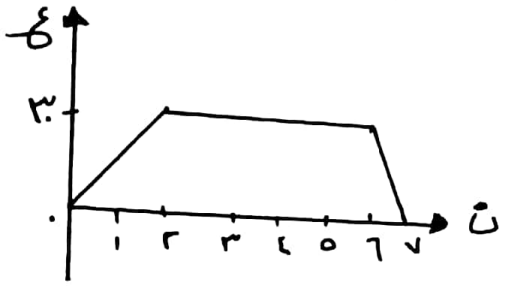
⑪ يتحرك جسم حسب العلاقة ن = ع ز، ع > صفر وكانت ع(1) = 9
ف(1) = $\frac{64}{3}$
احسب ف(3).
الجواب = 72

⑫ يتحرك جسم حسب العلاقة ن = ع ز
وكانت السرعة بعد بدء الحركة = 9 م/ث
وقطع مسافة 80 م خلال 4 ثواني
فما المسافة التي قطعها الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة.

⑬ قذفت كرة من برج ارتفاعه 45 متر عن سطح الارض الى أعلى وبسرعة ابتدائية 40 م/ث وبتسارع −10 فما الزمن الذي استغرقته الكرة للعود للأرض.

⑭ اذا كانت ميل الماس لمنحنى عند (س، ص) هو $\frac{هـ^{س} - ص}{هـ^{س} + 1}$ فما قاعدة الاقتران المار بالنقطة (0، 1).

⑮ يمثل الشكل المجاور العلاقة بين السرعة والزمن احسب المسافة على [0، 7]



⑯ يتحرك جسم حسب العلاقة
ن = $-4 ع^{\frac{3}{2}}$ من الأصل على محور السينات
اذا كانت السرعة عند بدء الحركة = 4 م/ث
اثبت أن ف = 2 ن ع.

⑰ قذف جسم لاعلى بسرعة ابتدائية 40 م/ث وبتسارع (−10) م/ث^2
فما اقصى ارتفاع يصله الجسم.

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

المساحات

النوع الأول:-
احسب المساحة المحصورة بين منحنى ومحور السينات

١ احسب المساحة المحصورة بين
$ق(س) = ٤ - س^{٢}$ ومحور السينات

الحل $٤ - س^{٢} = ٠$

$س^{٢} = ٤ \leftarrow س = \pm ٢$

$$م = \int_{-٢}^{٢} |٤ - س^{٢}| \, دس = \left| ٤س - \frac{س^{٣}}{٣} \right|_{-٢}^{٢}$$

$$(٨ - \frac{٨}{٣}) - (-٨ + \frac{٨}{٣})$$

$$٨ - \frac{٨}{٣} + ٨ - \frac{٨}{٣}$$

$$\frac{٣ \times ١٦}{١ \times ٣} - \frac{١٦}{٣} = \frac{٤٨ - ١٦}{٣} = \frac{٣٢}{٣}$$

٢ وجد المساحة بين $ق = س^{٢} - ٤س$ ومحور السينات

الحل: $س^{٢} - ٤س = ٠$

$س(س - ٤) = ٠$

$س = ٠ \quad / \quad س = ٤$

$$= \int_{٠}^{٤} س^{٢} - ٤س \, دس$$

$$= \left| \frac{س^{٣}}{٣} - \frac{٤س^{٢}}{٢} \right|_{٠}^{٤}$$

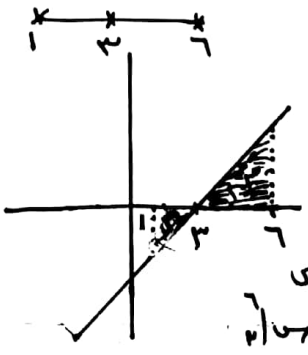
$$\frac{٦٤}{٣} - \frac{١٦ \times ٢٧}{٢ \times ١} = \frac{٦٤}{٣} - \frac{٤٨}{٣} = \frac{١٦}{٣}$$

٣ $ق = س^{٣} - س$ ومحور السينات
احسب المساحة المحصورة

واجب

٤ احسب المساحة المحصورة بين
$ق = ٢س - ٦$ ومحور السينات
والمستقيم $س = ١$ ، $س = ٦$

