

# نهايات اقترانات مثلثية

عصام الشيخ

عمان طبربور

جامعة البت

0796300625

عصام الشيخ

عمان طبربور

جامعة البت

0796300625

عصام الشيخ

عمان طبربور

جامعة البت

0796300625

رياضيات (الحلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

قواعد:

\* ايجاد النهاية مع الاقترانات المثلثية

أولاً: التعريف المباشر

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

عصام الشيخ  
 عمان طرابور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\text{حيث } f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

مثال:

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الحل:

$$\text{نهاية } f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{صفر}$$

مثال:

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الحل:

$$\text{نهاية } f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) = 1$$

عصام الشيخ  
 عمان طرابور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الحل:

$$\text{نهاية } f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{صفر}$$

مثال:

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

الحل:

رياضيات (العلمي) الوحدة ( النهايات والاتصال ) عصام محمد الشيخ  
 الفصل ( ١ ) العنوان ( نهایات اقتئانات مثلثية ) ماجستير رياضيات

$$\begin{aligned} & \text{نها جاس} + \text{نها جتاس} \\ & \text{س.هـ.} \\ & = \text{جا} . + \text{جتا} . \\ & 1 = \text{صفر} + 1 \end{aligned}$$

عصام الشيخ  
 عمان طربور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$\begin{array}{rcl} & \text{نها} & \text{جدا} \\ & \text{جدا} & \text{نها} \\ \hline & \text{نها} & \text{جدا} \end{array}$$

مثال  
 الحل:

$$\frac{1}{\pi - \infty} = \frac{\text{جتا}(+) \cdot 0}{\infty - 0} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$$\begin{array}{rcl} & \text{نها} & \text{جدا} \\ & \text{جدا} & \text{نها} \\ \hline & \text{نها} & \text{نها} \end{array}$$

مثال  
 الحل:

$$\begin{array}{rcl} & \text{نها} & \text{نها} \\ & \text{نها} & \text{ظاهر} \\ \hline & \text{نها} & \text{نها} \end{array}$$

مثال  
 الحل:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi - \infty} + \text{صفر} = \frac{\text{جتا}(+) \cdot 0}{\infty - 0} + \text{صفر} = 0 + \text{صفر} = 0 \\ & 1 = \frac{1}{1} \end{aligned}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات  
 عصام محمد الشيخ

\* ايجاد ثابت والنهاية موجودة .

٣.١٣ صيغة

$$\text{إذا كان } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = L$$

$$0 > p \quad p + \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

وكانت هنا  $f(x)$  موجودة فما قيمة  $p$ .

الحل :

$$0 < p \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$$

$$0 > p \quad p + \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

بما أن  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  موجودة  $\leftarrow$

عصام الشيمى  
 عمان طربور  
 جامعة البت

0796300625

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$$

$$0 + 0 \times \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{0 - 0 - 0}{0 - 0 - 0} \quad \text{نهاية}$$

$$0 + \pi \times \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{(1+\pi)(0-0)}{0-0-0} \quad \text{نهاية}$$

$$0 + 1 - x^p = 1 + 0$$

$$0 + p - = 7$$

$$7 - 0 = p$$

$$1 - = p$$

رياضيات (المعلم) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$\text{أثبت أن } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\frac{x}{\sin x} \cdot \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1}{\sin x}}$$

$$= 1 \times 1 = 1$$

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

الحل:

$$3 = \frac{1}{\frac{1}{3}}$$

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\csc x}{x}$$

الحل:

$$\frac{1}{3}$$

ثانياً: صفر  
صفر

### III النظريات:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

تحقيق

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\csc x}{x} = \frac{1}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec x}{x} = \frac{1}{1}$$

عصام الشيخ  
عمان طربور  
جامعة ال البيت  
0796300625

ملحوظة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\csc x}{x} = \frac{1}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \frac{1}{1}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+3x^2}}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+3x^2}} \times \text{نها} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+3x^2}} = 1 \times 1 = \frac{1}{\sqrt{1}}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+3x^2}} - 1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 - 1 = 0$$

$$\leftarrow \text{نها} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+3x^2}} = \text{غير موجودة}$$

٢.١٩ صيغة تكميل (٣٠١)

قيمة نها (قاس + س قتا) تساوي

$$18 \quad \text{ب) } \frac{5}{9} \quad \text{ج) } \frac{9}{5} \quad \text{د) صفر}$$

الحل:

$$\text{نها} \frac{1}{\text{جاس}} + \text{نها} \frac{1}{\text{جاس}} = \frac{1}{\sqrt{1+3(0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+3(1)^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{4}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{4}} =$$

$$\frac{9}{5} =$$

$$\text{مثال} \quad \text{جد} \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{الحل:} \quad \frac{9}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\text{مثال} \quad \text{جد} \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{الحل:} \quad \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{مثال} \quad \text{جد} \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\pi}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$$

$$\text{الحل:} \quad \frac{\pi}{\sqrt{1-\sin^2 0}} = \frac{\pi}{\sqrt{1-0}} = \frac{\pi}{1} = \pi$$

