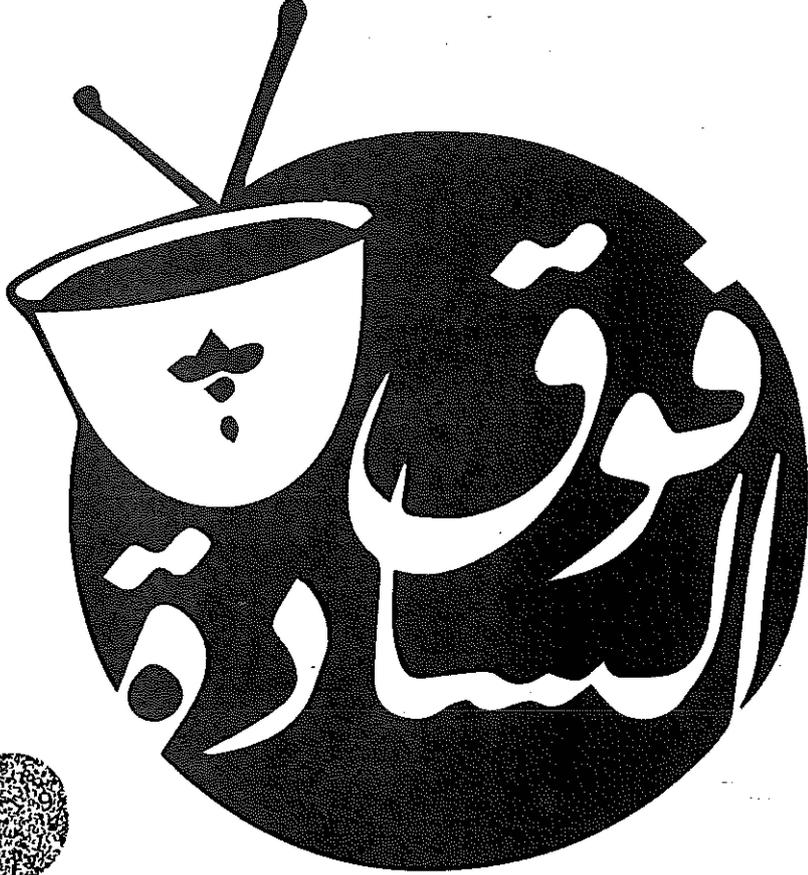


مكتف الفرع الأدبي والفندقي

الرياضيات



عندما بعشق الرياضيات

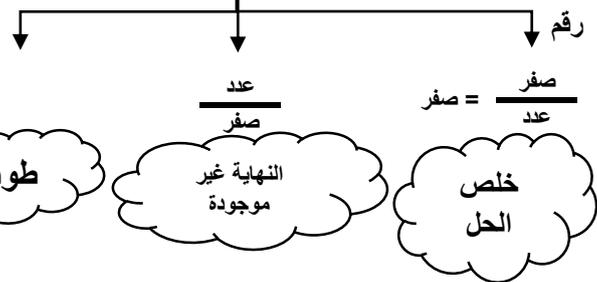
محمود العبد اللات

يحتوي المقترح على العلامة الكاملة

النهايات والاتصال

جد نها $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ تعويض مباشر

الجواب



$$(10) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 - \text{س} - 2}{\text{س}^2 - 4}$$

$$(11) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} - 3}{\text{س}^3 - 1}$$

$$(12) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^3 - 125}{\text{س}^2 - 10}$$

$$(13) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 - \text{س} - 2}{\text{س}^2 - 12\text{س} + 6}$$

$$(14) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 - 5\text{س} + 6}{\text{س}^2 - 2\text{س}}$$

$$(15) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^3 - 2\text{س}^2 - 3\text{س}}{\text{س}^2 - 9}$$

$$(16) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^4 - 27\text{س}}{\text{س}^3 - 3}$$

$$(17) \text{ جد نها } \frac{\frac{1}{\text{س}} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{\text{س}} - 2}$$

$$(18) \text{ جد نها } \frac{\frac{1}{1+\text{س}} - \frac{1}{5-\text{س}}}{\frac{1}{5-\text{س}} - \frac{1}{1+\text{س}}}$$

$$(19) \text{ جد نها } \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2+\text{س}}}{\frac{1}{3-\text{س}} - \frac{1}{3}}$$

$$(20) \text{ جد نها } \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{3-\text{س}}}{\frac{1}{8-\text{س}} - \frac{1}{8}}$$

$$(21) \text{ جد نها } \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2-\text{س}}}{\frac{1}{14-\text{س}} - \frac{1}{7}}$$

$$(1) \text{ جد نها } \frac{\text{س} + 8}{\text{س}^2 + 3}$$

$$(2) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 + 15}{\text{س}^2 + 3}$$

$$(3) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 - 10}{\text{س}^3 + 3}$$

$$(4) \text{ جد نها } \left(\frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} + 1} + 5\text{س} - 3 \right)$$

$$(5) \text{ جد نها } \left(\frac{2-\text{س}}{5+\text{س}} + \text{س}^2 - 1 \right)$$

$$(6) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^2 + 1}{\text{س}^2 - 6}$$

$$(7) \text{ جد نها } \frac{3+\text{س}}{\text{س} - 4}$$

$$(8) \text{ جد نها } \frac{\text{س}^3 - 125}{\text{س}^2 - 25}$$

$$(9) \text{ جد نها } \frac{36-\text{س}^2}{\text{س}^2 - 6}$$

النظريات في النهايات

شكل السؤال

أكثر من نهاية

نهاق (س) ، نها هـ (س)

معطيات ، مطلوب

جهاز المعطيات :

- ← +

+ ← -

× ← ÷

÷ ← ×

(٢) وزع النهاية على المطلوب

(٣) عوض في المطلوب

سؤال ١: إذا كانت نها (س) + ٥ = ٨ ،

نها هـ (س) - ١ = ٣ ، فجد :

نها (س) + نها هـ (س) + نها (س) = ؟

سؤال ٢: إذا كانت نها (س) = ٨ ،

نها هـ (س) = ٢ ، فجد :

نها (س) - نها هـ (س) + نها (س) = ؟

سؤال ٣: إذا كانت نها (س) + س = ٥ ،

نها هـ (س) = ١٠ ، فجد :

نها (س) + نها (س) = ؟

$$\text{نها (س)} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{نها (س)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

إيجاد المجاهيل في التعويض المباشر

$$3 = \text{نها (س)} - 7 \Rightarrow \text{نها (س)} = 10$$

جد قيمة الثابت أ؟

$$17 = \text{نها (س)} - 2 \Rightarrow \text{نها (س)} = 19$$

جد قيمة الثابت ب؟

$$8 = \text{نها (س)} \Rightarrow \text{نها (س)} = 8$$

جد قيمة الثابت ل؟

$$16 = \text{نها (س)} - 22 \Rightarrow \text{نها (س)} = 38$$

جد قيمة الثابت م؟

$$6 = 2 - \text{نها (س)} \Rightarrow \text{نها (س)} = -4$$

جد قيمة الثابت أ؟

أفكار الدوائر

$$\text{نها (س)} = 2 \Rightarrow \text{نها (س)} = 2$$

$$75 \text{ (أ) } \quad 30 \text{ (ب) } \quad 23 \text{ (ج) } \quad 26 \text{ (د)}$$

$$\text{نها (س)} = 7 \Rightarrow \text{نها (س)} = 7$$

$$4 \text{ (أ) } \quad 7 \text{ (ب) } \quad 28 \text{ (ج) } \quad 28 \text{ (د)}$$

إيجاد المجاهيل في المنتعب

النوع الأول: مجهول واحد

خاوة لازم يحكيلى (نهاية موجودة)

الحل :

(١) النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

$$\begin{array}{l} \text{نها} \leftarrow \text{عدد}^+ \text{ق(س)} = \text{نها} \leftarrow \text{ق(س)} \\ \text{س} \leftarrow \text{عدد}^- \end{array}$$

(٢) عوض

(٣) حل المعادلة (أوجد قيمة المجهول)

سؤال ٢: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 2, \quad \text{س}^3 - 1 \\ \text{س} < 2, \quad \text{س}^2 + 5 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد:

$$\text{جـ (١) نها} \leftarrow \text{س(س)} \quad \text{جـ (٢) نها} \leftarrow \text{س(س)}$$

سؤال ٣: وزارة ٢٠١٩ تكميلي

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 2, \quad \text{س}^2 + 5 \\ \text{س} = 2, \quad 14 \\ \text{س} < 2, \quad 3 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد نها \leftarrow س(س)

(أ) ٣ (ب) ١٤ (ج) ٣٠ (د) غير موجودة

سؤال ٤: وزارة ٢٠١٩ عام

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 5, \quad 2 \\ \text{س} < 5, \quad 3 - \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد نها \leftarrow س(س)

(أ) ٣ - (ب) ٥ (ج) ٢ (د) غير موجودة

سؤال ٥: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 2, \quad \text{س}^2 + 1 \\ \text{س} \geq 2, \quad \text{س} \geq 6 \\ \text{س} < 2, \quad \text{س}^2 - 6 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

جد (١) نها \leftarrow س(س) (٢) نها \leftarrow س(س)(٣) نها \leftarrow س(س) (٤) نها \leftarrow س(س)

سؤال ٦: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 5, \quad \text{س}^2 + 2 \\ \text{س} < 5, \quad \text{س}^2 - 1 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

جد س(٥)

(أ) ٢٤ (ب) ٢٢ (ج) ٥ (د) غير معرفة

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 2, \quad \text{س}^2 + 4 \\ \text{س} \leq 2, \quad \text{س} + 2 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد قيمة الثابت ل، إذا كانت نها \leftarrow س(س) موجودة .

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} < 2, \quad \text{س}^2 + 5 \\ \text{س} = 2, \quad 10 \\ \text{س} > 2, \quad \text{س} + 15 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد قيمة الثابت أ، إذا كانت نها \leftarrow س(س) موجودة .

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \leq 5, \quad \text{س}^3 \\ \text{س} > 5, \quad 40 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

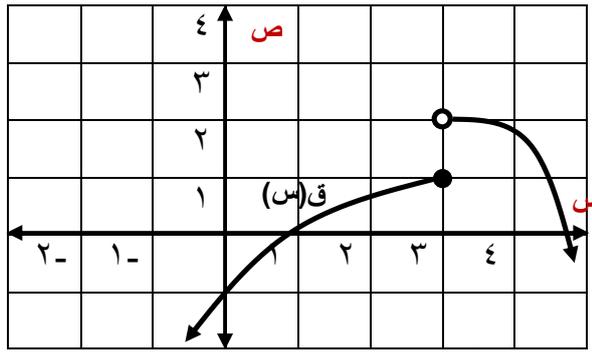
فجد قيمة الثابت أ، إذا كانت نها \leftarrow س(س) موجودة .

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 2, \quad \text{س} + 4 \\ \text{س} \leq 2, \quad \text{س}^2 + 1 \end{array} \right\} = \text{س(س)}$$

فجد قيمة الثابت أ، إذا كانت نها \leftarrow س(س) موجودة .

النوع الثاني: مجهولين (جد أ ، ب)

(٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



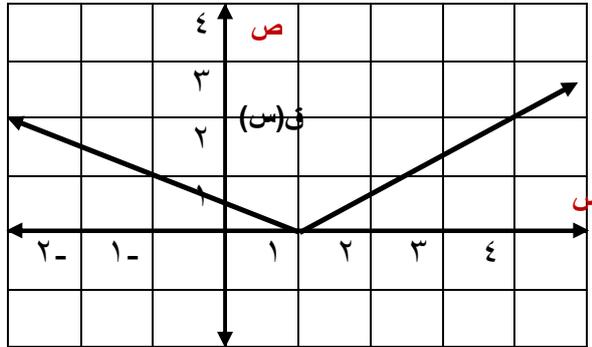
(١) نهاية (س) (٢) نهاية (س)

+٣ ← س -٣ ← س

(٣) نهاية (س)

٣ ← س

(٣) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) نهاية (س) (٢) نهاية (س)

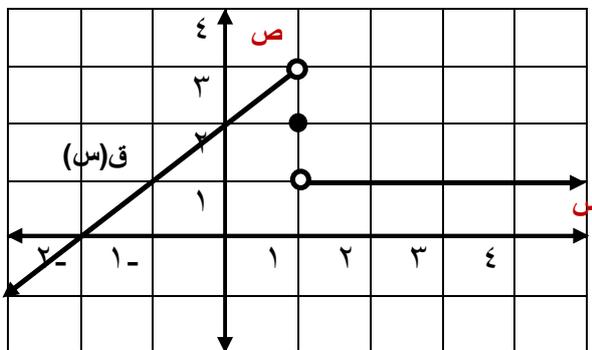
+١ ← س -١ ← س

(٣) نهاية (س)

١ ← س

وزارة ٢٠١٩ تكميلي

(٤) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نهاية (س)

١ ← س

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) غير موجودة

المعطي ٢	المعطي ١
نها ق(س) موجودة تحول	نها ق(س) = رقم عادية
نها ق(س) = نها ق(س)	الحل : نقي القاعدة عوض
س ← تحول + س ← تحول -	أوجد المجهول ١
>	
<	
عوض	
أوجد المجهول ٢	

سؤال ١: إذا كان $٣ > س$ ، $٤ + س$ ، $٣ \leq س$ ، $٥ - ٢$ } = (س) (س)

جد قيمة أ ، ب ، إذا كانت نهاية (س) = ٤٥ ، وكانت

نها (س) موجودة .