الحل: $٢س - ٦ = ٠ \leftarrow س = ٣$



$$م_{١} = \int_{١}^{٣} (٠) - (٢س - ٦) \, دس$$

$$م_{٢} = \int_{٣}^{٦} (٢س - ٦) - (٠) \, دس$$

$$م = م_{١} + م_{٢}$$

$$= \int_{١}^{٦} |٢س - ٦| \, دس$$

$$= \left| س^{٢} - ٦س \right|_{١}^{٣} + \left| ٦س - س^{٢} \right|_{٣}^{٦}$$

$$= (٩ - ١٨) - (١ - ٦) + (٣٦ - ٢٤) - (١٨ - ٩)$$

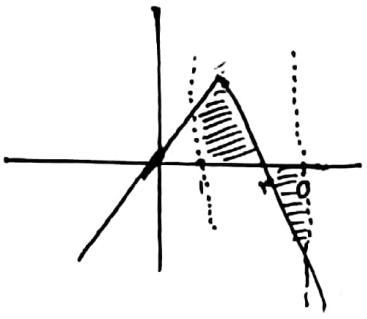
$$= ٩ - ٥ + ٠ + ٩ = ١٣$$

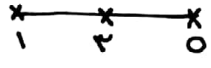
٥ احسب المساحة المحصورة بين
$ق = ٣س - س^{٢}$ ومحور السينات
لكل $[١ ، ٥]$

الحل $٣س - س^{٢} = ٠$

$س(٣ - س) = ٠$

$س = ٠ \quad / \quad س = ٣$





$$م = \int_{١}^{٣} (٣س - س^{٢}) - (٠) \, دس + \int_{٣}^{٥} (٠) - (٣س - س^{٢}) \, دس$$

$$= \left| \frac{٣س^{٢}}{٢} - \frac{س^{٣}}{٣} \right|_{١}^{٣} + \left| \frac{س^{٣}}{٣} - \frac{٣س^{٢}}{٢} \right|_{٣}^{٥} = \ldots$$

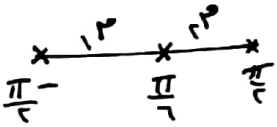
٦ تدريب: احسب المساحة بين $ص = ٢ - س^{٢}$
والمحاور

الجواب $= \frac{٨}{٣}$

٧ احسب المساحة بين $ص = جاس - \frac{١}{٢}$
ومحور السينات في $[-\frac{\pi}{٢} ، \frac{\pi}{٢}]$

الحل:

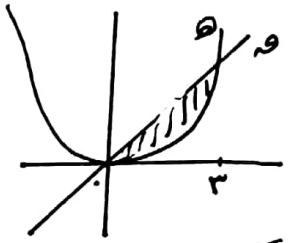
$جاس - \frac{١}{٢} = ٠ \leftarrow جاس = \frac{١}{٢} \leftarrow س = \frac{\pi}{٦}$



$$م = \int_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٦}} جاس - \frac{١}{٢} \, دس + \int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{١}{٢} - جاس \, دس$$

---

٨ احسب المساحة المحصورة بين
$ق = ٣س - س^{٢}$ / $ص = س^{٢}$



$ق = ص$

$٣س - س^{٢} = س^{٢}$

$س^{٢} - ٣س = ٠$

$س(س - ٣) = ٠$

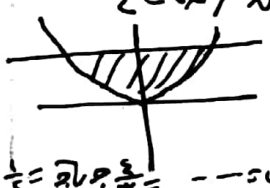
$س = ٠ \quad / \quad س = ٣$

$م = \int_{٠}^{٣} ٣س - س^{٢} - س^{٢} \, دس = \ldots$

٩ اذا كان $ص = جـ$ يقسم المساحة بين
$ص = س^{٢}$ / $ص = ٤$ الى قسمين متساويين
فما قيمة جـ

الحل:- نجد المساحة بين $ص = س^{٢}$ / $ص = ٤$

$س^{٢} = ٤ \leftarrow س = \pm ٢$



$$م = \int_{-٢}^{٢} ٤ - س^{٢} \, دس = \ldots = \frac{٣٢}{٣}$$

نجد المساحة بين $ص = س^{٢}$ / $ص = جـ$

$س = \pm \sqrt{جـ} \leftarrow م = \int_{-\sqrt{جـ}}^{\sqrt{جـ}} جـ - س^{٢} \, دس = \ldots$

$= \frac{٤}{٣} جـ \sqrt{جـ} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣٢}{٣}$

$جـ^{\frac{٣}{٢}} = ١٦$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

النوع الثاني :-
المساحة بين أكثر من اقترانين
في هذه الحالة يجب الرسم وتحديد المنطقة المطلوبة وايجاد نقاط التقاطع وايجاد المساحة كل منطقة ثم جمع المساحات .