٢.٢٠ شتوكي جديد

$$\text{جد} \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+\sin^2(0)}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+0}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{1} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+\sin^2(1)}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+1}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+\sin^2(\frac{\pi}{4})}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{1+\frac{1}{2}}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\text{جاس}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{2\text{جاس}}{\sqrt{6}} = \frac{\text{نها}}{\text{ظاس}} \frac{\sqrt{6}\text{جاس}}{6}$$

**رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)**  
**الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية)** ماجستير رياضيات عصام محمد الشيخ

$$\begin{aligned} 2 - b - c &= 6 \\ 2 = b + c &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

**٣.١٩ شمسيي جديري**  
إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x} = 6$  حيث  $b > 0$ ,  
فإن قيمة الثابت  $b$  تساوي :

(١) (٢)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x} = 6$   $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x} = 6$   
الحل:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x} &= 6 \\ \lim_{x \rightarrow 0} (b + cx) &= 6 \\ b + c \cdot 0 &= 6 \\ b &= 6 \end{aligned}$$

نعم العجب  $b = 6$  لأن  $b > 0$ .

**٣.١٩ صبيحي قديري**  
إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 1$

فإن قيمة الثابت  $b$  تساوي  
الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x} = 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} &= \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x} &= 0 \end{aligned}$$

### \* ايجاد ثابت

**مثال**

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 6$   $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 6$

فجد قيمة كل من الثابتين  $b$  ،  $c$  .  
الحل:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} &= 6 \\ 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} \\ 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+x \cdot c}{x^2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+x \cdot c}{x^2} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 6$$

$$6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2}$$

$$\begin{aligned} 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} \\ 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+x \cdot c}{x^2} \\ 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{cx}{x^2} \\ 6 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x} \end{aligned}$$

### ٣.١٤ صبيحي

إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} = 3$$

فجد قيمة كل من  $b$  ،  $c$  .  
الحل:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} &= 3 \\ 3 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+cx}{x^2} \\ 3 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+x \cdot c}{x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b+x \cdot c}{x^2} \\ 3 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{cx}{x^2} \\ 3 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x} \end{aligned}$$

( عصام محمد الشيخ )

رياضيات (العلمي) الوحدة ( النهايات والاتصال )

( الفصل (أ) العنوان ( نهایات اقترانات مثلثية )

ماجستير رياضيات

$$1 = \frac{1}{3} \times \frac{P}{3} \Leftarrow$$

$$9 = P \Leftarrow 1 = \frac{P}{9}$$

صيغة تكميلي (٣.١٩)

إذا كانت

$$\text{نها} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 3x}{(1-x)^3} = \frac{1}{0} \quad \text{فإن قيمة}$$

الثابت ٣ تساوي  
٧ (٢) ١١ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د)

الحل:

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{1-3}$$

$$1-3 = 0 \times 3 \\ 1 = 3 \Leftarrow 1-3 = 1.$$



رياضيات (العلم) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 القسم (١) العنوان (نهايات اقتراحات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{0 + 3 - 1}{(0 \times 1) - 3} =$$

**مثال**  
 جد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} = \frac{\sin 3 \cdot 0}{\sin 5 \cdot 0} =$$

$$\frac{\sin 3x}{\sin 5x}$$

$$\frac{(3 \times 1) + 2}{1 \times 1} =$$

$$\Sigma = \frac{\Sigma}{1} = \frac{2 + 2}{1} =$$

عصام الشيخ  
 عمان طرابزون  
 جامعة البت  
 0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات  
الفصل ١

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

١- جا ، ١- جتا ، ٣- جي

٢٠٨ صيفي

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \quad \text{ب) صفر ج) ١} \\ \text{الحل:} \quad \frac{1}{2} \sin^2 \theta$$

عصام الشيخ  
عمان طربور  
جامعة البترون  
0796300625

١- جتا

مثال

$$\text{جد} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \quad \text{الحل:} \quad \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \times \frac{1 + \text{جتا}}{1 + \text{جتا}}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \times \frac{1 + \text{جتا}}{1 + \text{جتا}}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 (1+1)}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 =$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 =$$