٣ ← س

النهايات من الرسم

س سؤال

أولاً: جد نها

ص جواب

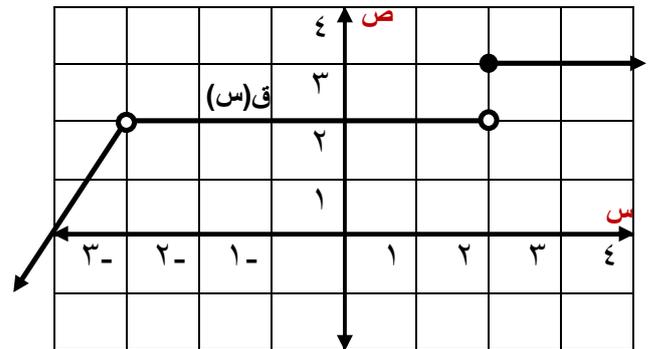
الحل : (١) أرسل قنابل شوق

(٢) أخطب بالرسم

(٣) الجواب من الصادات

الأسئلة

(١) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) نهاية (س)

+٢ ← س

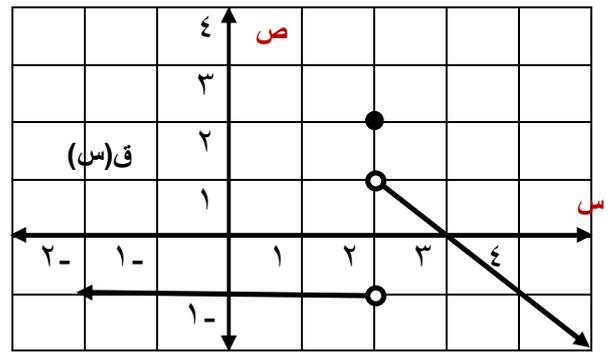
(٢) نهاية (س)

-٢ ← س

(٣) نهاية (س)

٢ ← س

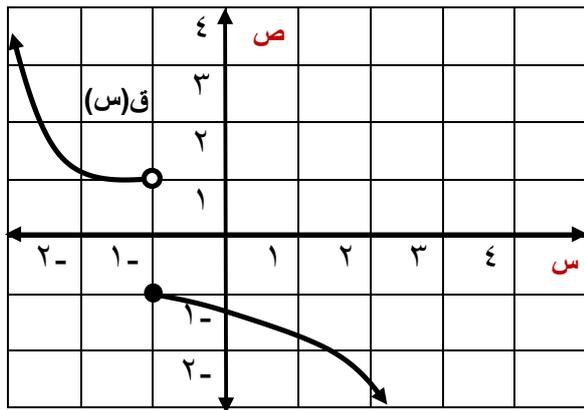
٥) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س)
س ← ٢ +

أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) غير موجودة

٨) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س)
س ← ١ +

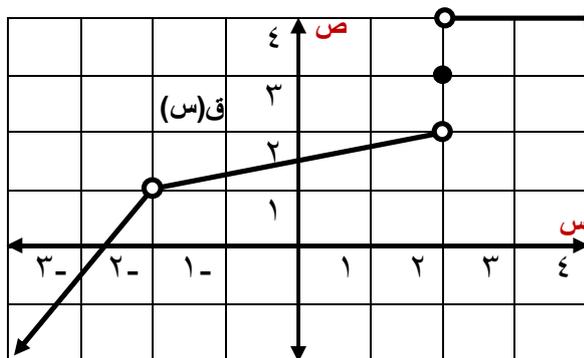
أ) ١ (ب) ١- (ج) ٢ (د) ٢-

ثانياً: جد ق (عدد) ← س سؤال

● الحل دور على ص جواب

الجواب من الصادات

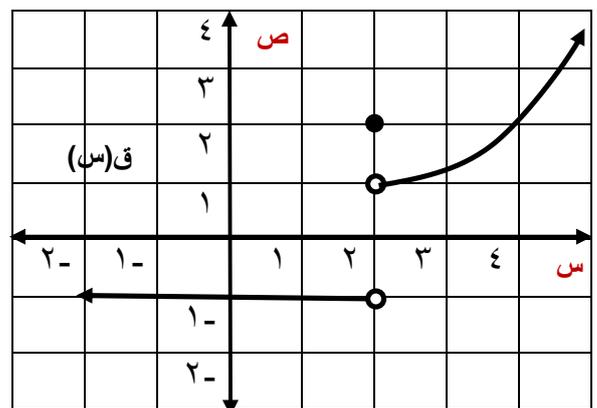
١) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س)
س ← ٢ -

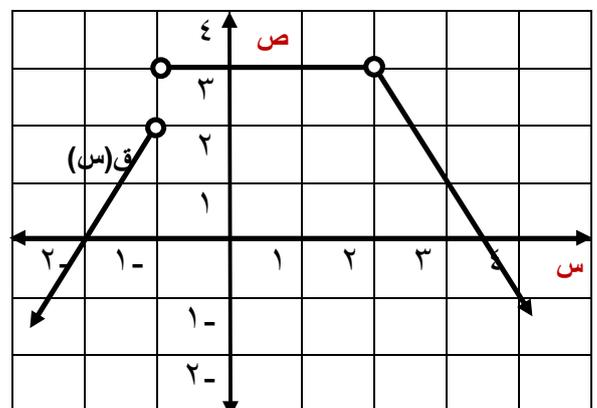
أ) ١ (ب) ٢ (ج) ١- (د) ٢-

٦) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س)
س ← ٢ -

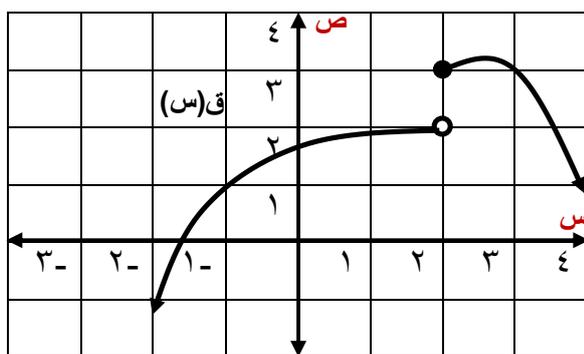
٧) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س) + ٢ + ٥
س ← ٢ +

أ) ٢ (ب) ١٢ (ج) ٣ (د) ١١

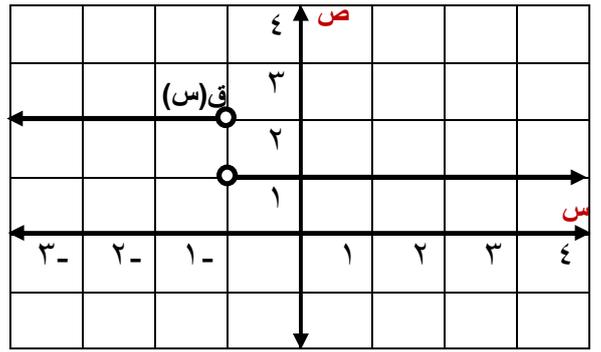
٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



جد نها (س)
س ← ٢ -

أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٢-

(٣) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) ص (١-)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ١- (د) غير معرف

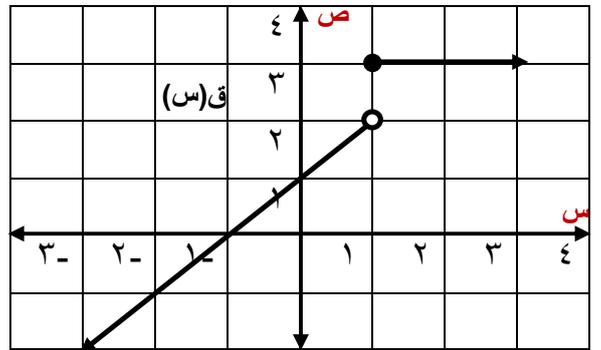
ثالثاً: المجاهيل عن طريق الرسم من الرسم

القسم ١: جد أ إذا كانت نهان (س) غير موجودة

الحل : الجواب من السينات

الجواب (الرقم الي تحت القفزة)

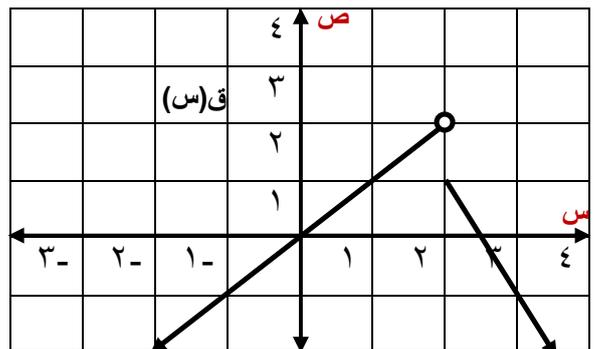
(١) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد أ إذا كانت نهان (س) غير موجودة

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١-

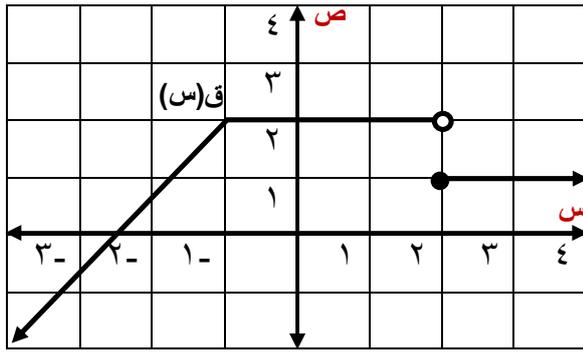
(٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد أ إذا كانت نهان (س) غير موجودة

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١-

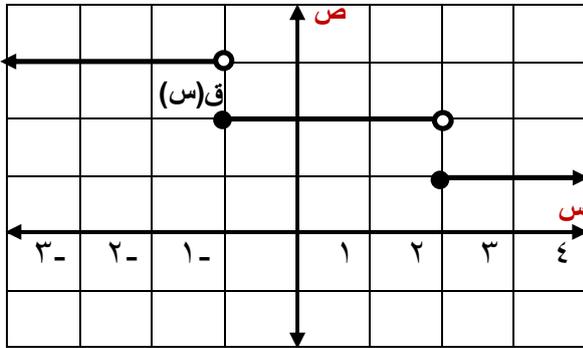
(٣) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد أ إذا كانت نهان (س) غير موجودة

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١-

(٤) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد أ إذا كانت نهان (س) غير موجودة

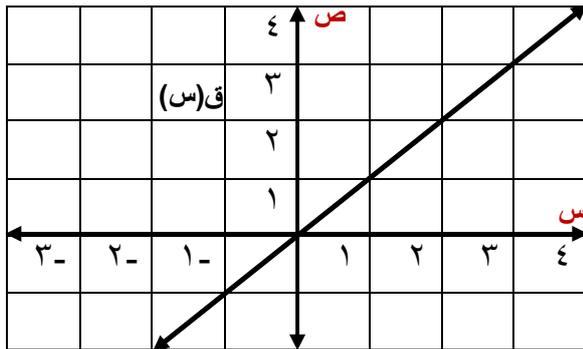
(أ) ٢ (ب) ١- (ج) ٠، ٢ (د) ١، ٢

القسم ٢: جد أ إذا كانت نهان (س) = رقم

الحل : (١) امشي على طريق الرقم

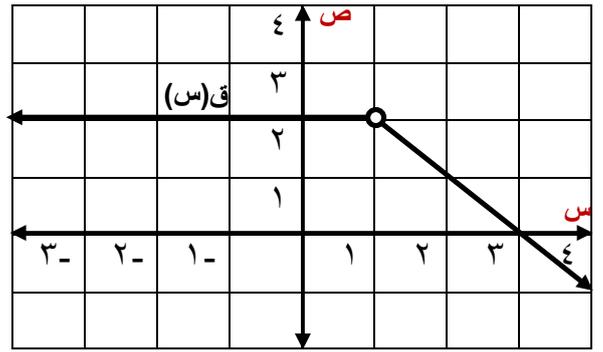
(٢) اخطب بالرسم (٣) الجواب من السينات

(١) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد أ إذا كانت نهان (س) = ٢ ؟

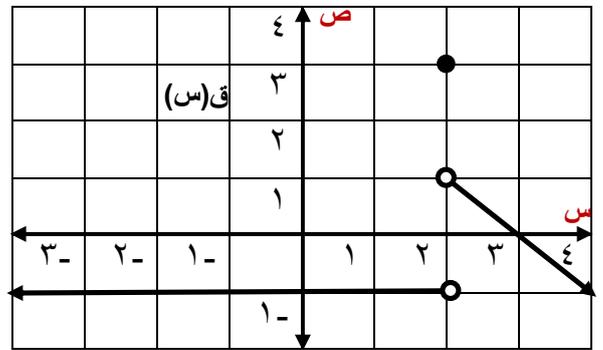
٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



١) جد أ إذا كانت $ق(س) = 1$
س ← ١

أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١-

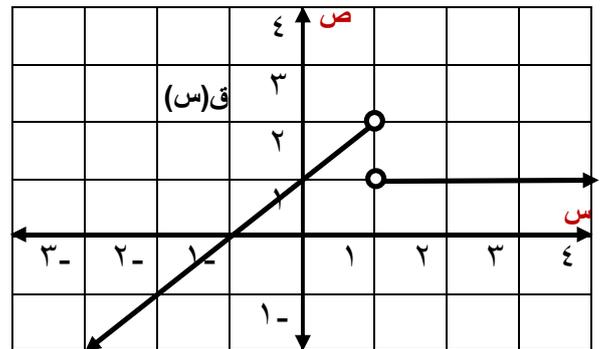
٣) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



١) جد أ إذا كانت $ق(س) = \text{صفر}$
س ← ١

أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١-

٤) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



١) جد أ إذا كانت $ق(س) = 1-$
س ← ١

أ) صفر (ب) ١- (ج) ٢- (د) ٣

الاتصال عند نقطة

النوع الأول :

المعطيات : متشعب جواتو = ، < ، >

المطلوب : ابحث في اتصال ق(س) عند س = رقم

الحل : ١) الصورة ، ق(عدد) =

٢) النهاية من اليمين عند س < رقم

٣) النهاية من اليسار عند س > رقم

٤) النتيجة مع ذكر السبب (متصل ، غير متصل)

سؤال ١: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} س^٢ + ٥ ، س > ٣ \\ س + ١١ ، س = ٣ \\ ٢س + ٨ ، س < ٣ \end{array} \right\} = ق(س)$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٣؟

