المشتقات العليا

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (المشتقات العليا) ماجستير رياضيات

❀ رموز المشتقة الأولى :

ق(س) ⇐ قَ(س) أو $\frac{د\,(ق(س))}{دس}$

ص ⇐ صَ أو $\frac{دص}{دس}$

❀ رموز المشتقة الثانية :

ق(س) ⇐ قً(س) أو $\frac{د\,(قَ(س))}{دس}$

ص ⇐ $\frac{د^2ص}{دس^2}$ أو صً

❀ المشتقة الثالثة

صً َ ، ق$^{(3)}$(س) ، $\frac{د^3ص}{دس^3}$ ، قً َ(س)

❀ المشتقة الرابعة

ق$^{(4)}$(س)

❀ المشتقة الخامسة

ق$^{(5)}$(س)

مثال

إذا كان ق(س) = ٤س^5 − ٢س^3 + ٦س^2 + ١

فجد قً(س) .

الحل :

قَ(س) = ٢٠س^4 − ٦س^2 + ١٢س

قً(س) = ٨٠س^3 − ١٢س + ١٢

قً َ(س) = ٢٤٠س^2 − ١٢

مثال

إذا كان ص = ٤س^3 − $\frac{7}{2}$س^2 − ٦س

فجد المشتقة الثانية .

الحل :

صَ = ١٢س^2 − ٧س − ٦

صً = ٢٤س − ٧

مثال

إذا كان ص = س^4 − ٣س$^{-5}$ جد المشتقة الثالثة .

الحل :

صَ = ٤س^3 + ١٥س$^{-6}$

صً = ١٢س^2 − ٩٠س$^{-7}$

صً َ = ٢٤س + ٦٣٠س$^{-8}$

مثال

إذا كان ص = أس^3 + ب س^2 + جـ س

فجد المشتقة الثالثة .

الحل :

صَ = ٣أس^2 + ٢ب س + جـ

صً = ٦أس + ٢ب

صً َ = ٦أ

مثال

إذا كان ق(س) = ٥س^3 − ٤س^2 + ٦س + ١

فجد قً(−١)

الحل :

Esam Shikh
0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (المشتقات العليا) ماجستير رياضيات

$ق'(س) = ١٥ س^{٢} - ٨ س + ٦$

$ق''(س) = ٣٠ س - ٨$

$ق''(-١) = -٣٠ - ٨ = -٣٨$

مثال

إذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٦ س$ فجد $ق'''(\pi)$

الحل:

$ق'(س) = ٢س - ٦$

$ق''(س) = ٢$

$ق'''(س) =$ صفر

$\Leftarrow ق'''(\pi) =$ صفر .

مثال

إذا كان $ق(س) = \frac{١}{٢٠} س^{٥} - \frac{١}{٣} س^{٣}$

فجد $ق''(-١)$.

الحل:

$ق'(س) = \frac{١}{٤} س^{٤} - س^{٢}$

$ق''(س) = س^{٣} - ٢س$

$ق''(-١) = -١ + ٢ = ١$

مثال

إذا كان $ص = \frac{س^{٢} + ١}{س}$ جد المشتقة الثانية .

الحل:

$ص = \frac{س^{٢}}{س} + \frac{١}{س}$

$ص = س + \frac{١}{س}$

$ص' = ١ - \frac{١}{س^{٢}}$

$ص'' = ٠ - \frac{-١ \times ٢س}{(س^{٢})^{٢}} = \frac{٢}{س^{٣}}$

مثال

إذا كان $ق(س) = (س^{٢} + ٤س)(س^{٣} + ١)$

فجد قيمة $ق'(-١) \times ق''(-١)$

الحل:

$ق(س) = س^{٥} + س^{٢} + ٤س^{٤} + ٤س$

$ق'(س) = ٥س^{٤} + ٢س + ١٦س^{٣} + ٤$

$ق''(س) = ٢٠س^{٣} + ٢ + ٤٨س^{٢}$

$ق'(-١) = ٥ - ٢ - ١٦ + ٤ = -٩$

$ق''(-١) = -٢٠ + ٢ + ٤٨ = ٣٠$

$\Leftarrow ق'(-١) \times ق''(-١) = -٩ \times ٣٠ = -٢٧٠$

مثال

إذا كان $ق(س) = \frac{١}{س}$ فجد $ق^{(٤)}(١)$

الحل:

$ق'(س) = \frac{-١}{س^{٢}}$

$ق''(س) = \frac{١ \times ٢س}{س^{٤}} = \frac{٢}{س^{٣}}$

$ق'''(س) = \frac{-٢ \times ٣س^{٢}}{س^{٦}} = \frac{-٦}{س^{٤}}$

$ق^{(٤)}(س) = \frac{٦ \times ٤س^{٣}}{س^{٨}} = \frac{٢٤}{س^{٥}}$

$ق^{(٤)}(١) = \frac{٢٤}{١} = ٢٤$

Esam Shikh
0796300625

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^2 ، & \text{س} \geq ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

① بين أن ق قابل للاشتقاق عند س = ٠
② اكتب قاعدة قَ(س) لقيم س الحقيقية
③ بين أن قً(٠) غير موجودة.

الحل:

① $\text{قَ}(\text{س}) = \begin{cases} ٢\text{س} ، & \text{س} > ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

نبحث اتصال ق عند س = ٠

ق(٠) = ٠

$\lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{ق}(\text{س}) = ٠$

$\lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{ق}(\text{س}) = ٠$

⇐ $\lim_{\text{س} \to ٠} \text{ق}(\text{س}) = ٠ = \text{ق}(٠)$

⇐ ق متصل عند س = صفر

نبحث اشتقاق ق عند س = ٠

قَ(٠⁺) = صفر ، قَ(٠⁻) = صفر

⇐ قَ(٠) = صفر موجودة

② ⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = \begin{cases} ٢\text{س} ، & \text{س} \geq ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

③ نبحث اتصال قَ عند س = ٠

قَ(٠) = ٠

$\lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{قَ}(\text{س}) = ٠$

$\lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{قَ}(\text{س}) = ٠$

⇐ $\lim_{\text{س} \to ٠} \text{قَ}(\text{س}) = ٠ = \text{قَ}(٠)$

⇐ قَ(س) متصل عند س = ٠

$\text{قً}(\text{س}) = \begin{cases} ٢ ، & \text{س} > ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

نبحث اشتقاق قَ عند س = ٠

$\text{قً}(٠^+) = ٢$ ، $\text{قً}(٠^-) = ٠$

⇐ قً(٠) غير موجودة.

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^3 ، & \text{س} \geq ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

① بين أن قَ(٠) ، قً(٠) موجودة
② اكتب قاعدة قَ(س) ، قً(س) لقيم س الحقيقية
③ بين أن قً(٠) غير موجودة.

الحل:

① $\text{قَ}(\text{س}) = \begin{cases} ٣\text{س}^2 ، & \text{س} > ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

نبحث اتصال ق عند س = ٠

ق(٠) = ٠

$\lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{ق}(\text{س}) = ٠$

$\lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{ق}(\text{س}) = ٠$

$\lim_{\text{س} \to ٠} \text{ق}(\text{س}) = ٠ = \text{ق}(٠)$

⇐ ق متصل عند س = ٠

نبحث اشتقاق ق عند س = ٠

$\text{قَ}(٠^+) = ٠$ ، $\text{قَ}(٠^-) = ٠$

قَ(٠) = ٠ (موجودة)

⇐ $\text{قَ}(\text{س}) = \begin{cases} ٣\text{س}^2 ، & \text{س} \geq ٠ \\ ٠ ، & \text{س} < ٠ \end{cases}$

$$ق''(س) = \begin{cases} ٦س & س > ٠ \\ ٠ & س < ٠ \end{cases}$$

نبحث اتصال ق'' عند س = ٠

ق''(٠) = ٠

$\lim_{س \to ٠^+}$ ق''(س) = ٠

$\lim_{س \to ٠^-}$ ق''(س) = ٠

⇐ $\lim_{س \to ٠}$ ق''(س) = ٠ = ق''(٠)

⇐ ق'' متصل عند س = ٠

نبحث اشتقاق ق'' عند س = ٠

ق'''₊(٠) = ٠ ق'''₋(٠) = ٠

⇐ ق'''(٠) = ٠ (موجودة)

⇐

$$ق'''(س) = \begin{cases} ٦س & س \geq ٠ \\ ٠ & س < ٠ \end{cases}$$

③

$$ق'''(س) = \begin{cases} ٦ & س > ٠ \\ ٠ & س < ٠ \end{cases}$$

نبحث اتصال ق''' عند س = ٠

ق'''(٠) = ٠

$\lim_{س \to ٠^+}$ ق'''(س) = ٠

$\lim_{س \to ٠^-}$ ق'''(س) = ٠

⇐ $\lim_{س \to ٠}$ ق'''(س) = ٠ = ق'''(٠)