مثال + ٢٠٩ صيفي

$$\text{جد} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \quad \text{الحل:}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \times \frac{1 + \text{جتا}}{1 + \text{جتا}}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 (1+1)}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \sin^2 (2)}$$

$$\text{جد} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \quad \text{المثال:}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 \theta} \times \frac{1 + \text{جتا}}{1 + \text{جتا}}$$

$$\text{نها} \frac{1 - \text{جتا}}{\frac{1}{2} \sin^2 (1+1)}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$$

$$\text{نها} \frac{\text{جاس}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$\text{نها} \frac{4}{3} (1 - جتاس) - \text{نها} \frac{4}{3} جاس \cdot س جاس (1+جتاس)$$

$$\text{نها} \frac{4}{3} (1 - جتاس) - \frac{1}{3}$$

$$\text{نها} \frac{4}{3} جاس - \frac{1}{3} \cdot س جاس (1+جتاس)$$

$$\text{نها} \frac{4}{3} جاس - \frac{1}{3} \cdot س جاس \cdot جاس \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \text{نها} \frac{4}{3} جاس$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

٢٠٨ صيغة قديم

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} جtas - 1}{1 - ظاس}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} جtas - 1}{1 - جاس} \times \frac{1}{1 + جtas}$$

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} جtas - 1}{1 - جاس} \times \frac{1}{1 + جtas}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

مثال + ٢٠٩ صيغة

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{1 + س}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{1 + س} \times \frac{1 + س}{1 + س}$$

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{س (1+1)}$$

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{2 \times س}$$

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{2 \times س} \times \frac{ظاس}{ظاس}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 =$$

٢٠٦ صيغة

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{س جاس - جtas}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها} \frac{4}{3} س - 1}{س جاس - س ظاس}$$

$$\text{نها} \frac{4}{3} س - \frac{س ظاس}{س جاس}$$

رياضيات (الحلقة) النهايات والاتصال

الفصل ١ ) العنوان (نهايات اتفاقيات مثلثية ) ماجستير رياضيات

$$\frac{8x^8 - 6x^6}{9 - \frac{36}{17}} = \frac{8x^8 - 6x^6}{\frac{17}{17} - \frac{36}{17}}$$

٣.١٩ شققي جديد  
جد

$$\frac{\text{نها جتا س} + 3 \text{جتا س} - 3}{س^4}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها جتا س} - 1 + 3 \text{جتا س} - 3}{س^4}$$

$$\frac{\text{نها جتا س} - 1 + \text{نها ٣ (جتا س - 1)}}{س^4}$$

$$+ \frac{1 + 3x^2}{1 + 3x^2} \times \frac{\text{نها جتا س} - 1}{\text{نها جتا س} - 1}$$

$$\frac{\text{نها ٢ (جتا س - 1)}}{س^4} \times \frac{\text{جتا س} - 1}{\text{جتا س} + 1}$$

$$= \frac{\text{نها جتا س} - 1 + \text{نها ٢ (جتا س - 1)}}{س^4}$$

$$= \frac{\text{نها } - \text{جاء س}}{س^3} + \frac{\text{نها } ٢ - \text{جاء س}}{س^3}$$

$$= \frac{\text{نها } - \text{جاء س}}{س^3} \times \frac{\text{جاء س}}{\text{جاء س}} + \frac{\text{نها } ٢ - \text{جاء س}}{س^3} \times \frac{\text{جاء س}}{\text{جاء س}}$$

$$1x^{\frac{5}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} = 0x^{\frac{5}{3}} + \frac{10}{3}x^{\frac{5}{3}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} \times \text{جتا س}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} \times \text{جتا س}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} \times \text{جتا س}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

مثال

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } (1 - \text{جتا س}) (1 + \text{جتا س})}{\text{جتا س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } (1 + \text{جتا س})}{\text{جتا س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}}$$

$$\frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}} = \frac{\text{نها } \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}}}{\text{جاء س} - \text{جاء س}}$$

٣١٩ صيفي (طبع ٢٠١٩)

جديد

$$\frac{3 - س_ظا_س - 3_جي_س}{س_جي_س} \text{ منها } 0.45$$

الحل :

$$\frac{3 - س_ظا_س - 3_جي_س}{س_جي_س} \text{ منها } 0.45$$

$$\frac{3(1 - جي_س)}{س_جي_س} - \frac{3(1 + جي_س)}{س_جي_س}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{3(1 - جي_س)}{س_جي_س} \text{ منها } 0.45$$

$$\frac{3}{5} - \frac{3 \times جي_س}{س_جي_س} \text{ منها } 0.45$$

$$\frac{3}{5} جي_س - \frac{3}{5} جي_س \text{ منها } 0.45$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} =$$

$$\frac{1}{10} = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} =$$

رياضيات (المعلم) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x - \cot x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x - \cot x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} + 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \times \frac{1}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x - \cot x} \quad \text{عذراً، غير موجودة}$$

عمام الشيحة  
عمان طبربور  
جامعة البترون  
0796300625

مثال + ٢٦٣ شتوى

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x - \cot x}$$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x - \cot x} \times \frac{1 + \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \tan x) \times (\sin x - \tan x)}{1 + \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\frac{\sin 0 - \tan 0}{1 + \tan 0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{1 + \tan x} - \frac{\tan x}{1 + \tan x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{1 + \tan x} - \frac{\tan x}{1 + \tan x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{1} - \frac{0}{1} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} 1 =$$