سؤال ٢: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٢س^٢ + ٢ ، س \geq ١ \\ س + ٥ ، س < ١ \end{array} \right\} = ق(س)$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = ١؟

سؤال ٣: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} س^٢ + ٢ ، س > ٢ \\ س + ٣ ، ٢ > س > ٤ \\ ٢س - ١ ، س \leq ٤ \end{array} \right\} = ق(س)$$

١) ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٤؟

٢) ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٢؟

النوع الثاني :

المعطيات : متشعب جواتو = ، ≠

المطلوب : ابحث في اتصال ق(س) عند س = رقم

الحل : (١) الصورة ، ق(عدد) عند =

(٢) النهاية عند س ≠ رقم

(٣) النتيجة مع ذكر السبب (متصل ، غير متصل)

سؤال ١ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ٥ ، س = ٣ \\ س^٢ - ١ ، س \neq ٣ \end{array} \right\}$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٣؟

سؤال ٢ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ - ٤ ، س \neq ٢ \\ س - ٢ ، س = ٢ \end{array} \right\}$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٢؟

إيجاد المجاهيل في الاتصال

النوع الأول : مجهول واحد في الاتصال

الحل :

الصورة = النهاية

عوض

أوجد المجهول

سؤال ١ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ٣ ، س \geq ٢ \\ س + ١٣ ، س < ٢ \end{array} \right\}$$

جد قيمة أ إذا كان ق متصل عند س = ٢؟

سؤال ٢ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ٣ ، س \neq ١ \\ ٢ك ، س = ١ \end{array} \right\}$$

جد قيمة ك إذا كان ق متصل عند س = ١؟

سؤال ٣ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ١ ، س = ٢ \\ س + ١٥ ، س \neq ٢ \end{array} \right\}$$

جد قيمة أ إذا كان ق متصل عند س = ١؟

سؤال ٤ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س = ٣ ، ٣٢ \\ س \neq ٣ ، \frac{٩ - س^٢}{٣ - س} \end{array} \right\}$$

جد قيمة م إذا كان ق متصل عند س = ٣؟

النوع الثاني : مجهولين في الاتصال

نها = صورة
س ← عدد +
عند > صورة عند =

نها = صورة
س ← عدد +
عند < صورة عند =

بلش بالي مجاهيلو أقل

سؤال ١ : إذا كان

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س + ٤ ، س < ٢ \\ س = ٢ ، ١٢ \\ بس + ١ ، س > ٢ \end{array} \right\}$$

جد قيمة أ ، ب إذا كان ق متصل عند س = ٢؟

$$و(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ + ١ ، س > ٣ \\ س = ١٠ ، س = ٣ \\ س + ب ، س < ٣ \end{array} \right\}$$

جد قيمة أ ، ب إذا كان ق متصل عند س = ٣؟

ق(س) ، ه(س)

فكرة مكس MIX :
الاتصال
نهاية

الحل : (١) عوض حرفي (٢) ضرب تبادلي

جد المجهول (٣)

سؤال ١ : إذا كان ق(س) ، ه(س) متصلين عند س = ٢

وكانت و(٢) = ٥ ، فجد ه(٢) ، إذا كانت

$$\frac{نها ه(س) + س}{س + و(س)} = ١$$

سؤال ٢: إذا كان $ق(س)$ ، $هـ(س)$ متصلين عند $س = ٥$ وكانت $هـ(٥) = ٣$ ، فجد $ق(٥)$ ، إذا كانت

سؤال ١: إذا كان $ق(س) = س + ٥$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س٢ ، \\ ٢ \leq س٢ ، \end{array} \right\} = (س) هـ(س) \text{ وكان}$$

ابحث في اتصال $ق(س) \times هـ(س)$ عند $س = ٢$

سؤال ٢: إذا كان $ق(س) = س٢$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ \geq س٢ ، \\ ٥ < س٣ ، \end{array} \right\} = (س) هـ(س) \text{ وكان}$$

ابحث في اتصال $ق(س) + هـ(س)$ عند $س = ٢$

سؤال ٣: إذا كان $ق(س) = س٢ + ٢$

$$\left. \begin{array}{l} ٤ > س١ + ١ ، \\ ٤ \leq س٢ ، \end{array} \right\} = (س) هـ(س) \text{ وكان}$$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٤$ إذا كان

$ل(س) = ق(س) - هـ(س)$.

سؤال ٤: إذا كان $ق(س) = س٢ - ٩$

$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س٤ ، \\ ٣ = س٢ ، \\ ٣ < س٤ - \end{array} \right\} = (س) هـ(س) \text{ وكان}$$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٣$ إذا كان

$ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$.

نقاط عدم الاتصال (والله جاي)

المعطيات: اقتران نسبي $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

المطلوب: قيم $س$ الغير متصل

الحل: مقام = ٠ \leftarrow نجد قيم $س$

(١) جد قيم $س$ التي تجعل $ق(س)$ غير متصل حيث

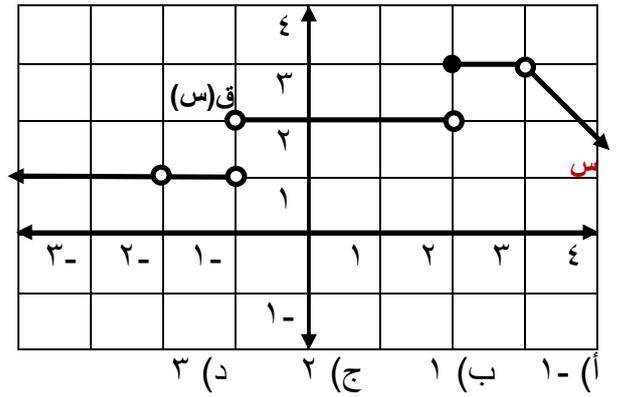
$$ق(س) = \frac{س٢}{س - ٥}$$

سؤال ٢: إذا كان $ق(س)$ ، $هـ(س)$ متصلين عند $س = ٥$ وكانت $هـ(٥) = ٣$ ، فجد $ق(٥)$ ، إذا كانت

$$\left. \begin{array}{l} ٢ = \frac{١ + (س)}{(س)} هـ(س) \\ س \leftarrow ٥ \end{array} \right\} = (س) هـ(س) \text{ وكانت}$$

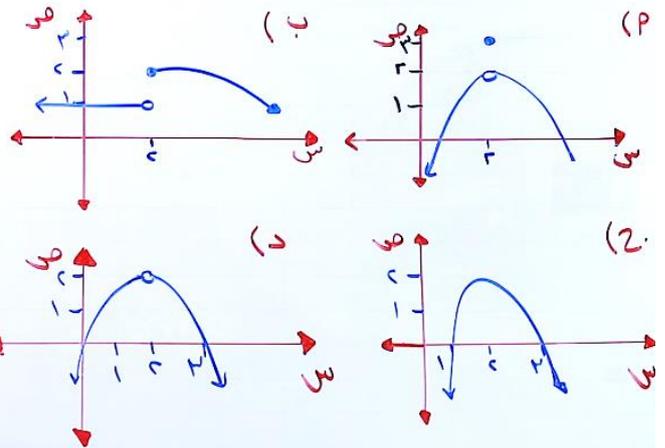
أفكار ضع دائرة

(١) بالاعتماد على الرسم المجاور عند أي من قيم $س$ يكون $ق(س)$ متصل: **ص**



(٢)

أي الأشكال الآتية تصفه عند $س = ٣$



نظريات في الاتصال

شكل السؤال:

اقترانين $ق(س)$ ، $هـ(س)$

ابحث في اتصال $ق + هـ$ أو $ق - هـ$ أو $ق \times هـ$ أو $ق \div هـ$

الحل:

(١) اخترع اقتران جديد $ل(س)$ متشعب

المعطيات رسمة

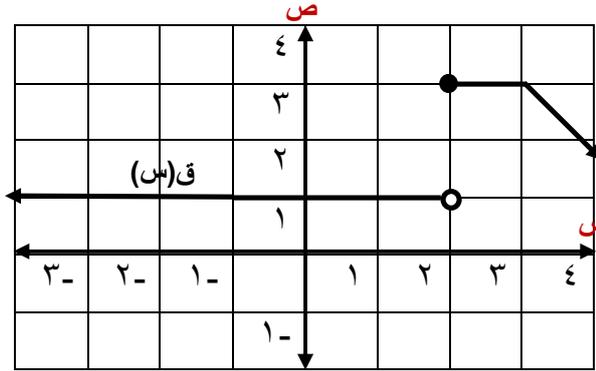
المطلوب قيم س الغير متصلة

الحل :

(١) الجواب : الرقم الي تحت الدائرة المفتوحة

(٢) الجواب من السينات

(١) بالاعتماد على الرسم المجاور عند أي من قيم س يكون ق(س) غير متصل :



(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٢) جد قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل حيث

$$u(s) = \frac{6s^2 - 1}{(s+3)(s-2)}$$

(٣) جد قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل حيث

$$u(s) = \frac{4s}{s^2 - 5s + 6}$$

(٤) جد قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل حيث

$$u(s) = \frac{3}{s^2 - 5s}$$

(٥) جد قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل حيث

$$u(s) = \frac{2s}{s-2} + \frac{4}{s-4}$$

(٦) جد قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل حيث

$$u(s) = \frac{2s}{s-2} + \frac{4}{s-4}$$

وزارة ٢٠١٩ عام

(٧) جد قيم س التي يكون عندها ق(س) غير متصل

$$u(s) = \frac{s}{(s-1)(s+2)}$$

(أ) {١، ٢-} (ب) {٢، ١-}

(ج) {٢، ١-، ٠} (د) {١، ٢-، ٠}

وزارة ٢٠١٩ تكميلي

(٨) جد قيم س التي يكون عندها ق(س) غير متصل

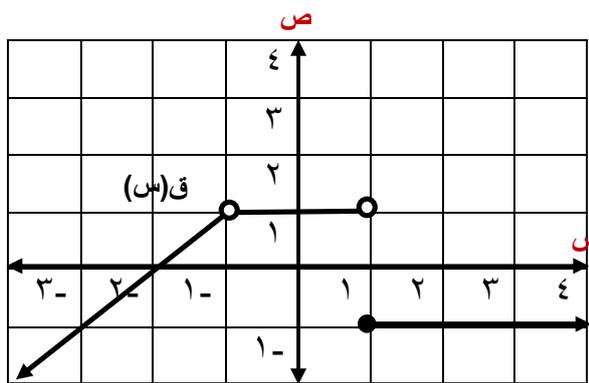
$$u(s) = \frac{s+5}{s(s-3)}$$

(أ) {٣-، ٠} (ب) {٣، ٠}

(ج) {٥، ٣-، ٠} (د) {٥-، ٣، ٠}

نقاط عدم الاتصال (الرسم)

(٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد قيم س التي يكون ق(س) عندها غير متصل :



(أ) {٠، ١-} (ب) {١، ١-}

(ج) {١، ٠} (د) ١-

معدل التغير

قوانين الدرس

$$(1) \text{ مقدار التغير في } s = \Delta s = s_2 - s_1$$

$$(2) \text{ مقدار التغير في } q(s) = q(s_2) - q(s_1)$$

$$(3) \text{ معدل التغير في } q(s) = \frac{\Delta q(s)}{\Delta s} = \frac{q(s_2) - q(s_1)}{s_2 - s_1}$$

إذا طلب مني مقدار التغير أو معدل التغير:

خطوات الحل:

$$(1) \text{ نجد } s_1, s_2$$

$$(2) \text{ إذا كانت } s_2 \text{ مجهولة } s_2 = s_1 + \Delta s$$

$$(3) \text{ أكتب القانون عوض في القانون}$$

سؤال 1: إذا كانت $q(s) = s^2$ وتغيرت s من 2 إلى 7 فجد مقدار التغير في s ؟

سؤال 2: إذا كان $q(s) = s^2 + 5$ وتغيرت s من 2 إلى 6 فجد مقدار التغير في $q(s)$ ؟

سؤال 3: إذا كان $v = q(s) = s^3 + 3$ وتغيرت قيمة s من $s_1 = 0$ إلى $s_2 = 4$ فإن مقدار التغير في $q(s)$ يساوي:

$$(أ) 4 \quad (ب) 1 \quad (ج) -4 \quad (د) -1$$

سؤال 4: إذا كان $q(s) = s^2 - 1$ وكانت $s_1 = 3$ ، $\Delta s = 2$ فجد مقدار التغير في الاقتران $q(s)$.

