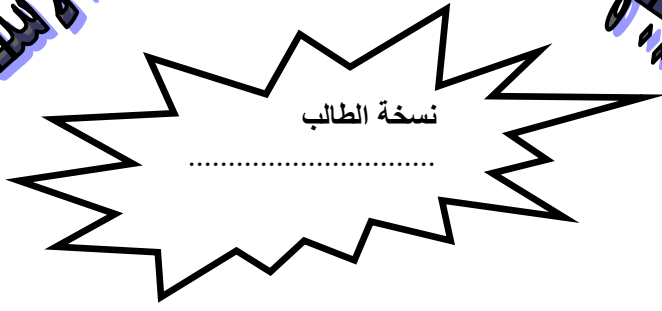


الإسئلة ناطر اللينك

الشفون والنجاح ملك لمن يحفظ



الإسئلة الوزارية

مصنفة

حسب الدررس
والاجابة النموذجية

2007-2017

الرياضيات - العلمي

المستوى الثالث

(تطبيقات على التفاضل)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين المبعوث رحمة للعالمين .

أعزائي الطلبة:

الحمد لله الذي جعل لنا من العلم نورا نهدي به وبعد..

أضع بين أيديكم هذا العمل الذي أرجو أن يكون في المستوى المطلوب وآمل على الأقل أنني لم أقصر أو أهمل أي شيء من الاسئلة لذا أرجو أن لا تبخلوا على بملاحظاتكم واقتراحاتكم البناءة لنصوب أخطاءنا ونتفادي زلاتنا ونتلافى العيوب التي يمكن أننا ولا شك وقعنا فيها. والله نسال أن يديم نعمته علينا وان يحفظ وطننا من كل كيد ومن كل شر وان يهدينا سواء السببي ونسال الله عز وجل أن يوفقنا ويجعل النجاح والتفوق حليفنا.....

الأستاذ ناصر الذينات

التفسير الهندسي

ش ٢٠٠٧

رسم مماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^٣ + ١ عند النقطة (١، ١) فقطع المنحنى في نقطة ثانية هي (٢، ٩) ، جد معادلة هذا المماس. الحل:

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = ق(س) = \frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢}$$

$$\frac{٩ - ١}{٢ - ١} = ٢ = \frac{ص١ - ١}{س١ - ١}$$

$$\frac{٩ - ١}{٢ - ١} = ٢ = \frac{ص١ - ١}{س١ - ١}$$

$$\frac{٩ - ١}{٢ - ١} = ٢ = \frac{ص١ - ١}{س١ - ١}$$

$$\frac{٩ - ١}{٢ - ١} = ٢ = \frac{ص١ - ١}{س١ - ١}$$

$$٢ = \frac{ص١ - ١}{س١ - ١} \Rightarrow ٢(س١ - ١) = ص١ - ١$$

$$٢س١ - ٢ = ص١ - ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

$$٢س١ - ص١ = ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

$$٢س١ - ص١ = ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

$$٢س١ - ص١ = ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

$$٢س١ - ص١ = ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

$$٢س١ - ص١ = ١ \Rightarrow ٢س١ - ص١ = ١$$

معادلة المماس

$$ص - ص١ = م(س - س١)$$

$$ص - ١ = ٣(س - ١) \Rightarrow ص - ١ = ٣س - ٣ \Rightarrow ص = ٣س - ٢$$

ص ٢٠٠٧) جد جميع النقط الواقعة على منحنى العلاقة

٢س^٢ - ٤س + ص = ١٠ - صفر التي يمر المماس المرسوم

لمنحنى العلاقة عند كل منها بالنقطة (٤، ٠) .

الحل:

النقطة (٤، ٠) ليست نقطة تماس... نفرض نقطة تماس

(س، ص)

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢}$$

$$\frac{٠ - ص}{٤ - س} = \frac{ص - ٠}{س - ٤}$$

لكن

$$٤ - ص = ص(٤ - س) \Rightarrow ٤ - ص = ٤ص - ٣صس$$

$$4 - 4 = \text{ص}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ص}^2}{\text{ص}}$$

$$\text{ص}^2 - 2$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص}$$

$$\text{ومنها} \frac{\text{ص}^2 - 2}{\text{ص}} = 0$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص}^2 - 2 = 0 \text{ ص} \Rightarrow \text{ص} = \sqrt{2} \text{ و } \text{ص} = -\sqrt{2}$$

$$\text{ص} - \text{ص} = 1 \text{ ق (س) (س + س)}$$

$$\text{ص} - 2 = 4 \text{ (س + 1)}$$

$$\text{معادلة المماس عند (3, 0)}$$

$$\text{ص} - 3 = 0$$

ص (2008) اذا كان المستقيم المار بالنقطتين

$$(2, 0), (6, 2) \text{ يمس منحنى}$$

$$\text{ق (س) = (س) = 2س + 2س - 1, \text{ جد قيمة ا}$$

الحل:

$$\text{يمس} \left\{ \begin{array}{l} \text{ق (س) = ص} \\ \text{ق (س) = ص} \end{array} \right.$$

$$\text{ق (س) = ص}$$

م المماس عند نقطة التماس (س, ص) = م المستقيم

نجد معادلة المستقيم

$$\text{ص} - \text{ص} = 1 \text{ م (س - س)}$$

$$\text{ص} - 2 = 6 - 2$$

$$\text{ص} = 4$$

$$\text{ص} = 2$$

$$\text{ص} + 2 = 4 \text{ (س - س) ومنها ص = 4 - س - 2}$$

$$\text{لكن ق (س) = ص}$$

$$\text{أ س}^2 + 2س - 1 = 4 - س - 2 \text{ ومنها}$$

$$\text{أ س}^2 - 2س + 1 = 0 \text{ (1)}$$

$$\text{كذلك} \text{ ص}^2 - 2\text{ص} + 1$$

$$\text{ق (س) = ص}$$

$$\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1 = 0$$

$$\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1 = 0$$

$$\text{أ س}^2 + 2س + 1 = 2$$

$$\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1 = 0$$

$$\text{ومنها} \text{أ س}^2 + 2س + 1 = 2 \text{ ومنها س} = \frac{1}{2} \text{ (2)}$$

$$\text{من (1), (2)}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

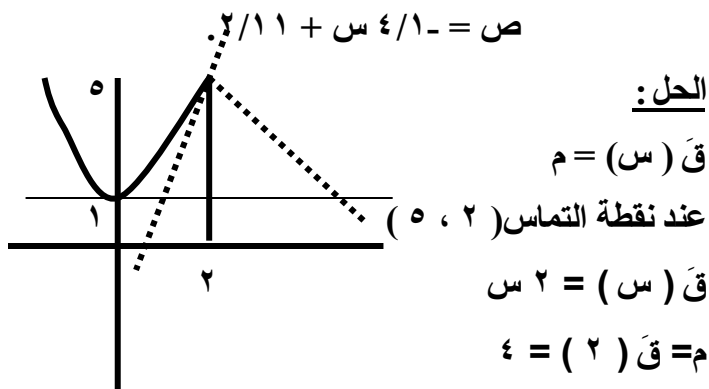
$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{أ} = 1 + \frac{1}{2}$$

ش ٢٠١٢) اوجد مساحة المثلث الذي يتكون من المماس والعمودي لمنحنى الاقتران ق(س) = س^٢ + ١ عند النقطة (٢، ٥) والمسيقيم ص = ١ علماً بأن معادلة العمودي



الحل:

$$ق(س) = م = س^2 + ١$$

عند نقطة التماس (٢، ٥)

$$ق(س) = ٢ = س$$

$$م = ق(٢) = ٥$$

١

$$مساحة \Delta = \frac{القاعدة \times الارتفاع}{٢}$$

لايجاد قاعدة المثلث

$$معادلة المماس ص - ص = م (س - س١)$$

$$ص - ٥ = م (س - ٢)$$

$$ص - ٥ = ٤ - ٢م$$

$$عندما ص = ١ فان س = ١$$

من معادلة العمودي عندما ص = ١

$$١ = ٤/١ - س + ٢/١١. فان س = ١٨$$

$$طول القاعدة = ١٨ - ١ = ١٧$$

$$الارتفاع = ص = ١ - ٥ = ٤$$

$$مساحة \Delta = \frac{١٧ \times ٤}{٢} = ٣٤ \text{ وحدة مربعة}$$

ص ٢٠١٢) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى

$$العلاقة ق(س) = ٣ - س + س$$

$$\text{موازي المستقيم } ٢ = س + ٤ \text{ ص } ١ = ٠$$

الحل:

المستقيم // المماس

$$١م = ٢م$$

نشقت المعادلة الاولى لنجد ميل المماس

$$٢(ص - ٣) = ص ١$$

$$١م = ٢م$$

$$ق(س) = هـ \times (س) = (س) - ١$$

١ -

$$ق(س) = (س) - ٢$$

$$هـ(س) = ٢ = س$$

١ -

$$١ - = \frac{١ -}{س - ٢} \times س$$

$$س - ٢ = س - ٢$$

$$س + س - ٢ = ٠$$

$$٠ = (س - ١) (س + ٢) \text{ ومنها}$$

س = ٢ - لاحظ ان (٢ -) ليست نقطة تماس لانها ليست نقطة تقاطع

$$س = ١، ق(١) = ١ \text{ ومنها } ٢ = ق(١) = ١ - ٢/١ =$$

معادلة المماس

$$ص - ١ = ٢/١ - (س - ١)$$

ص ٢٠١١) اذا كان المستقيم س + ٦ ص + ١ = ٠ يمس

س

$$\text{منحنى الاقتران ق(س) = } \frac{س^٣}{٢ - س} \neq ٢$$

فجد قيمة الثابت (أ).

الحل:

$$ص = \frac{١}{٦} (س + أ)$$

$$\text{ميل المستقيم } ص = ٦/١ -$$

$$٦ - (س - ٢) - (٣) - (١) = ٦ -$$

$$ق(س) = \frac{٢(س - ٢)}{٦ - (س - ٢)}$$

نفرض نقطة التماس (س١، ص١) فيكون ق(س١) = ٦/١ -

$$\frac{٣٦ = ٢(٢ - س١)}{٦} = \frac{٢(٢ - س١)}{٦}$$

$$\text{ومنها } س١ = ٢ \pm ٦ \text{ ومنها } ٨، ٤ -$$

$$\text{نقطتي التماس } (٨، ق(٨)) = (٨، ٤)$$

$$(٤ -، ق(٤ -)) = (٤ -، ٢)$$

$$(٤، ٨) \text{ تحقق معادلة المستقيم } ٤ = ٦/١ - (٨ + أ)$$

$$\text{ومنها } ٣٢ - =$$

$$(٢، ٤ -) \text{ تحقق معادلة المستقيم } ٢ = ٦/١ - (٤ - + أ)$$

$$\text{ومنها } ٨ - =$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية ارپد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{طول القاعدة} = 4 - 4 = 8$$

$$\text{الارتفاع} = \text{ص} = 2$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8 \text{ وحدات مربعة}$$

ص ٢٠١٣) جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة

$$(\text{ص}-٤) = 2 + \text{س} \text{ والتي عندها المماس}$$

يوازي المستقيم الذي معادلته $3\text{س} + 6\text{ص} + 2 = 0$

الحل:

المستقيم // المماس

$$2\text{م} = 1\text{م}$$

نشتق المعادلة الاولى لنجد ميل المماس

$$2(\text{ص}-٤) = 1$$

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ص} = 2$$

نشتق المعادلة الثانية لنجد ميل المستقيم

$$3 + 6\text{ص} = 0$$

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

بما ان المستقيم // المماس

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

$$2\text{ص} = 1$$

$$\text{ومن هنا ص} = 1 \text{ ومنها ص} = 3$$

وبالتعويض في المعادلة الاصلية

$$2 + \text{س} = 2(\text{ص}-٤)$$

$$\text{س} = 1$$

النقطة المطلوبة (١، ٣)

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ص} = 2$$

نشتق المعادلة الثانية لنجد ميل المستقيم

$$2 + 4\text{ص} = 0$$

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

بما ان المستقيم // المماس

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

$$2\text{ص} = 1$$

ومن هنا ص = 3 ومنها ص = 2

وبالتعويض في المعادلة الاصلية

$$2(\text{ص}-٣) = 4 + \text{س}$$

$$\text{س} = 3$$

النقطة المطلوبة (٣، ٢)

ش ٢٠١٣) اوجد مساحة المثلث القائم الزاوية الذي

يتكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $\text{ص} = \sqrt{\text{س}}$

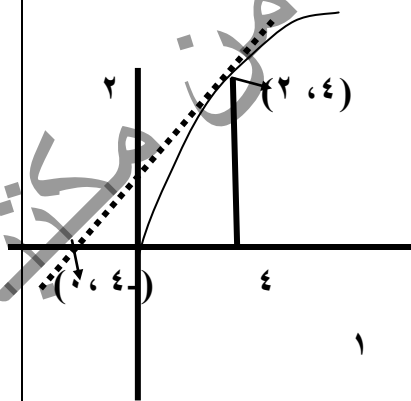
س < 0 عند النقطة (٤، ٢) ومحور السينات

والمستقيم $\text{ص} = 4$.

الحل:

نجد معادلة المماس

عند نقطة التماس (٤، ٢)



$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ص} = 2$$

معادلة المماس

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{4}(\text{س} - 4)$$

عند تقاطع المماس مع محور السينات $\text{ص} = 0$

$$2 - \frac{1}{4}(\text{س} - 4) = 0$$

ش ٢٠١٤

إذا كان المستقيم $٢س - ص + ج = ٠$ يمس

منحنى $ق(س) = \frac{١}{س}$ عند النقطة

$(١, ١)$ الواقعة على منحناه، فجد قيمة الثابت ج.

الحل:

$$٢ = \frac{١}{س} \Rightarrow ٢س = ١ \Rightarrow س = \frac{١}{٢}$$

$$ق(س) = \frac{١}{س} = ٢$$

نفرض نقطة التماس $(س١, ص١)$ فيكون $ق(س١) = ٢$

$$٢ = \frac{١}{س١} \Rightarrow س١ = \frac{١}{٢}$$

$$س١ = \frac{١}{٢}$$

نقطتي التماس $(١, ١)$ و $(\frac{١}{٢}, ٢)$

$$(١, ١) = (١, ١)$$

$$(\frac{١}{٢}, ٢) = (\frac{١}{٢}, ٢)$$

$(٢, ١)$ تحقق معادلة المستقيم $٢ - ص + ج = ٠$

$$٢ - ١ + ج = ٠ \Rightarrow ج = -١$$

$(١, ٢)$ تحقق معادلة المستقيم $٢ - ص + ج = ٠$

$$٢ - ٢ + ج = ٠ \Rightarrow ج = ٠$$

ص ٢٠١٤ بين لمنحنى الاقتران $ق(س) = ٢س + ٤$ مماسين مرسومين من النقطة $(١, ١)$.

الحل:

$(١, ١)$ ليست نقطة تماس ولتكن $(س, ص)$

$$ق(س) = ٢س + ٤$$

$$ص = ٢س + ٤$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٢س + ٤}{س} = ٢ + \frac{٤}{س}$$

$$٢س - ص = ٤$$

$$٢س - (٢س + ٤) = ٤ \Rightarrow -٤ = ٤$$

$$٠ = ٨$$

$$١ - ٢س = ٤ \Rightarrow ٢س = -٣ \Rightarrow س = -\frac{٣}{٢}$$

$$ص = ٢(-\frac{٣}{٢}) + ٤ = -٣ + ٤ = ١$$

$$١ - ٤ = -٣$$

$$٠ = -٣$$

$$٠ = ٣$$

$$١٣ = ص$$

$$١ - ٤ = ص = ١$$

أي ان هناك نقطتين تماس $(١٣, ٣)$ و $(١, ١)$

أي للاقتران مماسين

ش ٢٠١٥ جد مساحة المثلث الواقع في الربع الاول

والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس منحني

العلاقة:

$$ص = \frac{٥}{س} - \frac{١}{س} \Rightarrow ص = \frac{٤}{س}$$

الحل:

$$ص = \frac{٤}{س} \Rightarrow س = \frac{٤}{ص}$$

ميل المماس عندما $س = ٥$

$$م = \frac{٤}{٥} - \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٥}$$

عند نقطة التماس $(٥, ٠)$

$$\text{معادلة المماس} \quad ص - ص١ = م(س - س١)$$

$$ص - ٠ = \frac{٣}{٥}(س - ٥)$$

$$ص = \frac{٣}{٥}(س - ٥)$$

لايجاد النقطة $(٠, ص٢)$ نعوض في معادلة المماس

$$ص٢ = \frac{٣}{٥}(٠ - ٥) = -٣$$

$$ص٢ = ٣$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٣ = \frac{١٥}{٢}$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٣ = \frac{١٥}{٢}$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