[1] احسب المساحة بين $ق : س = س^2 + 1$
$ك : ص = 3 - س$ والمحاور

الحل
$ق = ك$
$س^2 + 1 = 3 - س$
$س^2 + س - 2 = 0$
$(س+2)(س-1) = 0$
$س = -2$ ✗ $\quad س = 1$
$ك = 0 \Rightarrow 3 - س = 0 \Rightarrow س = 3$

$م = \int_0^1 (س^2 + 1) د س + \int_1^3 (3 - س) د س$
$= \left| \frac{س^3}{3} + س \right|_0^1 + \left| 3س - \frac{س^2}{2} \right|_1^3 = \frac{10}{3}$

[2] احسب المساحة بين $ق : ص = س - 1$
$ك : ص = 5 - س$ / ومحور الصادات

الحل
$ق = ك$
$س - 1 = 5 - س$
$س^2 + س - 6 = 0$
$(س+3)(س-2) = 0$
$س = -3$ ✗ $\quad س = 2$
$ص = 5 - 2 = 3$

$م = \int_0^2 (5 - س) - (س - 1) د س + \int_2^3 (5 - س) - (1 - س^2) د س$
$= \int_0^2 6 - 2س \, د س + \int_2^3 س^2 + س - 4 \, د س$
$= \left| 6س - س^2 \right|_0^2 + \left| \frac{س^3}{3} + \frac{س^2}{2} - 4س \right|_2^3 = \frac{47}{6}$

[3] $ق : ص = س^3$ / $ك : ص = 8$ / $س = -2$
احسب المساحة.

الحل

الجواب = 28

[4] $ق : ص = س^3$ / $ك : ص = \frac{1}{2}س$ / $ل : ص = س + 6$
احسب المساحة المحصورة .

$ق = ك$
$س^3 = \frac{1}{2}س$
$س^3 - \frac{1}{2}س = 0$
$س(س^2 - \frac{1}{2}) = 0$ ✓
$س = 0$ ✓ $\quad س = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$ق = ل$
$س^3 = س + 6$
$س^3 - س - 6 = 0$
بالتجريب $س = 2$ ✓
$(س-2)(س^2 + 2س + 3) = 0$
$س^2 + 2س + 3 = 0$ مميز $= 4 - 12 = -8$ < 0

$ك = ل$
$\frac{1}{2}س = س + 6$
$س = -12$ ✗ $\quad ص = -6$

$م = \int_{-2}^{0} (س + 6) - (\frac{1}{2}س) د س + \int_{0}^{2} (س + 6) - (س^3) د س$
$= \frac{44}{3}$

[5] احسب المساحة المحصورة بين
$ق : ص = |2س|$ ، $ك : ص = 3 - س^2$

الحل
$ق = ك$ عند $س = 2$ ، $س = -2$
$2س = 3 - س^2$
$س^2 + 2س - 3 = 0$
$(س+3)(س-1) = 0$
$س = -3$ ✗ $\quad س = 1$
$3 - س^2 = -2س$
$س^2 - 2س - 3 = 0$
مميز $= 4 + 12 = 16$
$(س-3)(س+1) = 0$
$س = 3$ ✗ $\quad س = -1$

$م = \int_{-1}^{1} (3 - س^2) - (-2س) د س + \int_{1}^{2} (3 - س^2) - (2س) د س$
$= \left| 3س + س^2 - \frac{س^3}{3} \right|_{-1}^{1} + \left| 3س - س^2 - \frac{س^3}{3} \right|_{1}^{2} = \frac{10}{3}$

[6] احسب المساحة بين $ق : ص = جتاس$
$ك : ص = س + 1$ وفوق محور السينات

الحل :-
$ق = ك$
$جتاس = س + 1$
$س = 0$
$ق = س$
$جتاس = 0$
$س = \frac{\pi}{2}$

$م = \int_{-1}^{0} س + 1 \, د س + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس \, د س$
$= \frac{3}{2}$

Scanned by CamScanner

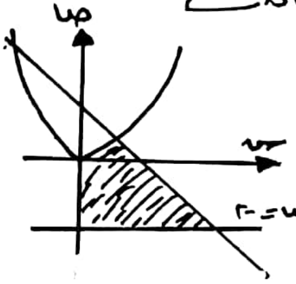
الأستاذ
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