سؤال 5: إذا كان $q(s) = s^2 - 1$ وتغيرت s من $s_1 = 3$ إلى $s_2 = 5$ ، فجد معدل التغير في الاقتران $q(s)$

سؤال 6: إذا كان

$$u(s) = \left. \begin{array}{l} s^2 - 2, \quad 1 \leq s < 4 \\ s^3, \quad 4 \leq s \leq 10 \end{array} \right\}$$

جد معدل التغير في الاقتران $q(s)$ إذا تغيرت s من $s_1 = 3$ إلى $s_2 = 5$ ؟

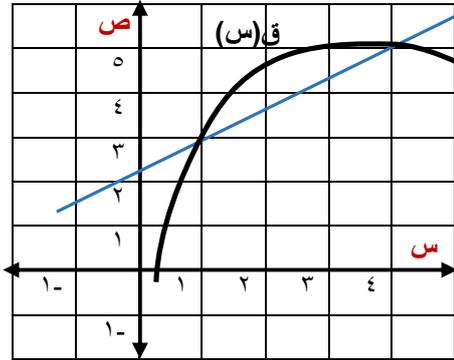
سؤال 7: إذا كان

$$u(s) = \left. \begin{array}{l} s^2, \quad s \leq 3 \\ s^2, \quad s > 3 \end{array} \right\}$$

جد معدل التغير في الاقتران $q(s)$ إذا كانت $s_1 = 2$ و $\Delta s = 4$ ؟

إيجاد معدل التغير من خلال الرسم

بالاعتماد على الرسم المجاور جد معدل التغير في الاقتران $q(s)$ في الفترة $[1, 4]$ ؟



تذكر قوانين الأشكال الهندسية

$$\text{مساحة المربع } q(s) = s^2$$

$$\text{محيط المربع } q(s) = 4s$$

$$\text{حجم المكعب } q(s) = s^3$$

سؤال: مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه من 1 سم إلى 3 سم فجد مقدار التغير في حجم المكعب؟

فكرة ميل القاطع

(١) سمى النقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ،

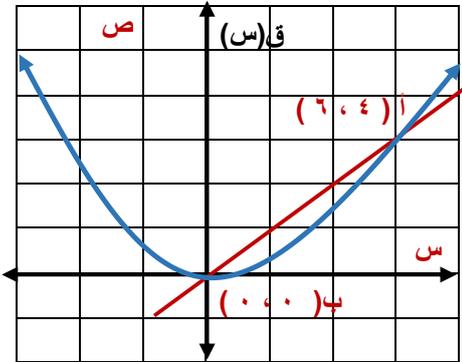
$$(٢) \text{ قانون ميل القاطع} = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$$

(٣) عوض في القانون

سؤال ١ : إذا كان الاقتران ق(س) يمر بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (٦ ، ١٧) جد ميل القاطع المار بالنقطتين ؟

سؤال ٢ : إذا كان الاقتران ق(س) = س٢ + ١ جد ميل القاطع المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (٦ ، ١٧) ؟

سؤال ٣ : بالاعتماد على الرسم المجاور جد ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب ؟



إيجاد المجاهيل في ميل القاطع

(١) سمى النقطتين (٢) قانون ميل القاطع

(٣) عوض في القانون (٤) ضرب تبادلي

سؤال ١ : إذا كان منحنى ق يمر بالنقطتين

أ (٢ ، ٥) ، ب (٤ ، ل) . وكان ميل القاطع

يساوي ٣ فجد ل.

إيجاد المجاهيل في معدل التغير

(١) نجد س١ ، س٢

(٢) نكتب القانون

(٣) عوض في القانون

(٤) ضرب تبادلي

(٥) نجد المجهول

سؤال ١ : إذا كان

$$و(س) = \begin{cases} ١ \leq س \leq ٣ \\ ٣ > س > ٥ \end{cases}$$

وكان معدل التغير للاقتران ق عندما تتغير س من ٢ إلى ٥ يساوي ٤ ، جد أ ؟

فكرة أبو راسين

إذا كان السؤال فيه معدلين تغير

معدل تغير ق (س) | معدل تغير هـ(س) (المطلوب)

(١) قانون | (١) قانون

(٢) عوض س١ ، س٢ | (٢) عوض س١ ، س٢

(٣) عوض في هـ(س) | (٣) عوض في هـ(س)

(٤) افصل قافات + أعداد

(٥) عامل مشترك

سؤال ١ : إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة

[١ ، ٥] يساوي ٣ ، وكان هـ(س) = ق(س) + س٢ فجد

معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [١ ، ٥] .

سؤال ٢ : إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة

[٢ ، ٤] يساوي ٥ ، وكان هـ(س) = ٣ق(س) + س٢

فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [٢ ، ٤] .

سؤال ٣ : إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة

[٠ ، ٣] يساوي ٢ ، وكان هـ(س) = ق(س) + ٥س فجد

معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [٣ ، ٠] .

السرعة المتوسطة

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \bar{v}$$

خطوات الحل : (1) نجد ن¹ ، ن²

(2) نضع القانون

(3) عوض في القانون

سؤال 1: يتحرك جسيم حسب العلاقة $f(t) = 5 + 2t$ ، حيث ن الزمن بالثواني، $f(t)$ المسافة بالأمتار. احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [1 ، 3] ثانية.

المشتقة الأولى

باستخدام تعريف المشتقة

أهم رموز المشتقة الأولى:

$$\bar{v}(s) , \frac{ds}{dt} , \bar{v}$$

إذا طلب المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى يجب استخدام القانون:

$$\bar{v}(s) = \frac{f(e) - f(c)}{e - c}$$

خطوات الحل :

(1) نكتب القانون

(2) افتح أحلى قوسين بالعالم (نفسها بس ع) - (نفسها بس س)

(3) فوت السالب عالاقواس

(4) احذف الرقم الي لحالو (بدون س او ع)

(5) اخرج عامل مشترك ، إذا في رقم جنب ع

تحليل (إذا كان في ع² ، ع³)

(6) اختصر ع - س

(7) عوض بدل كل ع (س)

مثال 1: إذا كان $f(t) = 3t + 5$ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى؟

مثال 2: إذا كان $f(t) = 5t - 4$ ، جد $\bar{v}(s)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 3: إذا كان $f(t) = 3t + 2$ ، جد $\bar{v}(s)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 4: إذا كان $f(t) = 5t - 2$ ، جد $\bar{v}(3)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 5: إذا كان $f(t) = 5t - 1$ ، جد $\bar{v}(s)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 6: إذا كان $f(t) = 3t + 2$ ، جد $\bar{v}(2)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 7: إذا كان $f(t) = \frac{5}{t}$ ، $s \neq 0$ ، جد $\bar{v}(2)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

مثال 8: إذا كان $f(t) = \frac{1}{2+t}$ ، $s \neq -2$ ، جد $\bar{v}(3)$ باستخدام تعريف المشتقة؟

فكرة زخخة

مقدار تغير والمطلوب

$$\bar{v}(s)$$

شكل السؤال

(1) قانون

$$\bar{v}(s) = \frac{\text{مقدار التغير}}{h}$$

(2) عوض مقدار التغير

(3) طلع ه مشترك ، اختصر ه ، عوض بدل ه صفر

سؤال 1: سؤال 2 ص 86

إذا كان $v = f(t)$ ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران f عندما تتغير s من s_1 إلى $s_2 + 1$ هو

$$\Delta v = 4s + 2h - 2 ، فجد قيمة $\bar{v}(2)$ ؟$$

قواعد الاشتقاق

يكون دائماً المطلوب $\bar{ن}$ (س) أو $\frac{ص}{س}$ أو $\bar{ص}$
القاعدة ١ : $\bar{ن}$ (س) = ثابت (أي إشي بدون س)

$\bar{ن}$ (س) = صفر

مثال ١: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٥، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = صفر

مثال ٢: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ١٤، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = صفر

مثال ٣: إذا كان $\bar{ص}$ = ٢، فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س}$ = صفر

مثال ٤: إذا كان $\bar{ص}$ = ٢٥، فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س}$ = صفر

القاعدة ٢ : $\bar{ن}$ (س) = عدد \times س

مثال ١: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٥س، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ٥

مثال ٢: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ١٧س، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ١٧

مثال ٣: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = س، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ١

القاعدة ٣ : $\bar{ن}$ (س) = س^{قوة}

$\bar{ن}$ (س) = س^{١-٢}

مثال ١: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = س^٥، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ٥س^٤

مثال ٢: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = س^{-٨}، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

مثال ٣: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = س^٥، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = س^{٥-٢}

مثال ٤: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = س^{-١}، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = -س^{-٢}

مثال ٥: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٥س^٤، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ٢٠س^٣

مثال ٦: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٦س^٥، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ٣٠س^٤

القاعدة ٤ : الاشتقاق يوزع على الجمع والطرح

مثال ١: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٥س^٤ + ٣س^٢ - ٢س^٣ + ٣، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ٢٠س^٣ + ٦س^٢ - ٦س^٢ + ٠

مثال ٢: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٤س^٣ + ٢س^٤ - س^٥ + ٤، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : $\bar{ن}$ (س) = ١٢س^٢ + ٨س^٣ + ٥س^٢ + ٠

مثال ٣: إذا كان $\bar{ن}$ (س) = ٢س^٢ + ٥س - ٢، فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

الحل : اشتق ثم عوض

$\bar{ن}$ (س) = ٤س + ٥ ≤ $\bar{ن}$ (٢) = ٤ × ٢ + ٥

≤ $\bar{ن}$ (٢) = ٤ + ٥

≤ $\bar{ن}$ (٢) = ٩

القاعدة ٥ : مشتقة الضرب

$\bar{ن}$ (س) = الاقتران الأول \times الاقتران الثاني

$\bar{ن}$ (س) = (الأول) (م الثاني) + (الثاني) (م الأول)

مثال ١: إذا كان

$\bar{ن}$ (س) = (٥س^٣ + ٢س^٢) \times (٦س^٢ - ٥س) فجد $\bar{ن}$ (س) ؟

مثال ٢: إذا كان

$$u = (s) \quad (2 - 2s) \times (1 + 2s) = (s) \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

مثال ٣: إذا كان

$$v = s = (s) \quad (2 + 2s) \quad \text{فجد } \frac{v}{s} = ?$$

النوع الثالث:

$$u = (s) = \frac{\text{اقتران ثابت}}$$

$$\bar{u} = (s) = \frac{\text{(م الاقتران)}}$$

الثابت نفسه

$$\text{مثال ١: إذا كان } v = \frac{s^2 + s - 1}{s} \quad \text{فجد } \frac{v}{s} = ?$$

$$\text{مثال ٢: إذا كان } v = \frac{s^2 - 3s}{4} \quad \text{فجد } \frac{v}{s} = ?$$

← سحلها

← نقصها

← اشتقها

القاعدة ٧ : مشتقة القوس (أوريو)

$$u = (s) = \text{(اقتران)}^n$$

$$\bar{u} = (s) = n \times \text{(اقتران نفسه)}^{n-1} \times \text{(م الاقتران)}$$

$$\text{مثال ١: إذا كان } u = (s) \quad (1 - s + s^2)^3 \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٢: إذا كان } u = (s) \quad 5 = (s) \quad (3 + s^2)^4 \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٣: إذا كان } u = (s) \quad (2 - s)^3 + \frac{5}{1 + s^6} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٤: إذا كان } u = (s) \quad (s^2 + s)^3 + \frac{5}{s} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

القاعدة ٨ : مشتقة الجذور

النوع الأول : الجذر التربيعي

$$u = (s) = \sqrt{\text{اقتران}}$$

$$\bar{u} = (s) = \frac{\text{م . الاقتران}}{2 \times \sqrt{\text{اقتران}}}$$

$$\bar{u} = (s) = \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{2 \times \sqrt{\text{الجذر نفسه}}}$$

$$\text{مثال ١: إذا كان } u = (s) \quad \sqrt{s^2 + 2} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s)$$

القاعدة ٦ : مشتقة القسمة

٣ أنواع

النوع الأول:

$$u = (s) = \frac{\text{اقتران البسط}}{\text{اقتران المقام}}$$

$$\bar{u} = (s) = \frac{\text{(المقام)} \times \text{(م البسط)} - \text{(البسط)} \times \text{(م المقام)}}{\text{(المقام)}^2}$$

$$\text{مثال ١: إذا كان } u = (s) \quad \frac{s^4 + s - 1}{s^2 - 3s} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٢: إذا كان } v = \frac{1 + s^2}{2 + s} \quad \text{فجد } \frac{v}{s} \quad \text{عند } s = 1 ?$$

النوع الثاني:

$$u = (s) = \frac{\text{ثابت}}{\text{اقتران المقام}}$$

$$\bar{u} = (s) = \frac{- \text{(ثابت)} \times \text{(م المقام)}}{\text{(المقام)}^2}$$

$$\text{مثال ١: إذا كان } u = (s) \quad \frac{5}{2 + s^3} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٢: إذا كان } u = (s) \quad \frac{1}{s} \quad \text{فجد } \bar{u} = (s) ?$$

$$\text{مثال ٣: إذا كان } u = (s) \quad \frac{5 - s}{s^2 + s^3} \quad \text{فجد } \bar{u} = (1) ?$$

مشتقة الإقترانات الدائرية

(١) مشتقة جا ← جتا

ن(س) = جا (الزاوية)

ن(س) = جتا (نفس الزاوية) × (مشتقة الزاوية)

مثال ١ : إذا كان ن(س) = جا (٢س° - ١) فجد

ن(س)؟

مثال ٢ : إذا كان ن(س) = جا (٥س² + ١) فجد

ن(س)؟

مثال ٣ : إذا كان ن(س) = ٣س² + جا (٢س² - ١) فجد

ن(س)؟

مثال ٤ : إذا كان ن(س) = ٢ جا (٢س² + ١) فجد

ن(س)؟

مثال ٥ : إذا كان ن(س) = ٢س² جا (٣س² + ٢) فجد

ن(س)؟

مثال ٦ : إذا كان ص = جا (٣س + ٥) فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

(٢) مشتقة جتا ← - جا

ن(س) = جتا (الزاوية)

ن(س) = - جا (نفس الزاوية) × (مشتقة الزاوية)

مثال ٧ : إذا كان ن(س) = جتا (٥س² - ١) ، فجد

ن(س)؟

مثال ٢ : إذا كان ن(س) = $\sqrt{١-٣س}$ فجد ن(س)مثال ٣ : إذا كان ص = $\sqrt{٣س-٤} + \frac{٨}{١-٥س}$ فجد $\frac{ص}{س}$ النوع الثاني: الجذر مش تربيعي: $\sqrt{٣} \sqrt{٤} \sqrt{٥} \dots$

جهاز ثم اشتق

ق(س) = قرة الإقتران

مثال ٤١ : إذا كان ن(س) = $\sqrt{٧س}$ ، فجد ن(س) .مثال ٤٢ : إذا كان ن(س) = $\sqrt[٥]{٣س}$ ، فجد ن(س) .

