

## معدل التغير :

(١) مقدار التغير في (س) :

هو الفرق بين قيمتي (س)

$$\text{القانون : } \Delta س = س_٢ - س_١$$

بحيث :

س<sub>١</sub> ← القيمة الاولىس<sub>٢</sub> ← القيمة الثانية

## اشكافها :

(١) من (س<sub>١</sub>) الى (س<sub>٢</sub>)(٢) [س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub>](٣) (س<sub>١</sub> ، ص<sub>١</sub>) ، (س<sub>٢</sub> ، ص<sub>٢</sub>)

## حالة خاصة :

اذا اعطاك (Δس) مع (س<sub>١</sub>) او (س<sub>٢</sub>) نفرط

$$\Delta س = س_٢ - س_١$$

(٢) مقدار التغير في الاقتران :

مقدار التغير في (ص) :

مقدار التغير في و (س) :

$$\text{القانون : } \Delta ص = و(س_٢) - و(س_١)$$

$$\text{او } \Delta ص = ص_٢ - ص_١$$

(٣) معدل التغير للاقتران و (س)

ميل القاطع (معدل التغير)

السرعة المتوسطة ← ع ← م / ت

التسارع المتوسط ← ع ← م / ت<sup>٢</sup>

$$\text{القانون : } \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{و(س_٢) - و(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

## امثلت على مقدار التغير في (Δس)

(١) جد مقدار التغير في (س) اذا تغيرت (س) من (٥)

الى (٧)

الحل :

(٢) جد مقدار التغير في (س) اذا كان

و (س) = س<sup>٢</sup> - ١ وتغيرت (س) من (٢) الى

(٣)

الحل :

(٣) جد مقدار التغير في (س) اذا تغيرت (س) من (٥)

الى (٣ -)

الحل :

(٤) جد (Δس) اذا تغيرت (س) من (٢ -) الى

(٥ -)

الحل :

(٥) جد مقدار التغير في (س) اذا تغيرت (س) من

(٤, ٩) الى (٧, ٥)

الحل :

(٢) اذا كان  $s = 1 - 2$  وكانت

الحل :

(٦) اذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٧) وكانت

الحل :

(٣) اذا كان  $s = 2$  وكانت

الحل :

(٧) اذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٧) وكانت

الحل :

(٤) جد  $(\Delta s)$  اذا تغيرت (س) من  $(-2)$  الى  $(-5)$

الحل :

(٨) اذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٩) وكانت

الحل :

(٩) اذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٨) وكانت

الحل :

(٥) اذا كانت  $s = 1 - 3$  ، فجد مقدار التغير في الاقتران عندما تتغير (س) من (٢) الى (٣)

الحل :

**امثلت على مقدار التغير في الاقتران  $s$**

(١) اذا كان  $s = 2 + 3$  وتغيرت (س) من (٣) الى (٥) ، فجد مقدار التغير في  $s$

الحل :

(٢) اذا كان  $w = 2s + 3$  ، فجد معدل التغير  
للاقتران عندما تتغير (س) من (٢-) الى (٣-)

الحل :

(٦) اذا علمت ان مقدار التغير في الاقتران  $w = 20$   
عندما تتغير (س) من (١) الى (٦) وكانت  
 $w = 7$  ، اوجد  $w = 6$

الحل :

(٣) اذا كان  $w = 3s - 5$  ، فجد معدل التغير  
للاقتران عندما تتغير (س) من (٢) الى (٧)

الحل :

(٧) اذا علمت ان مقدار التغير في الاقتران  $w = 18$   
عندما تتغير (س) من (٢) الى (٤) وكانت  
 $w = 5$  ، اوجد  $w = 2$

الحل :

(٤) اذا كان  $w = s + 1$  ، فجد معدل التغير في  
 $w$  (س) عندما تتغير (س) من (١) الى (٣)

الحل :

امثلة على متوسط التغير في الاقتران  $\frac{\Delta w}{\Delta s}$   
(١) اذا كان  $w = 2s - 1$  ، فجد معدل التغير في  
 $w$  (س) عندما تتغير (س) من (٢) الى (٥)

الحل :

٨) اذا علمت ان معدل التغير في  $w$  (س) =  $4$  عندما تتغير (س) من (١) الى (٣) وكان  $w = 3$  ، فجد  $w$  (٣)

الحل :

٥) اذا كان  $w$  (س) =  $\sqrt{2s}$  ، فجد معدل التغير في  $w$  (س) عندما تتغير (س) من (٢) الى (٨)

الحل :

٩) اذا كان  $w$  (س) =  $s^2 - 1$  وكانت  $s = 1$  ،  $\Delta s = 3$  ، فجد معدل التغير للاقتران  $w$  (س)

الحل :

٦) اذا كان  $w$  (س) =  $5 - s^2$  ، فجد معدل التغير للاقتران  $w$  (س) عندما تتغير (س) من (١) الى (٣)

الحل :

١٠) اذا كان معدل التغير للاقتران  $w$  (س) يساوي (٥) وكانت (س) تتغير من (٣) الى (٥) وكانت  $w = 8$  ، فجد  $w$  (٣)

الحل :

٧) اذا كان  $w$  (س) =  $3$  ، فجد معدل التغير عندما تتغير (س) من (١) الى (٤)

الحل :

١٤) اذا كان متوسط التغير  $٥$  (س) عندما تتغير (س) من (٢) الى (٥) يساوي (١١) وكان  $٥ = (س) + ٢س$  ، جد معدل التغير في الاقتران  $٥$  (س) عندما تتغير (س) من (٢) الى (٥)

الحل :

١١) اذا كان معدل التغير للاقتران  $٥$  (س) وكانت  $٣ = (س)$  وكانت (س) تتغير من (٢) الى (٤) وكانت  $٧ = (٢)$  فجد  $٥$  (٤)

الحل :

١٢) اذا كان مقدار التغير في الاقتران  $٥$  (س) =  $٤$  على الفترة [٦،٣] وكان  $٥ = (٦)$  ، فجد  $٥$  (٣)

الحل :

١٥) اذا كان معدل التغير في الاقتران  $٥$  (س) في الفترة [٣،١-] يساوي (٧) وكان  $٥ = (س) + ٢س$  ، فجد متوسط التغير في  $٥$  (س) في الفترة [٣،١-]

الحل :

١٣) اذا كان مقدار التغير في الاقتران  $٥$  (س) =  $٨$  على الفترة [٦،٣] وكان  $٥ = (٣)$  ، فجد  $٥$  (٦)

الحل :

(١٩) اذا كان متوسط التغير في الفترة [٤،٢] يساوي (٥) وكانت هـ (س) = ٣ وهـ (س) - س<sup>٢</sup> ، فجد معدل تغير هـ (س) في الفترة [٤،٢]

الحل :

(١٦) اذا كان وهـ (س) =  $\left. \begin{array}{l} ٤ \geq س \geq ٢ ، س٢ \\ ٦ \geq س \geq ٤ ، س - ١ \end{array} \right\}$  فجد معدل التغير في الاقتران وهـ (س) عندما تتغير (س) من (٣) الى (٦)

الحل :

(٢٠) اذا كان وهـ (س) =  $\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ١ ، ١ + س٣ \\ ٥ > س \geq ٣ ، ١ - س٢ \end{array} \right\}$  فجد معدل التغير للاقتران وهـ (س) عندما تتغير (س) من (٢) الى (٤)

الحل :