7] ق(س) = ٤/س ، ص = س − ١ ، س = ٤

8] ص = ٣/س ، ص = ٧ − س ، ص = ٣

واجب

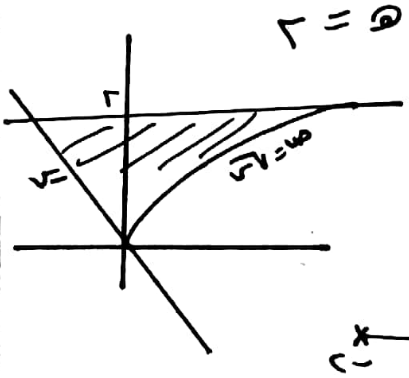
9] ق = س٢ ، هـ = ٢ − س ، ص = −٢ ومحور الصادات



الحل:
ق = هـ
س٢ = ٢ − س
س٢ + س − ٢ = صفر
(س + ٢)(س − ١) = ٠
س = ١ | س = −٢
ص = هـ
−٢ = ٢ − س ⟸ س = ٤

$\int_0^1 س^2 - (-2)\, دس + \int_1^4 (2-س) - (-2)\, دس = \frac{41}{6}$

10] احسب المساحة بين ص = √٢س ، ق = −س ، هـ = ٣



ص = ق
√٢س = −س
س = ٠

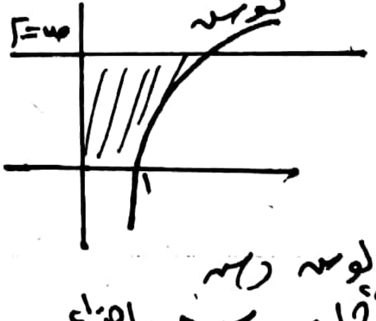
√٢س = ٣
س = ٤

−س = ٣
س = −٣

$\int_{-3}^{0} 3 - -س\, دس + \int_0^4 3 - \sqrt{2س}\, دس$

$= 0 - (-9 + \frac{9}{2}) + (12 - \frac{16}{3}) - (0) = \frac{14}{3}$

11] ق(س) = لوهـس ومحور الصادات ومحور السينات والمستقيم ص = ٢



الحل:
لوهـس = ٠ | لوهـس = ٢
س = ١ | س = هـ٢

$\int_0^1 2\, دس + \int_1^{هـ^2} 2 - لوهـس\, دس$

$2س]_0^1 + 2س]_1^{هـ^2} - \int_1^{هـ^2} لوهـس\, دس$ ← اجزاء

واجب

12] احسب المساحة بين ق = س٢ − ٤ ، هـ = س + ٢ ، ل = ٢س في الربع الأول

13] ق(س) = لوس ، ومحور السينات والمستقيم س = هـ

13] ق = ١/س ومحور السينات و س = هـ ، س = ١

14] ق = س٣ ، ص = ١ ، ص = ٨ ، س = صفر

15] ق = س ، هـ = ١/س ، ص = ٣

16] ق = س ، هـ = ١/س ، ص = ٢ ، س = صفر

17] ق = س٢ + ٢ ، س + ص = ٤ ، ص = ٤ − س ، س = صفر ، ص = صفر

18] ص = س٣ ، ص/س = ٤ ،

19] ق = س٢ ، ومحور السينات والمماس لمنحنى ق عند (٢، ٤)

الحل: بحاجة لمعرفة معادلة المماس
ق̀ = ٢س
م = ٢ × ٢ = ٤

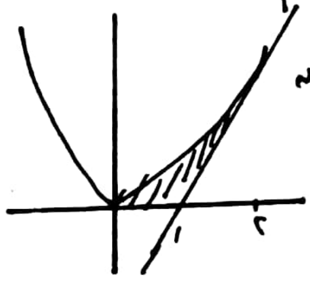
المعادلة: ص − ص١ = م(س − س١)
ص − ٤ = ٤(س − ٢)
ص = ٤س − ٤

⟸ لدينا: ق = س٢ / ص = ٤س − ٤ / ومحور السينات

س٢ = ٤س − ٤
س٢ − ٤س + ٤ = صفر
(س − ٢)(س − ٢) = ٠
س = ٢

س٢ = ٠
س = ٠

٤س − ٤ = ٠
س = ١



$\int_0^1 س^2\, دس + \int_1^2 س^2 - (4س - 4)\, دس$

20] اذا كانت المساحة بين محور السينات ومنحنى ص = س ومنحنى ص = ١/س والمستقيم س = م ، م > ١ تساوي ٣/٢ فما قيمة م