ملاحظة : قوس عليه فتحة

سؤال ٤ ص ٩٥ من الكتاب

(٤) إذا كان ق(١) = ٤ ، ق(١) = -٢ ،

هـ(١) = -٢ ، هـ(١) = ١ فجد:

(أ) (ق × هـ) (١)

(ب) ((ق × هـ) (١))

(ج) $(\frac{ق}{هـ})$ (١)(د) $(\frac{٣}{هـ})$ (١)

(هـ) (ق + هـ) (١)

(و) (٣ق - ٢هـ) (١)

سؤال ١٤ ص ١١٤ من الكتاب

(٩) إذا كان هـ(س) = ٢س² × ق(س) ، ق(٣) = ٦

ق(٣) = ٥ ، فإن هـ(٣) تساوي:

(أ) ٨١ (ب) ١١

(ج) ٤٥ (د) ٣٦

مثال ٨: إذا كان $\sin(\theta) = 3 \cos(\theta)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ١٧: إذا كان

$$\sin(\theta) = \cos(\theta) \times \tan(\theta) \text{ ، فجد } \tan(\theta) \text{ ؟}$$

مثال ٩: إذا كان $\sin(\theta) = 2 \cos(\theta)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ١٨: إذا كان

$$\sin(\theta) = \frac{\tan(\theta)}{\cos(\theta)} \text{ ، فجد } \tan(\theta) \text{ ؟}$$

مثال ١٠: إذا كان

$$\sin(\theta) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta)} + \cos^3(\theta) \text{ ، فجد}$$

مثال ١٩: إذا كان

$$\sin(\theta) = \sqrt{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)} \text{ ، فجد } \tan(\theta) \text{ ؟}$$

مثال ٢٠: إذا كان

$$\sin(\theta) = \frac{5 - \cos(\theta)}{\cos^2(\theta)} \text{ ، فجد } \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \text{ ؟}$$

(٣) مشتقة ظا ← قا^٢

$\sin(\theta) = \tan(\theta)$ (الزاوية)

مثال ٢١: إذا كان

$$\sin(\theta) = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) \text{ ، فجد } \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \text{ ؟}$$

$\tan(\theta) = \text{قا}^2$ (نفس الزاوية) \times (مشتقة الزاوية)

قاعدة أليسا

مثال ١١: إذا كان $\sin(\theta) = \cos(\theta + 4^\circ)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

$\sin(\theta) = \cos(\theta)$ زاوية

مثال ١٢: إذا كان $\sin(\theta) = \cos(\theta + 5^\circ)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

$\sin(\theta) = \cos(\theta)$ زاوية

$\sin(\theta) = \cos(\theta)$ زاوية

جهاز ← اشتق على قاعدة القوس

مثال ١٣: إذا كان $\sin(\theta) = \cos(\theta + 5^\circ + 1)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ٢٢: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^3(\theta)$ فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ١٤: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^2(\theta + 2)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ٢٣: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^2(\theta - 2)$ فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ١٥: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^2(\theta - 1)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ٢٤: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^3(\theta - 3)$ فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ٢٥: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^4(\theta - 2)$ فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ١٦: إذا كان

$\sin(\theta) = \cos^2(\theta + 2) + \cos(\theta + 3)$ ، فجد $\tan(\theta)$ ؟

مثال ٢٦: إذا كان $\sin(\theta) = \cos^4(\theta)$ فجد $\tan(\theta)$ ؟

كيف سؤال الوزارة على قواعد الاشتقاق

٢٢ علامة

سؤال: جد المشتقة الأولى، جد \bar{v} (س)، جد $\frac{v}{s}$

(١) $v = s^3 \times (s+5) + \sqrt{s-2}$

(٢) $v = \text{ظا}^\circ (s) + \sqrt[3]{s}$

(٣) $v = \frac{\text{جاس}}{s^2 + 5}$

(٤) $v = \frac{s^2 + 1}{s^2 - 1}$ عند $s = 1$.

سؤال ه الهبة

أي سؤال يطلب جد \bar{v} $\frac{v - (h+1)v}{h}$

حيث أ عدد ثابت .

(الحل : ١) اشتق \bar{v} (س)

(٢) عوض العدد بدل س

سؤال ١: إذا كان $v = s^2 + 2s$ جد

$$\bar{v} = \frac{v - (h+1)v}{h}$$

(أ) ٧ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ١

سؤال ٢: إذا كان $v = (s-1)^2$ جد

$$\bar{v} = \frac{v - (h+3)v}{h}$$

(أ) ٣ (ب) ٢٥ (ج) ٢٠ (د) ٩

سؤال ٣: إذا كان $v = 2s$ ، ك ثابت، جد

$$\bar{v} = \frac{v - (h+5)v}{h}$$

(أ) ٢ ك (ب) ١٠

(ج) ٢ (د) ٥٠

سؤال ٣: إذا كان $v = \frac{1}{2s}$ جد

$$\bar{v} = \frac{v - (h+1)v}{h}$$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ٢ (ج) صفر (د) $\frac{2-j}{2}$

إيجاد المجاهيل في الاشتقاق

(١) اشتق

(٢) عوض س

(٣) ساوي

سؤال ١: إذا كان $v = s^2 + 5s - 1$ وكانت $\bar{v} = (2) = 16$ جد قيمة الثاب أ ؟

(أ) ٦ (ب) ٣ (ج) ١٢ (د) ٣ -

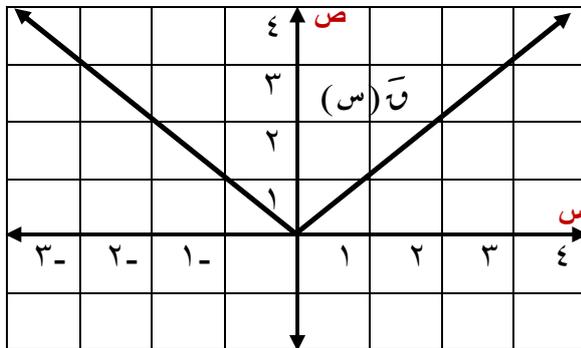
المشتقة عن طريق الرسم

ارسل

اخبط

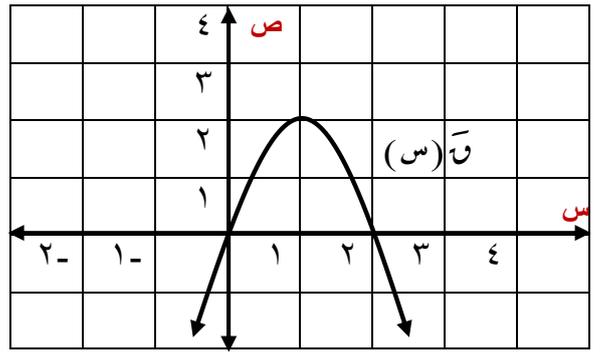
طلع من الصادات

(١) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :

(١) جد \bar{v} (٢)

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) ٣ (د) ١ -

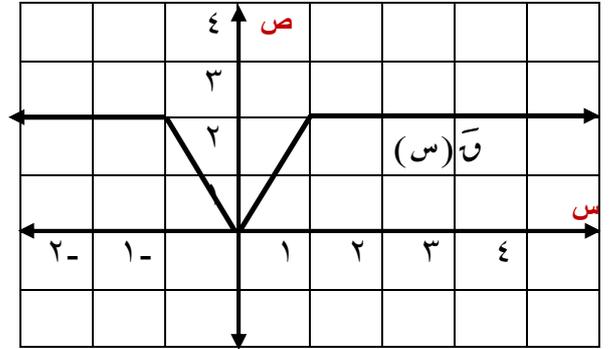
(٢) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد $\frac{ص}{س}$ هنا $\frac{ص(١) - (٥+١)ص}{٥}$

(أ) ١ (ب) ١ (ج) صفر (د) -١

(٣) بالاعتماد على الرسم المجاور جد ما يلي :



(١) جد ميل المماس عند $س = ٣$

(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

قاعدة السلسلة

شكل السؤال

• ثلاث حروف

• معادلتين

• المطلوب $\frac{ص}{س}$

الحل :

(١) قانون السلسلة

$$(٢) \frac{ص}{س} = (م. المعادلة ١) \times (م. المعادلة ٢)$$

(٣) شيل ع وحط قوسين

(٤) عوض قيمة ع

(٥) عوض قيمة س (إن وجدت)

سؤال ١: إذا كان $ص = ٤ + ٢ع - ٤٥ + ١ - ٤س = ١ - ٣س$

جد $\frac{ص}{س}$ ؟

سؤال ٢: إذا كان $ص = ٤٣ - ٥ع + ١ + ٤س$

$ع = ٥س - ٢س + ٢س$ ، جد $\frac{ص}{س}$ ؟

سؤال ٣: إذا كان $ص = ٤ + ٣ + ٤س = ١ - ٢س$ ، جد

$\frac{ص}{س}$ ؟

سؤال ٤: إذا كان $ص = ٢٢ + ٣ - ٢٥ + ١ = ٢ - ٥س$ ،

جد $\frac{ص}{س}$ ؟

سؤال ٥: إذا كان $ص = ٢٢ + ٢ + ٥ = ١ + ٣س$ ،

جد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ١$ ؟

التطبيق الهندسي

الفكرة ١: ميل المماس

أي سؤال بطلب مني ميل المماس

الحل :

اشتق $ص(س)$

عوض س

سؤال ١: إذا كانت $ص(س) = ٨ + ٢س$ ، جد ميل

المماس عند $س = ١$.

سؤال ٢: إذا كانت $ص(س) = \frac{٣}{١-٣س}$ ، جد ميل

المماس عند $س = ٢$.

سؤال ٣: إذا كانت $ص(س) = (٥ - ٣س)٢$ ، جد ميل

المماس عند $س = ٣$.

سؤال ٤: إذا كانت $ص(س) = (١ + ٢س)(١ - ٣س)$ ،

جد ميل المماس عند النقطة $(١, ٢)$.

الفكرة ٢: إيجاد المجاهيل في ميل المماس

الحل :

اشتق U (س)

عوض س

ساوي

سؤال ١: إذا كان U (س) = $2s^2 + 4s - 2$ ، وكان ميل المماس عند $s = 2$ يساوي ٢ جد قيمة الثابت ب؟

الفكرة ٣: يوازي محور السينات

الحل :

اشتق U (س)

ساوي بالصفر

جد قيمة س

وزارة ٦ / ٢٠١٩ سؤال ٥ (أ) ٤

إذا كان Q (س) = $s^2 - 12s$ ، فما قيمة s التي يكون لمنحنى الاقتران Q عندها مماسا موازيا لمحور السينات؟

أ) صفر ب) ١٢ ج) ٦ د) -٦

الفكرة ٤: معادلة المماس

١) الصندوق الأسود

س ١ = خاوة في السؤال

ص ١ = عوض س في U (س)

م = اشتق ثم عوض س

٢) قانون ص - ص = ١ م = (س - س ١)

٣) عوض الصندوق الأسود في القانون

سؤال ١: إذا كان U (س) = $s^2 + 2s - 1$ ، جد معادلة المماس عند $s = 1$ ؟

سؤال ٢: إذا كان U (س) = $(3s - 14)^2$ ، جد معادلة المماس عند $s = 5$ ؟

سؤال ٣: إذا كان U (س) = $\sqrt{2s + 3}$ ، جد معادلة المماس عند $s = 3$ ؟

سؤال ٤: وزارة ٢٠١٩

إذا كان U (س) = $\frac{1}{s}$ ، $s \neq 0$ ، جد معادلة المماس عند $s = 2$ ؟

سؤال ٥: وزارة ٢٠١٨

إذا كان U (س) = \sqrt{s} ، جد معادلة المماس عند $s = 1$ ؟

سؤال ٦: إذا كان U (س) = $(1 - s)(2 - s)$ ، فجد معادلة المماس عند النقطة (٢ ، ١) ؟

التطبيق الفيزيائي

ف ← ع ← ت

الفكرة ١: الزمن معلوم

الحل :

١) اشتق حسب المطلوب

١) السرعة مرة واحدة

٢) التسارع (مرتين)

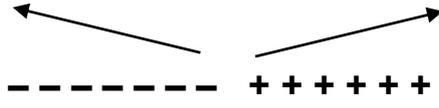
٢) عوض الزمن في المطلوب

سؤال ١: إذا تحرك جسيم وفق العلاقة

ف(ن) = $n^3 + 2n^2 + 5n + 2$ حيث ن الزمن بالثواني جد سرعة الجسيم بعد مرور ثائيتين من بدء الحركة ؟

سؤال ٢: يتحرك جسيم وفق العلاقة

ف(ن) = $n^3 + 2n^2 - 2n - 1$ حيث ن الزمن بالثواني جد تسارع الجسيم بعد مرور ٣ ثوانٍ من بدء الحركة ؟



التزايد والتناقص

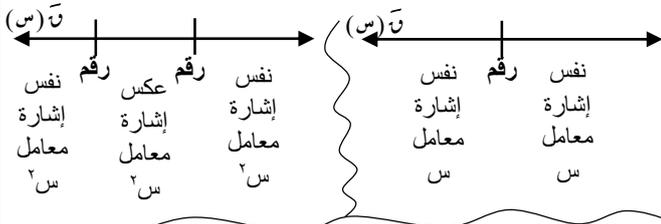
والقيم القصوى المحلية

عظمى محلية

صغرى محلية

(الحل: ١) اشتق $0 =$ (٢) نجد قيم s { قيم s الحرجة }

(٣) نذهب إلى خط الأعداد

(١) إذا كان $0 = (s) = s^2 - 5s + 5$ جد :

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

(٢) إذا كان $0 = (s) = 8s - s^2 - 1$ جد :

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

(٣) إذا كان $0 = (s) = 7s^2 - 3s$ جد :

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

(٤) إذا كان $0 = (s) = 2s^3 + 2s$ جد :

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

سؤال ٣: وزارة: ٢٠١٨ شتوية

يتحرك جسيم وفق العلاقة $f(t) = 3t^2 - 7t + 7$ حيث f المسافة بالأمتار ، t الزمن بالثواني، جد سرعة الجسيم بعد مرور ٤ ثواني من بدء الحركة؟

سؤال ٤: يتحرك جسيم وفق العلاقة

 $f(t) = 2t^3 + 4t^2 + 6t$ ، حيث f المسافة بالأمتار، t الزمن بالثواني ، جد تسارع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة ؟

الفكرة ٢: الزمن مجهول

اشتق مرتين

المعطيات : عندما (لإيجاد t)المطلوب : جد (عوض t)تتعدم سرعته $0 = v$ ينعدم تسارعه $0 = a$

سؤال ١:

يتحرك جسم وفق العلاقة $f(t) = 2t^2 - 3t + 7$ جد سرعة الجسيم عندما يصبح تسارعه 12 م/ث^2

سؤال ٢: وزارة: ٢٠١٩

يتحرك جسم وفق العلاقة $f(t) = 3t^3 - 18t^2 + 10t$ حيث f المسافة بالامتار ، t الزمن بالثواني جد سرعة الجسيم عندما ينعدم تسارعه.