(١٧) اذا كان معدل التغير في الاقتران وهـ (س) في الفترة [١،٣] يساوي (٢) وكان هـ (س) = (س) - س<sup>٢</sup> ، فجد متوسط التغير في الاقتران هـ (س) في الفترة [١،٣]

الحل :

(٢١) اذا كان وهـ (س) =  $\left. \begin{array}{l} ٣ > س > ١ ، ٣ + س٢ \\ ٥ > س \geq ٣ ، ١ - س٢ \end{array} \right\}$  فجد معدل التغير للاقتران وهـ (س) في الفترة [٤،٢]

الحل :

(١٨) اذا كان معدل التغير في الفترة [٤،٢] يساوي (٥) وكان هـ (س) = وهـ (س) - س<sup>٢</sup> ، فجد متوسط التغير في هـ (س) في الفترة [٤،٢]

الحل :

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \text{قانون ميل القاطع}$$

ميل القاطع ← هو متوسط التغير

$$\begin{array}{ccc} (س_٢, ص_٢) & , & (س_١, ص_١) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{صورة } س_٢ & & \text{صورة } س_١ \end{array}$$

امثلت على ميل القاطع :

(١) اذا كان  $و(س) = س^٢ - ٥$  ، فجد ميل القاطع لمنحنى  $و(س)$  علما بان المنحنى يمر بالنقطتين

$$(٤, ٣) , (٤, ١)$$

الحل :

(٢) اذا كان  $و(س)$  يمر بالنقطتين  $(٢, ٢)$  ،  $(٥, ٥)$  فجد :

(أ) معدل التغير في  $و(س)$  عندما تتغير  $(س)$  من (٢) الى (٥)

(ب) جد ميل القاطع المار بالنقطتين

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ٤ > س \geq ١ , \quad س^٢ - ٣ \\ ٨ \geq س \geq ٤ , \quad س^٢ + ٢ \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } و(س)$$

احسب معدل التغير على الفترة  $[١, ٨]$

الحل :

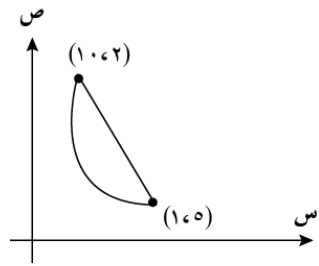
$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ١ , \quad س^٢ \\ ٤ > س > ٣ , \quad ٣ \end{array} \right\} = (س) \text{ اذا كان } و(س)$$

فجد معدل التغير للاقتران  $و(س)$  في الفترة  $[٢, ٣]$

الحل :

(٢٤) اذا كان  $و(س) = س^٢ + ٢$  وكان معدل التغير في  $و(س) = ٣$  عندما تتغير  $(س)$  من (صفر) الى (٢) ، فجد قيمة الثابت (٢)

الحل :

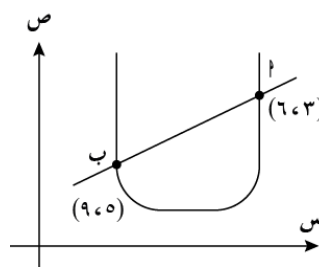


٧) اعتمد على الشكل المجاور في ايجاد ميل القاطع الواصل بالنقطتين  $(1,0)$  ،  $(10,2)$

الحل :

٣) اذا كان  $و ه (س) = س^2 - 3$  ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين  $(2,-1)$  ،  $(6,3)$

الحل :

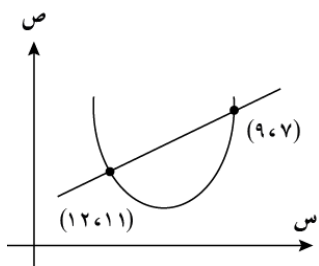


٨) اعتمد على الشكل المجاور في ايجاد ميل القاطع عندما تتغير  $(س)$  من  $(٦)$  الى  $(٩)$

الحل :

٤) اذا كان  $و ه (س) = س^3 - 5$  ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين  $(0,0)$  ،  $(2,2)$

الحل :

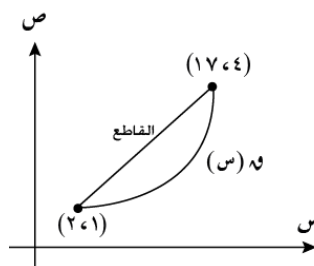


٩) اعتمد على الشكل المجاور في ايجاد ميل القاطع عندما تتغير  $(س)$  من  $(١١)$  الى  $(٧)$

الحل :

٥) اذا كان  $و ه (س) = س^2 + 2س$  ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين  $(1,1)$  ،  $(3,3)$

الحل :



٦) اعتمدا على الشكل المجاور ، جد متوسط التغير في الاقتران  $و ه (س)$  في الفترة  $[4,1]$

الحل :



٣) اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في اثناء سقوطه الى الاسفل بالعلاقة :  $f(v) = v^3 - 5v^2$  ، احسب

السرعة المتوسطة في الفترة [٣,١]

الحل :

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = (v / t) \text{ السرعة المتوسطة}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta f}{\Delta v} = \frac{f(v_2) - f(v_1)}{v_2 - v_1}$$

امثلة على السرعة المتوسطة :

١) يتحرك جسيم حسب العلاقة :  $f(v) = v^3 + 3v^2$  ،

احسب السرعة المتوسطة في الفترة [٣,١]

الحل :

٤) اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم اثناء سقوطه للأسفل تعطى بالعلاقة :  $f(v) = v^2 - 1$  ، احسب السرعة

المتوسطة في الفترة [٥,٢]

الحل :

٢) يتحرك جسيم وفق العلاقة :  $f(v) = 2v^2 - 3$  ،

احسب السرعة المتوسطة في الفترة [٢,٠]

الحل :

٥) يتحرك جسيم على منحنى المسافة

$f(v) = 7v^2 - 3v^3$  ، فجد السرعة المتوسطة

عندما تتغير  $(v)$  من الفترة [٢,١]

الحل :

(٢) اذا كان معدل التغير في  $v$  (س) في الفترة [٤،١] يساوي (٦) وكان  $v$  (س) =  $2s + 5$  ، فجد قيم (٢)

الحل :

(٦) يتحرك جسم على منحنى السرعة  $v = 5s^2 - 4$  حيث (ع) السرعة بالمترا/ثانية ، (ن) الزمن بالثواني ، فجد تسارع الجسم المتوسط عندما تتغير (ن) من (٢) الى (٣)

الحل :

(٣) اذا كان  $v$  (س) =  $6 - s^2$  وكان تغير الاقتران  $v$  (س) في الفترة [٢،٤] يساوي (٣) ، فجد قيم (٢)

الحل :

(٧) مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه من (١) سم الى (٣) سم ، احسب :  
أ) معدل التغير في المساحة  
ب) معدل التغير في الحجم

الحل :

(٤) اذا كان معدل تغير الاقتران  $v$  (س) في الفترة [٤،١] هو (٧) وكان متوسط تغير الاقتران  $v$  (س) في نفس الفترة هو (٥- ) ، فجد معدل تغير الاقتران  $v$  (س) =  $2s - 4$  في نفس الفترة

الحل :

امثلة على الثوابت (المجاهيل) في المتغير المتوسط :

(١) اذا كان التغير لاقتران  $v$  (س) في الفترة من [٤،١] يساوي (٧) وكان  $v$  (س) =  $2s - 3$  ، فجد قيم (٢)