ص ٢٠١٥

إذا كان ل(س) ، ه(س) اقترائين قابلين للاشتقاق ،

وكان

ل(س) × ه(س) = أ ، حيث أ ثابت ، أ ≠ ٠ وكان
وكان ه(٢) = ٣ ، ه(٢) = ٢ ، فجد معادلة

المماس لمنحنى الاقتران ل(س) عند س = ٢

الحل:

$$ل(س) × ه(س) = أ × ل(س) × ه(س) + ه(س) × ه(س) × ل(س) = أ × ل(س) × ه(س)$$

$$ل(٢) × ه(٢) × ه(٢) = أ × ل(٢) × ه(٢) × ه(٢)$$

$$لكن ل(٢) = ٤/١$$

$$ل(٢) × ه(٢) × ه(٢) = أ × ل(٢) × ه(٢) × ه(٢)$$

$$٠ = (٢) × ل(٢) × ه(٢) × ه(٢) + (٢) × ل(٢) × ه(٢) × ه(٢)$$

$$٤/٣ = (٢) × ل(٢)$$

ومنها ل(٢) = ٤/٣

معادلة المماس

$$ص - ل(٢) = ٤/٣ - ٤/٣ = ٠$$

ش ٢٠١٦

معتدماً على الشكل المجاور

الذي يمثل أ م ب الذي

ضلعه أ ب يمس منحنى

$$ق(س) = \frac{س}{س+١} ، س ≠ ١$$

عند النقطة (١ ، ١) ، فجد قيمة الثابت ج التي تجعل

مساحته

$$تساوي (٩/٤) وحدة مربعة .$$

الحل:

$$ق(١) = ١$$

$$ق(١) = \frac{ج}{١+١} = ١ \text{ ومنها ج} = ٢$$

$$ق(س) = \frac{س}{س+١} = \frac{س}{٢} = ١ \text{ س} = ١$$

$$ق(س) = \frac{س}{س+١} = \frac{س}{٢} = ١ \text{ س} = ١$$

معادلة المماس

$$ص - ل(س) = ١ - ل(س) = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

لايجاد النقطة أ (٠ ، ٢) نعوض في معادلة المماس

$$٢ - ل(٠) = ١ - ل(٠) = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

$$٢ - ل(٠) = ١ - ل(٠) = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

لايجاد النقطة ب (٠ ، ٢) نعوض في معادلة المماس

$$٢ - ل(٠) = ١ - ل(٠) = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

$$٣ = ٢ \text{ القاعدة}$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times ٣ \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٤} \text{ وحدات مربعة}$$

ص ٢٠١٦

جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة

(س + ٢) = ٤س - ٣ + ٦ ص = ٤س + ٦ ص عند نقطة تقاطع

منحنى العلاقة مع المستقيم ٦ ص = ٩ - ٣ س

الحل:

عند نقطة تقاطع المنحنى مع المستقيم

ص المنحنى = ص المستقيم

$$ص = \frac{٢}{١} (٣ - س) \text{ نعوض في معادلة العلاقة}$$

$$(س + ٢) = ٤س - ٣ + ٦ ص = ٤س + ٦ ص$$

$$٤٣ = ٤س + ٦ ص$$

$$٧ = ٤س + ٦ ص \text{ ومنها س} = ١ \text{ ومنها ص} = ٢$$

(١ ، ٢) نقطة تماس وبنفس الوقت نقطة تقاطع

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

ش ٢٠١٧)

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = (س + ٣)^٢ المرسوم من النقطة (٠، ٠)
الحل:

(٠، ٠) ليست نقطة تماس ولذلك نفرض نقطة

تماس وتكن (س، ص)

ق(س) = س^٢ + ٦س + ٩ لكن

ص_٢ - ص_١ = ق(س)
ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ص_٢ - ص_١ = س^٢ + ٦س + ٩ - ص_١

ومنها س = ٣ ± ٣، ص = ٣ ± ٣

عند النقطة (٣، ٣)

ق(٣) = ١٢ = م

ص = ٣٦ - ١٢ = (س - ٣)

عند النقطة (٠، ٣)

ق(-٣) = ٠ = م

ص + ٠ = صفر (س + ٣) ومنها ص = ٠

ص ٢٠١٧) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى

س + س + ١

الاقتران ق(س) = $\frac{س}{س+١}$ س ≠ ١

س + ١

عمودياً على المستقيم ٢ ص = ٤س + ٥

الحل:

ص = ٣ - ٠ = صفر ومنها ص = $\frac{١}{٢}$

١ م × ٢ م = ١ -

هـ (س) × ص = ١ -

١ - = $\frac{١}{٢} \times (٤ - س)$

س - ٢ = ١ ومنها س = ٣

نقطة التماس (٣، ٣) هـ (٣) = (٠، ٣)

ميل المماس هـ (١) = ١ × ٢ - ٤ = ٢ -
معادلة المماس

ص - ٠ = ٢ - (س - ١) ومنها ص = ٢ - ٢ س

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

التفسير الفيزيائي

ش (٢٠٠٧) يتحرك جسيم على خط مسقيم وفق المعادلة
ف(ن) = ٤ - ٣ن - ٢ن

ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني
اوجد

١. سرعة و تسارع الجسيم عندما ن = ٣
٢. الفترة الزمنية التي تكون فيها سرعة الجسيم سالبة

١. **ع(ن) = ف(ن) = ٤ - ٣ن - ٢ن

ع(٣) = (٣)٣ = ٣ × ٦ - ٢ = ٩ م/ث

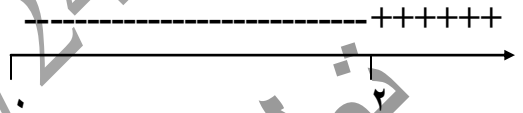
**ت(ن) = ع(ن) = ٦ - ٣ن - ٢

ت(٣) = ٦ - ٣ × ٣ = ١٢ م/ث

٢. لايجاد الفترة الزمنية

٣ن - ٢ن - ٤ = ٠

٣ن (ن - ٢) = ٤ ومنها ن = ٢ ، ٠



٣. الفترة الزمنية التي تكون فيها سرعة الجسيم سالبة (٢، ٠)

ص (٢٠٠٧) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث ان بعده

عن نقطة الاصل بالامتار بعد ن ثانية يساوي

ف(ن) = ١/٣ ن٣ - ٢ ن٢ + ٣ ن + ٥

ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني

اوجد بعد الجسيم عن نقطة الاصل وسرعة عندما يتسارع

الحل :

**ع(ن) = ف(ن) = ١/٣ ن٣ - ٢ ن٢ + ٣ ن + ٥

ت(ن) = ع(ن) = ٢ ن - ٤

٢ ن - ٤ = ٠ ومنها ن = ٢

١٧

ف(٢) = ١/٣ (٢)٣ - ٢ (٢)٢ + ٣ (٢) + ٥ = ٥ + ٢ × ٣ + ٢ (٢) - ٢ (٢) × ٣/١ = ١٧ م

ع(٢) = (٢) = ٢ (٢) - ٤ = ٢ × ٢ - ٤ = ٠ م/ث

ش (٢٠٠٨) من نقطة على عمق (٥٥) متراً عن سطح
الارض قذف جسيم رأسياً الى اعلى بحيث ان المسافة
المقطوعة تتعين حسب العلاقة

ف(ن) = ٥٥ - ٥ ن٢ + ٦٠ ن : ف المسافة بالامتار ، ن الزمن
بالثواني ، اوجد

سرعة الجسم لحظة وصوله سطح الارض.

الحل : لحظة وصوله الارض ف(ن) = ٠

٥٥ - ٥ ن٢ + ٦٠ ن = ٠

٥ ن٢ - ٦٠ ن + ١١ = ٠

(ن - ١١)(١ - ن) = ٠ ومنها ن = ١١ ، ١

**ع(ن) = ف(ن) = ٥٥ - ١٠ ن + ٦٠

ع(١١) = ٥٥ - ١٠ (١١) + ٦٠ = ٥٠ م/ث صاعد

ع(١) = ٥٥ - ١٠ (١) + ٦٠ = ١١٥ م/ث نازل

ص (٢٠٠٨) يتحرك جسيم على خط مسقيم وفق المعادلة

ف(ن) = ١٢ ن٢ - ٣ ن٣ + ١٢ ن : ف المسافة بالامتار ، ن

الزمن بالثواني اوجد

١. تسارع الجسيم عندما تنعدم السرعة

٢. الفترة الزمنية التي تكون فيها سرعة الجسيم سالبة

الحل :

١. **ع(ن) = ف(ن) = ١٢ ن٢ - ٣ ن٣ + ١٢ ن

عندما تنعدم السرعة ١٢ ن٢ - ٣ ن٣ + ١٢ ن = ٠

ومنها ن = ٠ ، ١

**ت(ن) = ع(ن) = ٢٤ ن - ٩ ن٢ + ١٢

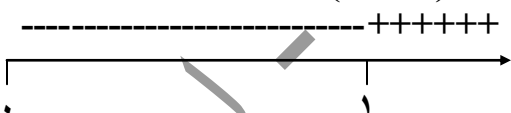
ت(٠) = ١٢ = ٢٤ × ٠ - ٩ × ٠ + ١٢ = ١٢ م/ث

ت(١) = ١٢ = ٢٤ × ١ - ٩ × ١ + ١٢ = ١٦ م/ث

٢. لايجاد الفترة الزمنية

١٢ ن٢ - ٣ ن٣ + ١٢ ن = ٠

٣ ن (ن - ٢) = ٠ ومنها ن = ٠ ، ٢



الفترة الزمنية التي تكون فيها سرعة الجسيم سالبة

(١، ٢)

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

ش ٢٠٠٨) اسقط جسم من ارتفاع (٢٤٠) م عن سطح الارض : ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني حسب العلاقة $f_1 = (n)$ وفي نفس الوقت اطلق جسم من سطح الارض للاعلى حيث المسافة التي يقطعها الجسم هي $f_2 = (n)$ $= 60 - 5n$ جد سرعة كل من الجسمين عندما يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الارض



عندما يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الارض

$$f_1 + f_2 = 240 \Rightarrow 5n + 60 - 5n = 240$$

$$60 = 240$$

$$60 = 240 \Rightarrow 240 = 60$$

$$ع_1 (n) = f_1 = 10 \text{ م ومنها } ع_2 (n) = f_2 = 60 - 5n = 60 - 5(10) = 10 \text{ م / ث}$$

ص ٢٠٠٩) اسقط شخص جسماً من السكون وفق الاقتران $f_1 = (n) = 16n$ ، وفي اللحظة نفسها رمى شخص ثان جسماً عمودياً الى اسفل وفق الاقتران $f_2 = (n) = 40 + 16n$ ، فاذا ارتطم الجسم الاول بعد ثانية واحدة من ارتطام الجسم الثاني بالارض اوجد (أ) سرعة الجسم الثاني لحظة ارتطامها بالارض . (ب) ارتفاع البناية .

الحل :

(أ) نفرض ان زمن الثاني = ن
زمن الاول = ن + ١
لكن $f_1 = f_2$
 $16(1 + n) = 40 + 16n$
 $16(1 + 2n + 1) = 40 + 16n$
 $16 + 32 + 16n = 40 + 16n$
 $48 = 40$
 $8 = 16$ ومنها ن = ٢ زمن الثاني
 $ع_1 (n) = f_1 = 32 + 40 = 72$
 $ع_2 (n) = f_2 = 40 + 2 \times 32 = 104$ م / ث
(ب) ارتفاع البناية = $f_1 = 16 \times 8 = 128$ م
ملاحظة لو حسبت من $f_2 = 40 + 16n$ لكان نفس الجواب

ش ٢٠١٠) قذف جسم رأسياً الى الأعلى من سطح الأرض حسب العلاقة $f(n) = 64 - 16n^2$ ، بين ان يفقد نصف سرعته الابتدائية على ارتفاع ٤٨ م ؟

الحل :

$$ع (n) = f(n) = 64 - 16n^2$$

وجد السرعة الابتدائية ع (٠) = ٦٤ م / ث

$$ع (٠) = 64 - 16n^2 = 32$$

وجدن عند ما $f(n) = 48$

$$48 = 64 - 16n^2$$

$$16 - 4n^2 = 0$$

$$(3 - n)(3 + n) = 0$$

ومنها ن = ٣ ، ١

$$ع (٣) = 64 - 16(3)^2 = 96 - 144 = -48$$

وهذا يساوي نصف سرعته الابتدائية وهو نازل

$$ع (١) = 64 - 16(1)^2 = 48$$

وهذا يساوي نصف سرعته الابتدائية وهو صاعد

ص ٢٠١٠)

قذف جسم من سطح بنايية رأسياً الى أعلى بحيث ان ارتفاعه عنها بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالاقتران $f(n) = 30 - 5n^2$ اذا كانت سرعته لحظة وصوله الارض تساوي -٦٠ م / ث جد ارتفاع البناية

الحل :

$$ف (٠) = (٠) = 30 - 5(٠) = 30$$

غير مضاف

نفرض ارتفاع البناية = ج

$$ف(n) = 30 - 5n^2 + ج$$

$$ع(n) = f(n) = 30 - 5n^2 + ج$$

السرعة وهي نازل -٦٠ م / ث

$$60 = 30 - 5n^2 + ج$$

لكن عند وصوله الارض تكون $f(n) = 0$

$$صفر = 30 - 5(٩) + ج$$

$$صفر = 27 - 45 + ج$$

ش ٢٠١١) اذا تحرك جسيم في المستوى البياني على منحنى الاقتران ق(س) من النقطة ل(٢، ٣) الى النقطة م(٠، ٠) ، وكانت سرعته المتوسطة بين النقطتين

ل ، م هي ٥ سم / د ، فان ق(٠) =

(أ) ٧ (ب) ٧ - (ج) ١٣ - (د) ١٣

ش (٢٠١١) يتحرك جسيم في خط مستقيم طبقاً للمعادلة
 ف(ن) = $\frac{3}{1}n^3 - 3n^2 + 5n$
 ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني
 اوجد تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة
 الحل :

$$ع(ن) = ف(ن) = 3n^2 - 6n + 5$$

في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة ع(ن) = ٠

$$0 = 3n^2 - 6n + 5$$

$$ن(١ - ن) = ٥ - ١ = ٥$$

ومنهان = ١ ، ٥

$$ت(ن) = ع(ن) = 6n - 6$$

ت(١) = ٠ ، ت(٥) = ٢٤ م/ث

$$ت(٥) = ٢٤ م/ث = ٦ - ٥ \times ٢ = ٦ - ١٠ = -٤ م/ث$$

ص (٢٠١١) اذا تحرك جسيم في المستوى البياني على
 منحنى الاقتران ق(س) من النقطة ل(٢، ٣) الى النقطة
 م(٠، ٠) ق(٠)، وكانت سرعته المتوسطة بين النقطتين
 ل، م هي ٥ سم/د، فان ق(٠) =

(أ) ٧ (ب) ٦ (ج) ١٣ (د) ١٣

ص (٢٠١١) قذف جسم عمودياً للأعلى من نقطة على سطح
 الارض بسرعة ابتدائية مقدارها ع ، فاذا كان بعده بالامتار
 عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى
 بالاقتران ف(ن) = ع.ن - ٥ن^٢ فاذا كان اقصى ارتفاع وصله
 الجسم (٤٥) م ، جد قيمة السرعة الابتدائية ع؟؟
 الحل :

اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم ← ع(ن) = صفر
 ع(ن) = ف(ن) = ع.ن - ٥ن^٢ = ٣٢.ن - ٥ن^٢

ومنهان = $\frac{10}{10} = 10$

لكن اقصى ارتفاع ف(ن) = $\frac{45}{10} = 4.5$

ع.ع = $\frac{45}{10} = 4.5$

ع.١٠ = $\frac{45}{10} = 4.5$

ع.٥ = $\frac{45}{10} = 4.5$

ع = ٣٠ م/ث وتهمل السالب

ش (٢٠١٢)

قذف جسم رأسياً للأعلى من نقطة على سطح الارض ، فاذا
 كان بعده بالامتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة
 يعطى بالاقتران ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^٢ ،
 فجد ارتفاع الجسم عن سطح الارض عندما يفقد نصف
 سرعته الابتدائية ؟

الحل : المطلوب ف(ن)

ع ٢/١ ع(٠)

ع(ن) = ف(ن) = ٣٠ - ١٠.ن

نجد السرعة الابتدائية ع(٠)

ع(٠) = ٣٠ - ١٠.٠ = ٣٠ م/ث

نصف سرعته الابتدائية ع ٢/١ ع(٠) = ١٥ م/ث

وهو صاعد ٣٠ - ١٠.ن = ١٥ ومنهان = ٢/٣ ث

نجد ف(١.٥) = ٣٠ - (٢/٣)٣٠ = ٥ - (٢/٣)٣٠

= ٤٥ - ٤٠/١٣٥ = ٤/٤٥ م

ص (٢٠١٢) قذفت جسم رأسياً الى أعلى من قمة برج ارتفاعه
 ١٤٤ قدماً، اذا كانت المسافة المقطوعة تتعين حسب العلاقة
 ف(ن) = ١٦ن^٢ + ١٢٨ن : ف المسافة بالاقدام ،
 ن الزمن بالثواني اوجد

١. اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن سطح الارض.

٢. سرعة الجسم لحظة اصطدامها بالارض

الحل :

١. ف(ن) = ١٦ن^٢ + ١٢٨ن = ١٤٤

أي ان ارتفاع العمارة غير مضاف

المسافة الكلية عن سطح الارض

ف(ن) = ١٦ن^٢ + ١٢٨ن + ١٤٤

اقصى ارتفاع يكون عندما ع(ن) = ٠

ع(ن) = ف(ن) = ٣٢ن - ١٢٨ = ٠ ومنهان = ٤

ف(٤) = ١٢٨ + ٤ × (١٦) - ١٦(٤)^٢ = ١٤٤ + ٤٠٠ = ٤٠٠ قدم

عن سطح الارض

٢ - عندما يصل الى سطح الارض تكون ف(ن) = ٠

٠ = ١٦ن^٢ + ١٢٨ن + ١٤٤

ن^٢ + ٨ن + ٩ = ٠

(ن+٩)(ن-١) = ٠

ومنهان = ١ مرفوضة أو ن = ٩

ع(٩) = ١٢٨ + ٩ × ٣٢ - ١٦(٩)^٢ = ١٦٠ قدم/ث هابط

ص ٢٠١٢) يتحرك جسيم في المستوى الباني على منحنى العلاقة $s^2 + 3s = 6$ ، إذا كان معدل تغير الاحداثي السيني للجسيم عند $s = 5$ يساوي ٣ وحدات / ث فان معدل تغير الاحداثي الصادي بالوحدة / ثانية عند تلك اللحظة :

١٠ (أ) ١٠ (ب) ١٠ (ج) ٨ (د) ٣

ش ٢٠١٣) قذف جسم راسياً للأعلى من نقطة على سطح الأرض ، فإذا كان بعده بالامتار عن نقطة القذف بعد t ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران $f(t) = 2t^2 - 4t + 1$ ، فإذا كان أقصى ارتفاع وصله الجسم (٥٠) م ، فان قيمة t ؟

٢٠ (أ) ٢٠ (ب) ٢٠ (ج) ٤٠ (د) ٤٠

ش ٢٠١٣) يتحرك جسيم على خط الاعداد وفق المعادلة $f(t) = 17t - 4t^2$: ف المسافة بالامتار ، t الزمن بالثواني جد المسافة التي يقطعها الجسيم عندما تكون سرعته ١ م / ث.