سؤال ٣: يتحرك جسيم وفق العلاقة

 $f(t) = 3t^3 - 15t + 10$ حيث f المسافة بالأمتار ، t الزمن بالثواني، جد تسارع الجسيم عندما تصبح سرعته 9 م/ث ؟

الفكرة ٣: فكرة السرعتين

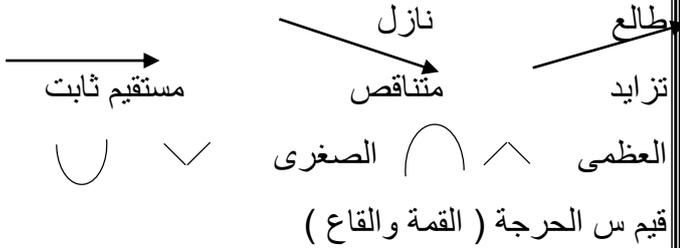
سؤال:

يتحرك جسم وفق العلاقة $f(t) = 2t^2$ وكانت السرعة المتوسطة في الفترة $[0, a]$ تساوي السرعة اللحظية بعد مرور ٣ ثوانٍ ، جد a ؟

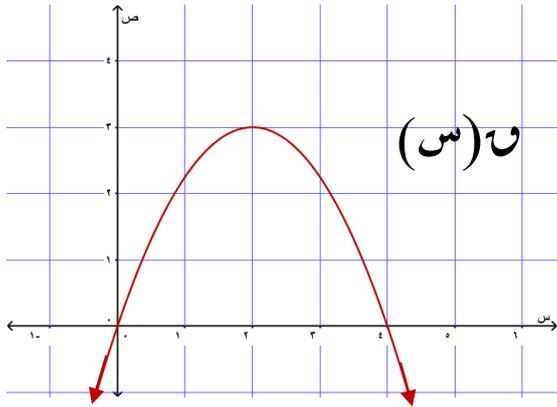
سؤال ٢:

إذا كان للاقتران $ق(س) = أس^٣ - ٣س^٢$ قيمة صغرى محلية عند $س = ١$ فجد قيمة الثابت $أ$ ؟

* رسم التزايد والتناقص *

أولاً: رسم $ق(س)$ [الزلاجة]

سؤال ١: بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $ق$ المعروف على مجموعة الأعداد الحقيقية، جد ما يلي:



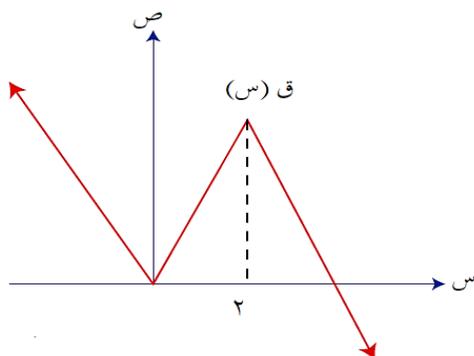
(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) قيم $س$ الحرجة

(٣) القيم القصوى (العظمى والصغرى) إن وجدت.

سؤال ٢: من الكتاب ص ١٣٢

اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران $ق$ المعروف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.



(٥ س) إذا كان $ق(س) = أس^٣ - ٣س^٢$ جد:

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

(٧ س) إذا كان $ق(س) = أس^٣ - ٣س^٢ + ٥$ جد:

(١) فترات التزايد والتناقص

(٢) القيم القصوى المحلية

إذا طلب السؤال:

بين أن الاقتران متزايد على جميع قيم $س$ الحقيقيةالحل: (١) اشتق $٠ =$

$$\leftarrow + + + + + \rightarrow (٢)$$

إذا طلب السؤال:

بين أن الاقتران متناقص على جميع قيم $س$ الحقيقيةالحل: (١) اشتق $٠ =$

$$\leftarrow - - - \rightarrow (٢)$$

(١ س) بين أن الاقتران $ق(س) = أس^٣ + ٥س - ٢$

متزايداً على جميع قيم $س$ الحقيقية

(٢ س) بين أن الاقتران $ق(س) = ٨س - ٥س$

متناقصاً على جميع قيم $س$ الحقيقية .

إيجاد المجاهيل : (مهم)

إيجاد المجاهيل في القيم الحرجة والقيم العظمى والصغرى والقصوى

(١) اشتق

(٢) عوض قيمة $س$

(٣) ساوي بالصفري

سؤال ١:

إذا كان للاقتران $ق(س) = أس^٣ - ١٢س + ٢$ قيمة حرجة عند $س = ٢$ فجد قيمة الثابت $أ$ ؟

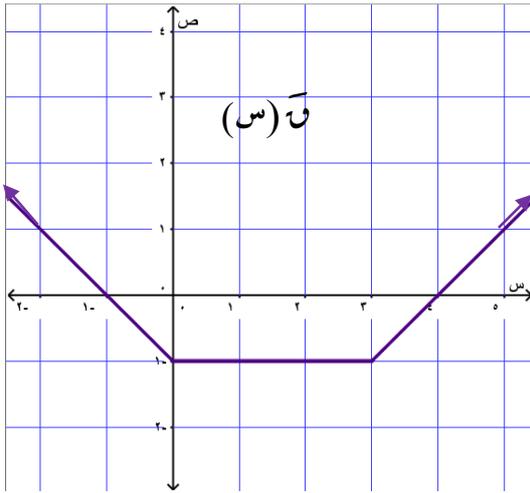
ثانياً : رسم $\bar{C}(S)$ [الغطاس]

خطوات الحل :

(١) اشطب على محور الصادات

(٢) حوّل الرسم إلى خط أعداد

سؤال ١ : بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل المشتقة الأولى للاقتران $Q(S)$ جد ما يلي :

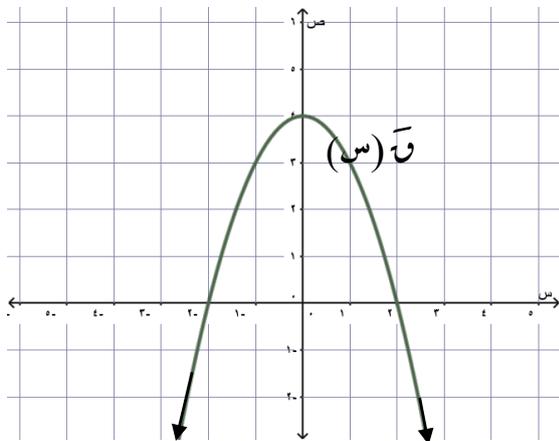


(١) فترات التزايد والتناقص

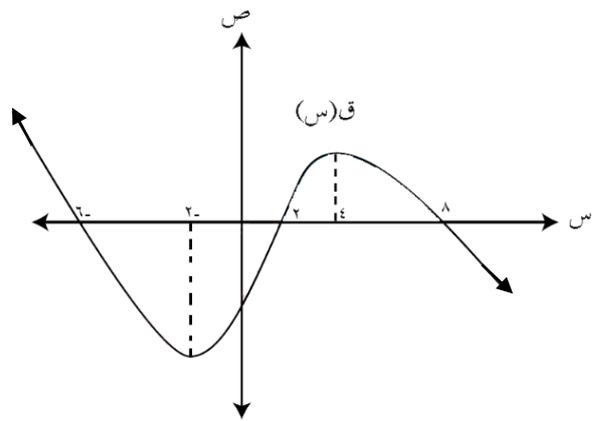
(٢) قيم S الحرجة

(٣) القيم العظمى والصغرى (إن وجدت)

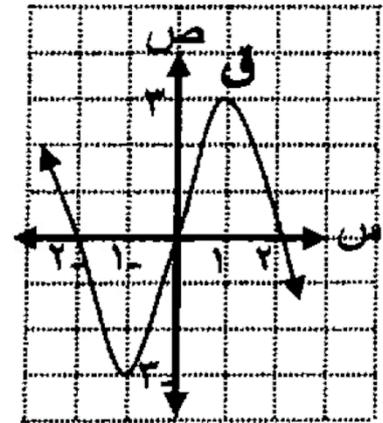
سؤال ٢ : اعتماداً على الشكل المجاور : الذي يمثل منحنى الاقتران Q' / المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران Q .



سؤال ٣ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران Q المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران Q .



سؤال ٤ : وزارة ٦ / ٢٠١٩ سؤال ٥ (أ) ٦ علامات معتمداً الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران Q ، أجب عن الفقرتين (١) ، (٢) الآتيتين :



(١) ما قيم S الحرجة للاقتران Q ؟

(أ) -٣ ، ٣ (ب) -١ ، ٠ ، ١

(ج) -٢ ، ٠ ، ٢ (د) -١ ، ١

(٢) ما قيمة S التي يكون للاقتران Q عندها قيمة

صغرى محلية؟

(أ) -١ (ب) ١

(ج) -٢ (د) ٢

التطبيقات الاقتصادية

رموز الدرس:

ر(س) : الربح الكلي

ك(س) : التكلفة الكلية

د(س) : الإيراد الكلي

أولاً : إذا طلب الربح

(١) قانون الربح : ر(س) = د(س) - ك(س)

(٢) عوّض د(س) ، ك(س)

وإذا كانت د(س) مجهولة : د(س) = س × السعر

(٣) دخل السالب

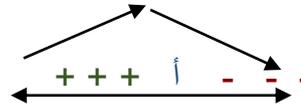
(٤) اشتق

(٥) ساوي بالصفر

(٦) اطرح ورتب

(٧) نجد قيم س

(٨) دائما عظمى



ملاحظة :

إذا طلب الربح الحدي (أول ٤ خطوات)

إذا طلب الربح أكبر ما يمكن (٨ خطوات)

سؤال ١ : إذا كان اقتران الإيراد الكلي

د(س) = ٨٠س + س^٢ ، واقتران التكلفة الكلي

ك(س) = ٤٠ + ١٦٠س ، فجد الربح الحدي؟

سؤال ٢ : إذا كان اقتران الإيراد الكلي

د(س) = ٠,٠٠٢س^٢ + ٠,٠٥س^٢ + ٢ ، واقتران

التكلفة الكلي

ك(س) = ٠,٠٠٤س^٣ - ٠,٠٠٢س^٢ + ٣ ، فجد

الربح الحدي؟

سؤال ٣ : إذا كان اقتران التكلفة الكلية

ك(س) = ٠,٠٠٢س^٣ + ٥س^٢ + ٢ ، وكان سعر الجهاز الواحد (٢٥٠) دينار ، فجد الربح الحدي؟سؤال ٤ : إذا كان د(س) = ١٦س - س^٢ - ٢٠ وكانك(س) = ٢س^٢ - ٨س + ١٥ فجد قيم س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن؟

سؤال ٥ : إذا كان اقتران التكلفة الكلية

ك(س) = ٣٠٠٠ + ٥٠س + س^٢ ، وكان سعر الجهاز الواحد يساوي ٢٥٠ دينار ، فجد قيم س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن؟

سؤال ٦ : وزارة ٦ / ٢٠١٩ سؤال ٥ ج (١٠ علامات

يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ١٠٠ دينار ، فإذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة :

ك(س) = ٠,٢س^٢ + ٦٠س + ١٠٠٠ دينار ، فجد عدد الوحدات التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن.

سؤال ٧ : تدريب ٢ ص ١٥٢ من الكتاب

تدريب ٢

وجد مصنع لإنتاج أجهزة إلكترونية أن التكلفة الكلية بالدينار لإنتاج س من الأجهزة أسبوعياً تعطى بالاقتران ك(س) = ٥٠س + ٣٠٠ . إذا بيع الجهاز الواحد بمبلغ (٢٠٠ - س) دينار ، فجد قيمة س التي تجعل الربح الأسبوعي أكبر ما يمكن.

ثالثاً : الإيراد

إذا كان المطلوب الإيراد الحدي

(١) قانون د (س) = ر (س) + ك (س)

(٢) عوّض ر (س) ، ك (س)

(٣) اشتق

(٤) عوّض س (إن وجدت)

سؤال ٤ : إذا كانت التكلفة الكلية

ك(س) = ٠,٠٤س^٢ + ٥س + ٢ واقتران الربح الكلي هو (٠,٠٢س^٣ - ٢س^٢ + ١) فجد الإيراد الحدي .

سؤال ٥ : إذا كانت التكلفة الكلية

ك(س) = ٤س + ٥س^٢ - ١ وكان

ر(س) = ٦س^٣ - ٢ ، فجد الإيراد الحدي عند بيع ١٠ قطع .

سؤال ٦ : وزارة ٦ / ٢٠١٩ سؤال ٥ (أ) (٣)

٣علامات

إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات في إحدى الشركات هو د(س) = ٥٠س + ٢ديناراً، حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فإن اقتران الإيراد الحدي الناتج من بيع س وحدة يساوي:

(أ) ٥٠س + ٢س

(ب) ٥٠س + ٢س

(ج) ٥٠س + ٢س^٢

(د) ٥٠س + ٢س

ثانياً : إذا كان المطلوب التكلفة

النوع الأول : إذا طلب التكلفة أقل ما يمكن

(١) قانون ك (س) = د (س) - ر (س)

(٢) عوض في القانون

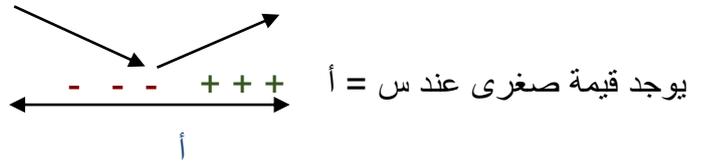
(٣) فوت السالب عالقواس

(٤) اشتق ك (س)

(٥) ساوي بالصفري

(٦) نجد قيمة س

(٧) يوجد قيمة صغرى (أقل ما يمكن)



سؤال ١ :

إذا كان اقتران الربح الكلي ر (س) = ٢٠س + ٢ واقتران الإيراد الكلي د (س) = ١٠٠س + ٥ ، جد قيم س التي تجعل التكلفة أقل ما يمكن .