الحل :

## تأريخ وواجبات :

(١١) اذا كان  $v = (s) = 3s^2 - 1$  وكانت  $s = 1$  ،

$\Delta s = 3$  ، احسب ما يلي :

(أ) مقدار التغير في قيمة الاقتران

(ب) معدل التغير في  $v = (s)$

(١٢) اذا كان  $v = \begin{cases} s^2 + 2 & , & 1 < s < 3 \\ 5s + 7 & , & s \geq 3 \end{cases}$

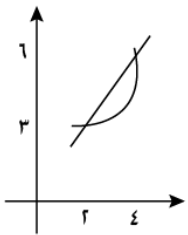
احسب معدل التغير في  $v$  عندما تتغير  $(s)$  من (٢)

الى (٥)

(١٣) اذا كان  $v = \begin{cases} s + 2 & , & s < 2 \\ 6s^2 + 3 & , & s \geq 2 \end{cases}$

احسب معدل التغير عندما تتغير  $(s)$  من  $(-3)$  الى

$(-1)$



(١٤) اعتمد على الشكل التالي

لإيجاد قيمة معدل التغير

للاقتران في  $[2, 4]$

(١٥) يتحرك جسم حسب العلاقة :

ف  $v = (t) = 3t^2 + 2t$  ، احسب السرعة المتوسطة

في  $[2, 4]$

(١٦) اذا كانت  $f(t) = 30t - 5t^2$  ، احسب

السرعة المتوسطة في  $[3, 1]$

(١٧) يتحرك جسم حسب العلاقة :

ف  $v = (t) = 5t^2 + 9t$  ، احسب السرعة

المتوسطة في  $[1, 4]$

(١٨) اذا كان معدل التغير للاقتران

$v = 2s^2 + 3s + 2$  يساوي (٤) عندما تتغير

$(s)$  من (٢) الى (٤) ، احسب قيمة (٢)

(١) اذا كان  $v = (s) = 3s^2 - 1$  وتغيرت  $(s)$  من

(٢) الى (٣) ، احسب ما يلي :

(أ) مقدار التغير في السينات (ب) مقدار التغير

(ج) معدل التغير

(٢) اذا كان  $v = (s) = 5s^2 + 5$  وكانت  $s = 2$  ،

$\Delta s = 5$  ، احسب :

(أ)  $\Delta v$  (ب) معدل التغير

(٣) ما معدل التغير ل  $(s) = 5s^2 + 6$  عندما تتغير

$(s)$  من  $(-1)$  الى (٣)

(٤) اذا كانت  $l = (s) = 3s^2 - 1$  وتغيرت  $(s)$  من

$s = 2$  الى  $s = 5$  ، فما معدل التغير

للاقتران ل  $(s)$

(٥) اذا بلغ دخل محمد سنة (٢٠٠١) مبلغ (٣٥٠٠) دينار في

سنة (٢٠٠٦) اصبح دخله (٤٥٠٠) دينار ، احسب :

(أ) قيمة التغير في دخله خلال السنوات

(ب) ما معدل التغير السنوي في الدخل

(٦) اذا كان  $v = 3 + 2s^2$  ، احسب ميل القاطع المار

بالنقاط  $(2, 7)$  و  $(3, 11)$

(٧) اذا كان  $v = \sqrt{s}$  ، احسب ميل القاطع الواصل بين

النقاط  $(1, 1)$  و  $(4, 2)$

(٨) اذا كان  $v = (s) = 3s - 7$  ، احسب ميل القاطع

المار بالنقاط  $(0, 7)$  و  $(1, 10)$

(٩) اذا كان  $v = 5s^2 + 6s + 6$  ، احسب ميل القاطع

المار بالنقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 2)$

(١٠) ما قيمة معدل التغير  $v = (s) = \sqrt{s}$  عندما تتغير

$(s)$  من (٩) الى (٢٥)

## المشتقة الاولى :

## التعريف العام للمشتقة الاولى :

صيغة السؤال :

باستخدام تعريف المشتقة

باستخدام التعريف العام

$$\text{جد : } \frac{d}{dx} (f(x)) = f'(x) \text{ ، } \frac{d}{dx} (g(x)) = g'(x)$$

رموز المشتقة

$$\text{القانون : } \frac{d}{dx} (f(x) \pm g(x)) = f'(x) \pm g'(x)$$

## تذكر

مفكوك كل من

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(f(x) \pm g(x) \pm h(x))' = f'(x) \pm g'(x) \pm h'(x)$$

## ملاحظة :

$(f(x) \pm g(x))$  تعني مكان كل  $(f(x) \pm g(x))$  نضع  $(f(x) \pm g(x))$

$(f(x) \pm g(x))$  ← السالب تعكس ما بعدها الا

(1) السالب يعكس ما بعده بدون كسور وجذور

(2) مع كسور وجذور توضع السالب قبلها

## خطوات ايجاد المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام :

(1) كتابة القانون

(2) التعويض بالقانون

(3) فك الاقواس (الاهتمام بتوزيع السالب)

(4) الاختصار

(5) اخراج العامل المشترك لـ  $(f(x))$ (19) اذا كان معدل التغير في  $f(x)$  في  $[-1, 3]$  يساوي(2) وكانت  $f(3) = 9$  و  $f(1) = 1$  ، احسبمتوسط التغير في  $f(x)$  في  $[-1, 3]$ (20) اذا كان معدل التغير في الاقتران  $f(x)$  في الفترة  $[1, 4]$ يساوي  $(-1, 4)$  وكان $f(4) = 9$  و  $f(1) = 4$  ، احسب التغير في $f(x)$  في الفترة  $[1, 4]$ (21) اذا كان معدل التغير في  $f(x)$  في  $[-1, 2]$  يساوي(3) وكان  $f(2) = 2$  و  $f(-1) = 1$  ، احسبمعدل تغير في  $f(x)$  في  $[-1, 2]$ (22) اذا كان مقدار التغير في  $f(x) = 13$  عندما تتغير $(x)$  من  $(2)$  الى  $(4)$  وكان  $f(2) = 3$  ، فماقيمة  $f(4)$ (23) اذا كان متوسط  $f(x)$  عندما تتغير  $(x)$  من  $(-1)$  الى $(3)$  يساوي  $(2)$  ، فان مقدار التغير في  $f(x)$ 

(24) اذا كان متوسط التغير للاقتران

 $f(x) = x^2 + 2x + 1$  في  $[1, 10]$  يساوي  $(15)$  ،فما قيمة  $(f)$ (25) اذا كانت  $f(5) = 3$  ، و  $f(4) = 6$ وتغيرت  $(f(x))$  من  $(5)$  الى  $(4)$  ، فما معدل التغير(26) اذا كانت  $f(1) = 6$  ، و  $f(4) = 4$  ،فما معدل التغير عندما تتغير  $(f(x))$  من  $(1)$  الى  $(4)$ (27) اذا كان  $f(x) = 3x^2 - 2$  فان ميل القاطع المار بالنقاط $(-1, 1)$  و  $(3, 6)$

٤) اذا كان  $و(س) = ٦ - ٥س$  ، جد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

امثلة على النوع الاول الخطي (س) :

١) اذا كان  $و(س) = ٥س - ٧$  ، فجد  $و(س)$  باستخدام التعريف العام

الحل :

٥) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، جد مشتقة الاقتران  $و(س) = ٣ - ٤س$

الحل :

٢) اذا كان  $و(س) = ٣س - ٥$  ، فجد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