⇐ ق'''(س) متصل عند س = ٠

نبحث اشتقاق ق''' عند س = ٠

ق''''₊(٠) = ٦ ، ق''''₋(٠) = ٠

⇐ ق''''(٠) غير موجودة

$$ق''''(س) = \begin{cases} ٦ & س > ٠ \\ ٠ & س < ٠ \\ \text{غيرموجودة} & س = ٠ \end{cases}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل)	عصام محمد الشيخ)
الفصل (الأول) العنوان (المشتقات العليا)	ماجستير رياضيات)

مثال

إذا كان $\text{ص} = |\text{س}|(\text{س}^2 + \text{س})$ جد المشتقة الثانية.

الحل:

$$\text{ص} = \begin{cases} \text{س}^3 + \text{س}^2 & \text{س} \geq 0 \\ -\text{س}^3 - \text{س}^2 & \text{س} < 0 \end{cases}$$

$$\text{ص}' = \begin{cases} 3\text{س}^2 + 2\text{س} & \text{س} > 0 \\ -3\text{س}^2 - 2\text{س} & \text{س} < 0 \end{cases}$$

نبحث اتصال ص عند صفر

$\text{ص}'\downarrow_{\text{س}=0} = 0 + 0 = 0$

$\lim_{\text{س} \to 0^+} \text{ص}' = 0 + 0 = 0$

$\lim_{\text{س} \to 0^-} \text{ص}' = -0 - 0 = 0$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to 0} \text{ص}' = 0 = \text{ص}'\downarrow_{\text{س}=0}$

$\Leftarrow$ ص متصل عند $\text{س} = 0$

نبحث اشتقاق ص عند $\text{س} = 0$

$\text{ص}''\downarrow^{+}_{\text{س}=0} = 0 + 0 = 0$

$\text{ص}''\downarrow^{-}_{\text{س}=0} = -0 - 0 = 0$

$\Leftarrow \text{ص}''\downarrow_{\text{س}=0} = 0$ موجودة

$$\Leftarrow \text{ص}' = \begin{cases} 3\text{س}^2 + 2\text{س} & \text{س} \geq 0 \\ -3\text{س}^2 - 2\text{س} & \text{س} < 0 \end{cases}$$

الآن

$$\text{ص}'' = \begin{cases} 6\text{س} + 2 & \text{س} > 0 \\ -6\text{س} - 2 & \text{س} < 0 \end{cases}$$

نبحث اتصال ص' عند $\text{س} = 0$

$\text{ص}'\downarrow_{\text{س}=0} = 0 + 0 = 0$

$\lim_{\text{س} \to 0^+} \text{ص}' = 0$

$\lim_{\text{س} \to 0^-} \text{ص}' = 0$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to 0} \text{ص}' = 0 = \text{ص}'\downarrow_{\text{س}=0}$

$\Leftarrow$ ص' متصل عند $\text{س} = 0$

نبحث اشتقاق ص' عند $\text{س} = 0$

$\text{ص}''\downarrow^{+}_{\text{س}=0} = 0 + 2 = 2$

$\text{ص}''\downarrow^{-}_{\text{س}=0} = 0 - 2 = -2$

$\Leftarrow \text{ص}''\downarrow_{\text{س}=0}$ غير موجودة.

$$\Leftarrow \text{ص}'' = \begin{cases} 6\text{س} + 2 & \text{س} > 0 \\ -6\text{س} - 2 & \text{س} < 0 \\ \text{غير موجودة} & \text{س} = 0 \end{cases}$$

Esam Shikh
0796300625

مثال

إذا كان كل من ل ، ل' ، ل'' قابلاً للاشتقاق عند س وكان ق(س) = س² ل(س)

فجد

① ق''(س) ② ق'''(س)

الحل:

ق'(س) = س² ل'(س) + ل(س) × ٢س

①

ق''(س) = س² ل''(س) + ل'(س) × ٢س

+ ل(س) × ٢ + ٢س × ل'(س)

= س² ل''(س) + ٤س ل'(س) + ٢ل(س)

②

ق'''(س) = س² ل'''(س) + ل''(س) × ٢س

+ ٤س × ل''(س) + ل'(س) × ٤

+ ٢ ل'(س)