الحل: س = ١/س ⟸ س٢ = ١ ⟸ س = ١ ، −١

$م = \int_0^1 س\, دس + \int_1^م \frac{1}{س}\, دس = \frac{3}{2}$

$= \frac{س^2}{2}]_0^1 + لوا س]_1^م = \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2} + لوم - لوا = \frac{3}{2}$

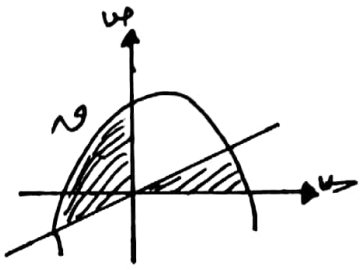
$\frac{1}{2} + لوم = \frac{3}{2}$

لوم = ١ ⟸ م = هـ

الأستاذ
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢١ معتمداً على الرسم المجاور اجب عما يلي

المساحة المحصورة بين $ص = ٤ - س^٢$ والمستقيم $ص = ٣س$



الحل:-

نجد نقاط التقاطع

$ص = ص$

$٣س = ٤ - س^٢$

$س^٢ + ٣س - ٤ = ٠$

$(س+٤)(س-١) = ٠$

$س = -٤$ / $س = ١$

$ص = ف(س) \Leftarrow ٤ - س^٢ = ٠$ $\Leftarrow$ $س = ٢ ، -٢$

$م = \int_{-٢}^{١} (٤ - س^٢) - (٣س) \, دس + \int_{١}^{٢} ٣س - (٤ - س^٢) \, دس$

$= \frac{١٣}{٦}$

٢٢ معتمداً على الرسم المجاور اجب عما يلي

المساحة المظللة محصورة بين $ص = س^٢$ والمستقيم $ص = ٦ - س$

الحل:-

نجد نقاط التقاطع

$ص = ص$

$س^٢ = ٦ - س$

$س^٢ + س - ٦ = ٠$

$(س+٣)(س-٢) = ٠$

$س = -٣$ / $س = ٢$

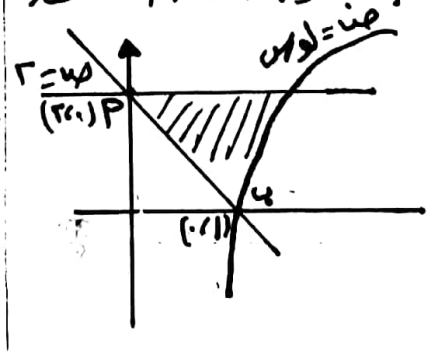
$ص = ف(س) \Leftarrow ٦ - س = ٠$ $\Leftarrow$ $س = ٦$

$م = \int_{-٣}^{٢} (٦ - س) - (س^٢) \, دس + \int_{٢}^{٦} س^٢ - (٦ - س) \, دس$

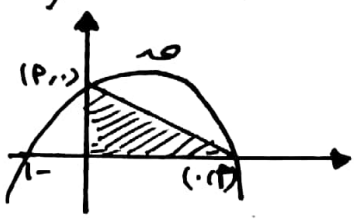
$= \frac{١٤٥}{٦}$

٢٣ معتمداً على الرسم المجاور اجب عما يلي

المساحة المظللة



٢٤ معتمداً على الرسم المجاور اذا كان $ف(س) = (١+س)(٢-س)$ وكانت مساحة المثلث تساوي ٨ احسب المساحة المحصورة بين $ف$ ومحور السينات



الحل:-

بجب معرفة قيمة $ك$

$ف(س) = ك(١+س)(ك-س)$

$س = -١$ / $س = ك$

$ص = ف(س)$ يقطع الصادات عندما $س = ٠$

$ف(٠) = (١+٠)(ك-٠) = ك$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times ك \times ك = \frac{١}{٢} ك^٢ = ٨$

$\Leftarrow ك^٢ = ١٦ \Leftarrow ك = ٤$ $\overset{\times}{-٤}$

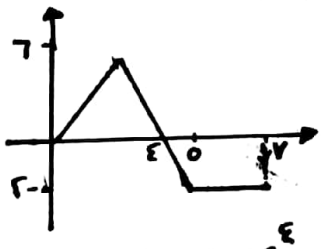
نأخذ $ك = ٤ \Leftarrow ف(س) = (١+س)(٤-س)$