الحل : $f(t) = 17t - 4t^2 = 0$ ؟؟؟؟

$t = 17/4$ م / ث

$f(17/4) = 17 \times 17/4 - 4 \times (17/4)^2 = 8 - 17 = -9$

$17 - 4t^2 = 0$ ومنها $t = 17/4 = 4.25$ ث

$f(4.25) = 17 \times 4.25 - 4 \times (4.25)^2 = 16 - 34 = -18$ م

ص ٢٠١٣) يتحرك جسيم على خط الاعداد وفق المعادلة $f(t) = 2t^3 - 2t - 1$: ف المسافة بالامتار ، t الزمن بالثواني ما السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [٣، ١].

(أ) ٨ م / ث (ب) ٨ م / ث (ج) ٤ م / ث (د) ٤ م / ث

ص ٢٠١٣) من سطح بناية ، افلت شخص جسماً من السكون وفق الاقتران $f(t) = 5t^2$ ، وفي اللحظة نفسها رمى شخص ثان جسماً عمودياً الى اسفل بسرعة ابتدائية مقدارها ١٥ م / ث وفق الاقتران $f(t) = 15t + 5t^2$ ، فإذا ارتطم الجسم الأول بعد ١ ث من ارتطام الجسم الثاني بالأرض اوجد سرعة الجسم الثاني لحظة ارتطامها بالأرض .

الحل :

نفرض ان زمن الثاني = t

زمن الاول = $t + 1$

لكن $f_1 = f_2$

$$\begin{aligned} 5(1+t)^2 &= 5 + 10t + 5t^2 \\ 5(1+2t+t^2) &= 5 + 10t + 5t^2 \\ 5 + 10t + 5t^2 &= 5 + 10t + 5t^2 \\ 5 + 10t + 5t^2 &= 5 + 10t + 5t^2 \\ 5 &= 5 \text{ ومنها } t = 1 \text{ زمن الثاني} \\ 5 &= 5 + 10t + 5t^2 \\ 0 &= 10t + 5t^2 \\ 0 &= 5t(2+t) \end{aligned}$$

$5 = 5 + 10 \times 1 + 5 \times 1^2 = 20$ م / ث

ن

ش ٢٠١٤) يتحرك جسيم حسب العلاقة $f(t) = \frac{t^2}{2}$ ع(ن)

ع السرعة ، ف المسافة ، فجد تسارع الجسيم عندما $t = 2$ ث علماً بان السرعة عندئذ تساوي ٣ م / ث

$t = 2$ ث علماً بان السرعة عندئذ تساوي ٣ م / ث

الحل :

لا تنسى $t(2) = 2$ ، $f(2) = 2$ ، $f'(2) = 3$

$f(t) = \frac{t^2}{2}$ ، $f'(t) = t$

لكن $f(2) = 2$ ، $f'(2) = 3$ ومنها $f(2) = 2$ ، $f'(2) = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$

$f(2) = \frac{2^2}{2} = 2$ ، $f'(2) = 2 = 3$ ومنها $f(2) = 2$ ، $f'(2) = 3$ ، $f(2) = 2$ ، $f'(2) = 3$

ص ٢٠١٤) مكرر ش ٢٠٠٤

$f(t) = \frac{t^2}{4}$

يتحرك جسيم حسب العلاقة $f(t) = \frac{t^2}{4}$ ع(ن)

ع السرعة ، ف المسافة ، يتحرك جسيم في خط مستقيم طبقاً للمعادلة

اوجد تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ٨٩ م / ث

الحل :

$f(t) = \frac{t^2}{4}$ ، $f'(t) = \frac{t}{2}$ ، $f''(t) = \frac{1}{2}$

$f'(t) = \frac{t}{2} = 89$ ، $t = 178$

$f''(t) = \frac{1}{2}$ ، $f''(178) = \frac{1}{2}$

بالقسمة التركيبية

$f''(t) = \frac{1}{2}$ ، $f''(178) = \frac{1}{2}$

ومنها $t = 178$ فقط لان الجزء الاخر لا يحل ؟؟؟؟

$f'(t) = \frac{t}{2} = 89$ ، $t = 178$ ، $f''(t) = \frac{1}{2}$ ، $f''(178) = \frac{1}{2}$

$f'(t) = \frac{t}{2} = 89$ ، $t = 178$ ، $f''(t) = \frac{1}{2}$ ، $f''(178) = \frac{1}{2}$

ش ٢٠١٦) يتحرك جسيم حسب العلاقة

$$ع^2 = (ن) - ٦ - \text{---} ، \text{ حيث ف المسافة بالامتار}$$

ف(ن)
ن الزمن بالثواني اذا علمت ان تسارع الجسم في اللحظة
التي ينعدم فيها سرعته يساوي (٩) م/ث^٢ ، فجد قيمة الثابت أ

الحل:

$$\frac{أ \times ف(ن)}{ع^2} = (ن)ع \times (ن)ع$$

$$\frac{ف(ن)^2}{ع \times أ} = (ن)ع^2$$

$$ع(ن) = \frac{ف(ن)^2}{ع \times أ} - (ن)ع$$

$$ع(ن) = \frac{ف(ن)^2}{ع \times أ} - (ن)ع$$

ع(ن) = صفر او

$$٠ = \frac{ف(ن)^2}{ع \times أ} - (ن)ع$$

$$\frac{أ}{٦} = \frac{ف(ن)}{ع} - ٦$$

$$\frac{أ}{٦} = (ن)ع$$

$$\frac{أ}{٦} = ٩$$

$$أ = ٥٤$$

$$٢ = أ - ٣٦ = ٥٤ - ٣٦ = ١٨$$

لكن عندما = صفر ت(ن) = صفر ثابت

ش ٢٠١٥)

قذفت جسم رأسياً الى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (١١٢) متر/ث وفق العلاقة:

ف(ن) = ١١٢ - ١٦ ن^٢ : ف المسافة بالامتار ،
ن الزمن بالثواني ، اوجد

١. اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم .

٢. الزمن اللازم ليكون الجسيم على ارتفاع (٩٦) متر من نقطة القذف.

الحل:

١. اقصى ارتفاع يكون عندما ع(ن) = ٠

$$ع(ن) = ٠ = ٣٢ - ١١٢ ن = ٠ \text{ ومنهان } ٢/٧$$

$$ف(٢/٧) = (٢/٧) \times ١١٢ - ١٦ \times (٢/٧)^2 = ١٩٦ م$$

$$٠ = ٩٦ - ١٦ ن^2$$

$$٠ = ٦ + ٧ ن$$

$$٠ = (٦ - ن)(١ - ن)$$

ومنهان ١ = ن ، ٦ = ن

ص ٢٠١٥)

يتحرك جسيم في خط مستقيم طبقاً للمعادلة

$$ف(ن) = ٣ ن^2 - ٢ ن + ٢ : ف المسافة بالامتار ، ن$$

الزمن بالثواني ، فاذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة

الزمنية [٠ ، أ] تساوي سرعته اللحظية عندمان = ٥ ،

جد قيمة أ .

الحل:

السرعة المتوسطة = سرعته اللحظية

$$ف(٢ ن) - ف(١ ن) =$$

$$ع(ن) = ف(ن)$$

$$٢ ن - ن$$

$$ف(أ) - ف(٠)$$

$$٣ - ن^2 =$$

$$٠ - أ$$

$$(أ) - (٢ + أ \times ٣ - ٢)$$

$$٣ - ٥ \times ٢ =$$

$$٠ - أ$$

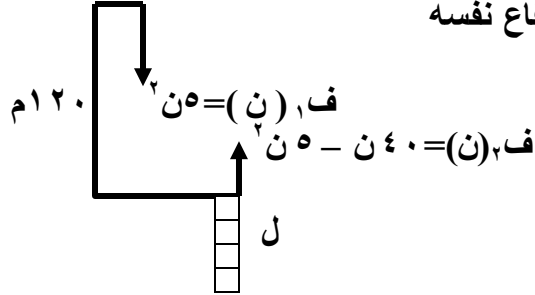
$$أ = ٧$$

$$أ = ١٠ \text{ ومنها}$$

$$أ = صفر تهمل$$

$$١٠ = أ$$

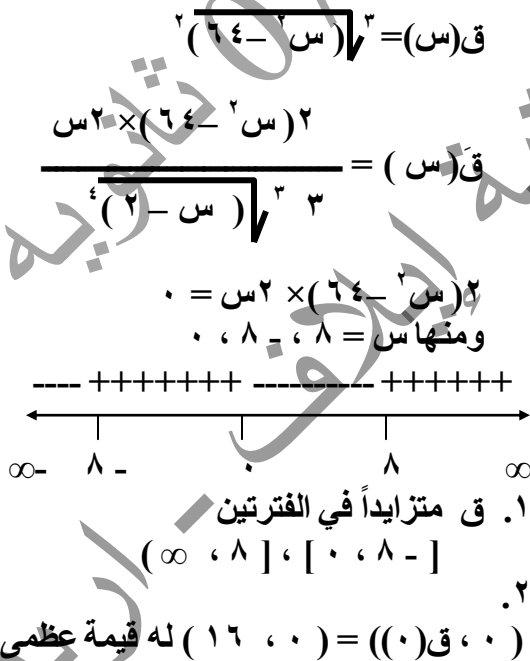
ص ٢٠١٧) اسقط جسم من ارتفاع (١٢٠) م عن سطح الارض سقوطاً حراً حسب الاقتران (ن) = ٥٠، وفي اللحظة نفسها قذف جسم آخر من سطح بناية للاعلى وفق الاقتران (ن) = ٤٠ - ٥٠ حيث: ف المسافة بالامتر، ن الزمن بالثواني جد ارتفاع البناية اذا علمت سرعة الجسم الاول تساوي (٢٠) م/ث في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه



الحل:
عندما يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الارض
ف_١ + ف_٢ + ل = ١٢٠
٥٠ - ٤٠ + ل = ١٢٠
٤٠ + ل = ١٢٠ ومنه ل = ٨٠
لكن ع_١ (ن) = ف_١ (ن) = ٥٠ - ٢٠ = ٣٠ ومنه ن = ٣
اذن ل = ١٢٠ - ٢ × ٤٠ = ٤٠

مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى

ش (٢٠٠٧) اذا كان
ق(س) = (س - ٦٤)² اوجد
١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً
٢. القيمة (القيم) العظمى المحلية للاقتران ق.
الحل:



يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ٢جا(٢/ن) + (٢/ن) - ن
ن ∈ [٢/π، ٠] حيث ف: المسافة بالامتر، ن: الزمن بالثواني، جد تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ٣١ م/ث.

الحل:
ع(ن) = ف(ن) = ٢جا(٢/ن) + (٢/ن) - ن
جان = ٣١ - ٢ = ٢٩ ومنها جان = ٢
ومنه ن = ٣/π، ن ∈ [٢/π، ٠]
ت(ن) = ع(ن) = ١ - ٤/ن²
ت(٣/π) = ١ - ٤/(٩/π²) = ١ - ٤π²/٩

ش (٢٠١٧) من قمة برج ارتفاعه (٤٨) قدم قذف جسم رأسياً الى أعلى الاقتران
ف(ن) = ١٦ - ن² + ٣٢ن، وفي اللحظة نفسها قذف جسم ثان من سطح الارض للاعلى وفق الاقتران
ف(ن) = ١٦ - ن² + ع. ن: ف المسافة بالاقدام، ن الزمن بالثواني اوجد السرعة الابتدائية (ع) للجسيم الثاني عندما يتساوى اقصى ارتفاع للجسمين عن سطح الارض.

الحل:
ع_١(ن) = ف_١(ن) = ٣٢ - ن² + ٣٢ن = ٠
ومنه ن = ١ ثم زمن الصعود للجسم الاول
ف(١) = ١٦ - (١)² + ٣٢(١) = ٤٨ قدم من قمة البرج
ارتفاع الجسم الاول عن سطح الارض
٤٨ + ١٦ = ٦٤ قدم
ع_٢(ن) = ف_٢(ن) = ٣٢ن - ن² + ع = ٠
ومنه ع = ٣٢
ف(ن) = ١٦ - ن² + ٣٢ن + ١٢٨ = ١٤٤
عندما يكون اقصى ارتفاع متساوي لكل منهما
١٦ - ن² + ٣٢ن + ١٢٨ = ١٤٤
١٦ - ن² + ٣٢ن = ٢٨
١٦ - ن² + ٣٢ن + ١٢٨ = ١٤٤
ن = ٤ ومنه ن = ٢ زمن اقصى ارتفاع للجسم الثاني
ع = ٣٢ × ٢ = ٦٤ قدم/ث

ش ٢٠٠٨) إذا كان

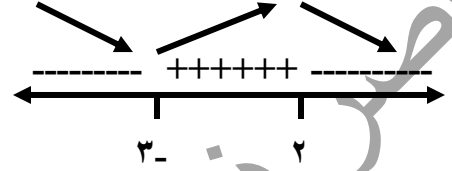
ق(س) = $2s^3 - 3s^2 + 36s + 10$
جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق وبين نوعها .
الحل :

$$ق(س) = 2s^3 - 3s^2 + 36s + 10$$

$$0 = 6s^2 - 6s + 10$$

$$0 = (س + ٣)(س - ٢) ومنها$$

$$س = ٢، ٣-$$



يوجد للاقتران قيمة صغرى محلية هي

$$(٣-، ق(٣-)) = (٣-، ٧١)$$

$$(٢، ق(٢)) = (٢، ٥٤) له قيمة عظمى محلية$$

ص ٢٠٠٨)

إذا كان ق(س) = $4s - 3/1 s^3$ ، $[-٣، ٣]$ اوجد

اوحد

١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً

٢. القيمة (القيم) القصوى المطلقة للاقتران ق .

الحل :

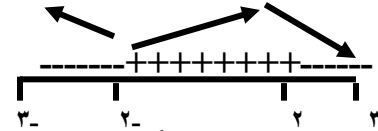
١. اطراف الفترة + اصفار المشتقة الاولى حرجة

$$ق(س) = 4س - ٤س^٣$$

$$٠ = ٤س - ٤س^٣$$

$$٢(س+٢)(س-٢) = ٠ \leftarrow س = ٢، ٢-$$

$$\{٣، ٢، ٢-، ٣-\} = \text{اذن الحرجة س}$$



الفترة $[-٢، ٢]$ ق متزايداً

٢. القيم القصوى المطلقة للاقتران ق

$$(٣-، ق(٣-)) = (٣-، ٣-)$$

$$(٢-، ق(٢-)) = (٢-، ٣/١٦)$$

$$(٢، ق(٢)) = (٢، ٣/١٦)$$

$$(٣، ق(٣)) = (٣، ٣)$$

ش ٢٠٠٩)

ليكن ق(س) = $6s^3 - 9s^2 + 2س + ٤$ ، $[٤، ٠]$

١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً

٢. القيمة (القيم) القصوى المطلقة للاقتران ق .

الحل :

*** اطراف الفترة + اصفار المشتقة الاولى حرجة

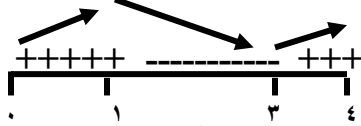
$$ق(س) = 6س^٣ - 9س^٢ + 2س + ٤$$

$$٣س^٢ - ١٢س + ٢ = ٠ \text{ بالقسمة على ٣}$$

$$س^٢ - ٤س + ٢ = ٠$$

$$س = ١، ٣ \leftarrow ٠ = (س - ١)(س - ٣)$$

$$\{٤، ٣، ١، ٠\} = \text{اذن الحرجة س}$$



١. يكون فيها ق متزايداً

$$[٤، ٣]، [١، ٠]$$

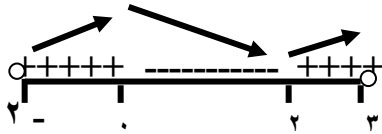
٢. القيم القصوى

$$\text{صغرى مطلقة } (٢، ٠) = (٠، ق(٢))$$

$$\text{عظمى مطلقة } (٦، ١) = (١، ق(٦))$$

$$\text{صغرى مطلقة } (٢، ٣) = (٣، ق(٢))$$

$$\text{عظمى مطلقة } (٦، ٤) = (٤، ق(٦))$$



١. يكون فيها ق متزايد

$$(3, 2), [0, 2-]$$

٢. القيم القصوى

$$(2-, 2-) \text{ ق } (2-) = (2-, 3/1 \text{ عـ}) \text{ صغرى مطلقة}$$

$$(0, 0) \text{ ق } (0) = (2, 0) \text{ عظمى محلية مطلقة}$$

$$\text{لان نهـا ق (س) } = 2$$

$$\text{س} \leftarrow -3$$

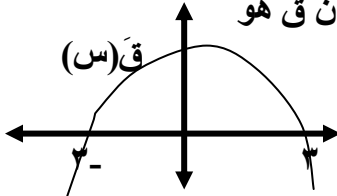
$$(2, 2) \text{ ق } (2) = (2, 3/2) \text{ صغرى محلية}$$

ص ٢٠١٠) إذا كان ق (س) كثير حدود من الدرجة الرابعة ، فان اكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتزان ق (س) على

الفترة [أ، ب] هو :

$$(أ) 3 \quad (ب) 4 \quad (ج) 6 \quad (د) 5$$

ص ٢٠١٠) الرسم التالي يمثل المشتقة الاولى للاقتزان ق (س) فان مجال التزايد للاقتزان ق هو



$$(أ) (0, 0) \quad (ب) (0, \infty) \quad (ج) [3-, 3+] \quad (د) [0, 9]$$

ص ٢٠١٠)

إذا كان ق (س) = س (س - ٤) س^٣ ، س ∈ [١-، ٥] اوجد

١. الفترات التي يكون فيها الاقتزان ق (س) متناقصاً

٢. القيم القصوى المطلقة للاقتزان ق ، وبين نوعها.