رياضيات (الحادي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

٣٠٧ صيفي

$$\frac{\text{جد } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}}{0}$$

الحل :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \tan x - 2 \tan x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(1+1)x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(1+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(\sin x + \cos x)(1-\frac{\sin x}{\cos x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} \times \frac{1}{1-\frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} \times \frac{1}{1-\frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cos x} \times \frac{1}{1-\frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$1 \times < x \times \frac{1-\frac{\sin x}{\cos x}}{1-\frac{\sin x}{\cos x}} =$$

$$1 - \frac{\sin x}{\cos x} =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

القواعد الأساسية

تذكير

$$\text{ظل} = \frac{\text{جهاز}}{\text{جباس}}$$

$$\text{قطاس} = \frac{\text{جهاز}}{\text{جباس}}$$

$$\text{قاس} = \frac{1}{\text{جهاز}}$$

$$\text{جهاز} = \frac{1}{\text{قطاس}}$$

عصام الشيشي  
 عمان طبربور  
 جامعة ال البيت  
 0796300625

مثال + ٣.٩ صيفي  
 جد نها (٧س٣ ظفatas قنوات)

$$\text{الحل:} \\ \text{نها } 7 \times \frac{\text{جهاز}}{\text{قطاس}} \times \frac{1}{\text{قطاس}} = \frac{7}{\text{قطاس}} \times \frac{\text{جهاز}}{\text{قطاس}} =$$

$$= \text{نها } 7 \times \frac{5}{\text{قطاس}} \times \frac{5}{\text{قطاس}} \times \frac{\text{جهاز}}{\text{قطاس}} =$$

$$\begin{aligned} & \text{نها } 7 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times 7 = \\ & = \frac{7}{125} \times 7 = \end{aligned}$$

مثال + ٣.١٦ صيفي  
 جد نها ٣س (قطاس + قنوات)

$$\text{الحل:} \\ \text{نها } 3s \left( \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} + \frac{1}{\text{قطاس}} \right) =$$

$$= \text{نها } \left( \frac{3s}{\text{قطاس}} \times \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} + \frac{1}{\text{قطاس}} \right) =$$

$$\begin{aligned} & = \frac{3s}{\text{قطاس}} + \frac{1}{\text{قطاس}} = \\ & = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 \times \frac{3}{2} = \end{aligned}$$

٣.١٦ معماري

$$\text{جد نها } \frac{\text{ظل}}{\text{قطاس}} - \frac{\text{جاس}}{\text{قطاس}}$$

$$\text{الحل:} \\ \text{نها } \left( \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} - \frac{\text{جاس}}{\text{قطاس}} \right) \times \frac{1}{\text{قطاس}} =$$

$$\text{نها } \left( \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} - \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} \times \frac{\text{قطاس}}{\text{قطاس}} \right) \times \frac{1}{\text{قطاس}} =$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس}(\text{جتان} - 1)}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{1}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{جتان}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس}(\text{جتان} - 1)}{\text{جاس}} \times \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{1}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{جتان}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} - 1}{\text{جاس}} = \frac{1}{\text{جاس}} - \text{جاس}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} - \text{جاس}}{2 \times \text{س}} = \frac{0}{2 \times \text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس}}{\text{س}} = \text{صفر}.$$

(٢٠١٩) صيغة جديدة (طوب)

جد

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{ظاس} - \text{جاس}}{\text{س}} = \frac{0}{\text{س}}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} - \text{جاس}}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} - \text{جاس} \times \text{جتان}}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتان})}{\text{جتان} \times \text{س}} \times \frac{1}{1 + \text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان} \times \text{س}} \times \frac{1}{1 + 0} = \frac{0}{\text{جتان} \times \text{س}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتان})}{2 \times \text{س} \times \text{س}} = \frac{0}{2 \times \text{س} \times \text{س}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتان})}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{س}} = \frac{0}{\text{جتان}} \times \frac{1}{\text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتان})}{\text{جتان}} \times \frac{1}{1 + \text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان}} \times \frac{1}{1 + 0} = \frac{0}{\text{جتان}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} (1 - \text{جتان})}{\text{جتان} \times \text{س}^3 \times (1+1)} = \frac{0}{\text{جتان} \times \text{س}^3} = \frac{0}{\text{س}^3}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس} \times \text{جاس}}{\text{جتان} \times \text{س}^3} = \frac{0}{\text{جتان} \times \text{س}^3} = \frac{0}{\text{س}^3}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{جاس}}{\text{س}} \times \frac{\text{جاس}}{\text{س}} = \frac{0}{\text{س}} \times \frac{0}{\text{س}} \times \frac{0}{\text{س}} = \frac{0}{\text{س}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{1} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{1}{\text{جتان}} = \frac{1}{0} = \infty$$