$\Leftarrow م = \int_{-١}^{٤} (١+س)(٤-س) \, دس$

$= \int_{-١}^{٤} ٤ + ٣س - س^٢ \, دس = ٤س + \frac{٣}{٢}س^٢ - \frac{١}{٣}س^٣ \Big|_{-١}^{٤}$

$= \frac{١٢٥}{٦}$

٢٥ معتمداً على الرسم المجاور اجب عما يلي



① $\int_{٤}^{٨} ف(س) \, دس$

② $\int_{٠}^{٨} |ف(س)| \, دس$

③ $|\int_{٠}^{٨} ف(س) \, دس|$

④ المساحة بين $ف$ ومحور السينات على $[٠، ٨]$

الحل: $م_١ = \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٦ = ١٢ \Leftarrow \int_{٤}^{٨} ف(س) \, دس = ١٢$

$م_٢ = \frac{١}{٢} \times ١ \times ٢ = ١ \Leftarrow \int_{٤}^{٥} ف(س) \, دس = -١$

$م_٣ = ٢ \times ٢ = ٤ \Leftarrow \int_{٥}^{٨} ف(س) \, دس = -٤$

① $\int_{٤}^{٨} ف(س) \, دس = ١٢ + (-١) + (-٤) = ٧$

② $\int_{٠}^{٨} |ف(س)| \, دس = ١٢ + ١ + ٤ = ١٧$

③ $|\int_{٠}^{٨} ف(س) \, دس| = |١٢ - ١ - ٤| = ٧$

④ $م = م_١ + م_٢ + م_٣ = ١٧$

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

تمارين

١) اجد المساحة بين $ق = ٢ - س^٢$ والمحاور

٢) اجد المساحة بين $ق = جتا \frac{\pi}{٢} س$ ومحور السينات على $[٠, ٢]$

٣) اجد المساحة بين $ق = ٤ س^٢ - ٣ س$ و $هـ = ٥ س$

٤) اجد المساحة بين $ق = ١ + جا س$ و $هـ = ١ + جتا س$ على $[\frac{\pi}{٢}, \frac{٣\pi}{٢}]$

٥) اجد المساحة بين $ق = س^٣ - ١$ و $هـ = ١ - س$ ، $ل = ٣$

٦) اجد المساحة بين $ق = جا س$ ، $هـ = جتا س$ على $[٠, \frac{\pi}{٢}]$ ومحور السينات

٧) اجد المساحة بين $ق = س$ و $ق = \frac{٢}{س}$ و $ل = ٢$ والصادات

٨) اجد المساحة بين $ل = ق - ٤ س$ و $هـ = س$ ، ومحور السينات

٩) اجد المساحة بين $ل = هـ$ و $م = هـ$ ومحور السينات على $[-١, ١]$

١٠) اجد المساحة بين $ق = ٤ - س^٢$ و $ل = ٣$ ومحور السينات.

١١) $ق = هـ$ ، $س = ١ - ص^٢$ والسينات

١٢) اجد المساحة بين $ق = ٤ س^٣ - س$ ومحور السينات

١٣) $ق = ٤ س^٣ - ٣ س$ ، $هـ = ٥ س$ اجد المساحة بينهما.

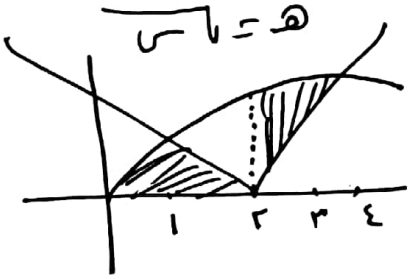
١٤) $ق = جا س$ ، $هـ = جا ٢ س$ في الربع الأول. اجد المساحة

١٥) اجد المساحة بين $ق = \frac{١}{س}$ و $ل = ٥$ (الثيري) و $ق - هـ = صفر$.

١٦) اجد المساحة بين $ق = ٤ - س^٢$ والصادات والمستقيم $س + ص = ٥$ والمستقيم الذي $س = ١$

١٧) اجد المساحة بين $ص = ٤ س$ والمستقيم $س - ص = ٣$.