الحل :

$$\text{ق (س) } = (س) = س \times (س - ٤)^3 + (١ - س)^3$$

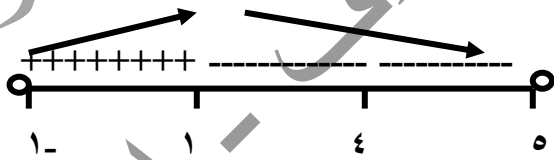
$$= ٣ س^٢ (س - ٤) + ٣ (س - ٤)^٢ (١ - س)$$

$$= ٣ (س - ٤) (س^٢ + (س - ٤)^٢)$$

$$= ٣ (س - ٤) (س^٢ + س^٢ - ٨ س + ١٦)$$

$$= ٣ (س - ٤) (٢ س^٢ - ٨ س + ١٦)$$

$$\text{ومنها س } = ٤, ١$$



$$\text{١. ق (س) متناقصاً } [4, 1], [5, 4]$$

ص ٢٠٠٩)

ليكن ق (س) = ١/٤ س^٤ - ٢ س^٢ + ٣ ، (-∞، ٢)

١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً

٢. القيمة (القيم) القصوى المطلقة للاقتزان ق ان وجدت

وبين نوعها

الحل :

١. اطراف الفترة المغلقة + اصفار المشتقة الاولى

حرجة

$$\text{ق (س) } = ١/٤ س^٤ - ٢ س^٢$$

$$\text{س} \leftarrow -٤, ٢$$

$$\text{س (س-٢) (٢+س) } = ٠ \leftarrow \text{س} = -٢, ٠, ٢$$

$$\text{اذن الحرجة س } = \{-٢, ٠, ٢\}$$



١. يكون فيها ق متناقص

$$(2, 0), [2-, \infty)$$

٢. القيم القصوى

$$(0, 0) \text{ ق } (0) = (3, 0) \text{ عظمى محلية}$$

لا يوجد قيم عظمى مطلقة

$$(2-, 2-) \text{ ق } (2-) = (1-, 2-) \text{ صغرى محلية مطلقة}$$

$$\text{لان نهـا ق (س) } = 1-$$

$$\text{س} \leftarrow -2$$

ش ٢٠١٠) إذا كان ق اقتزان معرف على [١، ٥] وكان

$$\text{ق (س) } = ٢ س - ١ \text{ حيث س معرف } (٥, ١) \text{ فان}$$

مجموعة قيم س التي يكون للاقتزان ق عند كل منها

نقطة حرجة هي :

$$(أ) \{١, ٢/١, ٥\} \quad (ب) \{٥, ١\}$$

$$(ج) \{١\} \quad (د) \{١, ٢/١\}$$

ش ٢٠١٠)

ليكن ق (س) = ١/٣ س^٣ - ٢ س^٢ + ٢ ، [-٢، ٣]

١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايد

٢. القيمة (القيم) القصوى المطلقة للاقتزان ق ان وجدت

وبين نوعها

الحل :

*** اطراف الفترة المغلقة + اصفار المشتقة الاولى

حرجة

$$\text{ق (س) } = ١/٣ س^٣ - ٢ س^٢$$

$$\text{س} \leftarrow -٢, ٢$$

$$\text{س (س-٢) (٢+س) } = ٠ \leftarrow \text{س} = ٢, ٠, -٢$$

$$\text{اذن الحرجة س } = \{-٢, ٠, ٢\}$$

٢. الدرجة

هي -١، ٥ غير قابل للاشتقاق اطراف فترة

١، ٤ لان ق(س) = ٠ عندها

(١، -١) ق(١) = (-١، -١) = (١٢٥، -١) صغرى مطلقة وهي -١٢٥

(١، ١) ق(١) = (١، ١) عظمى مطلقة وهي ٢٧

(٤، ٤) ق(٤) = (٤، ٤)

(٥، ٥) ق(٥) = (٥، ٥)

ش (٢٠١١)

اذا كان ق(س) = ٦س^٢ - ٢س^٣ ، س ∈ [٤، ٠] اوجد

١. الفترات التي يكون فيها الاقتران ق متناقصاً

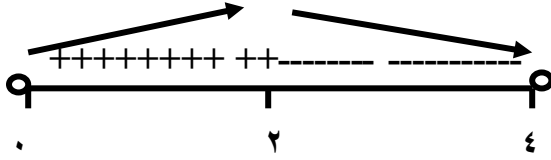
٢. القيم القصوى للاقتران ق ، وبين نوعها.

الحل:

$$ق(س) = ٦س^٢ - ٢س^٣$$

$$٠ = ٦س(٢ - س)$$

$$ومنهما س = ٢ ، ٠$$



١. ق(س) متناقصاً [٢، ٤]

٢. الدرجة هي ٤ غير قابل للاشتقاق اطراف فترة

٢ لان ق(س) = ٠ عندها

(٢، ٢) ق(٢) = (٢، ٢) قيمة عظمى ومحلية ومطلقة وهي ٨

(٤، ٤) ق(٤) = (٤، ٤) صغرى مطلقة وهي -٣٢

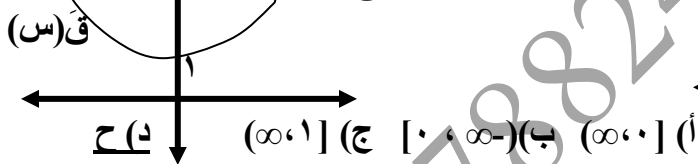
لان قيمة ق(س) عندما س تقترب من الصفر

من اليمين صفر < -٣٢

ص (٢٠١١) الرسم التالي يمثل المشتقة الاولى للاقتران

ق(س)

فان مجال التزايد للاقتران ق هو



(أ) (٠، ٠] (ب) (٠، ∞) (ج) [٠، ١) (د) [١، ∞)

ص (٢٠١١)

اذا كان ق(س) = ٤س^٤ - ٣س^٣ ، س ∈ [-١، ٤] اوجد

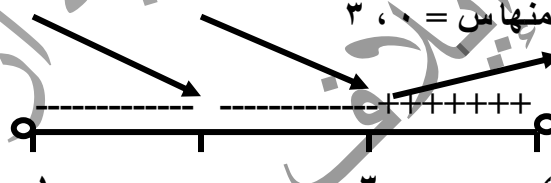
القيم القصوى للاقتران ق ، وبين نوعها.

الحل:

$$ق(س) = ٤س^٤ - ٣س^٣$$

$$٠ = ٤س^٣(٣ - س)$$

$$ومنهما س = ٣ ، ٠$$



الدرجة

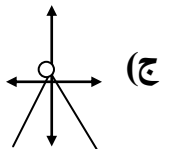
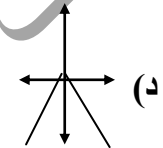
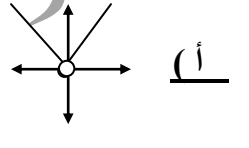
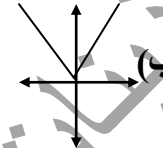
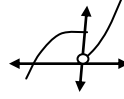
(١، -١) ، (٥، ١) ، (٠، ٠) ، (٣، -٢٧) ، (٤، ٠)

(٥، ١) قيمة عظمى مطلقة وهي ق(١) = ٥

(٣، -٢٧) صغرى محلية ومطلقة وهي ق(٣) = -٢٧

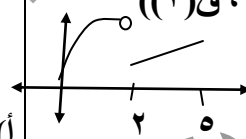
ش (٢٠١١) اذا مثل الشكل المجاور لمنحنى الاقتران ق(س)

فان الشكل التقريبي لمنحنى ق(س) هو



ش (٢٠١١) اذا كان الشكل المجاور لمنحنى الاقتران ق(س)

المعرف على [٥، ٠] فان النقطة (٢، ٢) ق(٢)



(أ) قيمة عظمى محلية

(ب) قيمة صغرى محلية

ش (٢٠١١) اذا كان الاقتران ق(س) متصلاً على الفترة

[١، ٤] ، وقابلاً للاشتقاق على الفترة (١، ٤) ،

وكانت جميع المماسات المرسومة لمنحنى ق في الفترة

(١، ٤) تصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات فاي العبارات الاتية صحيحة بالنسبة للاقتران ق

(أ) ق(س) متزايد على الفترة [١، ٤]

(ب) ق(س) متناقص على الفترة [١، ٤]

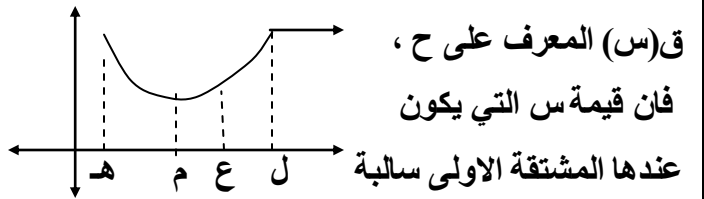
ش (٢٠١١) اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة

الرابعة ، فان اكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران

ق(س) على الفترة [١، ٤] هو :

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٥

ش ٢٠١٢). إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران



ق(س) المعروف على ح ،
فان قيمة س التي يكون

عندها المشتقة الاولى سالبة

والمشتقة الثانية موجبة للاقتران ق(س) هي

(أ) ل (ب) ع (ج) م (د) هـ

ش ٢٠١٢)

اذا كان ق(س) = (س-٣)² - ٢ ، س ∈ [-٤، ١] اوجد

١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران متزايد
٢. القيم القصوى للاقتران ق ، وبين نوعها.

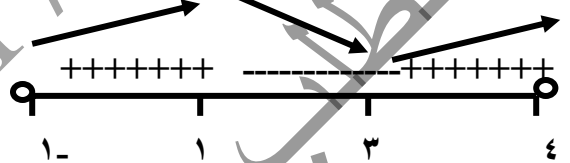
الحل:

$$ق(س) = (س-٣)² - ٢ = س² - ٦س + ٩ - ٢ = س² - ٦س + ٧$$

$$ق'(س) = ٢س - ٦ = ٠ \Rightarrow س = ٣$$

$$ق(٣) = ٣² - ٦(٣) + ٧ = ٩ - ١٨ + ٧ = -٢$$

ومنها س = ٣ ، ١



١. الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران متزايد

[١، ٣] ، [٣، ٤]

٢. القيم القصوى للاقتران ق ، وبين نوعها.

الدرجة

(١٨، -١) ، (٢، ١) ، (٢، -٣)

س = ٤ ليست حرجة لانه غير معرف عندها

لكن قيمة ق(س) عندما س تقترب من ٤ من اليسار هي ٢.

(١٨، -١) صغرى مطلقة

وهي ق(١) = ١٨

(٢، -٣) صغرى محلية

وهي ق(٣) = -٢

(٢، ١) عظمى محلية مطلقة

وهي ق(٣) = ٢

ص ٢٠١٢)

$$اذا كان ق(س) = (س+٢)² - ٩ ، س ∈ [-١، ٤] اوجد$$

اوجد

١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

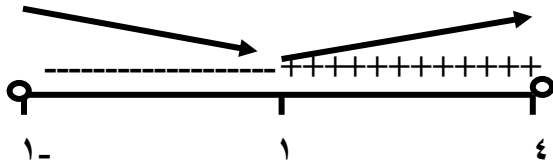
٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق ،

الحل:

$$ق(س) = (س+٢)² - ٩ = س² + ٤س + ٤ - ٩ = س² + ٤س - ٥$$

$$ق'(س) = ٢س + ٤ = ٠ \Rightarrow س = -٢$$

ومنها س = -٢ ، ٤ تهمل ليس ضمن الفترة .



١. فترات التزايد [٤، ١]

فترات التناقص [-١، -٢]

٢. القيم القصوى للاقتران ق .

الدرجة

(١٨، -١) ، (٤، ١) ، (٢، ٤)

(٤، ١) صغرى محلية مطلقة

وهي ق(١) = ٤

(٨، -١) عظمى مطلقة

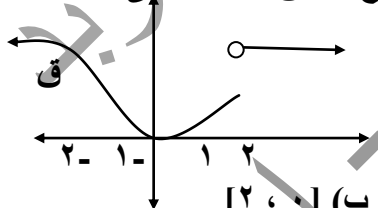
وهي ق(-١) = ٨

ش ٢٠١٣)

مجموعة النقط الحرجة للاقتران ق(س) = (س-٨)² هي

(أ) {٨، ٤، ٠} (ب) {٨، ٠} (ج) {٤} (د) {٨، ٤}

ش ٢٠١٣) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعروف على ح فان ق متزايدا على الفترة



(ب) [-٢، ٠]

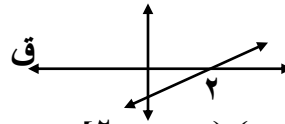
(د) [-٢، ∞)

(أ) (∞، ٢]

(ج) [٠، ٢-]

ش ٢٠١٣

إذا كان ق كثير حدود وكان الشكل المجاور يمثل
منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق ، فإن منحنى ق
يكون متزايداً على الفترة



- (أ) $(-\infty, \infty)$ (ب) $(-\infty, 2)$
(ج) $(2, \infty)$ (د) $(0, \infty)$

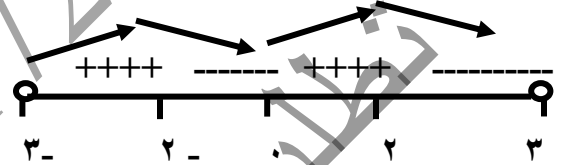
ش ٢٠١٣

إذا كان ق $(س) = ٢س^٢ - ٤س + ٣$ ، س $\in [٣, -٣]$ اوجد

(١) فترات التزايد والتناقص للاقتران
(٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق
(ان وجدت).

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= ٢س^٢ - ٤س + ٣ \\ \text{س (س)} &= ٤س - ٤ \\ \text{ومنها س} &= ٢, ٠, ٢- \end{aligned}$$



(١) ق (س) متزايد $[٢-, ٣-]$ ، $[٢, ٠]$

ق (س) متناقص $[٠, ٢-]$ ، $[٣, ٢]$

(٢) الدرجة

$(٤, ٢-)$ ، $(٠, ٠)$ ، $(٤, ٢)$

قيمة عظمى محلية $(٤, ٢-)$ ، $(٤, ٢)$

صغرى محلية $(٠, ٠)$

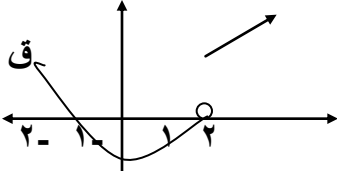
ص ٢٠١٣

مجموعة قيم س التي يكون عندها قيم حرجة للاقتران

ق (س) $= \sqrt{١-س}$ هي

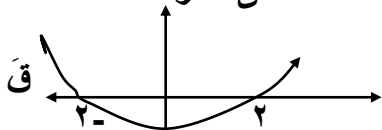
- (أ) $\{١, -١\}$ (ب) $\{١, ٠, -١\}$
(ج) $\{١, ٠\}$ (د) $\{١, ٠, ٠\}$

ص ٢٠١٣) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران
ق (س) المعروف على ح فان ق متزايداً على الفترة



- (أ) $(٢-, \infty)$ (ب) $(٠, \infty)$
(ج) $(\infty, ٠]$ (د) $(٢, ٠]$

ص ٢٠١٣) إذا كان ق كثير حدود وكان الشكل المجاور يمثل
منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق ،
فان منحنى ق يكون متناقصاً على الفترة



- (أ) $(٠, \infty)$ (ب) $(\infty, ٠]$
(ج) $(٠, ٢-]$ (د) $[٢, ٢-]$

ص ٢٠١٣) إذا كانت ق (س) $= ٢/١ + جتا س$ هي المشتقة
الأولى للاقتران ق المعروف على الفترة $[٠, \pi]$ فان للاقتران
ق (س) قيمة عظمى محلية عند س تساوي

- (أ) صفر (ب) π (ج) $\pi/٣$ (د) $٢/\pi$

ص ٢٠١٣) ٢٥

إذا كان ق (س) $= س + ٨$: س $\in [٨, -٨] - \{٠\}$

اوجد ١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢. القيم القصوى المحلية للاقتران ق ،

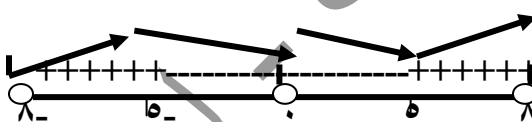
الحل :

٢٥

ق (س) $= ١ - \frac{٢٥}{س}$ على $(٨, -٨) - \{٠\}$

$$\begin{aligned} \text{س (س)} &= ٢٥ - ٢س \\ ٠ &= ٢٥ - ٢س \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س}^٢ - ٢٥س + ٥ &= (س-٥)(س+٥) \\ \text{ومنها س} &= ٥, ٥- \end{aligned}$$



١. فترات التزايد $[٥-, ٨-]$ ، $[٥, ٨]$

فترات التناقص $[٥, ٥-]$ - $\{٠\}$

٢ . القيم القصوى للاقتران ق .