(٢٠١٩) صيغة غير ملائمة

جد

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} - \text{ظاس}}{\text{جتان} - \text{قاس}} = \frac{0}{0}$$

الحل:

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} - \text{جاس}}{\text{جتان} - \text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان} - \text{جتان}} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جاس} \times \text{جتان} - \text{جاس}}{\text{جتان} \times \text{س}} = \frac{0}{\text{جتان} \times \text{س}} = \frac{0}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} = \frac{\text{جتان} - 1}{\text{جتان}} = \frac{0}{\text{جتان}} = \frac{0}{0}$$

النهايات والاتصال (العلمي) الوحدة رياضيات عصام محمد الشيباني  
ممثلية اقترانات نهايات (الأول) العنوان القمل ماجستير رياضيات

$$\frac{\text{جاء س} \times \text{جاء س}}{\text{جاء س} \times \text{جاء س}} = \text{نها}$$

نها جامیس  $\times$  جامیس  $\frac{1}{جایس}$

$$\frac{1}{5}x + x \leq x - n$$

• **دین** =

جتا + جتا ، جا + حا

**مثال**

الحل:

نها - ۲ جا  $\frac{\text{بـ}}{\text{من}}$  جا  $\frac{\text{لـ}}{\text{من}}$

$$\text{ذها - ۲ جاهش} = \frac{\text{جها}}{۳}$$

$$1 - \approx 1 \times 0 \times c_1 \dots n$$

مطالعات

$$\frac{4+P}{5} - \frac{4-P}{5} = 2$$

$$\frac{y-p}{c} + \frac{y+q}{c} = 2$$

$\frac{y-p}{q} = \frac{y+p}{q}$  جا ۲ - جواب

$$\text{جتاب} + \text{جتاب} = 2 \cdot \text{جتاب}$$

**٣٤٦ صيغة**

الحل :

نها - ۲ جامیں جا

نها - ۲ جای سه

$$\Sigma = 1 - x - \frac{\epsilon}{\epsilon} x - \epsilon =$$

JET

$$\frac{P_1 J_1 + P_2 J_2}{P_1 + P_2} = \frac{J_1}{J_1 + J_2}$$

الحل:

$$\frac{\frac{P-5}{2} \text{ جتا}}{P+3} < \frac{\frac{P+5}{2} \text{ جا}}{P-3}$$

$$\text{نها} \cdot \frac{(P+sw)}{(P+sw)} \geq \text{جتا} \cdot \frac{(P+sw)}{(P+sw)}$$

$$P_{\text{تک}} = P_{\text{جای}} = \frac{(P-P_f) - \frac{1}{2} \cdot L_{\text{جای}} \cdot \frac{1}{C}}{(P_f - f) - \frac{1}{2} \cdot L_{\text{جای}} \cdot 1} =$$

### ٣.١٩ شتوى قديم

$$\text{نها} \frac{\sin x - \sin \pi}{x - \pi} \text{ تساوي}$$

- (٢) ١- بـ) ١ (ج) صفر (د) غير موجودة  
 الحل:

$$\text{نها} \frac{\sin x - \sin \pi}{x - \pi}$$

$$\text{نها} \frac{\frac{1}{x}(\cos x - \cos \pi)}{\frac{1}{x}(x - \pi)}$$

$$= \cos x - \cos \pi$$

$$= 0 \times 1 =$$

### التحليل والمترتب

مثال

$$\text{جد نها} \frac{\text{جا } (4+3x)}{4-3x}$$

الحل :

$$\frac{1}{(4-3x)} \times \frac{(4+3x)}{(4+3x)} = \frac{\text{نها} \frac{\text{جا } (4+3x)}{4-3x}}{1} =$$

مثال

$$\text{جد نها} \frac{\text{جا } (3x-16)}{4-3x}$$

الحل :

$$\frac{(4+3x)}{(4+3x)} \times \frac{\text{جا } (3x-16)}{(3x-16)} = \frac{\text{نها} \frac{\text{جا } (3x-16)}{4-3x}}{4+3x}$$

$$(4+3x) \times \frac{\text{جا } (3x-16)}{3x-16} = \text{نها} \frac{\text{جا } (3x-16)}{4+3x}$$

$$(4+3x) \times 1 = \wedge \times 1 =$$

**رياضيات (الحلمي) الوحدة ( النهايات والاتصال )**  
**الفصل ( ١ ) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية )** ماجستير رياضيات

الاستبدال

٤ تبديل جتا مع ظا

$$\text{جتا } \theta = \text{ظا} (\theta - \pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta + \pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta - \pi\pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta + \pi\pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta - \pi\pi\pi)$$