١٨) اجد المساحة المظللة في الشكل المجاور حيث $ق = ٤ - س^٢$



١٩) $ص = لو س$ ، $ص = ٦$ والمحاور

٢٠) $ص = س^٢ - ٤ س + ٤$ ، $ص = س$ والمحور

٢١) $ق = \int_{-٣}^{١} (٠.١ س^٢ + ١) د س$ والمحاور

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

مراجعة للوحدة

السؤال الأول :-

أ) حسب التكاملات التالية :-

$\int \frac{\sqrt[3]{4س + 3}}{س^3} \, دس$

$\int \frac{س قاس ظاس - ظاس}{\sqrt{س}} \, دس$

$\int \frac{\sqrt{ع - 4س^5}}{س^5} \, دس$

$\int ظاس لوقاس \, دس$

$\int (س - 4س)^6 \, دس$

$\int قاس لوظاس \, دس$

$\int \sqrt[3]{2س - 5ع} \, دس$

$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{2س} + 2هـ^{س} + 1} \, دس$

$\int جا(لوس) \, دس$

$\int \frac{س^3}{2س^4 + س^8} \, دس$

$\int \frac{\sqrt{4س + 12} - 3}{\sqrt{س + 3} + 3} \, دس$

$\int لو(ع + 2س) \, دس$

$\int جاس جتا^3 س \, دس$

$\int س \sqrt{ع + 1} \, دس$

$\int \frac{قاس^4}{ظاس - 3ظاس + 2} \, دس$

$\int \frac{ظاس قتاس}{9 - 4قتا^2 س} \, دس$

$\int س^4 هـ^{س^3 + لوس} \, دس$

$\int جا3س قتاس \, دس$

$\int \frac{جا2س جتاس}{جتا2س} \, دس$

$\int \frac{س + جاس}{1 + جتاس} \, دس$

$\int \frac{4لوس}{س - 1} \, دس$

$\int (ظاس + قاس)^{10} قاس \, دس$

السؤال الثاني :-

أ) إذا كانت $\int_{1}^{4} (4ف(س) + 3) \, دس = 18$

$\int_{1}^{4} ف(س) \, دس = 2$ ، $\int_{1}^{4} س ف(س) \, دس = 10$ فجد قيمة $\int_{1}^{4} ف(س) \, دس$

ب) حل المعادلة التفاضلية التالية :-

$3ظاس \frac{دص}{دس} - قاس = صفر$

ج) ص = لوس ، هـ ص - هـ ص خماسية ص

د) ص(س) = $س^3 + بس^2 - 1$ محصورة للمنحنى ص

ص(2) = 4 ، خماسية ص .

هـ) م ، هـ محصورة للمنحنى ص

وكانت $\int_{م}^{هـ} (س - م)(س - هـ) \, دس = 12$

اثبت أن $\int_{م}^{هـ} 2(س - م)(س - هـ) \, دس + \int_{م}^{هـ} ف(س) \, دس$ لا تعتمد على ف(س)

ز) إذا كانت ف(س) = ع - $\int_{1}^{س^3} (3ع - 1)^{\frac{1}{2}} \, دع$ ، فجد ف(س)

Scanned by CamScanner

الأستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

السؤال الثالث :-

(أ) يتحرك جسم حسب العلاقة

ف = ٣ ن^٣ - ٤ ن^٢ + ٥ ن + ٦

اذا تحرك من السكون فما قيمة P التي تجعل السرعة ٨ سم/ث بعد ٣ ثواني من الحركة.

(ب) اذا كانت ظل الماس لمنحنى الدالة عند (س، صـ) يساوي $\frac{\text{صـ}}{1 - \text{جتا}^2 \text{س}}$

اجب عما يقترنه الماس (٠، $\frac{\pi}{4}$)

(ج) اجب مساحة المحصور بين

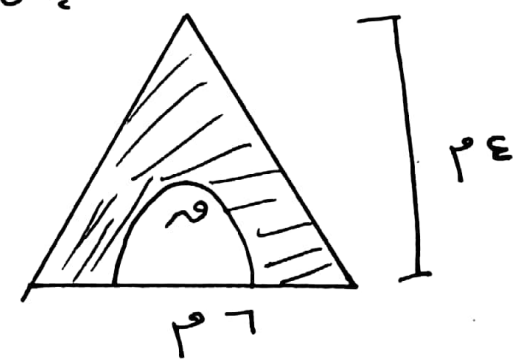
ص = ٤ - س^٢ ، والمحاور

ص = س - ٢ ، ص = ٦ - س

(د) اجب المساحة المحصورة بين

ص = $\frac{3}{\text{س}}$ ، ص = ٤ - س ، ل = ٣

(هـ) يمثل الشكل المجاور الواجهة الامامية لمبنى ما تكلفة دهان المنطقة المظللة اذا كانت سعر الدهان نصف دينار (علما ص = ٢ - $\frac{1}{2}$ س^٢)



السؤال الرابع :-

ضع دائرة حول الاجابة الصحيحة .

