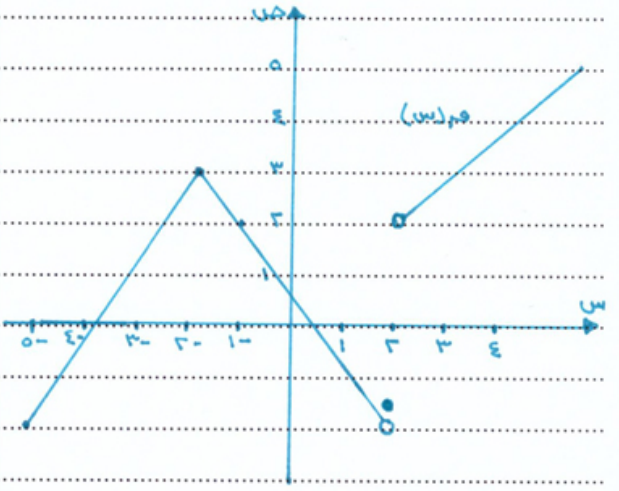
أسئلة الوحدة

رياضيات (الأدبي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (أسئلة الوحدة) ماجستير رياضيات

السؤال الأول:



اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ق(٢)

ب) $\lim_{س \to -١} ق(س)$

جـ) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

د) قيم س التي يكون عندها منحنى الاقتران ق غير متصل

هـ) $\lim_{س \to ٠} (ق(س))^{٢} - س + ٢)$

الحل:

أ) ق(٢) = ١,٥

ب) $\lim_{س \to -١} ق(س) = ٣$

جـ) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ = غير موجودة

د) س = {٣}

هـ) $(\lim_{س \to ٠} ق(س))^{٢} - \lim_{س \to ٠} س + \lim_{س \to ٠} ٢$

$= (\frac{١}{٢})^{٢} - ٠ + ٢$

$= \frac{١}{٤} + ٢ = \frac{١}{٤} + \frac{٨}{٤} = \frac{٩}{٤}$

السؤال الثاني:

إذا كانت $\lim_{س \to ١} (ق(س))^{٣} + ٢ = ٢٩$

$\lim_{س \to ١} هـ(س) = -٣$ ، فجد قيمة كل مما يأتي

أ) $\lim_{س \to ١} (ق(س) + ٢ هـ(س) + س)$

ب) $\lim_{س \to ١} (ق(س) \times هـ(س))$

الحل:

$(\lim_{س \to ١} ق(س))^{٣} = ٢٧$

$\lim_{س \to ١} ق(س) = ٣$

أ) $\lim_{س \to ١} ق(س) + ٢ \lim_{س \to ١} هـ(س) + \lim_{س \to ١} س$

$٣ + ٢ \times -٣ + ١$

$٣ - ٦ + ١ = -٢$

ب)

$\lim_{س \to ١} ق(س) \times \lim_{س \to ١} هـ(س)$

٣×-٣

$= -٩$

السؤال الثالث

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢ب س^{٢} + ب & س > ١ \\ ٧ & س = ١ \\ س^{٢} - ٤ب - ٦ & س < ١ \end{cases}$

وكان الاقترانان ق ، م متصلاً عندما س = ١

فجد قيمة كل من الثابتين ب ، ب

الحل:

م متصل عند س = ١ ⇐

$م(١) = \lim_{س \to ١^{+}} م(س)$

$٧ = ١ - ٤ب - ٦$

$٧ = -٥ - ٤ب$

$١٢ = -٤ب \Leftarrow$ **ب = -٣**

ق متصل عند س = ١ ⇐

$ق(١) = \lim_{س \to ١^{-}} ق(س)$

$٧ = ٢ب - ٣$

$١٠ = ٢ب \Leftarrow$ **ب = ٥**

السؤال الرابع:

أ) جد $\lim_{س \to -١} \frac{س + ١}{س^{٣} + ١}$

الحل:

$\frac{-١ + ١}{(-١)^{٣} + ١} = \frac{صفر}{٢} = صفر$

ب) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} - ٥س}{٣س - ١٠}$

الحل:

$\lim_{س \to ٥} \frac{س(س - ٥)}{٢(س - ٥)} = \frac{٥}{٢}$

جـ) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{١٢ - ٣س^{٣}}$

الحل:

$\frac{١ - ٢ + ١}{١٢ - ٣} = \frac{٠}{٩} = صفر$

د) جد $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$

الحل:

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(س - ٣)}$

$= ٩ + ٩ + ٩ = ١٢$

هـ) جد $\lim_{س \to ٤} \frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٤}}{س^{٣} - ٨}$

الحل:

$\lim_{س \to ٤} \frac{١ \times ٢ - ١(س - ٢)}{(س - ٢)} \times \frac{١}{٢(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{٢ - س + ٢}{(س - ٢)} \times \frac{١}{٢(س - ٤)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{-(٤ - س)}{(س - ٢)} \times \frac{١}{٢(س - ٤)}$

$= \frac{-١}{٢ \times ٢} = -\frac{١}{٤}$

و) جد $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٣س+٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩}$

الحل:

$$\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٣س+٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩} \times \frac{\sqrt{٣س+٤} + ٥}{\sqrt{٣س+٤} + ٥}$$

$$\lim_{س \to ٧} \frac{٣س+٤ - ٢٥}{(س-٧)(س+٧)(\sqrt{٣س+٤} + ٥)}$$

$$\lim_{س \to ٧} \frac{٣س - ٢١}{(س-٧)(س+٧)(\sqrt{٣س+٤} + ٥)}$$

$$\lim_{س \to ٧} \frac{٣(س-٧)}{(س-٧)(س+٧)(\sqrt{٣س+٤} + ٥)}$$

$$= \frac{٣}{١٤ \times ١٠} = \frac{٣}{١٤٠}$$

السؤال الخامس:

إذا كان $ه(س) = س^٣ + ٥س$

$$ه(س) = \begin{cases} ٥س + ٤ & س \geq ١ \\ ٨ + س^٢ & س < ١ \end{cases}$$

وكان $ل(س) = (ه + ه)(س)$ فابحث اتصال الاقتران ل عندما $س = ١$

الحل:

$$ل(س) = \begin{cases} (س^٣ + ٥س) + (٥س + ٤) & س \geq ١ \\ (س^٣ + ٥س) + (٨ + س^٢) & س < ١ \end{cases}$$

$ل(١) = (١ + ٥) + (٥ + ٤)$

$= ٦ + ٩ = ١٥$

$\lim_{س \to ١^+} ل(س) = ١٥$

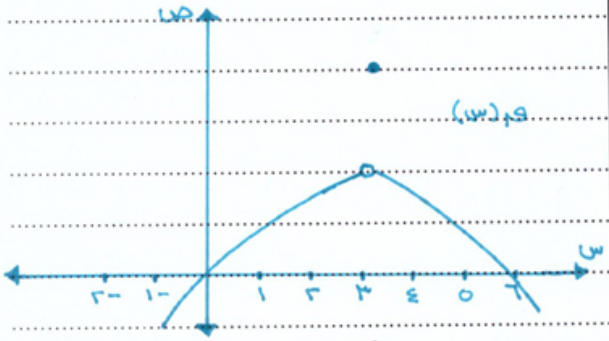
$\lim_{س \to ١^-} ل(س) = (١ + ٥) + (٨ + ١)$

$= ٦ + ٩ = ١٥$

$\lim_{س \to ١} ل(س) = ١٥ = ل(١)$

$\therefore$ ل متصل عند $س = ١$

السؤال السادس:



اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ه ابحث اتصال الاقتران ه عندما $س = ٣$

الحل:

$ه(٣) = ٤$

$\lim_{س \to ٣^+} ه(س) = ٢$

$\lim_{س \to ٣^-} ه(س) = ٢$

$\therefore \lim_{س \to ٣} ه(س) = ٢$

لكن

$\lim_{س \to ٣} ه(س) \neq ه(٣)$

$\therefore$ ه غير متصل عند $س = ٣$

رياضيات (الأدبي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (أسئلة الوحدة) ماجستير رياضيات

السؤال السابع :

إذا كان كل من الاقترانين ق ، هـ متصلاً عندما س = ٥ وكان هـ(٥) = ٤

نهـا $\frac{ق(س)+س}{٢ هـ(س)}$ = ١ فجد ق(٥)

س←٥

الحل :

$$\frac{\text{نهـا } ق(س) + \text{نهـا } س}{٢ \text{ نهـا } هـ(س)} = ١$$

س←٥ س←٥ س←٥

$$\frac{ق(٥) + ٥}{٢ هـ(٥)} = ١$$

$$\frac{ق(٥) + ٥}{٤ \times ٢} = ١$$

$$\frac{ق(٥) + ٥}{١٢} = ١$$ ضرب تبادلي

ق(٥) + ٥ = ١٢ ⇐ ق(٥) = ٧

السؤال الثامن :

إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س}$ + $\frac{س-٣}{س^٢-٣س}$

فما قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلاً ؟

الحل :

س = ٠

$س^٢ - ٣س = س(س-٣)$

⇐ س = ٠ ، س = ٣

⇐ س = {٠ ، ٣}

السؤال التاسع :

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيح

① إذا كان م عدداً ثابتاً وكان نهـا (م $س^٢$ - ٤س + ٥) = ٥ فإن قيمة م

س←١

هي

أ) ١ ب) -١ ج) ٤ د) -٤

الحل :

م × ١ - ٤ + ٥ = ٥

م - ٤ = صفر ⇐ م = ٤

② نهـا $(س^٢-٤)^٣$ تساوي

س←-١

أ) -١٢٥ ب) -٢٧ ج) ١٢٥ د) ٢٧

الحل :

$(١-٤)^٣ = (-٣)^٣ = -٢٧$ $(-١^٢-٤)^٣$

③ إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢-٢٥}{س^٢-٣س+٢}$ فإن

قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلاً هي

أ) {٥ ، ٤} ب) {-٥ ، ٥} ج) {١ ، ٢} د) {-١ ، ٢}

الحل :

$س^٢-٣س+٢ = (س-٢)(س-١)$

⇐ س = ٢ ، ١

④ إذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س-١ & س>٢ \\ ٣ & س=٢ \\ س^٢ & س<٢ \end{cases}$

فإن $\text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, هـ(س) =$

أ) ٣ ب) ٤ ج) ١ د) غير موجودة

الحل:

$\text{نها}_{س \leftarrow ٣^-} \, هـ(س) = ٢ - ١ = ١$

$\text{نها}_{س \leftarrow ٣^+} \, هـ(س) = ٢^٢ = ٤$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, هـ(س)$ غير موجودة.

---

⑤ اذا كانت $\text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, (٣ هـ(س)) = ٩$

فإن قيمة $\text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, (هـ(س))^٢$:

أ) ٩ ب) ٨١ ج) ٢٧ د) ٣

الحل:

$\text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, هـ(س) = ٣$

$\therefore \text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, (هـ(س))^٢$

$= (\text{نها}_{س \leftarrow ٣} \, هـ(س))^٢ = ٣^٢ = ٩$