= س² ل'''(س) + ٦س ل''(س) + ٦ ل'(س)

⑥ ايجاد ثابت :

مثال

إذا كان $ق(س) = س^ن$ وكان $ق'''(س) = ٢٤ س^{ن-٣}$ فجد قيمة ن

الحل :

$ق(س) = س^ن$

$ق'(س) = ن س^{ن-١}$

$ق''(س) = ن (ن-١) س^{ن-٢}$

$ق'''(س) = ن (ن-١) (ن-٢) س^{ن-٣}$

$\Leftarrow ٢٤ س^{ن-٣} = ن (ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣}$

$٢٤ = ن (ن-١)(ن-٢)$

$\Leftarrow ن = ٤$

٢٠١٣ صيفي

إذا كان $ق(س) = س^ن$ حيث ن عدد طبيعي وكانت $ق'''(س) = ١٢٠ س^{ن-٣}$ فما قيمة ن

أ) ١٠ ب) ٧ $\boxed{\text{ج) ٦}}$ د) ٥

الحل :

$ق(س) = س^ن$

$ق'(س) = ن س^{ن-١}$

$ق''(س) = ن (ن-١) س^{ن-٢}$

$ق'''(س) = ن (ن-١) (ن-٢) س^{ن-٣}$

$\Leftarrow ١٢٠ س^{ن-٣} = ن (ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣}$

$١٢٠ = ن (ن-١)(ن-٢)$

$\Leftarrow ن = ٦$

Esam Shikh
0796300625

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{1}{10}$ س$^{\text{ن}}$ وكان ق‴(س) = أ س^{2} ، فجد قيمة أ .

الحل:

ق(س) = $\frac{1}{10}$ س$^{\text{ن}}$

ق′(س) = $\frac{\text{ن}}{10}$ س$^{\text{ن}-1}$

ق″(س) = $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{10}$ س$^{\text{ن}-2}$

ق‴(س) = $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{10}$ س$^{\text{ن}-3}$

⇐ أ س^{2} = $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{10}$ س$^{\text{ن}-3}$

⇐ ٢ = ن − ٣ ⇐ ن = ٥

⇐ أ = $\frac{5\times4\times3}{10}$

أ = $\frac{60}{10}$ ⇐ أ = ٦

٢٠١٦ صيفي

إذا كان ق(س) = $\frac{1}{4}$ س$^{\text{ن}}$ ، ن ∈ ح
وكان
ق$^{(4)}$(س) = (أ + ١) س^{3} فجد قيمة أ .

الحل:

ق′(س) = $\frac{1}{4}$ ن س$^{\text{ن}-1}$

ق″(س) = $\frac{1}{4}$ ن (ن−١) س$^{\text{ن}-2}$

ق‴(س) = $\frac{1}{4}$ ن (ن−١) (ن−٢) س$^{\text{ن}-3}$

ق$^{(4)}$(س) = $\frac{1}{4}$ ن (ن−١)(ن−٢)(ن−٣) س$^{\text{ن}-4}$

= أ س^{3}

⇐ ن − ٤ = ٣ ⇐ ن = ٧

⇐ أ+١ = $\frac{1}{\cancel{4}}$ × ٧ × ٦ × ٥ × $\cancel{4}$

أ+١ = ٤٢ × ٥

أ+١ = ٢١٠ ⇐ أ = ٢٠٩

مثال + ٢٠١١ صيفي

إذا كان ق(س) = س$^{\text{ن}}$ ، ن عدد صحيح موجب وكان ق$^{(3)}$(س) = أ س فجد قيمة أ

أ) ٤ ب) ١٢ $\boxed{\text{ج) ٢٤}}$ د) ١

الحل:

ق′(س) = ن س$^{\text{ن}-1}$

ق″(س) = ن (ن−١) س$^{\text{ن}-2}$

ق‴(س) = ن (ن−١)(ن−٢) س$^{\text{ن}-3}$

⇐ أ س = ن (ن−١)(ن−٢) س$^{\text{ن}-3}$

⇐ ١ = ن − ٣ ⇐ ن = ٤

⇐ أ = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

٢٠١٨ شتوي قديم

إذا كان ق(س) = $\frac{1}{\text{أ}}$ س$^{\text{ن}}$ وكان ق‴(س) = ٥س^{2}
فإن قيمة أ تساوي

أ) −٥ ب) ٥ $\boxed{\text{ج) ١٢}}$ د) −١٢

الحل:

ق′(س) = $\frac{\text{ن}}{\text{أ}}$ س$^{\text{ن}-1}$

ق″(س) = $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)}{\text{أ}}$ س$^{\text{ن}-2}$

ق‴(س) = $\frac{\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2)}{\text{أ}}$ س$^{\text{ن}-3}$

= ٥ س^{2}

ن − ٣ = ٢ ⇐ ن = ٥

⇐ ٥ = $\frac{5\times4\times3}{\text{أ}}$ ⇐ ١ = $\frac{12}{\text{أ}}$ ⇐ أ = ١٢

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{م}\,\text{س}^{٤} + \frac{١٦}{\text{س}}$ ، م ثابت
وكان $\text{ق}'''(٢) = ٩٠$ جد قيمة الثابت م

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = ٤\text{م}\,\text{س}^{٣} - \frac{١٦}{\text{س}^{٢}}$$

$$\text{ق}''(\text{س}) = ١٢\text{م}\,\text{س}^{٢} - \frac{-١٦\times ٢\text{س}}{\text{س}^{٤}}$$

$$= ١٢\text{م}\,\text{س}^{٢} + \frac{٣٢}{\text{س}^{٣}}$$

$$\text{ق}'''(\text{س}) = ٢٤\text{م}\,\text{س} - \frac{٣٢\times ٣\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٦}}$$

$$= ٢٤\text{م}\,\text{س} - \frac{٩٦}{\text{س}^{٤}}$$

$$\text{ق}'''(٢) = ٤٨\text{م} - \frac{٩٦}{١٦}$$

$$٩٠ = ٤٨\text{م} - ٦$$

$$٩٦ = ٤٨\text{م} \Leftarrow \text{م} = ٢$$

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = ٨\text{س} - ٤(\text{م}-٣)\,\text{س}^{٢}$
جد قيم م التي تجعل $\text{ق}''(\text{س}) < \text{صفر}$

الحل:

$$\text{ق}'(\text{س}) = ٨ - ٨(\text{م}-٣)\,\text{س}$$

$$\text{ق}''(\text{س}) = -٨(\text{م}-٣)$$

$$-٨(\text{م}-٣) < \text{صفر}$$

$$\text{م}-٣ > \text{صفر}$$

$$\text{م} > ٣$$

$$\Leftarrow \text{م} \in (٣، \infty)$$

Esam Shikh
0796300625

مثال

جد قاعدة الاقتران ق كثير الحدود من الدرجة الثانية الذي فيه
ق(١) = ٣ ، قَ(١) = -٢ ، قً(١) = ٤

الحل:

ق(س) = أ س٢ + ب س + جـ

قَ(س) = ٢ أ س + ب

قً(س) = ٢ أ

قً(١) = ٤ ⇐
٤ = ٢ أ ⟵ أ = ٢

قَ(س) = ٤ س + ب
قَ(١) = -٢
-٢ = ٤ + ب ⇐ ب = -٦

ق(س) = ٢ س٢ - ٦ س + جـ
ق(١) = ٣
٣ = ٢ - ٦ + جـ
٣ = -٤ + جـ ⇐ جـ = ٧

⇐
ق(س) = ٢ س٢ - ٦ س + ٧

مثال

إذا كان $\text{ص} = \frac{\text{٢}}{\text{س}}$ ، $\text{س} \neq \text{٠}$

أثبت أن $\text{ص}'' = \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{ص}^{\text{٣}}$

الحل:

$$\text{ص}' = \frac{-\text{٢}}{\text{س}^{\text{٢}}}$$

$$\text{ص}'' = \frac{-\text{٢} \times -\text{٢س}}{\text{س}^{\text{٤}}} = \frac{\text{٤}}{\text{س}^{\text{٣}}}$$

$$\text{لكن } \text{ص}^{\text{٣}} = \left(\frac{\text{٢}}{\text{س}}\right)^{\text{٣}} = \frac{\text{٨}}{\text{س}^{\text{٣}}}$$

$$\Leftarrow \text{ص}'' = \frac{\text{٢} \times \text{٤}}{\text{٢} \times \text{س}^{\text{٣}}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} \times \frac{\text{٨}}{\text{س}^{\text{٣}}}$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{ص}^{\text{٣}}$$