الدرجة

(٨/٨٩، ٨)، (١٠، ٥)، (١٠، -٥)، (٨/٨٩، -٨)

(١٠، ٥) صغرى محلية

وهي ق(٥) = ١٠

(١٠، -٥) عظمى محلية وهي ق(٥-) = ١٠-

ش ٢٠١٤ اذا كان

ق(س) = $\sqrt[3]{س^٣ + ٢س^٢}$ س \in ح
فجد القيم القصوى المحلية

الحل:

$$٢س^٢ + ٣س$$

$$ق(س) = \sqrt[3]{س^٣ + ٢س^٢}$$

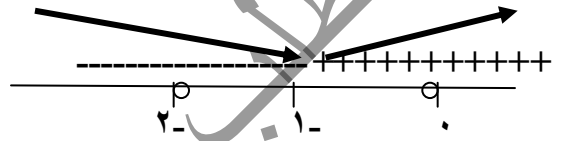
النقاط الحرجة اصفار المشتقة عند س = ١-

ق(س) غير قابل للاشتقاق عند س = ٢، ٠

الدرجة (٢، -) = ق(٢-) = (٠، ٢-)

(٠، ٠) = ق(٠) = (٠، ٠)

(١، -) = ق(١-) = (١، -)



(١، -) قيمة صغرى محلية وقيمتها (١)

ص ٢٠١٤ بالاعتماد على الشكل الذي يمثل

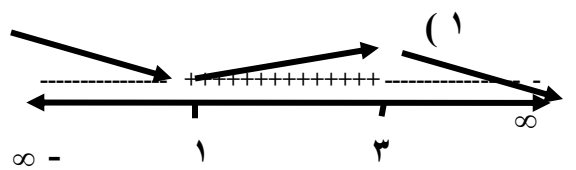
منحنى اقتران ق(س) للاقتران

ق كثير الحدود

(١) حدد فترات التزايد والتناقص ق(س)

(٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم

قصوى محلية



متناقص (١، -) ، [٣، -) ، (-) ، ٣

متزايد [٣، ١]

(٢)

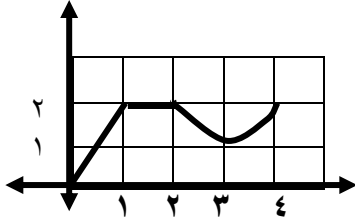
(١، ١) ق(١) صغرى محلية

(٣، ٣) ق(٣) عظمى محلية

ش ٢٠١٥

بالاعتماد على الشكل

المجاور والذي يمثل



منحنى الاقتران ق المتصل على الفترة [٤، ٠]، جد ما ياتي:

(٢) ق(٢/١)، ق(١.٥)، ق(٣)

الحل:

ق(٢/١) = ٢، ق(١.٥) = ٠، ق(٣) = ٠

ش ٢٠١٥

اذا كان ق(س) = س - جا ٢س، س \in [٠، π] جد

(١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(ان وجدت

قصوى محلية

الحل:

ق(س) = س - ١ جتا ٢س ، (٠، π)

الدرجة

ق(س) = ٠

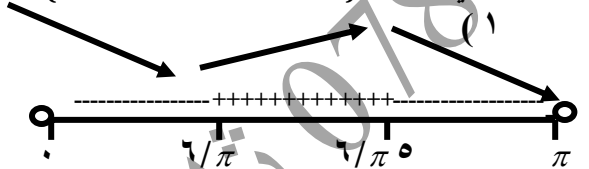
١ - جتا ٢س = ٠ ومنها جتا ٢س = ٢/١

٢س = $\pi/٣$ ، $٥\pi/٣$

ومنها س = $\pi/٦$ ، $٥\pi/٦$

ق(س) غير قابل π ، ٠

الدرجة هي س = { π ، $٥\pi/٦$ ، $٦\pi/٥$ }



متناقص [π ، $٥\pi/٦$] ، [$٥\pi/٦$ ، ٠]

متزايد [$٥\pi/٦$ ، $٦\pi/٥$]

(٢)

($٦\pi/٥$ ، ق($٦\pi/٥$)) صغرى محلية

($٥\pi/٦$ ، ق($٥\pi/٦$)) عظمى محلية

$$٢ + ب = ج + هـ (١)$$

$$ق(-) = ج + هـ = ٢ (٢)$$

من (١)، (٢)

$$٢ + ب = ٢ \text{ ومنها } ب = ٠$$

$$\text{لكن ق}(-) = ١$$

$$٢ + ج = ١ \text{ ومنها } ج = ١/٢$$

$$\text{ومنها } ٢/١ + هـ = ٢ \text{ ومنها } هـ = ١.٥$$

ش(٢٠١٦) اذا كان

$$ق(س) = \sqrt[٣]{٢٧ - س} : س \in (١٠, ١٠-)$$

فجد القيم القصوى المحلية

$$٢٧ - س^٣$$

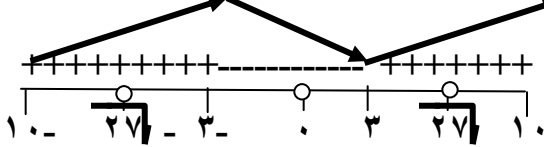
الحل:

$$٠ = \sqrt[٣]{٢٧ - س} = ٠$$

$$\sqrt[٣]{٢٧ - س} = ٠$$

النقاط الحرجة اصفر المشتقة عند س = ٣، ٣-

$$ق(س) \text{ غير قابل للاشتقاق عند } س = ٠, \sqrt[٣]{٢٧} -$$



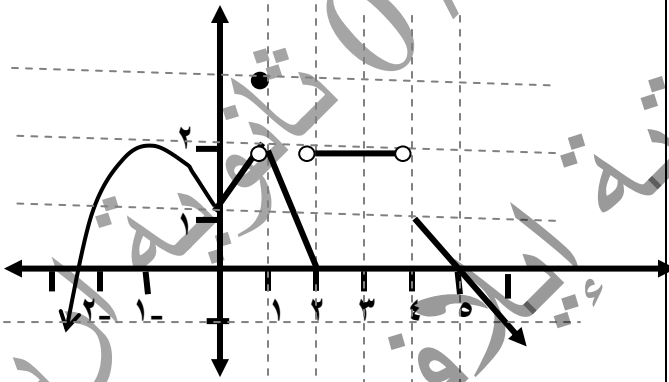
متزايد (١٠، ٣] ، [٣-، ١٠-)

متناقص [٣، ٣-]

ق(٣-) عظمى محلية

ق(٣) صغرى محلية

ش(٢٠١٦) في الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعروف على ح اجب عما يلي



٣) قيم س التي يكون عندها ق(س) غير وجودة؟

$$س = \{٠, ١, ٢, ٤\}$$

٢) ق(-) = صفر، ق(٣) = صفر،

ق(٥) هو ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٤)، (٠، ٥)

$$\text{ص} - \text{ص} = \frac{١ - ١}{١ - ٠} = ٠$$

$$\text{ق}(-) = \frac{١ - ١}{١ - ٠} = ٠$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربرد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

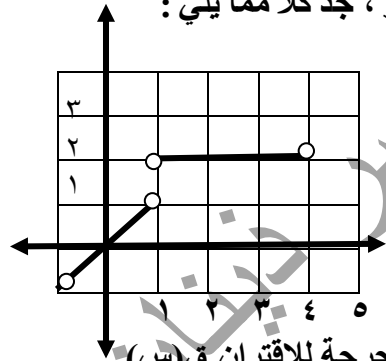
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

ص(٢٠١٥) اذا كان الاقتران ق(س) متصل على الفترة

[-١، ٤]، حيث

$$\left. \begin{array}{l} ج س^٢ + د س + هـ ، -١ \leq س < ١ \\ ا س + ب ، ١ \leq س \leq ٤ \end{array} \right\} = ق(س)$$

ومثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران ق(س) كما في الشكل المجاور، جد كلاً مما يلي:



١) النقاط الحرجة للاقتران ق(س)

٢) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٣) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية.

٤) قيم كلاً من الثوابت أ، ب، ج، د، هـ، علماً بان

$$ق(-) = ٢، ق(٤) = ٨$$

الحل:

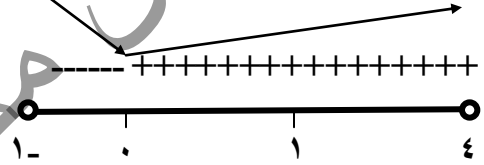
١) النقاط الحرجة هي {-١، ٠، ٤، ١-}

٢) فترات التزايد والتناقص

[٠، ١-] متناقص للاقتران ق(س)

[٤، ٠] متزايد للاقتران ق(س)

٣) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية.



٤) صغرى محلية ومطلقة

(٤)

$$٢ ج س + د ، -١ < س < ١$$

$$٤ > س > ١ ،$$

$$٤، ١، ١- = س ،$$

ق(صفر) = صفر ومنها د = صفر

ق(٢) = ق(٣) = ٢ ومنها أ = ٢

ق(س) متصل على الفترة [-١، ٤]، أي متصل عند س = ١ ومنها

نهاق ق(س) = نهاق ق(س)

$$س \leftarrow ١ \quad س \leftarrow -١$$

$$٢ + (١) = ب + ج(١) + د(١) + هـ \text{ لكن } د = ٠، أ = ٢$$

إذا كان ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥] فجد كل مما يأتي

- ١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً
٢) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصاً
٣) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

الحل :

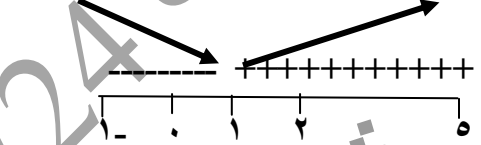
$$ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥]$$

$$ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥]$$

$$ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥]$$

$$ق(س) = \frac{س^٢ - ٤س + ٤}{س} = (س-٢) + \frac{٤}{س}$$

النقاط الحرجة اصفار المشتقة عند س = ١ = ق(س) غير قابل للاشتقاق عند س = ١، ٢، ٥



[١، ٢] متناقص متزايد

[٢، ٥] متزايد

(١، ٥) صغرى محلية

(ش ٢٠١٧)

إذا كان ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [٤، ٤] اوجد

- ١) فترات التزايد والتناقص الاقتران ق(س)
٢) القيم العظمى والصغرى للاقتران ق(س) ان وجدت

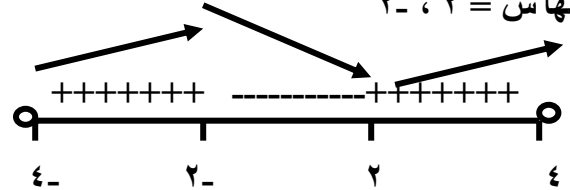
الحل :

$$ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [٤، ٤]$$

$$س = ٤ = ٤$$

$$٠ = (س+٢)(س-٢)$$

ومنها س = ٢، ٢



١. الاقتران متزايد على الفترة

[٤، ٢] ، [٢، ٤-]

الاقتران متناقص على الفترة

[٢، ٢-]

٢. للاقتران

(٢-) ، ق(٢-) = (٢-) × (٢-) = (١٦، ٢-) عظمى محلية

(٢) ، ق(٢) = (٢) × (٢) = (١٦، ٢) صغرى محلية

(ص ٢٠١٧) ٤٨

إذا كان ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥] اوجد

١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق
٢. القيم القصوى المحلية للاقتران ق

الحل :

الدرجة : اق

$$ق(س) = (س-٢) × (س-٢) : س ∈ [١، ٥]$$

$$٤٨ - ٤س^٣ = ٠$$

$$٤٨ - ٤س^٣ = ٠$$

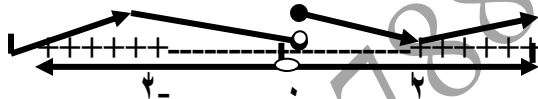
الدرجة : ق(س) = ٠

$$٤٨ - ٤س^٣ = ٠ \Rightarrow ٣ = (س+٢)(س-٢)$$

ومنها س = ٢، ٢

ق(س) = غير موجودة

اصفار المقام س = ٠ في المجال



١. فترات التزايد (٣-، ٥) ، (٣، ٥)

فترات التناقص [٢، ٥) ، [٥، ٥)

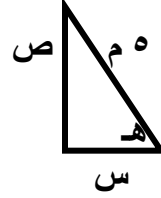
٢. القيم القصوى للاقتران ق

(٢، ٣٢) صغرى محلية

(٢-) ، (١٦-) عظمى محلية

معدلات مرتبطة بالزمن + تطبيقات على القيم القسوى

ش (٢٠٠٧) سلم طوله ٥ م يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي (راسي) وبطرفه السفلي على ارض افقية اذا انزلق (تحرك) الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل ٥/١ م / ث فجد سرعة هبوط الطرف العلوي للسلم عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض $\pi/3$.



$$\frac{دس}{دن} = \frac{٥}{١} = \frac{ص}{هـ} \quad \text{،} \quad \frac{دص}{دن} = \frac{٣}{\pi} = \frac{ص}{هـ}$$

$$ص^2 + هـ^2 = م^2$$

$$٢٥ = ص^2 + هـ^2$$

$$٠ = \frac{دص}{دن} \times ٢ + \frac{دس}{دن} \times ٢$$

$$٠ = \frac{دص}{دن} \times ٢ + \frac{دس}{دن} \times ٢$$

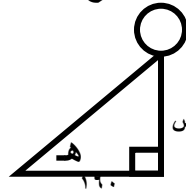
$$\text{جتا } \frac{\pi}{3} = \frac{ص}{هـ} = ٠.٨٦٦$$

$$ص = ٢.٥ \text{ ومنها } ص = ٦.٢٥ - ٢.٥ = ٣.٧٥$$

$$٠ = \frac{دص}{دن} \times ٢.٩ \times ٢ + ٠.٢ \times ٢.٥ \times ٢$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{١٠}{٥.٨} = ١.٧$$

ص (٢٠٠٧) يرتفع بالون رأسياً للأعلى بسرعة ثابتة اذا تم رصد البالون من مشاهد على الارض ويبعد (١٦٠) م عن المسقط الراسي للبالون على الارض. اذا كانت هـ هي زاوية ارتفاع نظر المشاهد للبالون كما في الشكل، وكان معدل تغير هـ يساوي ١/١٠ راديان / د في اللحظة التي كان فيها ارتفاع البالون عن سطح الارض (٢٠٠) م فجد سرعة البالون.



$$\frac{دص}{دن} = \frac{١٠}{١} = \frac{ص}{هـ} \quad \text{،} \quad \frac{دص}{دن} = \frac{٢٠٠}{هـ}$$

$$ص = ٢٠٠$$

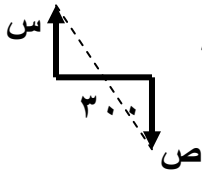
$$\frac{دص}{دن} = \frac{ص}{هـ} = \frac{المقابل}{المجاور} = \frac{ص}{١٦٠}$$

$$\frac{دص}{دن} \times \frac{١}{١٦٠} = \frac{ده}{دن} \times \frac{١}{١٦٠}$$

$$\frac{دص}{دن} \times \frac{١}{١٦٠} = \frac{ده}{دن} \times \frac{١}{١٦٠}$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{ده}{دن} = \frac{٤١}{١٦٠}$$

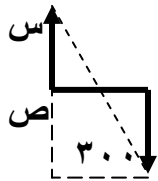
ش (٢٠٠٨) انطلق شخص من النقطة (أ) متجهاً شمالاً ركاباً دراجة هوائية تسير بسرعة ٦ م/ث، وبعد (٣٠) ثانية ومن النقطة (ب) الواقعة على بعد (٣٠٠) متر شرق النقطة (أ) انطلق شخص ثان متجهاً جنوباً ركاباً دراجة هوائية تسير بسرعة (٥) م/ث جد معدل تغير المسافة بين الدراجتين بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الدراجة الثانية.



$$ف^2 = (ص + س)^2 + (٣٠٠)^2$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{٥}{١} = \frac{ص}{س} \quad \text{،} \quad \frac{دس}{دن} = \frac{٦}{١} = \frac{س}{س}$$

المسافة بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الثاني يكون زمن الاول ٥٠



$$٥٠ = ١ \text{ عندما } ٣٠٠ = ٦ \times ٥٠ = ٣٠٠$$

عندما ٢٠ = ٢

$$فان ص = ٥ \times ٢٠ = ١٠٠$$

$$ف^2 = (ص + س)^2 + (٣٠٠)^2$$

$$٥٠٠ = ف^2 = (١٠٠ + ٣٠٠)^2 + (٣٠٠)^2$$

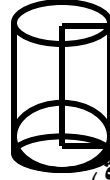
$$\frac{دص}{دن} = \frac{١٠٠}{٣٠٠} = \frac{١}{٣}$$

$$٥٠٠ \times ٢ = \frac{دص}{دن} \times (٥ + ٦) \times ٤٠٠$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{٤٤}{٥} = \frac{٤٠٠ \times ٢٢}{٥٠٠ \times ٢} = \frac{دص}{دن}$$

اسطوانة دائرية قائمة مصنوعة من المعدن ارتفاعها يساوي ٦/٧ طول قطر قاعدتها دائماً فإذا كان ارتفاعها يزداد بمعدل ٠.١ سم/ث، فجد معدل التغير في حجم هذه الاسطوانة عندما يكون طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم.