سؤال ٢ :

وزارة ١ / ٢٠١٩ سؤال ٥ (أ) ٥ علامات

لاحظ مصنع أن التكلفة الكلية لإنتاج س لعبة هي :

ك (س) = ٠,٣س^٢ - ٢س - ٦٠س + ٧٠ دينار ، وأن الربح الناتج من بيع س لعبة هو ر(س) = ٠,٥س دينار جد عدد اللعب اللازم إنتاجها حتى تكون التكلفة أقل ما يمكن.

النوع الثاني : إذا طلب التكلفة الحدية

(١) اشتق ك (س)

(٢) عوّض س

سؤال ٣ : س ٩ ص ١٥٤ من الكتاب

إذا كان ك (س) = ٤٠ + ٣س^٢ دينار اقتران التكلفة الكلية لإنتاج س قطعة من سلعة ما، فجد التكلفة الحدية لإنتاج ٢٠ قطعة من هذه السلعة.

التكامل غير المحدود

قواعد التكامل:

(٤) التكامل يوزع على الجمع والطرح فقط

مثال ١: $\int (5s^2 + 5s^0 - 3s^3 - 2) ds$

$$= \frac{5s^3}{3} + \frac{5s^1}{1} - \frac{3s^4}{4} - 2s + C$$

$$(5) \int \frac{(As+B)^{1+n}}{(1+n)A} ds = \frac{(As+B)^{1+n}}{(1+n)A} + C$$

خطي داخل قوس

$$\int \frac{(3+5s)^9}{9 \times 4} ds = \frac{(3+5s)^{10}}{10 \times 4} + C$$

$$(2) \int \frac{(1-6s)^6}{6 \times 6} ds = \frac{(1-6s)^7}{7 \times 6} + C$$

$$(3) \int \frac{(1-7s)^{\frac{7}{2}}}{7 \times \frac{7}{2}} ds = \frac{(1-7s)^{\frac{9}{2}}}{\frac{9}{2} \times 7} + C$$

$$(4) \int \frac{(s-6)^2}{1-x^3} ds = \frac{(s-6)^3}{3} + C$$

$$(6) \int \frac{-\text{جنا}(As+B)}{A} ds = -\frac{\text{جنا}(As+B)}{A} + C$$

الأمثلة: (١) $\int \text{جنا}(2-3s) ds$

$$= \frac{\text{جنا}(2-3s)}{2} + C$$

$$(2) \int \frac{-\text{جنا}(5s)}{5} ds = -\frac{\text{جنا}(5s)}{5} + C$$

$$(3) \int \text{جنا} s ds = \frac{\text{جنا} s^2}{2} + C$$

$$(1) \int \text{ثابت} \cdot ds = \text{ثابت} \cdot s + C$$

$$\text{الأمثلة: (١)} \int 4 ds = 4s + C$$

$$(2) \int ds = s + C$$

$$(3) \int A \cdot ds = As + C, \text{ حيث } A \text{ ثابت}$$

$$(4) \int k^2 ds = k^2 s + C, \text{ حيث } k \text{ ثابت}$$

$$(5) \int \frac{1}{s} ds = \ln|s| + C$$

$$(2) \int \frac{s^{1+n}}{1+n} ds = \frac{s^{1+n}}{1+n} + C$$

$$\text{الأمثلة: (١)} \int \frac{s^6}{6} ds = \frac{s^7}{7} + C$$

$$(2) \int \frac{s^{100}}{100} ds = \frac{s^{101}}{101} + C \text{ (القوة الموجبة بتزايد)}$$

$$(3) \int \frac{s^{-3}}{-3} ds = \frac{s^{-2}}{-2} + C$$

$$(4) \int \frac{s^{-8}}{-8} ds = \frac{s^{-7}}{-7} + C \text{ (القوة السالبة بتقل)}$$

$$(5) \int \frac{s^{\frac{2+5}{2}}}{\frac{2+5}{2}} ds = \frac{s^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C$$

$$(6) \int \frac{s^{\frac{2+1}{2}}}{\frac{2+1}{2}} ds = \frac{s^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$(3) \int \frac{s^{1+n}}{1+n} ds = \frac{s^{1+n}}{1+n} + C$$

$$\text{الأمثلة: (١)} \int \frac{s^5}{5} ds = \frac{s^6}{6} + C$$

$$(2) \int \frac{s^8}{8} ds = \frac{s^9}{9} + C$$

(٢) محرمة الضرب

() ()

() س

تجهيز ← تكامل

الأمثلة : (١) جد $\left[\frac{س^٢(٤س+١)}{س} \right]$. د س(٢) جد $\left[\frac{س^٢(٣س+٥)}{س} \right]$. د س(٣) جد $\left[\frac{س(٢س+١)(٣س+٥)}{س} \right]$. د س(٤) جد $\left[\frac{س(٣س+٢)(١-س)}{س} \right]$. د س

(٣) محرمة القسمة

النوع الأول $\left[\frac{\text{عدد}}{\text{س قوة}} \right]$. د س $= \left[\text{عدد} \times \text{س}^{-١} \times \text{قوة} \right]$. د س

تجهيز ← تكامل

الأمثلة : (١) $\left[\frac{٥}{س^٤} \right]$. د س(٢) جد $\left[\frac{٨}{س^٦} \right]$. د س(٣) جد $\left[\frac{٣}{س(٥س+٢)} \right]$. د س(٤) جد $\left[\frac{٢}{س(١-٥س)} \right]$. د سالنوع الثاني : $\left[\frac{\text{أكثر من حد}}{\text{حد}} \right]$. د س

تجهيز ← تجهيز ← تكامل

الأمثلة : (١) $\left[\frac{٥س^٤ + ٨س^٢ - ٣س}{س} \right]$. د س

(٧) $\left[\frac{\text{جا}(أس+ب)}{أ} = د س \right]$

الأمثلة : (١) $\left[\frac{\text{جتا}(٥س+٢)}{٥} = د س \right]$

(٢) $\left[\text{جتا}٥س + \text{جا}٢س - ٣س^٢ = د س \right]$

(٣) $\left[\text{جتا}٥س - ٢س + ٦ = د س \right]$

(٤) $\left[\text{هجتا}٥س - \text{جا}٢س = د س \right]$

(٨) $\left[\frac{\text{ظا}(أس+ب)}{أ} = د س \right]$

الأمثلة : (١) $\left[\frac{\text{قا}(٥س+١)}{س} = د س \right]$

(٢) $\left[\frac{\text{قا}٣س + \text{جتا}٢س - \text{جا}٥س}{س} = د س \right]$

(٣) $\left[\frac{\text{قا}٦س + \text{ظا}٥س}{٥} = د س \right]$

(٤) $\left[\frac{\text{قا}٢س}{٢} = د س + \frac{\text{ظا}٣س}{٢} \right]$

(٥) $\left[\frac{\text{قا}٣س - \text{جا}٢س + ٤س^٥}{٣} = د س \right]$

المحرمات الخمسة :

(١) محرمة الجذر $\left[\sqrt[n]{س^٢} = س^{\frac{٢}{ن}} \right]$

تجهيز ← تكامل ← ترجيع

الأمثلة : (١) $\left[\sqrt[٣]{س} = د س \right]$

(٢) $\left[\sqrt[٢]{س} = د س \right]$

(٣) $\left[\sqrt{س} = د س \right]$

(٤) $\left[\sqrt[٢]{س} + \text{جتا}٣س - ٣ = د س \right]$

سؤال ٢: جد $\left[\frac{٧}{٥٢} \right]$ دس.

* محرمات MIX *

بلش بالجذور بعدين بالقسمة بعدين بالضرب

سؤال ١: جد $\left[\frac{٥}{٢٣} \right]$ دس.

سؤال ٢: $\left[\frac{٥٥ - ٢}{٣} \right]$ دس.

الأسئلة المقالية في التكامل

الحل	المطلوب	معطيات
(١) وزع التكامل على الطرفين قواعد (٢) تكامل محرمات (٣) نجد جـ من : ق(عدد) = رقم (٤) عوض جـ (٥) Vip عوض قيمة س (إذا طلب ق(عدد))	ق(س) قاعدة الاقتران ق(عدد) ←	ق(س)

سؤال ١: إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق ، وكان $\bar{ق}(س) = ٣س٣ + ٢س٢ - ٣س$ ، وكان ق(٠) = ٥ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٢: إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق ، وكان $\bar{ق}(س) = ٤س - ٤س٣ + ٥س٢$ ، وكان ق(٠) = ٤ ، جد ق(١) ؟

سؤال ٣: إذا كان ق قابلاً للاشتقاق ، وكان $\bar{ق}(س) = \frac{٣س٣ + ٢س٢ + ٥س}{س}$ ، وكان ق(٢) = ٣٠ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

سؤال ٤: إذا كان ل قابلاً للاشتقاق ، وكان $\bar{ق}(س) = ٥س + ٢س٢ + ٣س٣$ ، جد ل(٣) - ل(١) ؟

(٢) $\left[\frac{٦س٤ + ٥س - ٣س٣}{٢س} \right]$ دس.

(٣) $\left[\frac{٧س٨ + ٥س٣ - ٢}{٢س} \right]$ دس.

(٤) $\left[\frac{٢س٢جا(٥س) + ٤س٣}{٢س} \right]$ دس.

(٥) $\left[\frac{٦س٤ + ٣س٢جاس}{٣س} \right]$ دس.

النوع الثالث : $\left[\frac{\text{أكثر من حد}}{\text{س - رقم}} \right]$ دس.

تجهيز (تحليل و اختصار) ← تكامل

الأمثلة : (١) $\left[\frac{٤س - ٢}{٢س - ٢} \right]$ دس ، $س \neq ٢$

(٢) $\left[\frac{٦س٢ - ٥س + ٦}{٢س - ٢} \right]$ دس ، $س \neq ٢$

(٣) $\left[\frac{٨س٣ + ٢}{٢س + ٢} \right]$ دس ، $س \neq -٢$

(٤) $\left[\frac{١٥س٢ + ٢س - ١٥}{٣س - ٣} \right]$ دس ، $س \neq ٣$

المحرمه ٤ : محرمه ظاس

إذا شفت ظاس ← تذكر أن ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

سؤال ١: جد $\left[\frac{\text{جتاس ظاس}}{\text{دس}} \right]$

سؤال ٢: جد $\left[\frac{\text{جتاهس ظاهس}}{\text{دس}} \right]$

عدد

المحرمه ٥ : محرمه $\frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}}$

ارفع جتاس للبيسط وحولها ل قاس

سؤال ١: جد $\left[\frac{٦}{٢س} \right]$ دس.

تطبيقات هندسية

مثال ٤ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران
ص = ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي:

$$\left(\frac{1}{3} + 5 \right) \text{ علما بأن منحناه يمر بالنقطة } (1, 12)$$

جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟

مثال ٥ : إذا كان ميل المماس يعطى بالعلاقة:

$$\bar{C}(S) = 6S^2 + 4S + 3 \text{ علما بأن منحناه يمر بالنقطة } (0, 5) \text{ جد ق(1) ؟}$$

تطبيقات فيزيائية

ت ← ع ← ف

ت (ن) تسارع م / ث^٢

ع (ن) السرعة اللحظية م / ث

ف (ن) المسافة م

القسم الأول :

المعطيات	المطلوب	الحل
ت (ن) تسارع	سرعة ع (ن)	(١) وزع التكامل على الطرفين (٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات (٣) نجد جـ من ع(٠) = رقم (٤) عوض جـ (٥) عوض الزمن (إن وجد) بعد ثانيتين بعد ٣ ثواني بعد ثانية واحدة ...

تذكر أن

$$\text{النقطة } (3, 8) \leftarrow \text{ق } (-3) = 8$$

$$\text{النقطة } (0, 2) \leftarrow \text{ق } (0) = 2$$

المعطيات	المطلوب	الحل
ميل المماس	ق (س) قاعدة الاقتران	(١) ميل المماس = $\bar{C}(S)$ (٢) وزع التكامل على الطرفين (٣) كامل • قواعد التكامل • المحرمات (٤) نجد جـ من النقطة ق (عدد) = رقم (٥) عوض جـ vip (٦) عوض قيمة س إذا طلب ق (عدد)

مثال ١ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص = ق(س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالعلاقة :

$$\bar{C}(S) = 3S^2 + 2S + 3, \text{ جد قاعدة الاقتران ق(س)}$$

إذا علمت أن منحناه يمر بالنقطة (١ ، ١٥) ؟

مثال ٢ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص = ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$$25(5S+1)^4 \text{ وأن منحناه يمر بالنقطة } (0, 8) \text{ جد قاعدة الاقتران ق(س) ؟}$$

مثال ٣ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

ص = ق(س) عند النقطة (س ، ص) يساوي :

$$\bar{C}(S) = 3S(S+2) \text{ وأن منحناه يمر بالنقطة}$$

$$(2, 28) \text{ جد ق(س) ؟}$$

القسم الثالث: مهم جداً (تف)

المعطيات	المطلوب	الحل
ت (ن) تسارع	مسافة أو موقع الجسيم ف(ن)	(١) وزع التكامل على الطرفين (٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات (٣) نجد ج من المعطيات (٤) عوض ج
		كمان مرة يا غالي
		(٥) عوض الزمن (إن وجد) في المسافة

مثال ١: يتحرك جسيم وفق العلاقة :

$$ت(ن) = (ن^2 + ٥ن + ٤) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني ،
جد سرعة الجسيم بعد ثانييتين من بدء الحركة علماً بأن
سرعته الابتدائية ع(٠) = ٥ / ٢ .