٦) اذا كان  $و(س) = ٢س + ٩$  ، باستخدام التعريف العام اوجد  $و(س)$

الحل :

٣) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، اوجد  $و(س)$  للاقتران  $و(س) = ٣س - ٧$

الحل :

## امثلة على النوع الثاني الاقتران التربيعي

ملاحظة :

دائما الخطوة الاخيرة س<sup>3</sup> عامل مشترك (هـ)(١) اذا كان و(س) = س<sup>2</sup> ، فجد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة العامالحل :(٤) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، جد و(س) للاقتران و(س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup>الحل :(٥) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، جد مشتقة الاقتران و(س) = س<sup>2</sup> - ٥الحل :(٢) اذا كان و(س) = س<sup>3</sup> + ٥ ، جد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقةالحل :(٦) اذا كان و(س) = س<sup>2</sup> - ٥ ، فجد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة عند س = ٢الحل :(٣) اذا كان و(س) = س<sup>2</sup> + ٣ ، فجد و(س) باستخدام تعريف المشتقة الاولىالحل :

٧) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، جد مشتقة الاقتران  
وه (س) = س<sup>٢</sup> عند س = ١

الحل :

١٠) اذا كان وه (س) = س<sup>٥</sup> + ١ ، جد وه (٢)  
باستخدام تعريف المشتقة الاولى

الحل :

٨) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، جد مشتقة الاقتران  
وه (س) = س<sup>٢</sup> + ١ عند س = ٢

الحل :

امثلت على النوع الثالث (س<sup>٣</sup>)

ملاحظة :

دائما الخطوة الاخيرة س<sup>٣</sup> عامل مشترك (هـ)

$$(س + هـ) = س^٣ = س^٣ + س^٢ هـ + س هـ + هـ = س^٣ + ٣س^٢ هـ + ٣س هـ + هـ^٣$$

١) اذا كان وه (س) = س<sup>٣</sup> ، جد المشتقة الاولى باستخدام  
التعريف العام

الحل :

٩) باستخدام تعريف المشتقة الاولى في ايجاد وه (٣)  
للاقتران وه (س) = س<sup>٢</sup> + ٢س

الحل :

٢) اذا كان وه (س) = س<sup>٣</sup> + ٧ ، جد المشتقة الاولى  
باستخدام تعريف المشتقة عند س = ٣-

الحل :

٦) اذا كان  $و(س) = ٤ - س^٣$  ، جد  $و(س)$  باستخدام تعريف المشتقة

الحل :

٣) اذا كان  $و(س) = ٩ - ٢س^٣$  ، جد المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام

الحل :

٧) اذا كان  $و(س) = س^٣ + ٥$  ، باستخدام تعريف المشتقة اوجد  $و(س)$

الحل :

٤) باستخدام تعريف المشتقة الاولى لإيجاد المشتقة للاقتران  $و(س) = س^٣ + ٢س$

الحل :

٨) اذا كان  $و(س) = ٥س^٣ + ٣س$  ، باستخدام تعريف المشتقة اوجد  $و(٢)$

الحل :

٥) باستخدام تعريف المشتقة الاولى لإيجاد  $و(٢-)$  للاقتران  $و(س) = ١ - س^٣$

الحل :



امثلة على النوع الرابع جذور  $\sqrt{\quad}$ 

ملاحظة :

نطبق القواعد من النهايات الضرب بالمرافق

(١) اذا كان  $\sqrt{s-3} = (s)$  ، فجد  $\frac{s}{s}$  باستخدامالتعريف العام عند  $s = 2$ الحل :(٤) اذا كان  $\sqrt{3-s} = (s)$  ، فجد  $\sqrt{3-s}$  باستخدام التعريف العامالحل :(٥) باستخدام تعريف المشتقة الاولى في ايجاد  $\sqrt{1-s}$ للاقتران  $\sqrt{1-s} = (s)$ الحل :(٢) اذا كان  $\sqrt{s+4} = (s)$  ، فجد المشتقة باستخدامالتعريف العام عند  $s = 5$ الحل :(٦) اذا كان  $\sqrt{s+1} = (s)$  ، فجد  $\sqrt{s+1}$ 

باستخدام التعريف العام

الحل :(٣) اذا كان  $\sqrt{s-4} = (s)$  ، فجد المشتقة الاولى

باستخدام التعريف العام

الحل :

(٣) اذا كان  $و (س) = \frac{٦-}{١-س}$  ، فجد المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام

الحل :

(٧) اذا كان  $و (س) = \sqrt{٤+س}$  ، فجد  $و (س)$  باستخدام التعريف العام

الحل :

(٤) اذا كان  $و (س) = \frac{٣}{٥-س}$  حيث  $س \neq ٥$  ، فجد  $و (س)$  باستخدام التعريف العام

الحل :

امثلة على النوع الخامس  
عدد  
سينات

ملاحظة :

نطبق قاعدة الضرب بالمرافق من النهايات

(١) اذا كان  $و (س) = \frac{٣}{س}$  ،  $س \neq ٠$  ، فجد  $و (س)$  باستخدام التعريف العام

الحل :

(٥) اذا كان  $و (س) = \frac{٥}{١-س٢}$  ، فجد المشتقة باستخدام التعريف العام عند  $س = ٤$

الحل :

(٢) اذا كان  $و (س) = \frac{٤-}{س}$  ، فجد المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام حيث  $س \leq ٠$

الحل :

(٢) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، اوجد  $v = (s)$  و  $v = 7$   
للاقتران  $v = (s)$

الحل :

(٦) اذا كان  $v = (s) = \frac{3}{s}$  ، باستخدام تعريف المشتقة

اوجد  $v = (s)$

الحل :

### امثلت على النوع السابع

(١) اذا كانت  $v = (s)$  وكان مقدار التغير في  $v$  عندما تتغير  $(s)$  من  $(s)$  الى  $(s + h)$  هو  $\Delta v = 4s + 2h + 2$  ، احسب  $v = (s)$

الحل :

(٧) اذا كان  $v = (s) = \frac{5}{s+2}$  ، باستخدام تعريف

المشتقة اوجد  $v = (2)$

الحل :

### امثلت على النوع السادس (الثابت)

(١) باستخدام تعريف المشتقة الاولى ، اوجد  $v = (s) = 6$

للاقتران  $v = (s)$

الحل :

(٢) اذا كانت  $\Delta v = 3h^2 + 4hs + 9h + 2$  ، احسب  $v = (2)$

الحل :

## قواعد الاشتقاق :

(١) مشتقة العدد الثابت = صفر

$$٠ = (س) \leftarrow \text{وه} = ٢$$

## امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(١) \text{ص} = ١٢ \leftarrow \text{ص}$$

$$(٢) \text{ص} = ١٤ - \leftarrow \text{ص}$$

$$(٣) \text{ص} = \frac{٧}{٤} \leftarrow \text{ص}$$

$$(٤) \text{وه} = \text{ه} \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٥) \text{وه} = \pi \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٦) \text{وه} = ٣٢ \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٧) \text{وه} = \frac{١}{\pi} \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٨) \text{وه} = ٤ب^٢ \leftarrow \text{وه} = (س)$$