٥ تبديل جا مع جا

$$\text{جا } \theta = \text{جا} (\theta - \pi)$$

$$= \text{جا} (\theta + \pi)$$

$$= \text{جا} (\theta - \pi\pi)$$

$$= \text{جا} (\theta + \pi\pi)$$

$$= \text{جا} (\theta - \pi\pi\pi)$$

$$= \text{جا} (\theta + \pi\pi\pi)$$

⋮

٦ تبديل ظتا مع ظا

$$\text{ظتا } \theta = \text{ظا} (\theta - \pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta + \pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta - \pi\pi)$$

$$= \text{ظا} (\theta + \pi\pi)$$

عصام الشيحة  
عمان طبربور  
جامعة البترون  
0796300625

٣ تبديل ظا مع جتا

$$\text{ظا } \theta = \text{جتا} (\theta - \pi)$$

$$= \text{جتا} (\theta + \pi)$$

$$= \text{جتا} (\theta - \pi\pi)$$

$$= \text{جتا} (\theta + \pi\pi)$$

$$= \text{جتا} (\theta - \pi\pi\pi)$$

$$= \text{جتا} (\theta + \pi\pi\pi)$$

⋮

$$\text{جا} (\theta + \pi) = \text{جا } \theta \text{ جتاب} + \text{جتا } \theta \text{ جاب}$$

$$\text{جا} (\theta - \pi) = \text{جا } \theta \text{ جتاب} - \text{جتا } \theta \text{ جاب}$$

$$\text{جتا } (\theta + \pi) = \text{جتا } \theta \text{ جتاب} - \text{جا } \theta \text{ جاب}$$

$$\text{جتا } (\theta - \pi) = \text{جتا } \theta \text{ جتاب} + \text{جا } \theta \text{ جاب}$$

عصام الشيحة  
عمان طبربور  
جامعة البترون  
0796300625

رياضيات (الحلوي) الوحدة (النهايات والاتصال)

العنوان (نهايات اقترانات مثلثية)

القسم (1) ماجستير رياضيات

**مثال:**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3}$$

$$= \frac{\sin(3-3)}{3-3} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3} = \frac{0}{0}$$


---

**الحل:**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3}$$

عاصم الشيشي  
عمان طبربور  
جامعة ال البيت  
0796300625

**مثال:**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3}$$

$$= \frac{\sin(3-3)}{3-3} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\text{عندما } x \rightarrow 3 \Leftrightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3} = 1 -$$


---

**مثال:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

**الحل:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

$$0 = 1 -$$

$$\Leftrightarrow 1 = 1 - 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} = \frac{\sin 0}{1-1} = \frac{0}{0}$$


---

**مثال:**

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x-\pi)}{\pi-x}$$

**الحل:**

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x-\pi)}{\pi-x}$$

رياضيات (الحل) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 عصام محمد الشيخ  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية)  
 ماجستير رياضيات

**مثال**  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

الحل:

$$\frac{\sin x}{x} \sim \frac{\text{جتا } x}{x}$$

$$\frac{\sin x}{x} \sim \frac{x - \frac{x^3}{6}}{x - \frac{x^3}{6}}$$

$$\frac{\sin x}{x} \sim \frac{x - \frac{x^3}{6}}{x - \frac{x^3}{6}}$$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$x = \frac{x^3}{6} \Leftrightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$$

مثال

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos^2 x}{(x - \frac{\pi}{2})(1 + \cos x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin^2 x}{(x - \frac{\pi}{2})(1 + \cos x)}$$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} \right) \frac{(x - \frac{\pi}{2})}{\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} \right) \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} \right) = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} \right) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}} = \infty$$

$$\frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} \times 1 \times \frac{1}{\infty} =$$

$$\frac{(س - \frac{س}{2})}{\frac{س}{2}} = \frac{س}{2}$$

$$vp - \frac{H}{C} = 0$$

$$\frac{5x^2 - 1}{(x^2 - 1)(x^2 - 4)} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x}{\pi} = \frac{r}{\frac{\pi}{c}} = \frac{r}{1-x}$$

**مثال**

$$\text{الحل: } \frac{\sin(\pi - x)}{\pi - x}$$

$$\frac{(w - \pi^2)}{\left(\frac{\pi}{\theta} - w\right) \frac{1}{\theta}} \quad \text{نها} \quad \pi^2 + w$$

$$\bullet \leftarrow \text{UP} \iff \pi^3 \leftarrow w$$

$$z = \frac{1}{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

۶۰۱۸ شتوی قریم

جد ذها س جا  $\frac{1}{x^2 - 1}$

二

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{1 - \sin x}$$

$$\frac{\sin \left( \pi - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)}{\sin \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \right)}$$

عصام الشميم  
عمان طيربور  
جامعة ال البيت  
07995500612

$$= \frac{y^2 \pi}{y^2} \text{ لها} \quad \text{لها} \cdot \epsilon y^2$$

۱۷

جد ذهاباً

الحل:

$$\frac{4}{9} = \frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{5-1}{9} = \frac{4}{9}$$