الحل:



$$\text{حجم الاسطوانة} = \pi r^2 \text{ نق} = \frac{7}{6} \pi r^2 \text{ نق}$$

$$\text{لكن } \frac{d}{dt} \left(\frac{7}{6} \pi r^2 \text{ نق} \right) = \frac{7}{6} \pi \times 2r \frac{dr}{dt} \text{ نق} = \frac{7}{3} \pi r \frac{dr}{dt} \text{ نق}$$

$$\text{ومنها } \frac{7}{3} \pi r \frac{dr}{dt} \text{ نق} = \frac{7}{3} \pi \times 6 \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} = 14\pi \frac{dr}{dt} \text{ نق}$$

$$\text{ومنها } 14\pi \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} = 0.1 \times \frac{7}{3} \pi \times 6 \times \frac{dr}{dt} \text{ نق}$$

$$\frac{7}{3} \pi \times 6 \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} = 14\pi \times \frac{dr}{dt} \text{ نق}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{7}{3} \pi \times 6 \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} \right) = \frac{d}{dt} \left(14\pi \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{7}{3} \pi \times 6 \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} \right) = \frac{d}{dt} \left(14\pi \times \frac{dr}{dt} \text{ نق} \right) = 14\pi \times \frac{dr}{dt} \text{ نق}$$

ش (٢٠٠٩)

تتحرك نقطة مادية ب على منحنى الاقتران ص = س^٢ في الربع الاول بادئة من نقطة الاصل أ ، فإذا كان الاحداثي السيني للنقطة ب يتزايد بمعدل ٢ وحدة/ث ، وكانت ج نقطة ثابتة احداثياتها (٨ ، ٠) جد معدل تغير مساحة المثلث أ ب ج بعد ٢ ثانية من بدء حركة النقطة ب .

الحل:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(4 \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(4 \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(4 \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(4 \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(4 \text{ص} \right) = 4 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

ص (٢٠٠٩) في لحظة ما كان طولاً ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية ١٢ سم ، ١٦ سم ، فإذا كان طول الضلع الاول يزداد بمعدل ٢ سم/ث وطول الضلع الثاني ينقص بمعدل ١ سم/ث بحيث ان المثلث يبقى محافظاً على شكله ، فجد معدل التغير في مساحة المثلث بعد ٢ ثانية من تلك اللحظة .

الحل:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \times 16 \times \text{ص} \right) = \frac{d}{dt} \left(8 \text{ص} \right) = 8 \frac{d}{dt} \text{ص}$$

ش ٢٠١٠) يضح غاز داخل بالون كروي بمعدل (١٢٥) سم^٣/ث. جد معدل الزيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون (١٠) سم.
الحل:

$$\text{د م} = \frac{\text{د ح}}{\text{د ن}}, \text{؟؟} = \frac{\text{د ح}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \quad \text{د ن} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د ح}}{\text{د ن}}, \text{؟؟} = \frac{\text{د ح}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \quad \text{د ن} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\text{م} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \quad \text{د م} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times \text{نق} \times ٨ = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times ٥ \times ٨ = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times \text{نق} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ح}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times \text{نق} \times ٤ = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times (٥) \times ٤ = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} \times \pi \times ٥ \times ٨ = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ن}}{\text{د ن}}$$

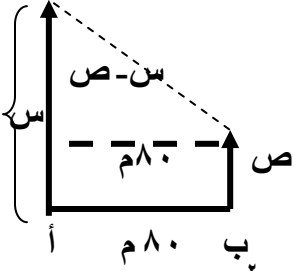
ص (٢٠١٠)

قاربان أ ، ب المسافة الأفقية بينهما ٨٠ م ، بدأ القارب (أ) بالحركة بسرعة ٢٠ م/ث ، وبعد ثانيتين بدأ القارب (ب) بالحركة في خط موازي للقارب (أ) وبنفس الاتجاه وبسرعة ١٠ م/ث ، جد معدل التغير في المسافة بين القاربيين بعد ٤ ثواني من انطلاق القارب (أ) .

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

عندما ن = ٤ من انطلاق (أ)



$$\text{فان س} = ٢٠ \times ٤ = ٨٠$$

$$\text{ص} = ١٠ \times ٢ = ٢٠$$

$$\text{ف}^٢ = (٨٠)^٢ + (\text{س} - \text{ص})^٢$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\text{عندما س} = ٨٠ ، \text{ص} = ٢٠ \text{ فان}$$

$$\text{ف}^٢ = (٨٠)^٢ + (\text{س} - \text{ص})^٢$$

$$\text{ف}^٢ = ٦٤٠٠ + ٣٦٠٠$$

$$\text{ف} = ١٠٠$$

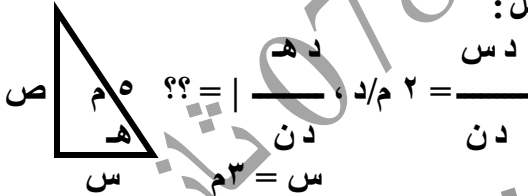
$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

ش ٢٠١١) سلم طوله ٥ م يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي (راسي) وبطرفه السفلي على ارض أفقية اذا انزلق (تحرك) الطرف السفلي مبتعدا عن الحائط بمعدل ٢ م / ث فجد سرعة تغير الزاوية بين السلم والارض عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٣ م عن الحائط.
الحل:



$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د م}}$$

نفرض ان المسافة التي قطعتها النقطة الاولى (س) سم ،
والثانية (ص) سم والمسافة بين النقطتين ف
فتكون س = ٣ ن ، ص = ٢ ن
ف $^2(٣+٦) + ^2(٢-١٢) = ^2(٢٠)$
ف $^2(٣٦ + ٣٦ + ٣٦ + ٣٦) = ^2(٤٠)$
ف $^2(١٨٠ + ١٢ - ١٢٠) = ^2(٢٠)$

$$\frac{١٢ - ٢٦}{٦ - ١٣} = \frac{٢٠}{٢٠}$$

تكون النقطة الثانية على بعد ٨ سم من نقطة الاصل
عندما ص = ٤ ومنه ن = ٢

$$\frac{١٣}{١٣} = \frac{٤}{٤} = \frac{٢}{٢}$$

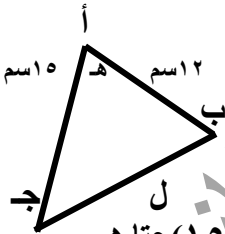
(ص ٢٠١٢)

أ ب ج مثلث فيه أ ب = ١٢ سم ، أ ج = ١٥ سم . يزداد
قياس الزاوية ب أ ج بمعدل $٩٠/\pi$ راديان ج د معدل تغير
طول الضلع ب ج عندما يكون قياس الزاوية ب أ ج يساوي
 $٣/\pi$ راديان .

الحل:

نفرض ان ب ج = ل وان $ب > ا ج = هـ$

$$\frac{ل}{٣/\pi} = \frac{هـ}{٩٠/\pi}$$



$$ل(١٢) = هـ(١٥) \Rightarrow هـ = \frac{٨ل}{٥}$$

$$٣٦٠ - ٣٦٩ = هـ$$

$$\frac{٣}{\pi} = هـ \Rightarrow ل = \sqrt{١٨٩} \text{ سم}$$

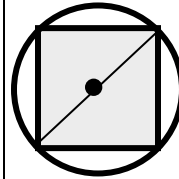
$$\frac{٢٦٠}{٣٦٠} = \frac{ل}{٣٦٠} \Rightarrow ل = \frac{٢٦٠ \times ٣٦٠}{٣٦٠} = ٢٦٠$$

$$\frac{٣}{\pi} \times \frac{٣٦٠}{٩٠} = \frac{ل}{٣٦٠} \times \frac{١٨٩}{٣٦٠} \Rightarrow ل = \frac{٣ \times ٣٦٠ \times ١٨٩}{\pi \times ٩٠} = \frac{٣ \times ٣٦٠ \times ١٨٩}{\pi \times ٩٠}$$

(ص ٢٠١١) تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعدل
(٦) سم/د ، رسم مربع داخل الدائرة واخذ يتمدد معها
بحيث يبقى رؤوسه ملامسه لها . جد معدل تغير مساحة
المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون
طول قطر الدائرة (١٠) سم .

الحل:

طول قطر الدائرة س
طول ضلع المربع ل



$$\frac{س}{٢} = ل$$

$$\frac{س}{٢} = ل \Rightarrow س = ٢ل$$

مساحة المنطقة المظللة = مساحة - مساحة
 $(٢ - \pi)$

$$\frac{٤}{١} = \frac{س}{٢} - \pi \Rightarrow س = ٢(١ + \pi)$$

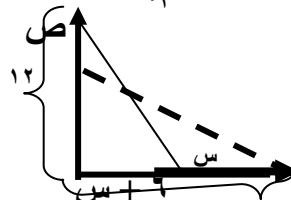
$$\frac{د م}{د ن} = \frac{١}{٢} = \frac{س}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{س}{٢} \Rightarrow س = ١$$

(ش ٢٠١٢)

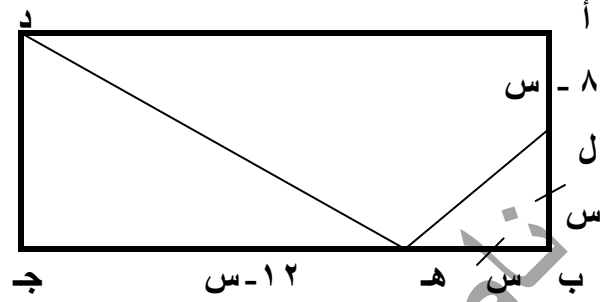
بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة (٦ ، ٠) على
محور السينات مبتعدة عن نقطة الاصل بسرعة ٣ سم/ث
وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة اخرى الحركة من النقطة
(١٢ ، ٠) على محور الصادات مقترية من نقطة
الاصل بسرعة ٢ سم/ث . جد معدل تغير المسافة بين
النقطتين المتحركتين عندما تكون النقطة المتحركة على
محور الصادات على بعد ٨ سم من نقطة الاصل . الحل:

$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٣}{٢} = \frac{س}{٨}$$



$$\frac{د ص}{د ن} = \frac{٢}{٢} = ١$$

ص ٢٠١٢) يمثل الشكل المجاور

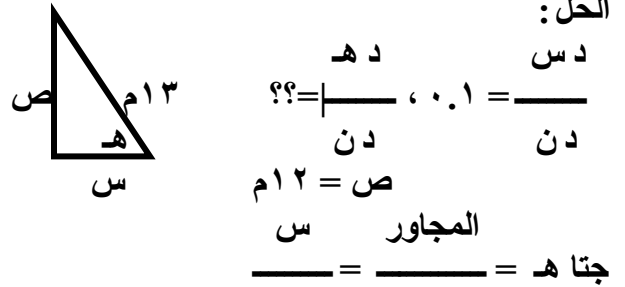


المستطيل أ ب ج د فيه طول أ ب = ٨ سم ،
ب ج = ١٢ سم . عينت النقطتان ل ، هـ على الضلعين
أ ب ، ب ج على الترتيب بحيث كان ب ل = ب هـ ج د طول
ب ل الذي يجعل مساحة الشكل الرباعي أ ل هـ د اكبر ما
يمكن .
الحل :

نفرض ان ب ل = س فيكون ب هـ = س
مساحة الشكل الرباعي أ ل هـ د تساوي م
 $8 \times 12 - (8 \times (12 - 2s) + 2s^2) = 96 - 8s + 2s^2$
 $96 - 8s + 2s^2 = 48 - 4s + 2s^2$
 $48 - 4s = 48 + 2s^2 - 2s^2$
 $0 = 4s$
م = س = ٤
م = ١ - س > صفر

اذن تكون مساحة الشكل الرباعي أ ل هـ د اكبر ما يمكن
عندما ب ل = ٤ سم

ش ٢٠١٣) سلم طوله ١٣ م يرتكز بطرفه العلوي على
حائط عمودي وبطرفه السفلي على ارض افقية اذا انزلق
الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل (٠.١) م / ث فما
معدل التغير في قياس الزاوية المحصورة بين السلم
والارض عندما يكون الطرف العلوي للسلم
علبارتفاع (١٢) م عن سطح الارض .



الحل :
د س = ٠.١ ، د هـ = ؟؟
د ن = ص = ١٢ م
المجاور س
جتا هـ = $\frac{س}{١٣}$
الوتر ١٣
ده ١
دس دس
- جا هـ × د ن = $\frac{١}{١٣} \times د ن$

$$\begin{aligned} \frac{ص}{دس} \times \frac{١}{دس} &= \frac{ده}{دس} \times \frac{١}{دس} \\ \frac{١٣}{د ن} \times \frac{١}{١} &= \frac{١٢}{ده} \times \frac{١}{١} \\ \frac{١٣}{د ن} &= \frac{١٢}{ده} \\ \frac{ده}{د ن} &= \frac{١٢}{١٣} \end{aligned}$$

ص ٢٠١٣) انطلق قاربان من نفس النقطة غي اتجاهين
مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، اذا كانت سرعة الاول
(٨) كم/ساعة ، وسرعة الثاني (٦) كم/ساعة ، فجد معدل
التغير في المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من
انطلاقهما .

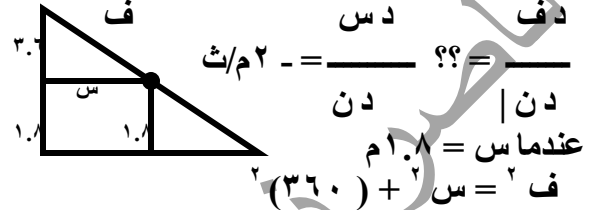


الحل :
د س = $\frac{٦}{١} \times ٠.٥ = ٣$
د ن = $\frac{٨}{١} \times ٠.٥ = ٤$

$$\begin{aligned} د ف &= \sqrt{٣^2 + ٤^2 - 2 \times ٣ \times ٤ \times \cos(١٢٠)} \\ &= \sqrt{٩ + ١٦ + ٢٤} = \sqrt{٤٩} \\ &= ٧ \end{aligned}$$

ش ٢٠١٤) يقف رجل طوله ١.٨ م أمام مصباح كهربائي يرتفع عن سطح الأرض بمقدار ٥.٤ م إذا أخذ الرجل بالاقتراب من المصباح بمعدل ٢ م/ث فجد معدل تغير الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل ، عندما يكون الرجل على بعد ١.٨ م من قاعدة العمود

الحل :



$$\frac{دس}{دخ} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow \frac{5.4}{دخ} = \frac{1.8}{دث} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{5.4} \times دخ = \frac{1}{3} دخ$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{1}{3.6} = \frac{1}{دس} \Rightarrow دس = 3.6$$

$$\frac{دث}{دع} = \frac{3.6}{1.8} = 2 \Rightarrow دث = 2 \times دس = 7.2$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{7.2}{3.6} = 2 \Rightarrow دث = 2 \times دس = 7.2$$

ص ٢٠١٤) اناء على شكل مخروط دائري قائم راسه للأسفل وقاعدته أفقية ، يسكب فيه الماء بمعدل (١٢) سم^٣/ث ، فإذا كان قطر قاعدته (١٦) سم ، وارتفاعه (٢٤) سم ، جد معدل تغير ارتفاع الماء في الأثناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه (١٢) سم.

الحل : دح = (١٢) سم^٣/ث ، دص = ؟؟؟؟؟؟؟

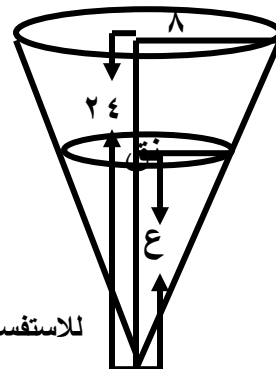
$$\frac{دص}{دح} = \frac{1}{3} \Rightarrow دص = \frac{1}{3} \times 12 = 4$$

$$ح = \frac{3}{1} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\frac{3}{1} \times \pi \times \text{نق}^2 = ح$$

لكن من تشابه المثلثات

$$\frac{8}{24} = \frac{ع}{نق} \Rightarrow \frac{نق}{ع} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{ع}{نق} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{دث} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{1.8}{دث} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{دع} \times دخ$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{1.8}{27} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{27} \times دس$$

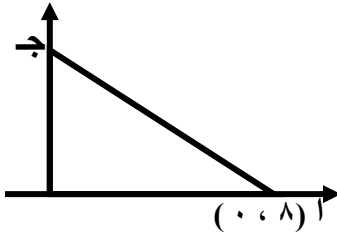
$$\frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{دث} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{\frac{1.8}{27} \times دس} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{27}{1.8} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{27} \times دخ$$

$$\frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{دث} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{\frac{1.8}{27} \times دس} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{27}{1.8} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{27} \times دخ$$

$$\frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{دث} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{\frac{1.8}{27} \times دس} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{27}{1.8} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{27} \times دخ$$

$$\frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{دث} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{دس}{\frac{1.8}{27} \times دس} \Rightarrow \frac{دع}{دخ} = \frac{27}{1.8} \Rightarrow دث = \frac{1.8}{27} \times دخ$$

ش ٢٠١٥)



الشكل المجاور يمثل أ ب ج المرسوم في المستوى حيث أ(٠، ٨) ، ب(٠، ٠) ، قياس الزاوية ب أ ج = ٣٠ بدأت نقطة الحركة من أ على

ب(٠، ٠) الصلح أ ج باتجاه ج وبسرعة مقدارها

(٢) سم/ث ، وبنفس اللحظة بدأت نقطة اخرى بالحركة من ب

على الصلح ب ج باتجاه ج وبسرعة مقدارها (٣) سم/ث جد

تغير بعد النقطتين المتحركتين عن بعضهما بعد ثانية واحدة

من بدء حركتهما .