(٢) مشتقة س بدون قوة = معامل س

$$\text{وه} = ٢س \leftarrow \text{وه} = (س)$$

## امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(١) \text{ص} = س \leftarrow \text{ص}$$

$$(٢) \text{ص} = ٨س \leftarrow \text{ص}$$

$$(٣) \text{ص} = \frac{٥}{٣}س \leftarrow \text{ص}$$

$$(٤) \text{وه} = ٣س - \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٥) \text{وه} = س - \leftarrow \text{وه} = (س)$$

$$(٦) \text{وه} = ٥س - \leftarrow \text{وه} = (س)$$

## تمارين وواجبات :

باستخدام التعريف العام اوجد وه (س) لكل من الاقتربات التالية :

$$(١) \text{وه} = (س) = ٤ - ٣س$$

$$(٢) \text{وه} = (س) = ٧ - ٥س$$

$$(٣) \text{وه} = (س) = ٦ - س$$

$$(٤) \text{وه} = (س) = ٥ + ٢س$$

$$(٥) \text{وه} = (س) = ٨ - ٢س$$

$$(٦) \text{وه} = (س) = ٤س + ٢س٣$$

$$(٧) \text{وه} = (س) = ٥ - ٢س$$

$$(٨) \text{وه} = (س) = ٦ - ٥س + ٢س$$

$$(٩) \text{وه} = (س) = ٨ - ٤س - ٢س٣$$

$$(١٠) \text{وه} = (س) = ٨ - ٣س$$

$$(١١) \text{وه} = (س) = ٤س^٣ - ٣$$

$$(١٢) \text{وه} = (س) = ٧ + ٥س + ٢س٣ + ٣س$$

$$(١٣) \text{وه} = (س) = \sqrt{س}$$

$$(١٤) \text{وه} = (س) = \sqrt{٥س - ٣}$$

$$(١٥) \text{وه} = (س) = \frac{٢}{س}$$

$$(١٦) \text{وه} = (س) = \frac{٣}{٤س - ٧}$$

$$(١٧) \text{وه} = (س) = \frac{٤}{٣س + ٥}$$

$$(١٨) \text{وه} = (س) = ٣$$

$$(١٩) \text{وه} = (س) = ٤ -$$

$$(1) \text{ وه (س) } = \text{هـ} - \text{ب} \text{ ع} - \text{ب} \text{ ح} + \text{هـ} \text{ ج} + \frac{\pi}{\pi}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(2) \text{ وه (س) } = 9 - 7 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(3) \text{ وه (س) } = 6 + \text{س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(4) \text{ وه (س) } = 8 \text{ س} + 3$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(5) \text{ وه (س) } = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(6) \text{ وه (س) } = \frac{7}{\pi} + \frac{1}{\pi}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(7) \text{ وه (س) } = 4 - 2 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(8) \text{ وه (س) } = 5 + 3 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(9) \text{ وه (س) } = 2 - 0 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(10) \text{ وه (س) } = 7 \text{ س} - 0 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(11) \text{ وه (س) } = 3 - 2 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(12) \text{ وه (س) } = 4 \text{ س} - 2 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(13) \text{ وه (س) } = 5 + 2 \text{ س} + 2 \text{ س}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(14) \text{ وه (س) } = 5 \text{ س} + 6 \text{ س} - 3 \text{ س} + 6$$

$$= \text{وه (س)}$$

(3) مشتقة س قوة = بنزل القوة س قوة 1-

$$\text{وه (س) } = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{وه (س) } = \text{س} \text{ °}$$

$$(7) \text{ وه (س) } = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{وه (س) } = \text{س} \text{ °}$$

امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ ص} = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$(2) \text{ ص} = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$(3) \text{ ص} = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$(4) \text{ وه (س) } = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{وه (س) } = \text{س} \text{ °}$$

$$(5) \text{ وه (س) } = \text{س} \text{ °} \Leftarrow \text{وه (س) } = \text{س} \text{ °}$$

(4) مشتقة س قوة = مع ثابت

$$\text{وه (س) } = 2 \text{ س} \text{ °} \Leftarrow \text{وه (س) } = 2 \times 5 \text{ س} \text{ °}$$

امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ ص} = 2 \text{ س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$(2) \text{ ص} = 7 \text{ س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$(3) \text{ ص} = 4 \text{ س} \text{ °} \Leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

(5) مشتقة مجموع اقترانين والفرق بين اقترانين

$$\text{ل (س) } = \text{وه (س) } + \text{هـ (س) } \Leftarrow \text{ل (س) } = \text{وه (س) } + \text{هـ (س) }$$

$$\text{ل (س) } = \text{وه (س) } - \text{هـ (س) } \Leftarrow \text{ل (س) } = \text{وه (س) } - \text{هـ (س) }$$

امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(4) \text{ وه (س)} = (س^2 + 4)(س^3 - 5س) \\ = \text{وه (س)}$$

$$(5) \text{ وه (س)} = (س^2 + 2س)(5س^2 + 7) \\ = \text{وه (س)}$$

$$(6) \text{ وه (س)} = س^3(5 - 3س) \\ = \text{وه (س)}$$

$$(7) \text{ ص} = (3 - 2س)(5 + 3س) \text{ عندما } س = 0 \\ = \text{ص}$$

$$(8) \text{ وه (س)} = (س^3 - 5)(1 + 3س) \text{ عندما } س = 1 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(15) \text{ وه (س)} = س^6 - س^5 - س^3 - س^2 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(16) \text{ ص} = س^3 + س^2 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(17) \text{ ص} = س^3 + س^2 - س^3 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(18) \text{ وه (س)} = س^2 + س + س^2 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(19) \text{ وه (س)} = س^3 - 5س^2 + 7س - 12 \\ = \text{وه (س)}$$

$$(20) \text{ وه (س)} = س^3 + 12 - 8س^2 \\ = \text{وه (س)}$$

(7) مشتقة خارج قسمة اقترانين

$$(أ) \frac{\text{مشتقة الاقتران}}{\text{العدد كما هو}} = \frac{\text{اقتران}}{\text{عدد}}$$

**امثلة :**

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ وه (س)} = \frac{5س}{4}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(2) \text{ وه (س)} = \frac{7س^2}{2}$$

$$= \text{وه (س)}$$

$$(3) \text{ وه (س)} = \frac{س^3 + 2س^2 + 3س}{3}$$

$$= \text{وه (س)}$$

(6) مشتقة حاصل الضرب (سينات × سينات)

(الاول) (مشتقة الثاني) + (الثاني) (مشتقة الاول)

$$\text{ص} = \text{وه (س)} \times \text{ه (س)}$$

$$\frac{ص}{س} = \text{وه (س)} \times \text{ه (س)} + \text{وه (س)} \times \text{ه (س)}$$

**امثلة :**

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ وه (س)} = (س^3 - 7)(1 - 2س) \\ = \text{وه (س)}$$

$$(2) \text{ وه (س)} = (س^3 + 3س^2)(1 - 5س) \\ = \text{وه (س)}$$

$$(3) \text{ وه (س)} = (1 + 3س^2)(2 + 4س^2) \\ = \text{وه (س)}$$

$$٦) \text{ و (س)} = \frac{٨}{س٣ + ٢س} - ٤س٢$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٧) \text{ و (س)} = \frac{٢}{١ + س} - \frac{٦}{س٢ - ٢س}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٨) \text{ و (س)} = \frac{٣}{٦ + ٣س} - ٢س٣$$

$$= \text{ و (س)}$$

٧) مشتقة خارج قسمة اقترانين

$$\text{ج) اقتران} = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{الاقتران})^2}$$

امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$١) \text{ و (س)} = \frac{٣ + ٥س}{٢ - ٧س}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٢) \text{ و (س)} = \frac{س + ٢س}{س٢ + ٥}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٣) \text{ و (س)} = \frac{٢ - ٣س}{١ + ٧س} \text{ عند } س = ١$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٤) \text{ و (س)} = \frac{٥س}{١ + ٢س} \text{ عند } س = ٢$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٤) \text{ و (س)} = \frac{٣ + ٢س}{٥٦}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٥) \text{ و (س)} = \frac{٣ - ١}{٢}$$

$$= \text{ و (س)}$$

٧) مشتقة خارج قسمة اقترانين

$$\text{ب) اقتران} = \frac{\text{سالب العدد} \times \text{مشتقة الاقتران}}{(\text{الاقتران})^2}$$

امثلة :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$١) \text{ و (س)} = \frac{٧}{س}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٢) \text{ و (س)} = \frac{٣ -}{٣س}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٣) \text{ و (س)} = \frac{٤}{٥ + ٢س}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٤) \text{ و (س)} = \frac{٥ -}{٣س - ١}$$

$$= \text{ و (س)}$$

$$٥) \text{ و (س)} = \frac{٣}{١ + س} + ٧س$$

$$= \text{ و (س)}$$

## امثلة :

اوجد  $\frac{S}{S}$  لكل مما يلي :

$$(1) \sqrt{S} = (S) \quad \text{وه} = (S)$$

$$= (S)$$

$$(2) \sqrt{2-S} = (S) \quad \text{وه} = (S)$$

$$= (S)$$

$$(3) \sqrt{5-4S} = (S) \quad \text{وه} = (S)$$

$$= (S)$$

$$(4) \sqrt{2+S} = (S) \quad \text{وه} = (S)$$

$$= (S)$$

$$(5) \sqrt{S^3 - 2S} = (S) \quad \text{وه} = (S) \quad \text{عند } S = 2$$

$$= (S)$$

$$(6) \sqrt{2+S^2} = (S) \quad \text{وه} = (S) \quad \text{عند } S = 1$$

$$= (S)$$

$$(7) \sqrt{3+S} = (S) \quad \text{وه} = (S) \quad \text{عند } S = 2$$

$$= (S)$$

$$(8) \sqrt{2+S^2} + 5S = (S) \quad \text{وه} = (S) \quad \text{عند } S = 2$$

$$= (S)$$

$$(5) \text{وه} (S) = \frac{S^2}{1+S}, \quad \text{فجد } \text{وه} (1)$$

$$= (S)$$

$$(6) \text{وه} (S) = \frac{S^3 + S^2}{S}, \quad \text{فجد } \text{وه} (1-)$$

$$= (S)$$

$$(7) \text{وه} (S) = \frac{S^2 + S^3}{S + 4}, \quad \text{فجد } \text{وه} (1)$$

$$= (S)$$

(8) مشتقة اقتران الجذر التربيعي :

## ملاحظت :

تحول كل الجذور ما عدا  $\sqrt{S}$

## انواع الجذور :

(أ) الجذر التربيعي :

نشئ مباشرة

$$\text{وه} (S) = \sqrt{S} \text{ ه} (S) < 0$$

$$\text{وه} (S) = \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{\sqrt{S} \times 2} = \frac{\text{ه} (S)}{\sqrt{S} \times 2} = \frac{\text{ه} (S)}{\sqrt{S} \times 2}$$

(ب) الجذر غير التربيعي :

(1) نهج  $\frac{\text{الداخل}}{\text{الخارج}}$

(2) نشئ



(٩) مشتقة الاقترانات المثلثية :

مشتقة الاقتران الدائري وه (س)	الاقتران الدائري وه (س)
جتاس	جاس
- جاس	جتاس
قا <sup>٢</sup> س	ظاس

امثلث :

اوجد المشتقة الاولى لكل مما يلي :

(١) وه (س) = جاس<sup>٢</sup>

= وه (س)

(٢) ص = جتاس<sup>٣</sup>

= ص

(٣) ص = ظاس<sup>٧</sup>

= ص

(٤) ص = جا<sup>٣</sup>ه

= ص

(٥) ص = جتاس<sup>٤</sup>

= ص

(٦) ص = ظاس<sup>٢</sup>

= ص

(٧) ص = جا<sup>٣</sup>ص<sup>٧</sup> + ه<sup>٥</sup>

= ص

(٨) وه (س) = ه<sup>٥</sup> - ظاس<sup>٢</sup> - جتاس<sup>٤</sup>

= وه (س)

(٩) ص = جا<sup>٥</sup>ه + جتاس<sup>٣</sup>

= ص

(١٠) وه (س) = جا<sup>٥</sup>ه - جتاس<sup>٣</sup> + ظاس<sup>٢</sup>

= وه (س)

(١١) وه (س) = جا<sup>٤</sup>ه<sup>٢</sup> - جتاس<sup>٥</sup> + ظاس<sup>٣</sup>

= وه (س)

(١٢) وه (س) = س<sup>٣</sup> - ه<sup>٢</sup> + س<sup>٢</sup> + ه<sup>١</sup> + جا<sup>٥</sup>ص

= وه (س)

(١٣) ص = ص<sup>٢</sup> +  $\frac{\text{ظاس}}{٢}$  - جا<sup>٤</sup>ص

= ص

(١٤) ص = جتاس<sup>٣</sup>ظاس

= ص

(١٥) ص = ص<sup>٢</sup> +  $\frac{٢}{\text{جتاس}}$  + ظاس + ص<sup>٢</sup>

= وه (س)

(١٦) وه (س) =  $\frac{٣}{\text{جتاس}}$

= وه (س)

(١٧) وه (س) =  $\frac{٤}{\text{جتاس}(١-٢)}$

= وه (س)

(١٨) وه (س) =  $\frac{٩}{\text{ظاس}(٤+٥)}$

= وه (س)

(١٩) وه (س) = س<sup>٢</sup>ظاس

= وه (س)

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{1}{\sqrt[2]{س}} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{س}} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{4}{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{9}{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[4]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} + \sqrt[2]{س} + \sqrt[2]{س} - \sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} + \sqrt[2]{س} - \sqrt[2]{س} - \sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} + \sqrt[2]{س} - \sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} + \sqrt[3]{س} - \sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{3}{س} + \sqrt[2]{س} + \sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$(س + \sqrt[2]{س})(س + \sqrt[2]{س}) = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[3]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\frac{س}{س+1} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$



اوجد  $\frac{س}{س}$  لكل من الاقترانات التالية :

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$\sqrt[2]{س} = (س) \text{ و } (س) \text{ و } (س)$$

$$(57) \text{ ص} = \text{س}^3 - \text{س}^2 + 2 \text{ عندما } \text{س} = 0$$

$$(58) \text{ ص} = \text{س}^2 + \text{س}^4 + 5 \text{ عندما } \text{س} = 1$$

$$(59) \text{ ص} = \text{س}^3 + \text{س}^2 - 7 \text{ ظاس} - 2 \text{ هس}$$

$$(60) \text{ ص} = \sqrt{\text{س}^9 + 9}$$

$$(61) \text{ ص} = \sqrt{\text{س}^3 + \text{س}^2}$$

$$(62) \text{ وه} (\text{س}) = \text{س}^3 - \text{س}^2 + 2 \text{ س} < 0$$

$$(63) \text{ ص} = \text{س}^5 + \text{س}^3 + 3 \text{ جتاس} - 2 \text{ جاس} + 3 \sqrt{\text{س}^2}$$

$$(64) \text{ ص} = \text{س}^2 + \sqrt{\text{س}} + \text{س}^3 - \text{س}^2 + \frac{6}{\text{س}}$$