۱۳- میکو

جد نهاد سعید

الحل:

$$\frac{(3\pi - \pi)}{(\frac{\pi}{2} - \pi)} = \frac{2\pi}{-\frac{\pi}{2}} = -4$$

٣٠١٥ شتوي

$$\frac{\text{جد } \pi - s}{\pi - s}$$

الحل :

$$\frac{\pi - s}{\pi - s} \times \frac{1 + \frac{s}{\pi - s}}{1 - \frac{s}{\pi - s}}$$

$$\frac{1 - \frac{s}{\pi - s}}{1 + \frac{s}{\pi - s}} = \frac{\pi - s}{\pi + s}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\pi - s}{\pi + s} = \frac{\pi - s}{\pi + s}$$

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{\pi - s}{\pi + s} \right) = \frac{\pi - s}{\pi + s}$$

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{\pi - s}{\pi + s} \right) = \frac{\pi - s}{\pi + s}$$

$$\pi - s = \pi + s \Leftrightarrow s = 0$$

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{\pi - s}{\pi + s} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\pi - s}{\pi + s} = 0$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\pi - s}{\pi + s} = 0$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

رياضيات (الحلبي) الوحدة (النهايات والانهائيات)  
 عصام محمد الشيخ  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

$$\begin{aligned} \frac{1}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1} \\ &\leftarrow s-1 \quad \leftarrow x-1 \\ &\frac{x}{x-1} \times \frac{1}{x-1} \times \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} \\ &\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} \\ &\frac{1}{x-1} = \end{aligned}$$

عصام الشيخ  
 عمان طربور  
 جامحة البت  
 0796300625

$$\begin{aligned} \text{جد } \frac{\text{ذها جتاس - جاس}}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{ذها جتاس - جتا } \left( \frac{1}{x}-s \right)}{s-\frac{1}{x}} \\ \text{نها } \frac{\text{ذها جتاس - جا } \left( \frac{1}{x}-s \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} \\ \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} \\ \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} \\ \frac{\text{نها جا } \left( s-\frac{1}{x} \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \end{aligned}$$

$$\text{جد } \frac{\text{ذها جاس - جتاس}}{s-\frac{1}{x}}$$

$$\begin{aligned} \text{الحل: } \frac{\text{ذها جتاس}}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{ذها جتا } \left( \frac{1}{x}-s \right) - \text{جتاس}}{s-\frac{1}{x}} \\ \frac{\text{ذها جتاس}}{s-\frac{1}{x}} &= \frac{\text{ذها جا } \left( \frac{1}{x}-s \right) - \text{جا } \left( \frac{1}{x}-s \right)}{s-\frac{1}{x}} \\ \frac{\text{ذها جا } \left( \frac{1}{x}-s \right) - \text{جا } \left( \frac{1}{x}-s \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{ذها جا } \left( \frac{1}{x}-s \right) - \text{جا } \left( \frac{1}{x}-s \right)}{s-\frac{1}{x}} &= \end{aligned}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

٣٦٥ صيفي

$$\text{جد } \frac{\text{ذها جناس}}{\text{ذها جناس}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}}{\pi - \pi}$$

الحل :

$$\frac{\frac{1}{2}(\text{جناس} - \sqrt{3} \text{ جناس})}{\frac{1}{2}(\pi - \pi)} = \frac{\text{ذها}}{\text{ذها}}$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\text{جناس} - \sqrt{3} \text{ جناس})}{\frac{1}{2}(\pi - \pi)} = \frac{\text{ذها}}{\text{ذها}}$$

$$\frac{\text{جاء } \frac{1}{2} \text{ جناس} - \text{ جاء } \frac{1}{2} \text{ جناس}}{\frac{1}{2}(\pi - \pi)} = \frac{\text{ذها}}{\text{ذها}}$$

$$\frac{\text{جاء } (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) \text{ جناس}}{\frac{1}{2}(\pi - \pi)} = \frac{\text{ذها}}{\text{ذها}}$$

$$\text{جاء } (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) \text{ جناس} = \text{ص} = \frac{\pi}{2} - \text{ص}$$

$$\frac{\text{ذها}}{\frac{1}{2}((\pi - \text{ص})(\text{ص}))} = \frac{\text{ذها}}{\text{ذها}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}((\pi - \text{ص})(\text{ص}))} = \frac{1}{1 - \times \frac{1}{2}} =$$

عصام الشيخ  
 عمان طرابور  
 جامعة البت  
 ٠٧٩٦٣٠٠٦٢٥

رياضيات (الحلبي) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 الفصل (١) العنوان (نهايات احترادات مثلثية) ماجستير رياضيات

مثال + ٢٠١٤ شتوي

عصام الشيخ  
 عمان طربور  
 جامعة البت  
 ٠٧٩٦٣٠٥٦٢٥

$$\frac{\pi - 3x}{\pi - 3x} \quad \text{جد نها} \quad \frac{\pi - 3x}{\pi - 3x}$$