الحل :



$$\frac{دس}{دخ} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow \frac{دس}{دخ} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow دث = \frac{دع}{دس} \times دخ$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow \frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow دث = \frac{دع}{دس} \times دخ$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow \frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow دث = \frac{دع}{دس} \times دخ$$

$$\frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow \frac{دث}{دس} = \frac{دع}{دث} \Rightarrow دث = \frac{دع}{دس} \times دخ$$

$$\text{جا } 30 = \frac{\text{ع}}{\text{س}} \text{ ومنها ع} = \frac{2}{1} \text{ س}$$

$$\text{ومنها ل} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ س}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{(2 - \frac{2}{1}) \text{ س}^2 + (8 - \frac{2}{\sqrt{3}}) \text{ س}}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دس}}{\text{دن}} \times \frac{2 + (2 - \frac{2}{1}) \text{ س} + (8 - \frac{2}{\sqrt{3}}) \text{ س}}{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{(2 - \frac{2}{1}) \text{ س}^2 + (8 - \frac{2}{\sqrt{3}}) \text{ س}}$$

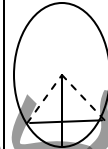
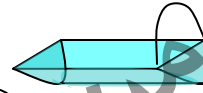
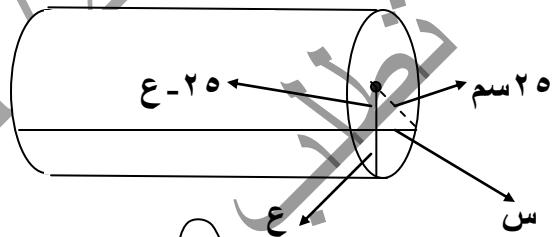
نعوض

(ص ٢٠١٥)

يجري الماء في انبوب افقي اسطواناني الشكل طوله (١٠) م، وطول نصف قطره يساوي (٢٥) سم، فاذا كان عمق الماء في الانبوب يتناقص بمعدل (٣) سم/د، فجد معدل التغير في مساحة سطح الماء العلوي في الانبوب عندما يكون عمق الماء (١٨) سم.

الحل:

$$10 \text{ م} = 1000 \text{ سم}$$



$$\frac{\text{دع}}{\text{دن}} = \frac{3 \text{ سم}}{\text{د}} = \frac{3}{25} \frac{\text{د}}{\text{د}}$$

$$\text{مساحة السطح للماء} = 2 \times 1000 = 2000 \text{ م}^2$$

$$\text{لكن } (25)^2 = \text{س}^2 + (25 - \text{ع})^2$$

$$(25)^2 = \text{س}^2 + (25 - \text{ع})^2 \Rightarrow 2500 = \text{س}^2 + 2500 - 50\text{ع} + \text{ع}^2$$

$$\text{ومنها س}^2 = 50\text{ع} - \text{ع}^2$$

$$\frac{2000}{2} = \frac{50\text{ع} - \text{ع}^2}{2}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{دن}} = \frac{2000}{2} \times \frac{(25 - 50\text{ع})}{50\text{ع} - \text{ع}^2}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{دن}} = \frac{3500}{2} = \frac{3 \times (18 \times 2 - 50)}{(18)^2 - 18 \times 50} \times 1000$$

ش (٢٠١٦) رسم مثلث متساوي الاضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد محافظين على شكلهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدل (٣) سم/د، جد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون طول نصف قطر الدائرة (٩) سم.

الحل:

طول قطر الدائرة س

طول ضلع المربع ل

س

$$\text{جتا } 30 = \frac{\text{س}}{\text{ل}}$$

نق

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{نق}}{\text{س}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\text{نق}}{\text{س}}$$

$$\text{نق} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ س}$$

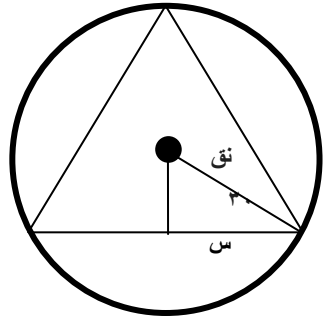
مساحة المنطقة المظللة = مساحة Δ - مساحة Δ

$$(2 - \pi)$$

$$4 \text{ م} = \frac{4}{1} \text{ س}^2 - \pi \frac{2}{1} \text{ س}^2 = \frac{(2 - \pi) \text{ س}^2}{2}$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \frac{1}{2} \frac{(2 - \pi) \text{ س}}{\text{دس}}$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \frac{1}{2} \frac{(2 - \pi) \times 10 \times 6}{30} = \frac{(2 - \pi) \times 30}{2}$$



ص ٢٠١٧) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الارضي من عمارة ، والمسافة الافقية بينهما (٨) م ، بأ المصعد الاول في الارتفاع للاعلى بسرعة (٣ م / ث) وبعد ثانية بدا المصعد الثاني في الانخفاض للأسفل بسرعة (٢ م / ث) . جد معدل تغير المسافة بين المصعدين بعد ٢ ث من بدء حركة المصعد الثاني .

الحل :

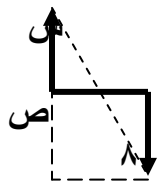
$$f^2 = (8)^2 + (v + s)^2$$

د ف د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{3}{2} \text{ م/ث} , \frac{d}{dt} = \frac{3}{2} \text{ م/ث}$$

المسافة بعد (٢) ثانية من انطلاق الثاني يكون زمن الاول ٣ ث

عندما $t = 3$
 فان $s = 3 \times 3 = 9$



عندما $t = 2$

فان $v = 2 \times 2 = 4$

$$f^2 = (8)^2 + (4 + 9)^2$$

$$f^2 = 64 + 169$$

$$f^2 = 233$$

د ف د د د د

$$2f = \frac{2}{\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right)} \times (v + s)$$

$$2 \times 233 = \frac{2}{(3)} \times (4 + 9)$$

د ف د د

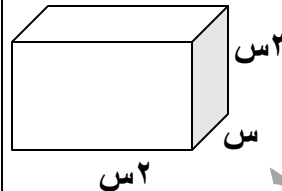
$$\frac{466}{2} = \frac{13}{3} \times 13$$

ص ٢٠١٦) صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مثلي عرضه ، وارتفاعه (٣) امثال عرضه يتمدد بالحرارة محافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدل (٧٢) سم^٣/د ، جد معدل التغير في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم.

الحل :

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{72}{36} = 2 \text{ سم}^3/\text{ث}$$



د م د د م د م د م د

$$M = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} + \text{مساحة القاعدتين}$$

$$M = 4s + 2s^2$$

$$M = 22s$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = 44s \times \frac{d}{dt}$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = 44s \times \frac{d}{dt}$$

د م د د د د

$$8 = \frac{d}{dt} \times \pi \times 5 \times 8$$

د م د د د د

$$C = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$C = 2s^2 \times 3$$

$$C = 6s^2$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = 12s \times \frac{d}{dt}$$

د م د د د د

$$72 = 18s \times \frac{d}{dt} , \text{ لكن } s = 36 \text{ ومنها } s = 18$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{72}{18 \times 18} = \frac{2}{9}$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{2}{9}$$

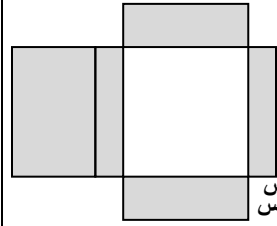
د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{2}{9}$$

د م د د د د

$$\frac{d}{dt} = \frac{2}{9} \times 18 \times 44 = 176 \text{ سم}^2/\text{ث}$$

تطبيقات على القيم القصوى



ش ٢٠٠٧) يمثل الشكل المجاور شبكة لصندوق على شكل متوازي مستطيلات مغلق تم قصها من قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل ابعادها (١٦) سم ، (٣٠) سم . جد اكبر حجم ممكن للصندوق.

الحل:

$$ح = الطول \times العرض \times الارتفاع$$

$$ح = (٣٠ - ٢س) (١٦ - ٢س) (س)$$

$$٠ = ٢٤٠ - ٢س - ٢س + ٤س$$

$$٠ = ٢٤٠ - ٢س - ٢س + ٤س$$

$$٠ = ٢٤٠ + ٩٢ - ٢س - ٢س$$

$$٠ = (١٢ - س) (١٠ - س)$$

$$٣/١٠ ، ١٢ = ومنها س$$

$$٩٢ - س = ١٢$$

$$عندما س = ٣/١٠ = له قيمة عظمى$$

$$عندما س = ١٢ = له قيمة صغرى$$

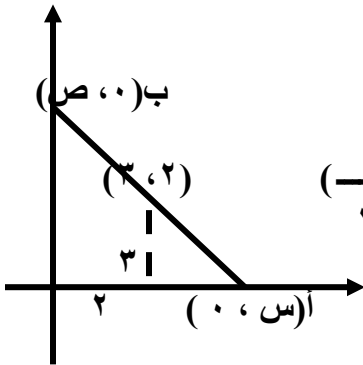
$$اذن يكون اكبر حجم عندما س = ٣/١٠$$

$$ح = (٣/١٠ - ١٥) (٣/١٠ - ١٦) \times ٣/١٠ = ٢٧/٩٨٠٠٠ سم$$

ص ٢٠٠٧)

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢ ، ٣) بحيث يقطع من الربع الاول من المستوى الديكارتي مثلثاً مساحته اصغر ما يمكن.

الحل:



$$م = ٢/١ س \times ص$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

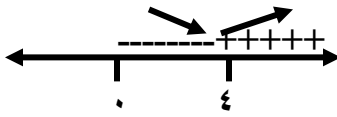
$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$

$$\frac{١}{٣ س} = \frac{٢}{٢ - س}$$



ومنها س = ٤ ،

مساحة المثلث اصغر ما يمكن عندما س = ٤

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

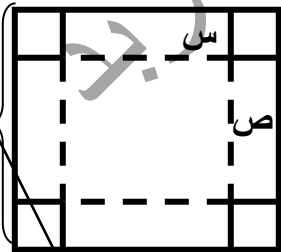
$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

$$\frac{٣ - ٠ - ٣}{٢} = \frac{٢ - ٢}{٤ - ٢}$$

ش ٢٠٠٨) يراد طباعة اعلان على ورقة مستطيلة الشكل بحيث يكون عرض كل من الهامشين في راس الورقة واسفلها (٣) سم وفي كل من الجانبين (٢) سم. اذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة تساوي (١٥٠) سم^٢، فجد ابعاد الورقة التي مساحتها اصغر ما يمكن، ويمكن استعمالها لطباعة الاعلان.

الحل:



$$م = (٤ + س) (٦ + ص)$$

$$لكن س \times ص = ١٥٠ ومنها$$

$$ص = ١٥٠ / س$$

$$م = (٦ + س / ١٥٠) (٤ + س)$$

$$م = ٢٤ + س / ٦٠٠ + ٦ + ١٥٠ = ٢٤ + س / ٦٠٠ + ١٥٦$$

$$م = ١٥٦ + س / ٦٠٠ - ٦ = صفر$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

$$١٥٠ = ٦٠٠ - ٦$$

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على

صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة <http://www.facebook.com/nasser.theynat>

ش ٢٠٠٩) اسطوانة دائرية قائمة مجموع محيط قاعدتها وارتفاعها يساوي ٦٦ . احسب ارتفاع الاسطوانة الذي يجعل حجمها اكبر ما يمكن .

الحل:

حجم الاسطوانة = نق^٢ ع

لكن محيط القاعدة + الارتفاع = ٦٦

$$٦٦ = ع + \pi \text{نق}^2$$

ومنها ع = ٦٦ - π نق^٢

$$ح = \text{نق}^2 (\pi \text{نق}^2 - ٦٦)$$

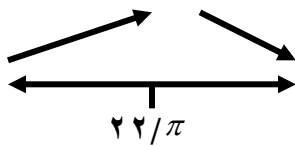
$$ح = \text{نق}^3 \pi - ٦٦ \text{نق}^2$$

$$٠ = ٣٢ \text{نق}^3 - \pi \text{نق}^2$$

$$٠ = ٦ \text{نق}^2 (\pi - ٢٢)$$

ومنها $\text{نق} = ٢٢/\pi$

$$\text{نق} = ٢٢/\pi$$



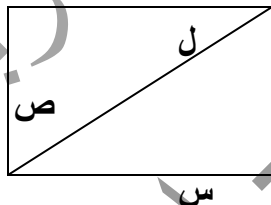
تكبر حجم عندما نق = $٢٢/\pi$

ومنها ع = ٢٢ سم

ص ٢٠٠٩) مستطيل مساحته ١٦ سم^٢، جد بعديه عندما يكون طول قطره اصغرها ما يمكن .

الحل:

نفرض ان طول المستطيل س سم ، العرض ص سم ، القطر ل سم



$$\text{لكن } س \times ص = ١٦$$

$$\frac{١٦}{س} = ص$$

$$\text{م} = ١٢٠٠ / س^2$$

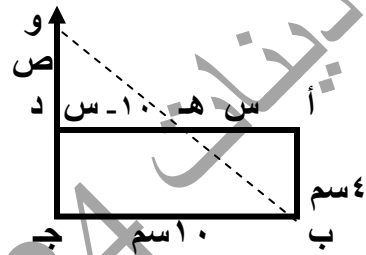
عندما س = ١٠ ، م = له قيمة صغرى

عندما س = ٦ ، م = له قيمة عظمى

اذن يكون اكبر مساحة عندما س = ١٠ ، ص = ١٥
م = ١٤ × ٢١ = سم^٢ اذا طلبت المساحة

ص ٢٠٠٨)

أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٤ سم ، ب ج = ١٠ سم ، مد الضلع ج د على استقامته الى و ثم وصل ب و فقطع الضلع أ د في هـ ، فاذا كان أ هـ = س سم ، دو = ص سم ، فجد قيمتي س ، ص اللتين تجعلان مجموع مساحتي المثلثين د هـ و ، أ هـ ب اصغرها ما يمكن .



الحل:

$$\text{م المثلثين} = \frac{٢}{١} س \times ٤ + \frac{٢}{١} (١٠ - س) \times ص$$

$$\text{لكن } \frac{س}{٤} = \frac{١٠ - س}{ص} \text{ تشابه مثلثات}$$

$$\text{فان } ص = \frac{٤(١٠ - س)}{س}$$

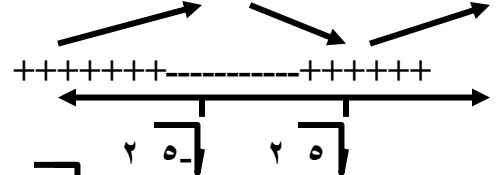
$$\text{م المثلثين} = \frac{٢٠ - ٢س}{س} \times (١٠ - س) + س^2 = \frac{٢٠٠ + س٤٠ - ٢س^2}{س}$$

$$\text{م} = \frac{٢٠٠ + س٤٠ - ٢س^2}{س}$$

$$\text{م} = \frac{س(٨ - س) - (٤٠ - ٢س) \times (٢٠٠ + س٤٠)}{س^2}$$

$$\text{م} = \frac{٢٠٠ - ٢س^2}{س} = \text{صفر}$$

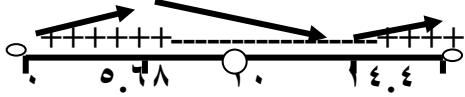
$$\frac{٢٠٠ - ٢س^2}{س} = ٠ \Rightarrow ٢٠٠ = ٢س^2 \Rightarrow س = \pm ١٠$$



يكون اصغرها ما يمكن عندما س = ١٠ ومنها ص = تعويض مباشر

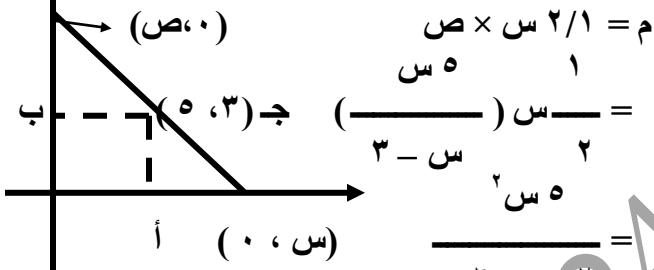
$$\begin{aligned} 0 &= (10 - s)(2 - s) - (80 - 20s + s^2) \\ 0 &= 10 - 2s - 80 + 20s + s^2 \\ 0 &= 80 - 20s + s^2 \\ 10 &= 2s - s^2 \\ 10 &= s(2 - s) \end{aligned}$$

ولكن s لا يمكن ان تاخذ القيمة $10 + 2$ او أي قيمة تساوي 8 لان عملية الانتاج غير ممكنة
اذن $10 = s(2 - s)$



اكبر كمية عندما $s = 5.68$ طن، $v = 2.7$ طن

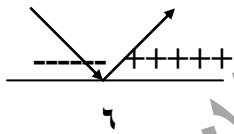
ص 2010 إذا كانت النقطة أ (3، 5) تقع في الربع الاول من المستوى الديكارتي فجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة أ (3، 5) ويصنع مع المحورين الموجبين السيني والصادي ونقطة الاصل مثلثاً مساحته اقل ما يمكن
الحل:



$$m = \frac{2}{1} \times \frac{s}{v} = \frac{2s}{v}$$

$$\frac{2s}{v} = \frac{5 - 3}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2s}{v} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3s = v$$



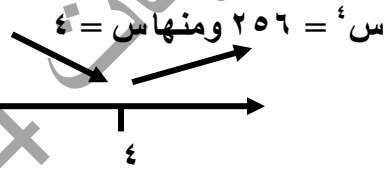
$$3/5 = \text{ميل المماس}$$

$$0 = 3/5 - (s - 3)$$

$$10 = 3/5 - s$$

$$\begin{array}{r} 2s + 2v = 20 \\ \hline 256 \\ \hline 2s \\ \hline 512 \\ \hline 2s - 2s = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 2s + 2v = 20 \\ \hline 256 \\ \hline 2s \\ \hline 512 \\ \hline 2s - 2s = 0 \end{array}$$



اصغر ما يمكن عندما $s = 4$ سم ومنها $v = 4$ سم

ص 2010 إذا كان الانتاج اليومي لمصنع حديد ص طناً من نوع الحديد الجيد ، s طناً من نوع الحديد الاقل جودة فاذا كانت

$$40 - 4s$$

$$v = \frac{10 - s}{10} \neq 10$$

وكان سعر الطن من الحديد الجيد يساوي مثلي سعر الطن من الحديد الاقل جودة . فجد الكمية التي ينتجها المصنع يومياً من كل نوع حتى يحقق باكبر ايراد .
الحل:

نفرض ان سعر طن الحديد الاقل جودة = l دينار وان سعر طن الحديد الجيد = $2l$ دينار

$$\text{ايراد المصنع} = ق(س) = 2l \times v + l \times s$$

$$40 - 4s = 2l \times v + l \times s$$

$$\frac{(10 - s)(2 - s) - (80 - 20s + s^2)}{(10 - s)} = ق(س)$$

$$0 = ق(س)$$

١٦

$$\dot{m} = \frac{(3 - 2s)}{3} = 0$$

$$\text{ومنها س} = \frac{2}{3}$$

مًا $0 > \frac{3}{3} = 1$ المساحة اكبر ما يمكن عندا يكون احد

$$\text{بعديه } 2 = \frac{2}{3} \times 3 \text{ سم}$$

$$\text{والبعد الاخر ص} = \frac{3}{8} = \frac{2}{3} - 3 = 4$$

ش ٢٠١٢) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته

على شكل مستطيل طوله مثلي عرضه . اذا كان مجموع

ارتفاع الصندوق ومحيط قاعدته يساوي ٧٢ سم ، فجد ابعاده

التي تجعل حجمه اكبر ما يمكن.