الاشتقاق المركب ( الاقتران ) : ~

**القانون :** ~ ( الاقتران نفسه )  $\times$  <sup>1-~</sup> ( مشتقة ما داخل الاقتران )

امثلة :

اوجد  $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ وه} (\text{س}) = (1 - \text{س}^2)$$

$$\text{وه} (\text{س}) =$$

$$(2) \text{ ص} = (2 - \text{س}^3 + 2 \text{ س}^7)$$

$$\text{ص} =$$

$$(3) \text{ ص} = 2 (\text{س}^2 + 2 \text{ س}^3)$$

$$\text{ص} =$$

$$(4) \text{ ص} = (\text{س}^2 + 3 \text{ س}^5)$$

$$\text{ص} =$$

$$(5) \text{ ص} = (\text{س}^3 - 4 \text{ س}^3)$$

$$\text{ص} =$$

$$(36) \text{ وه} (\text{س}) = \text{س}^3 + \text{س}^2 \text{ جاس}$$

$$(37) \text{ وه} (\text{س}) = \text{س}^6 - \text{س}^3 \text{ جتاس}$$

$$(38) \text{ وه} (\text{س}) = -5 \text{ س}^2 \text{ جتاس} + 3 \text{ ظاس}$$

$$(39) \text{ وه} (\text{س}) = 5 \text{ س}^2 \text{ ظاس}$$

$$(40) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{2 + \text{س}^3}{\text{س}^2 - 4}$$

$$(41) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{5 - \text{س}^3}{3 + \text{س}^8}, \text{ عندما } \text{س} = 1$$

$$(42) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{\text{س}^2}{2 - \text{س}}$$

$$(43) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{\text{جاس}}{1 + \text{جتاس}}$$

$$(44) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + \text{س}^2 \text{ جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$(45) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{6 \text{ س}^2 - 4 \text{ س}}{6 \text{ ظاس}}$$

$$(46) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{5 - \text{س}^7}{4 - \text{س}^2}$$

$$(47) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{5}{8 + \text{س}^2}$$

$$(48) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{2 - \text{س}^2}{\text{س}^3 + \text{س} - 2}$$

$$(49) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{4}{\text{س}^2 \text{ جاس}}$$

$$(50) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{9 + \text{س}^7 + 2 \text{ س}^3}{2 - \text{س}}$$

$$(51) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{2 \text{ س}^0 - \text{جتاس}}{14 - \text{س}}$$

$$(52) \text{ وه} (\text{س}) = \frac{\text{س}^2 \text{ جاس} + 2 \text{ جتاس}}{14}$$

$$(53) \text{ وه} (\text{س}) = 3 \text{ ظاس} + 5 \text{ جتاس} + \text{جاس}$$

$$(54) \text{ وه} (\text{س}) = 2 \text{ س}^3 - 2 \text{ ظاس} + 4 \text{ جاس} - \text{جتاس}$$

$$(55) \text{ ص} = 2 \text{ س}^0 - \text{س}^3 - 2 \text{ س} \text{ عندما } \text{س} = 0$$

$$(56) \text{ ص} = 4 \text{ س} - \text{س}^8, \text{ عندما } \text{س} = 2$$

$$(15) \text{ ص} = \text{جا}^2 \text{س} \\ \text{ص} =$$

$$(16) \text{ وه} (س) = \text{جا}^3 \text{س} \\ \text{وه} (س) =$$

$$(17) \text{ وه} (س) = \text{جتا}^4 \text{س} \\ \text{وه} (س) =$$

$$(18) \text{ وه} (س) = \text{جتا}^5 \text{س} \\ \text{وه} (س) =$$

$$(19) \text{ وه} (س) = \text{ظا}^3 \text{س} \\ \text{وه} (س) =$$

$$(20) \text{ وه} (س) = \text{ظا}^2 \text{س} \\ \text{وه} (س) =$$

$$(21) \text{ وه} (س) = (\text{جاس} - \text{جتاس}) \\ \text{وه} (س) =$$

$$(22) \text{ وه} (س) = (\text{جتاس} + \text{ظاس}) \\ \text{وه} (س) =$$

$$(6) \text{ ص} = \frac{1}{2} (5 + 2س) \\ \text{ص} =$$

$$(7) \text{ ص} = \frac{5}{3} (س^2 + 2س) \\ \text{ص} =$$

$$(8) \text{ وه} (س) = (س - 5)^2 \\ \text{وه} (س) =$$

$$(9) \text{ ص} = (س^2 - 7س)^3, \text{ عندما } س = 1 \\ \text{ص} =$$

$$(10) \text{ وه} (س) = (س^2 + 4س + 5)^2 \\ \text{وه} (س) =$$

$$(11) \text{ وه} (س) = \frac{5}{7} (س - 2) \\ \text{وه} (س) =$$

$$(12) \text{ وه} (س) = \frac{8}{(س^3 + 4س^2 + 3س)^5} \\ \text{وه} (س) =$$

### تمارين وواجبات :

اوجد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

$$(1) \text{ وه} (س) = (س - 5)^4$$

$$(2) \text{ وه} (س) = (س^2 - 3س)^7, \text{ عندما } س = 1$$

$$(3) \text{ وه} (س) = (س^2 + 4س + 6)^{\frac{7}{6}}$$

$$(4) \text{ وه} (س) = 5 - \sqrt[3]{س}$$

$$(5) \text{ وه} (س) = \text{جا}^5 \text{س}$$

$$(6) \text{ وه} (س) = \frac{1}{7} س^2 (س^3 - 4س)^5$$

$$(13) \text{ ص} = \sqrt[7]{(س^2 + 4س^3)^7} \\ \text{ص} =$$

$$(14) \text{ ص} = \sqrt[3]{(س^2 + 5س)^3} \\ \text{ص} =$$

ملاحظة :

إذا طلب السؤال احسب

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{ه} + \text{وه})}{\text{ه}} \text{ (عدد)}$$

معناها اشتق السؤال بشكل عادي

امثلة :

(١) إذا كانت ص = ٣س + ٢ه ، احسب

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{ه} + ٢)}{\text{ه}}$$

الحل :

(٤) إذا كان وه = ٢ج + ٦س ، فجد

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{س} + \text{ه})}{\text{ه}}$$

الحل :

(٥) إذا كان وه = ٣س - ٢ه ، فجد :

$$\text{أ) نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{ه} + ١)}{\text{ه}}$$

$$\text{ب) نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{ه} + ٠)}{\text{ه}}$$

الحل :

(٢) إذا كانت ص = (٢س - ٢ه) ، احسب

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{س} + \text{ه})}{\text{ه}}$$

الحل :

(٦) إذا كان وه = ٣س + ٩ه + ٨ ، فجد

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{س} + \text{ه})}{\text{ه}}$$

الحل :

(٣) إذا كان وه = ٧س - ٤ه ، فجد

$$\text{نهيا} = \frac{\text{وه} - (\text{ه} + ٢)}{\text{ه}}$$

الحل :

(٤) اذا كانت  $v = s^2 + 3s$  ، فجد  $v'$

الحل :

(٥) اذا كانت  $v = \frac{5}{s}$  ، فجد  $v'$  عندما  $s = 5$

الحل :