مثال

إذا كان ل ، هـ قابل للاشتقاق مرتين

أثبت أن

$$(\text{ل} \times \text{هـ})''(\text{س}) = (\text{ل}'' \times \text{هـ})(\text{س}) + \text{٢}(\text{ل}' \times \text{هـ}')(\text{س}) + (\text{ل} \times \text{هـ}'')(\text{س}) \text{ .}$$

الحل:

$$(\text{ل} \times \text{هـ})'(\text{س}) = \text{ل(س)} \times \text{هـ}'(\text{س}) + \text{هـ(س)} \times \text{ل}'(\text{س})$$

$$(\text{ل} \times \text{هـ})''(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{هـ}''(\text{س}) + \text{هـ}'(\text{س})\,\text{ل}'(\text{س}) + \text{هـ(س)}\,\text{ل}''(\text{س}) + \text{ل}'(\text{س})\,\text{هـ}'(\text{س})$$

$$= \text{ل(س)}\,\text{هـ}''(\text{س}) + \text{٢}\,\text{ل}'(\text{س})\,\text{هـ}'(\text{س}) + \text{هـ(س)}\,\text{ل}''(\text{س})$$

وهو المطلوب .

مثال

إذا كان ل ، هـ قابلين للاشتقاق مرتين فأثبت أن

$$\frac{\text{د}}{\text{دس}}\left(\text{ل(س)}\,\text{هـ}'(\text{س}) - \text{ل}'(\text{س})\,\text{هـ(س)}\right) = \text{ل(س)}\,\text{هـ}''(\text{س}) - \text{ل}''(\text{س})\,\text{هـ(س)} \text{ .}$$

الحل:

$$\left(\text{ل(س)}\,\text{هـ}'(\text{س}) - \text{ل}'(\text{س})\,\text{هـ(س)}\right)' =$$

$$\text{ل(س)}\,\text{هـ}''(\text{س}) + \cancel{\text{هـ}'(\text{س})\,\text{ل}'(\text{س})}$$

$$- \left(\cancel{\text{ل}'(\text{س})\,\text{هـ}'(\text{س})} + \text{هـ(س)}\,\text{ل}''(\text{س})\right)$$

$$= \text{ل(س)}\,\text{هـ}''(\text{س}) - \text{هـ(س)}\,\text{ل}''(\text{س}) \text{ .}$$

مثال

إذا كان ل ، م ، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان

$$\text{هـ(س)} = \text{ل(س)} \times \text{م(س)}$$

وكان $\text{ل}'(\text{س})\,\text{م}'(\text{س}) = \text{جـ}$ (جـ عدد ثابت)

أثبت أن

$$\text{هـ}'''(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{م}'''(\text{س}) + \text{م(س)}\,\text{ل}'''(\text{س})$$

الحل:

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{م}'(\text{س}) + \text{م(س)}\,\text{ل}'(\text{س})$$

$$\text{هـ}''(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{م}''(\text{س}) + \text{م}'(\text{س})\,\text{ل}'(\text{س}) + \text{م(س)}\,\text{ل}''(\text{س}) + \text{ل}'(\text{س})\,\text{م}'(\text{س})$$

$$\Leftarrow \text{هـ}''(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{م}''(\text{س}) + \text{م(س)}\,\text{ل}''(\text{س}) + \text{٢ جـ}$$

$$\text{هـ}'''(\text{س}) = \text{ل(س)}\,\text{م}'''(\text{س}) + \text{م}''\,\text{ل}'(\text{س}) + \text{م(س)}\,\text{ل}'''(\text{س}) + \text{ل}''(\text{س})\,\text{م}'(\text{س})$$

Esam Shikh

0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (التفاضل) عصام محمد الشيخ

الفصل (الأول) العنوان (المشتقات العليا) ماجستير رياضيات

من المعطيات جد ق'(س) ثم جد ق''(س)

$$ق'(س) = \frac{جـ}{ل'(س)}$$

$$ق''(س) = \frac{-جـ \times ل''(س)}{(ل'(س))^2}$$

⇐

$$ه'''(س) = ل(س)\, ق'''(س) - \frac{جـ\, \cancel{ل''(س)}}{\cancel{(ل'(س))^2}}\, ل'(س)$$

$$+\ م(س)\, ل'''(س) + \cancel{ل''(س)} \times \frac{جـ}{\cancel{ل'(س)}}$$

⇐

$$ه'''(س) = ل(س)\, ق'''(س) + م(س)\, ل'''(س)$$

Esam Shikh
0796300625