الحل:

نفرض ان عرض قاعدة الصندوق = س سم ، وارتفاع
الصندوق ع سم.... فيكون طول قاعدة الصندوق ٢ سم

$$6s + e = 72 \text{ ومنها } e = 72 - 6s$$

$$\text{ح} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= (2s)(s)(72 - 6s)$$

$$= 144s - 12s^2$$

$$\dot{c} = 144 - 24s = 0$$

$$144 = 24s \Rightarrow s = 6$$

$$\text{ومنها س} = 6$$

$$\text{ع} = 72 - 6 \times 6 = 30$$

$$\text{ح} = 2 \times 6 \times 30 = 360$$

عندما س = 6 فان ح = له قيمة عظمى عندما يكون

$$\text{عرض قاعدته } 6 \text{ سم}$$

$$\text{طول القاعدته} = 2 \times 6 = 12 \text{ سم}$$

$$\text{ارتفاع الصندوق ع} = 72 - 6 \times 6 = 30 \text{ سم}$$

$$\text{عندما س} = 6 \text{ صفر ح} = \text{له قيمة صغرى}$$

$$\text{اذن يكون اكبر حجم عندما س} = 6$$

$$\text{ح} = 2 \times 6 \times 30 = 360$$

$$\text{سم} = 360$$

ش ٢٠١١) جد بعدي اكبر مستطيل من حيث المساحة
يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث يكون احد
قاعدتيه على محور السينات ورأساه الاخران على
منحنى

$$\text{ق (س)} = 36 - s^2$$

$$\text{الحل: م} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= s \times (36 - s^2)$$

$$= (36 - s^2) \times s$$

$$= 36s - s^3$$

$$\dot{m} = 36 - 3s^2 = 0$$

$$36 = 3s^2 \Rightarrow s = 6$$

$$\text{س} = 6 \text{ ومنها } 36 - 6^2 = 0$$

$$\text{م} = 6 \times 6 = 36$$

$$\text{م} = 36 - 6^2 = 0$$

$$\text{م} = (36 - s^2) \times s = 36s - s^3$$

$$\text{احد البعدين} = 6$$

$$s = 6 \text{ البعد الاخر ص} = 36 - 6^2 = 0$$

ص ٢٠١١) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته (٦) سم
وارتفاعه (٨) سم ، يراد قطع مستطيل منه بحيث يقع
راسان منه على قاعة المثلث ويقع كل من الراسين
الاخرين على ساق المثلث ، جد بعدي المستطيل لتكون
مساحته اكبر ما يمكن .

الحل:

نفرض ان طول ضلع المستطيل ٢ سم

وعرضه ص

مساحة المستطيل = الطول × العرض

نجد احد المتغيرين س ، ص بدلالة الاخر

من تشابه المثلثات

$$\frac{ص}{3} = \frac{س - 3}{8}$$

$$\frac{ص}{3} = \frac{س - 3}{8}$$

$$\frac{ص}{3} = \frac{س - 3}{8}$$

$$\text{ومنه ص} = \frac{8}{3}(س - 3)$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

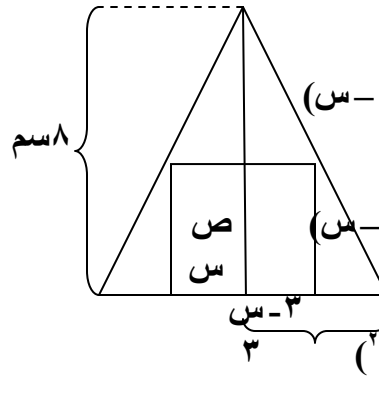
$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$



$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

$$\frac{8}{3}(س - 3) = \frac{ص}{3}$$

ش ٢٠١٤) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين ، الجزء الاول : وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته(نق) وارتفاعه (ع) والجزء الثاني : غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة (كما في الشكل المجاور)

إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠) دسم^٣ ، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة اقل ما يمكن .

الحل:

المساحة الكلية = المساحة الجانبية للحافظة + مساحة القاعدتين

$$م = ٢ \pi \text{نق}^2 + ٤ \times \pi \text{نق}^2 + \pi \text{نق}^2$$

$$م = ٢ \pi \text{نق}^2 + ٤ \times \pi \text{نق}^2 + \pi \text{نق}^2$$

لكن حجم الحافظة = حجم الاسطوانة + ح نصف الكرة

$$ح = \pi \text{نق}^2 \times ٤ + \frac{٣}{٢} \pi \text{نق}^3 = ٣٦٠$$

$$ع = \frac{٣٦٠}{\pi \text{نق}^2} - \frac{٣}{٢} \text{نق}$$

$$م = \pi \text{نق}^2 \left(\frac{٣٦٠}{\pi \text{نق}^2} - \frac{٣}{٢} \text{نق} \right) + ٢ \pi \text{نق}^2$$

$$م = \pi \left(\frac{٣٦٠}{\text{نق}} - \frac{٣}{٢} \text{نق}^2 + ٢ \text{نق}^2 \right)$$

$$م = \pi \left(\frac{٣٦٠}{\text{نق}} + \frac{١}{٢} \text{نق}^2 \right)$$

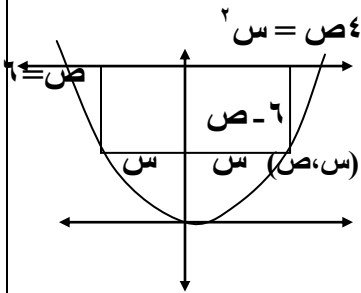
$$\frac{٣٦٠}{\text{نق}} = \frac{١}{٢} \text{نق}^2$$

$$\text{نق}^3 = ٧٢٠$$

$$\text{نق} = ٩$$

$$ع = ٦$$

ش ٢٠١٣) جد اكبر مساحة ممكنة للمستطيل في الشكل المجاور الذي يقع رأسان من رؤوسه على منحنى العلاقة $٤ص = ٤س^٢$ ويقع رأساه الاخران على المستقيم $٦ = ٤س$



مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$م = ٢س(٦ - ٤س)$$

لكن $٤س = ٤/١$ ومنها

$$م = ٢س(٦ - ٤/١س)$$

$$م = ١٢س - ٨$$

$$م = ١٢س - ٨$$

$$٠ = ١٢س - ٨$$

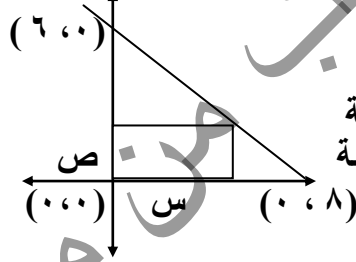
$$٠ < ١٢س - ٨$$

اذن تكون مساحة المستطيل اكبر ما يمكن عندما

$$س = ٨$$

$$م = ١٢ \times ٨ - ٨ = ٩٦$$

ص ٢٠١٣) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثل المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث



مساحة المستطيل = الطول × العرض = س × ص

$$٨ - ٨س = ٨$$

$$٨ = ٨(١ - س)$$

$$١ = ١ - س$$

$$٠ = -س$$

$$م = س(٨ - ٨س) = ٨س - ٨س^٢$$

$$م = ٨س - ٨س^٢$$

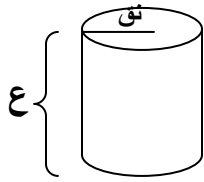
$$٠ = ٨س - ٨س^٢$$

$$٠ = ٨س(١ - س)$$

اذن تكون مساحة المستطيل اكبر ما يمكن عندما

$$س = ٤$$

$$م = ٨ \times ٤ = ٣٢$$



ص ٢٠١٤) جد ابعاد شبه المنحرف الذي يمكن رسمه في
الربع الاول بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور
السينات ، ورأساه الآخران على منحنى الاقتران
ق(س) = ٤س - س^٢ لتكون مساحته اكبر ما يمكن .
الحل :

م شبه المنحرف = ٢/١ مجموع القاعدتين × البعد بينهما
القاعدة العلوية = ٤ - ٢س

$$\text{لكن } ٤س - س^٢ = ٠$$

$$\text{س(٤ - س) = ٠ ومنها س = ٤ ، ٠}$$

$$\text{القاعدة السفلية = ٤}$$

$$\text{م} = \frac{٢}{١} (٤ + ٤ - ٢س) \times (٤ - ٢س)$$

$$\text{م} = \frac{٢}{١} (٨ - ٢س - ٨س + ٤س^٢) = ٢(٤ - ٢س + ٢س^٢)$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$

$$\text{م} = ٨ - ٤س + ٤س^٢$$



له اكبر قيمة عندما س = ٣/٤ ،

القاعدة العلوية = ٣/٤ ، السفلية = ٤

$$\text{الارتفاع} = \frac{٩}{٣٢} = \frac{٩}{١٦} - \frac{٣}{١٦}$$

$$\text{م} = \frac{٩}{١٦} (٣/٤ - ٤) = \frac{٩}{١٦} (-١/٤) = -\frac{٩}{٦٤}$$

الحل:

المساحة الكلية = المساحة الجانبية للحافظة + مساحة

القاعدتين

$$\text{م} = \pi \text{نق}^٢ \text{ع} + \pi \text{نق}^٢$$

$$\text{ح} = \pi \text{نق}^٢ \text{ع} = \pi ٥٤$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{نق}^٢} = \frac{\text{ح}}{٥٤}$$

$$\text{م} = \pi \text{نق}^٢ + \frac{١٠٨}{\text{نق}^٢} \pi$$

$$\text{م} = \pi \left(\text{نق}^٢ + \frac{١٠٨}{\text{نق}^٢} \right)$$

$$\text{م} = \pi \left(\text{نق}^٢ + \frac{١٠٨}{\text{نق}^٢} \right)$$

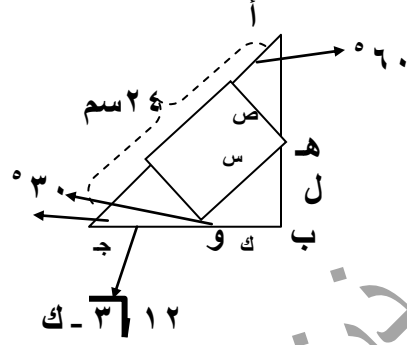
$$\frac{١٠٨}{\text{نق}^٢} = \frac{١٠٨}{٢٧}$$

$$\text{نق}^٢ = ٢٧$$

$$\text{نق} = ٣ ، \text{ع} = ٦$$

(ص ٢٠١٥)

جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث قائم الزاوية طول وتره (٢٤) سم ، وقياس احدى زواياه (٣٠°) بحيث تقع احدى قاعدتي المستطيل على الوتر ، وراساه الاخران على ضلعي القائمة .
الحل:



$$م = س \times ص$$

أب

$$\frac{12}{24} = \frac{ص}{24} \text{ ومنها } \frac{12}{24} = \frac{ص}{24}$$

بج

$$\frac{3\sqrt{12}}{24} = \frac{ج}{24} \text{ ومنها } \frac{3\sqrt{12}}{24} = \frac{ج}{24}$$

هـب = ل ، ب و = ك

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

من تشابه المثلثين أب ج ، هـ ب و ل

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

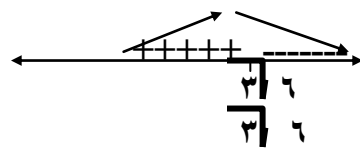
$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$



$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

$$\frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24} \text{ ومنها } \frac{ل}{ص} = \frac{3\sqrt{12}}{24}$$

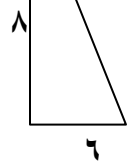
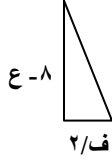
(ش ٢٠١٦)

جد حجم اكبر موشور (منشور) رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم.

الحل: نفرض ان طول القاعدة س والارتفاع ع

ف قطر قاعدة المنشور

$$ح = س \times س \times ع$$



$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ لكن } ف^2 = س^2 + س^2$$

$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ ومنها } \frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨}$$

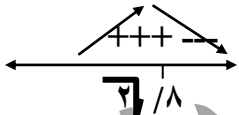
$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ ومنها } \frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨}$$

$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ ومنها } \frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨}$$

$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ ومنها } \frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨}$$

$$\frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨} \text{ ومنها } \frac{ع-٨}{٦} = \frac{ع}{٨}$$

يكون اكبر حجم عندما س =



بالتعويض في ح

$$\frac{3}{5} \times 12 = ح$$

ص ٢٠١٦

يقع رأسان من رؤوس
المستطيل المظلل في

الشكل الاتي على منحنى الاقتران

$$ق(س) = س^2 - ٦س + ٩$$

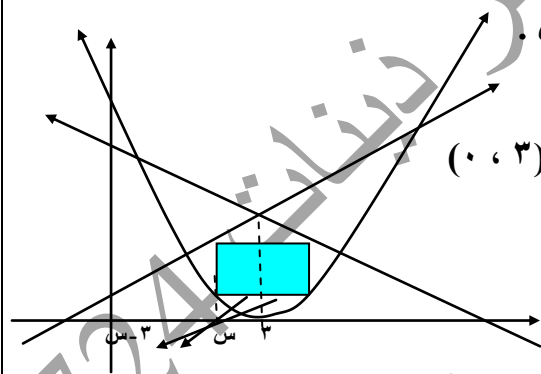
ورأساه الاخران على المستقيمين ص = ٢ + س

ص = ٨ - س، جد بعدي المستطيل اللذين يجعلان مساحته

اكبر ما يمكن .

الحل :

راس القطع (٣ ، ٠)



م = الطول × العرض

$$= (٢ - ٦) (س + ٢) (س^2 - ٦س + ٩)$$

$$= (٢ - ٦) (س - ٧) (س^2 - ٦س + ٩)$$

$$= ٧ - ٦س^2 + ٤٢س - ٤٢س^2 + ٤٢س^3 - ١٤س^3 + ١٤س^4 - ٧س^4$$

$$= ٢٠س^3 - ٥٦س^2 + ٤٢س - ٤٢س^3 + ٤٢س^4 - ٥٦س^4 + ٤٠س^4 - ٤٠س^5 + ٥٦س^5 - ٦س^5$$

$$م = ٤٠س^2 - ٥٦س + ٥٦$$

$$٦س^2 - ٤٠س + ٥٦ = ٠ ، بالقسمة على ٢$$

$$٣س^2 - ٢٠س + ٢٨ = ٠$$

$$(س - ٢) (٣س - ١٤) = ٠$$

ومنها س = ٢ ، س = ١٤ / ٣ مرفوضة

اكبر مساحة عندما س = ٢ ومنها ص = ٣



ص ٢٠١٧

رسم المثلث أ ب ج داخل نصف دائرة طول قطرها (٨) م

بحيث يقع الرأسان ب ، ج على

نهايتي قطر ، والرأس الاخر (أ)

يتحرك على منحنى نصف الدائرة

كما في الشكل المجاور ، فجد قياس

الزاوية (هـ) التي تجعل مساحة

المنطقة المظلة اصغر ما يمكن

الحل :

م = مساحة نصف الدائرة - مساحة المثلث

$$م = \frac{1}{2} \pi \times (٤)^2 - \frac{1}{2} \times س \times ص$$

$$\text{لكن جتا هـ} = \frac{ص}{٨} \text{ ومنها ص} = ٨ \text{ جتا هـ}$$

$$\text{جا هـ} = \frac{س}{٨} \text{ ومنها س} = ٨ \text{ جا هـ}$$

$$م = \pi \times ٨ - ٢ \times ٨ \text{ جا هـ جتا هـ}$$

$$٨ \times \pi - ١٦ \text{ جا هـ} = م$$

$$٠ = ١٦ \times ٢ \text{ جتا هـ} = ٠ \text{ ومنها جتا هـ} = ٠$$

$$٢ / \pi = هـ$$

$$٤ / \pi = هـ$$

$$٠ = ١٦ \times ٢ \times ٢ \text{ جا هـ} = ٠ \text{ ومنها هـ} = ٤ / \pi \text{ تكون}$$

المساحة اصغر ما يمكن

ناصر زينات 0788241724 ثانوية اربد
تطلب من مكتبة ايلاف - اربد