(١) اذا كانت ق(س) = هـ^{جا س} - لو جتا س

فإنه ق'(٠) تساوي .

(أ) ١ (ب) هـ (ج) ٢هـ (د) ٢

(٢) اذا كانت ق(س) = س^٣ + جا ٢س + ٣

فإنه ق'(س) يساوي .

(أ) ٥س^٤ + جتا ٢س (ب) $\frac{1}{4}$ س^٤ - جتا ٢س + ٣س + ٥

(ج) ٥س^٤ - جتا ٢س (د) $\frac{1}{4}$ س^٤ - جتا ٢س

(٣) اذا كانت أ ≤ ق(س) ≤ ٤ فما اكبر قيمة لتكامل $\int_{1}^{2}$ ق(س) د س

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ١٢

(٤) اذا كان $\int_{1}^{3}$ ق(س) د س = ١٠ ، $\int_{2}^{3}$ ق(س) د س = ٤

فإن $\int_{1}^{2}$ ق(س) د س + ٣ د س تساوي

(أ) ٥ (ب) ١٤ (ج) ٨ (د) ٤

(٥) $\int_{a}^{b}$ ق(س) × هـ(س) د س تساوي

(أ) ق(ب) - ق(أ)

(ب) ق(أ) - ق(ب)

(ج) ق(هـ(ب)) - ق(هـ(أ))

(د) ق(هـ(أ)) - ق(هـ(ب)) .

Scanned by CamScanner

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٦ اذا كانت م، هـ محصورتين للمنحنى ق
وكانت ∫ ق(س) دس = ١٢
فما قيمة ∫ ٣ق(س) دس - ∫ ق(س) دس.

أ ٣ ب ٤,٥ ج ١٢ د ١٨

٧ هـ ∫ س ق(س) دس = ٤
فما قيمة ∫ هـ (١ + س) ق(س) دس

أ ١ ب ٨ ج ٢ د ٤

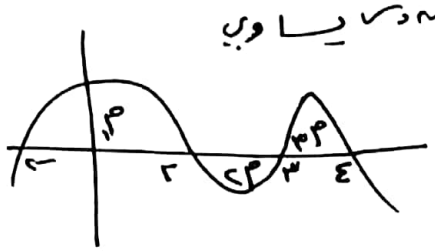
٨ اذا كانت ق(س) = هـ^س + لو جا س
فإن ق(س) تساوي.

أ ظتا س ب - ظتا س ج هـ^س + ظتا س د هـ^س + ظتا س

٩ من الشكل المجاور اذا كانت
المساحة بين ق، هـ = ٦ وكانت
∫ ق(س) دس = ١٠ فإن ∫ هـ(س) دس تساوي

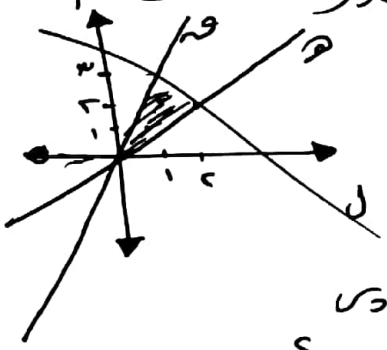
أ ١٠ ب ٦ ج ١ د -٤

١٠ في الشكل المجاور اذا كانت
م١ = ٤,٨ ، م٢ = ٨,٠ ، م٣ = ٢
فإن ∫ ٤ق(س) دس يساوي



أ ٥,٦ ب ٦ ج ٦,٨ د ٧,٦

١١ من الشكل المجاور مساحة المنطقة المظللة
عندما
ق(س) = ٣س
هـ(س) = س
ل = ٤ - س



أ ∫ ٣س - س دس

ب ∫ س ق(س) + ∫ ٤ - ٢س دس

ج ∫ ق(س) دس + ∫ ٤ - س دس

د ∫ ٣س - س دس.

Scanned by CamScanner