



توجيهي ٢٠٢٠



الاستاذ بشار ابو العماش ٠٧٧٢٨٨٧٠٦٦

طريقة لوبيتال لحساب النهايات

• عزيزي الطالب تذكر معنا انه عند نهاية خارج قسمة اقترايين عندما يكون الناتج صفر علي صفر نستخدم احد الطرق التالية :

- التحليل والاختصار

- الضرب المرافق

- توحيد المقامات

وكثير من الطلبة يواجهون صعوبة في تطبيق ذلك، وكما نعرف امتحان الثانوية لهذا العام ٢٠٢٠ سيكون ضع دائرة (يعني اللي بيهمني الجواب النهائي بغض النظر عن الطريق)

عشان هيك راح نستخدم طريقة لوبيتال لحساب نهاية خارج قسمة اقترايين، كل ما عليك ان تكون متمكن من قواعد الاشتقاق لانه الطريقة سهله وبسيطة وسريعة ونطبق القاعدة ...

$$\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} = \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}} \quad \text{اذا كان نها س — أ}$$

فإن

$$\frac{\text{ق (أ)}}{\text{هـ (أ)}} = \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}} \quad \text{اذا كان نها س — أ}$$

يعني بالمختصر نشتق البسط ونعوض (أ) في المشتقة
 ثم نشتق المقام ونعوض كمان مرة (أ) في المشتقة ثم
 نقسم الناتج في المرة الاولى على الناتج في المرة الثانية

$$\text{مثلاً: } \frac{\frac{صفر}{صفر}}{\frac{صفر}{صفر}} = \frac{9 - 2س}{6 - 2س} \leftarrow \text{نحلل إلى العوامل}$$

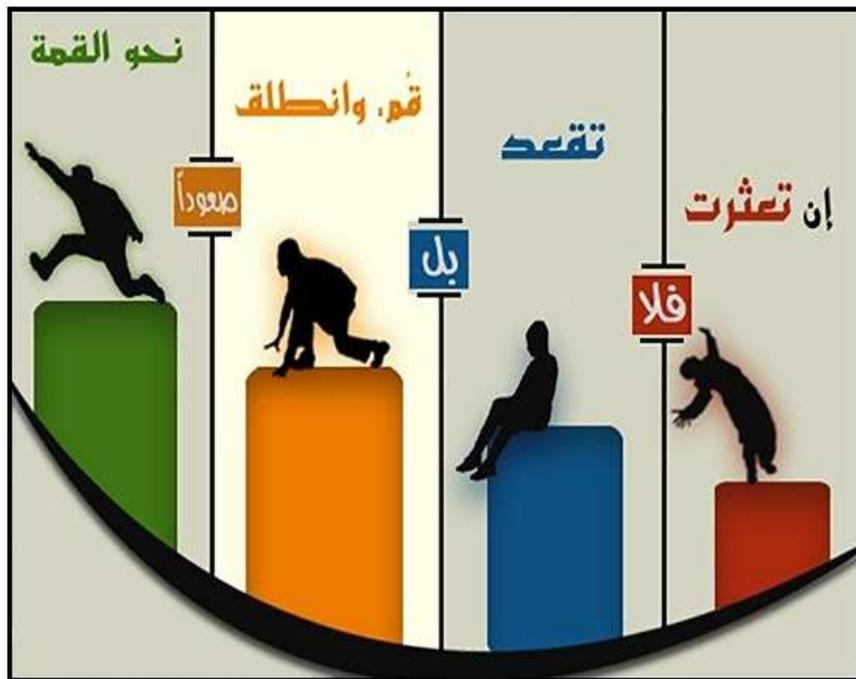
$$\boxed{3} = \frac{6}{2} = \frac{(3+س)}{2} \frac{صفر}{صفر} = \frac{(3+س)(\cancel{3-س})}{\cancel{(3-س)} 2} \frac{صفر}{صفر} = \frac{9 - 2س}{6 - 2س} \frac{صفر}{صفر}$$

ونحن ما بدنا هالسالفة الطويلة هاي
 نطبق القاعدة

مشتقة البسط = $2س$ ونعوض (3) فتصير معنا $6 = 3 \times 2$

نرجع نشتق المقام = 2

نقسم $\frac{6}{2} = 3$ وهو المطلوب



نشوف مثال ثاني نهيا

مشتقة البسط 2س ، نعوض 5 فتصير معنا 10 = 5 × 2

مشتقة المقام 4س - 10 ، نعوض 5 فتصير معنا 10 = 10 - 5 × 4

$$1 = \frac{10}{10}$$

طيب نشوف مثال على الضرب المرافق

نهيا $\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ = (ناتج التعويض المباشر هو $\frac{1}{4}$ وبسبب وجود جذر تربيعي نضرب بالمرافق)

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{(2+\sqrt{2})^2} = \frac{1}{(2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \frac{(2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{(2-\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})^2}$$

وكمان مرة ما بدنا هالطريقة لانه اللي بيهمني الناتج النهائي كون الامتحان ضع دائرة

مشتقة البسط = $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ نرجع نعوض 4 فيكون الناتج $\frac{1}{4}$ ، مشتقة المقام = 2-

$$\text{اذا الناتج} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \text{ وهو المطلوب}$$



نحل كمان مثال نها $\frac{4 - \sqrt{3s + 1}}{s - 2}$

مشتقة البسط = $\frac{3}{1 + \sqrt{3s + 1}}$ وبتعويض ٥ يكون الناتج $\frac{3}{8}$

مشتقة المقام = ٢س وبتعويض ٥ يكون الناتج ١٠

وبالقسمة ناتج الاول على ناتج الثاني $\frac{3}{10}$ (تذكر هنا أن الأول × مقلوب الثاني) $\frac{3}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{3}{8}$

مثال على توحيد المقامات

نها $\frac{1}{s-2} - \frac{1}{s-4}$: الناتج بعد التعويض المباشر = $\frac{1}{s-2} - \frac{1}{s-4}$ لذلك نوحده المقامات (أو بالضرب التبادلي) ثم نختصر

$\frac{1}{s-2} - \frac{1}{s-4} = \frac{1}{2 \times 2} - \frac{1}{s \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2s} = \frac{1-s}{2s} = \frac{1-s}{2(s-2)}$

وكمان مرة ما بدنا هالطريقة كون الامتحان ضع دائرة

مشتقة البسط = $\frac{1}{s}$ وبتعويض ٢ = $\frac{1}{2}$ ، مشتقة المقام ١

الناتج النهائي $\frac{1}{4}$

يا بن آدم تبسم فإن الله

مأشقاك إلا يسعدك
وما أخذ منك إلا يعطيك
وما أبكاك إلا ليضحكك
وما حرمك إلا ليتفضل عليك
وما ابتلاك إلا لأنه يحبك