(٦) اذا كان  $v(s) = \frac{s^3}{3} + \frac{s^2}{2} - 2s$  ، فجد

اصفار المشتقة الاولى

الحل :

(٧) اذا كان  $v(s) = 2s^2 - 3s + 3$  وكان

$v'(1) = 7$  ، فجد قيم الثابت (١)

الحل :

(٨) اذا كان  $v(s) = 2s^2 - 3s^2 + 5s + 9$  ،

وكانت  $v'(1) = 0$  ، فما قيمة (١)

الحل :

(٧) اذا كان  $v(s) = s^2$  ، فجد

$\frac{v(s+\Delta) - v(s)}{\Delta}$

الحل :

(٨) اذا كان  $v(s) = 2s^2 - 3s + 7$  ، وكانت

$\frac{v(2) - v(5)}{h} = 12$  ، فما قيمة (١)

الحل :

**امثلة على الاشتقاق :**

(١) اذا كان  $v(s) = 3s^3 - 5s^2 - 7s$  ، فجد

$v'(s)$

الحل :

(٢) اذا كان  $v(s) = 6s^4 - 2s + 1$  ، فجد

$v'(s)$  عندما  $s = 2$

الحل :

(٣) اذا كانت  $v = s^2 + 3s$  ، فجد  $v'$

الحل :

الحل :

٩) اذا كان  $و$  (س)  $= \frac{س^٤}{٤} + \frac{س^٣}{٣} - ٦س - ٤$  ،  
فجد قيمة (س) التي تجعل  $و = ٠$  .

الحل :

١٠) اذا كان  $و$  (س)  $= ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٢س - ١$  ، فجد قيمة  
الثابت (٢) التي تجعل  $و = ١$  .

الحل :

١١) اذا كان  $و$  (س)  $= ٣س + ٩$  ، وكانت  
ل (س)  $= ٢س + و$  ، فجد ل (٢) .

الحل :

١٢) اذا كانت  $و$  (س)  $= ٥س - ٢$  ،  
هـ (س)  $= ٤س + ٢$  ، احسب ما يلي :

أ)  $(و \times هـ)$  (ب)  $(\frac{و}{هـ})$

ج)  $(\frac{٣}{و})$  (د)  $(\frac{هـ}{٥})$

هـ)  $\sqrt{و(س)}$  (و)  $(و + هـ)$

ز)  $(و^٣)$

**قاعدة السلسلة :**

يُميزها وجود الفاصلة ،

ص = وه (ع) ، ع = هه (س)

**القانون :**  $\frac{ص}{س} \times \frac{ص}{ع} = \frac{ص}{س}$

**خطوات الحل :**

(١)  $\frac{س}{س} = \frac{الرمز}{الرمز}$  = نشتق عادي

(٢)  $\frac{ص}{س} = \frac{الرمز}{الرمز} \times (الرمز)$

(٣)  $(الاشتقاق) \times (الاشتقاق)$

(٤) نعوض مكان الحرف الغريب معادلته

**امثلت :**جد  $\frac{ص}{س}$  لكل مما يلي :

(١) ص = ع + ٣ ع + ٢ ع ، ع = س + ٢ س + ٣ س

**الحل :**

(٣) ص = ٥ه - ٢ ع ، ل = س - ٣ س

**الحل :**

(٤) ص = ع + ٤ ع + ٣ ع ، ع = س + ٢ س + ٧ س

**الحل :**

(٥) ص = ع - ٥ ع + ٣ ع ، ع = ٢ س + ٢ س

عند س = ٠

**الحل :**

(٦) ص = ٢ع + ٣ ع ، ع = ٢ + ٣ س + ٢ س

**الحل :**

(٢) ص = ع + ٣ ع + ٢ ع ، ع = س - ٢ س - ١

**الحل :**



$$(11) \text{ ص} = 3ع + 3ع , \text{ ع} = \text{جاس}$$

الحل :

$$(7) \text{ ص} = 2ع + 2ع , \text{ ع} = \frac{2}{س + 3س}$$

الحل :

$$(12) \text{ ص} = 3ع - 3ع , \text{ ع} = \text{جتاس}$$

الحل :

$$(8) \text{ ص} = \frac{32}{ع} , \text{ ع} = \sqrt{س} , \text{ فجد } \frac{ص}{س} \Big|_{س=9}$$

الحل :

$$(13) \text{ ص} = 2ع - 3ع , \text{ ع} = \text{ظاس}$$

الحل :

$$(9) \text{ ص} = 2 + 3ع , \text{ ع} = (5 - س)^2$$

$$\text{فجد } \frac{ص}{س} \Big|_{س=6}$$

الحل :

$$(14) \text{ ص} = 7ع + 3ع , \text{ ع} = \text{جاس}$$

الحل :

$$(10) \text{ ص} = 3 + 2ع , \text{ ع} = (2س - 2س)^3$$

الحل :

امثلة :

احسب المشتقة الثانية  $\frac{S^2}{S^2}$  لكل مما يلي :

(1)  $V = 6S^4 - 2S + 2$  ، عندما  $S = 1$

الحل :

(10)  $V = 6S^3 - 8S^2$  ،  $L = 3 - 3S$

الحل :

(2)  $V = 9S^3 - 4S^2 + 7$  ، جد  $V$  (2)

الحل :

(3)  $V = 5S^3 + 5S^2 - 3$

الحل :

(4)  $V = 9S^2 + 6S^9 + 9$  ،  $Z = 9$

الحل :

(5)  $V = S^2 + 6S$  ،  $Z = 6$

الحل :

(6)  $V = \frac{5}{S}$

الحل :

تمارين وواجبات :

جد  $\frac{S}{S}$  لكل مما يلي :

(1)  $V = 5E + 3$  ،  $E = 3S + 4$

(2)  $V = E + 2$  ،  $E = 3S - 2$

(3)  $V = \frac{5 - E}{2 + E}$  ،  $E = \sqrt{5S - 2}$

(4)  $V = 2^2 + 2^3 - 2^2 + 2 + 5$  ،  $E = 2 - (2 - 3)$

(5)  $V = 9 + 3S$  ،  $E = 9$

(6)  $V = 9 + 3H$  ،  $H = \frac{5}{7 + 6S}$

(7)  $V = 9 + 3\sqrt{S}$  ،  $E = 9$  ،  $Z = 9$

المشتقة الثانية :

رموز المشتقة :

$V \leftarrow (S) \leftarrow V \leftarrow (S) \leftarrow V \leftarrow (S)$

$V \leftarrow V \leftarrow V \leftarrow V$

$V \leftarrow \frac{S}{S} \leftarrow \frac{S^2}{S^2}$

$$(7) \text{ ص} = \text{س}^3 + 2\text{س}^{-3}$$

الحل :

$$(8) \text{ ص} = \text{س}^{-2} \text{ جتا س}$$

الحل :

$$(9) \text{ ص} = (\text{س} - 2)(\text{س}^3 + 3)$$

الحل :

(10) اذا كانت  $\frac{1}{4} = \frac{1}{9}$  للاقتـران  $\text{وه} = \text{س}^{\circ}$  ،  
فما قيمة (س)

الحل :

(11) اذا كانت  $\text{وه} = \frac{\text{س}^3}{3} + \frac{\text{س}^2}{2} - \text{س} + 7$  وكانت  
 $\text{وه} = 0$  ، فما قيمة (س)

الحل :