الحل:

$$\frac{\pi - 3x}{\pi - 3x} \quad \text{نها} \quad \frac{\pi - 3x}{\pi - 3x}$$

$$\frac{\pi - 3x}{\pi - 3x} \quad \text{نها} \quad \frac{\pi - 3x}{\pi - 3x}$$

$$\pi - 3x = 0$$

$$x = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$$

$$\frac{0}{(0 - \pi)(0 - \pi)} \quad \text{نها} \quad \frac{0}{(0 - \pi)(0 - \pi)}$$

$$\frac{1}{\pi - x} = \frac{1}{\pi - x} = \frac{0}{\pi - 0} \quad \text{نها} \quad \frac{0}{\pi - 0}$$

رياضيات (العلم) الوحدة (النهايات والاتصال)  
 عصام محمد الشيخ  
 العنوان (نهايات اقترانات مثلثية)  
 الفصل (١) ماجستير رياضيات

مثال

عصام الشيخ  
 عمان طربور  
 جامعة البت  
 0796300625

جد  $\lim_{x \rightarrow 3^-}$   $\frac{5x-3}{x-3}$

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5x-3}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5x-3}{x-3}$$

عصام الشيخ  
 عمان طربور  
 جامعة البت  
 0796300625

$$5x = 3 - x$$

$$\cdot \leftarrow 5x \leftarrow x$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5x-3}{x-3}$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ  
 الفصل (١) العنوان (نهايات اقترانات مثلثية) ماجستير رياضيات

المتطابقات :

مثال + ٢٠٨ شتوى

$$\begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{الحل:} \end{array}$$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة البت  
 ٠٧٩٦٣٠٠٦٢٥

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{١- جتا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{- جتا٣س + جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{جتا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$6 = 1 \times 2 \times 2 =$$

٢٠٨ صيغة

$$\begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{١- جتا٣س - جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{١- جا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة البت  
 ٠٧٩٦٣٠٠٦٢٥

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{جتا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$2 - x \frac{5}{6} x 2 - =$$

$$3 = \frac{3}{10} =$$

٢٠٧ شتوى

$$\begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س - جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س (١ - جتا٣س)} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س (١ - جتا٣س)} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س (١ - جتا٣س)} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س (١ + ١)} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س (١ + ١)} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٢ جا٣س جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 =$$

٢٠٨ صيغة جديد

$$\begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٤ جا٣س - جا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{نها} \\ \text{٠٤٣} \\ \text{٤ جا٣س - جتا٣س} \\ \text{س٣} \end{array}$$

الفصل (١) العنوان (ذهابات افترانات مثلثية ) ماجستير رياضيات

الحل

نها - ٤٠

نها = س - ظا

1

نها + .٤٢

$$= \text{نها} \left( \frac{\text{جاء}}{\sqrt{L}} - \frac{\text{جاء}}{\sqrt{L}} \right)$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}x^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\sqrt{3}x^{\frac{1}{2}}} =$$

$$\bar{v} = -\frac{1}{\frac{1}{v}} =$$

نهاية

$$\left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$\frac{5}{\frac{1}{2}x\sqrt{v}} - = \frac{1}{\frac{1}{2}x\sqrt{v}} - =$$

$$\overline{r}V = \frac{1}{\frac{1}{r}V} = \frac{1}{\frac{1}{k} \times \overline{r}V} =$$

نہا جاس- ۰۳۳۳ جاس جیساں جیساں

$\frac{4}{5} \cdot 625$

نها جناح جناح جناح

3

نها جاس (جاس ۱-۲)

سید

$$\text{نها} = \frac{\text{جاس}}{(1 - جتس + جتس \times \text{جاس})}$$

$$(\pi_1^{\text{red}})^*(\pi_1^{\text{red}}(1)) \in (\pi_1^{\text{red}})^*(\mathbb{Z})$$

$$\frac{\text{نها جامی} + \text{نها جامی}}{\text{سی سی سی}} = ۰.۶۶$$

جنس (جنس) + نهائ (نهائ) جنس

$$\wedge + \frac{\text{نها ئىچاس جاڭس}}{\text{ئىچاس}} \dots$$

$$n = \frac{1}{2} x \left( \frac{\text{جاس}{\circ}}{\text{س}} \right)$$

$$\wedge + \frac{1}{\varepsilon} x^r_1 x \varepsilon$$

$$\backslash. = \wedge + \vee =$$

$$1 = \lambda + \gamma =$$

۳۰۱۹ قدریم شتوی

جـمـد نـهـا سـ - ٢ ظـاسـ

$$\frac{\text{غير موجودة}}{\sqrt{1-\sin x}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ـ 3 ظاس} \\ \text{ـ جتا} \\ \text{ـ نها} \\ \text{ـ 43} \end{array}$$