مثال ٢: يتحرك وفق التسارع :

$$ت(ن) = ٦(١ + ٥ن) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني ،
جد سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً
بأن ع(٠) = ٤ / ٢ .

مثال ٣: يتحرك جسيم وفق العلاقة:

$$ت(ن) = ٥٢(١ + ٥ن) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني ،
جد سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً
بأن ع(٠) = ١٠ / ٢ .

القسم الثاني :

المعطيات	المطلوب	الحل
ع (ن) سرعة	مسافة موقع ف(ن)	(١) وزع التكامل على الطرفين (٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات (٣) نجد ج من ف(٠) = رقم (٤) عوض ج (٥) عوض الزمن (إن وجد) بعد ثانييتين بعد ٣ ثواني بعد ثانية واحدة ...

مثال ١ : يتحرك جسيم بتسارع :

$$ت(ن) = (ن^2 + ٥ن + ٢) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني ،
جد موقع الجسيم بعد ثانييتين ، وكانت ع(٠) = ٥ / ٢ ،
وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٢٣ .

مثال ٢ : يتحرك جسيم حسب التسارع

$$ت(ن) = ٤(٢٢ - ن^2) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني، جد موقع
الجسيم بعد مرور ثانية واحدة علماً بأن ع(٠) = ٢٢ / ٢ ،
وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٢٥ من بدء الحركة .

التكامل المحدود

نفس التكامل غير المحدود بس بدل + ج بتحط قشاشة
التكامل

$$\int_1^2 ٣س^٢ . دس$$

مثال ١ :

$$\int_0^2 ٢س . دس$$

مثال ٢ :

مثال ١: يتحرك جسيم وتعطى سرعته بالعلاقة

$$ع(ن) = (٣ن^2 + ٤ن + ٢) / ٢$$

حيث ن الزمن بالثواني
، جد موقع الجسيم بعد مرور ثانييتين ثوان من بدء
الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٢٥ .

مثال ٢: س ١ / ص ١٩٢ من الكتاب

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث إن سرعته بعد
مرور ن ثانية من بدء حركته تعطى بالعلاقة:

$$ع(ن) = (٢(١ - ٥ن) - ١) / ٢$$

جد القاعدة التي تمثل
موقع الجسيم بعد مرور ن ثانية من بدء الحركة.

مثال ٢ : $\left[\frac{(س + ٤)(س + ٢)}{س} \right]$ دس .

(٢) محرمة القسمة مع التكامل المحدود

النوع الأول $\left[\frac{\text{عدد}}{\text{س قوة}} \right]$ دس .

تجهيز ← تكامل (ارفع س وغير إشارة القوة)

مثال ١ : $\left[\frac{س^٣}{س-٢} \right]$ دس .

النوع الثاني : $\left[\frac{\text{أكثر من حد}}{\text{حد}} \right]$ دس .

تجهيز ← تجهيز ← تكامل

وزع المقام عالبسط ← إ طرح الأسس

مثال ١ : $\left[\frac{س^٣ + ٢س^٢ + ٥س}{س} \right]$ دس .

النوع الثالث : $\left[\frac{\text{أكثر من حد}}{\text{س - رقم}} \right]$ دس .

تجهيز (تحليل و اختصار) ← تكامل

سؤال وزارة ٢٠١٩

(١) $\left[\frac{س^٢ + ٥س + ٦}{س + ٢} \right]$ دس ، $س \neq -٢$

(قاعدة الملوخية)

نفس العدد

$\left[\frac{\text{ملوخية} \cdot \text{دس} = \text{صفر}}{\text{عدد}} \right]$

$\left[\frac{٥س^٢}{س} \right]$ دس = صفر

مثال ٣ : $\left[\frac{(س^٣ + ٤س + ٥)}{س} \right]$ دس .

مثال ٤ : $\left[\frac{٥}{س-١} \right]$ دس .

مثال ٦ : $\left[\frac{(س-٢)(س-٣)}{س} \right]$ دس .

مثال ٧ : جد $\left[(س + ١)^٤ \right]$ دس .

(المحرمات مع التكامل المحدود)

(١) محرمة الجذر

(تجهيز ← تكامل ← ترجيع)

مثال ١ : جد $\left[\sqrt{س} \right]$ دس .

مثال ٢ : جد $\left[\sqrt[٤]{س} \right]$ دس .

مثال ٣ : $\left[\sqrt{س + ٢} \right]$ دس .

مثال ٤ : $\left[\sqrt[٢]{٤س + ١} \right]$ دس .

$() \times س$

$() \times ()$

(٢) محرمة الضرب

مثال ١ : $\left[س(س + ٢) \right]$ دس .

النوع الثاني: مجاهيل مع ق(س)

الحل: (١) الحد العلوي = الحد السفلي

(٢) إذا طلعت معادلة تربيعية طويلة :

أنقل كل اشي عند التربيع

إما تحليل أو عامل مشترك

مثال ١: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٨-١ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت أ؟مثال ٢: إذا كان $\left[\begin{matrix} ١-٣١ \\ ٧ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة أ؟مثال ٣: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٢-٤ \\ ١٠+١٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت أ؟مثال ٤: إذا كان $\left[\begin{matrix} ١٥-٢١ \\ ٦- \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت أ؟مثال ٥: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٧+١٥ \\ ١-١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت أ؟

اشتقاق التكامل

المعطيات : تكامل غير محدود

المطلوب : $\frac{ص}{س}$ ، $\bar{ص}(س)$ ، $\bar{ص}$ (عدد)

الحل: (١) وزع الفتحة على الطرفين

$$\bar{ص}(\quad) = \bar{ص}(\quad)$$

مثال ١: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٤س^٢ - ٣س \\ ٤س \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ٢$.مثال ٢: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥س + ١ \\ ٤س \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ١$.

قاعدة مهمة : (المشتقة بتروح مع التكامل)

مثال ١ : إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥ = (٢) \\ ١١ = (٤) \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد

$$\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$$
 . دس ؟

مثال ٢ : إذا كان $\left[\begin{matrix} ٢ = (٣) \\ ٧ = (٦) \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، وكان

$$\left[\begin{matrix} ٦ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$$
 . دس = ٢٠ ، جد قيمة الثابت أ ؟

إيجاد المجاهيل في التكامل المحدود

النوع الأول: مجاهيل بدون $\bar{ص}(س)$

الحل : (١) كامل عادي

(٢) عوض حدود التكامل

(٣) إذا طلعت معادلة تربيعية طويلة :

أنقل كل إشي عند التربيع = ٠

تحليل أو عامل مشترك

مثال ١: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥س = ١٢ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت م ؟مثال ٢: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥س = ١٥ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد قيمة الثابت ل ؟مثال ٣: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٣س^٢ = ١٢٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد الثابت م ؟مثال ٤: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٢س = ١١ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد الثابت ب؟مثال ٥: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥س + ٢س \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، جد ب ؟مثال ٦: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٤س = ١٥ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، $٠ < ل$ ، جد

قيمة الثابت ل؟

(أ) ٦ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

مثال ١: جد $\left[(2 - 4s)(2 - 2s^2 + 5) \right]_{s^2}$

مثال ٢: جد $\left[3s^2 (2 - 3s) \right]_{s^0}$

مثال ٣: جد $\left[(10 - 11s + 15s^2) \right]_{s^0}$

مثال ٤: جد $\left[\frac{5s^3 - 4s}{(2 - 3s - s^2)^8} \right]_{s^8}$

مثال ٥: جد $\left[\frac{5 - 3s^2}{2 + 5s - 2s^2} \right]_{s^2}$

الحالة ٢:

إذا كان: $\left[\text{سينات جا (مش خطي)} \right]_{s^2}$

الحالة ٣:

إذا كان: $\left[\text{سينات جتا (مش خطي)} \right]_{s^2}$

الحالة ٤:

إذا كان: $\left[\text{سينات قا (مش خطي)} \right]_{s^2}$

الحل: طالق بـ ٣

ص = زاوية

$$\frac{ص}{س} = \text{مشتقة}$$

$$ص = \frac{ص}{\text{المشتقة}}$$

المس المسألة لمستين

اختصر (المعامل على المعامل)

كامل ← رجع ص لأصلها

مثال ١: جد $\left[4s \text{ جا}(s - 2) \right]_{s^0}$

مثال ٢: جد $\left[(1 - 2s) \text{ جتا}(s - 2) \right]_{s^0}$

مثال ٣: جد $\left[(4s - 10) \text{ قا}(s - 2) \right]_{s^0}$

مثال ٤: جد $\left[(4s) \text{ قا}(s - 2) \right]_{s^0}$

مثال ٣: إذا كان ص = $\left[\text{جا}(س + جتا(س)) \right]_{s^2}$ ، جد $\frac{ص}{س}$

مثال ٤: إذا كان $\left[\text{ن}(س) = \text{جا}(س - 2) \right]_{s^2}$ ،

جد $\text{ن}(س)$.

(مهم) مثال ٥: إذا كان $\left[\text{ن}(س) = 5s^2 + 2 \right]_{s^2}$ ،

$\text{ن}(1)$.

مثال ٦: إذا كان $\left[\text{ن}(س) = 3s^2 - 2 \right]_{s^2}$ ،

$\text{ن}(2)$.

العلاقة بين المشتقة والتكامل المحدود

المعطيات	المطلوب	الحل
تكامل محدود	اشتقاق	الجواب صفر

مثال ١: إذا كان ص = $\int_0^5 (4s^2 + 5) ds$ ، جد $\frac{ص}{س}$.

مثال ٢: إذا كان ص = $\int_2^7 (3s^2 - 2) ds$ ، جد $\frac{ص}{س}$.

التكامل بالتعويض

الحالة ١:

إذا كانت $\left[\text{سينات } x \text{ (مش خطي)} \right]_{\text{قوة دس}}$

تكامل بالتعويض

الحل: طالق بـ ٣

ص = الي جوا القوس

$$\frac{ص}{س} = \text{المشتقة}$$

$$ص = \frac{ص}{\text{المشتقة}}$$

المس المسألة لمستين

اختصر (المعامل على المعامل)

كامل ← رجع ص لأصلها

الحالة ٧:

سينات $\bar{ن}$ (مش خطي) .س
تكامل بالتعويض

الحل : طالق ب ه

ص = الي جوا القوس

$$\frac{ص}{س} = \text{المشتقة}$$

$$س = \frac{ص}{\text{المشتقة}}$$

س = سفلي ← ص = عوض السفلي

س = علوي ← ص = عوض العلوي

المس المسألة لمستين

اختصر (المعامل على المعامل)

التكامل بروح مع المشتقة

مثال ١: إذا كانت $ن(٥) = ٧$ ، $ن(١) = ٤$ جد

$$\int ٤س \bar{ن} (س + ٢) .س$$

الحالة ٨:

سينات $ن$ (مش خطي) .س

نفس السابق بس استخدم المعطيات

مثال ١: إذا كان $\int ٢٧ (س) .س = ١٠$ ، جد

$$\int ٣س^٢ (س + ٢) .س$$

الحالة ٥: تذكر أن : $\frac{\text{عدد}}{\text{جنا}^٢} = \text{عدد} قاس$

(من المحرمات)

إذا كان: $\int \frac{\text{سينات}}{\text{جنا}^٢ (مش خطي)} .س$

(١) استخدم المحرمة

(٢) نفس خطوات الحالة ٤ من التكامل بالتعويض

مثال ١: جد $\int \frac{٣ - س^٢}{\text{جنا}^٢ (س^٣ - ٢س)}$.س

الحالة ٦: التكامل بالتعويض المحدود

إذا كانت $\int \bar{ن} \text{سينات} \times (مش خطي) \text{قوة} دس$

تكامل بالتعويض

الحل : طالق ب ه

ص = الي جوا القوس

$$\frac{ص}{س} = \text{المشتقة}$$

$$س = \frac{ص}{\text{المشتقة}}$$

س = سفلي ← ص = عوض السفلي

س = علوي ← ص = عوض العلوي

المس المسألة لمستين

اختصر (المعامل على المعامل)

كامل مع قشاة

مثال ١: جد $\int ١ (س + ٢) (١ + س^٢) (س + ٢) .س$

درس المساحة

الفكرة الأولى :

اقتران ومحور السينات فقط

$$(1) \text{ ق (س) = } 0$$

تحليل

(2) نجد قيم س
عامل مشترك

(3) قانون المساحة

$$\text{المساحة} = م = \int_a^b |u(s)| \cdot ds$$

(4) عوض في القانون وكامل

(5) رش القيمة المطلقة على كل المسألة

مثال 1: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين

$$\text{منحنى الاقتران ص = ق (س) = } 3s^2 - 6s$$

ومحور السينات

مثال 2: تدریب 2 ص 198

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى

الاقتران:

$$\text{ص = ق (س) = } s^2 - 2s - 3, \text{ ومحور السينات}$$

الفكرة الثانية :

المساحة بين اقتران ومحور السينات وفترة [أ، ب] أو

مستقيمان س = أ، س = ب.

طريقة الحل :

سريع

$$(1) \text{ ق (س) = } 0$$

(2) نجد قيم س

تحليل

عامل

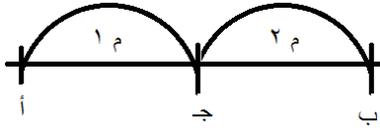
(3) قبول أو رفض قيم س حسب الفترة [أ، ب]

الحالة 1: رفض جميع قيم س

$$\bullet \text{ قانون المساحة} = \int_a^b |u(s)| \cdot ds$$

• عوض في القانون وكامل

الحالة 2: قبول أحد قيم س



$$\text{نجد م} = 1 \text{ م} = \int_a^b |u(s)| \cdot ds$$

$$\text{نجد م} = 2 \text{ م} = \int_a^b |u(s)| \cdot ds$$

ثم نجد المساحة الكلية م كلية = 1م + 2م

مثال 1: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
منحنى ص = ق (س) = 6 - 2س ومحور السينات
والمستقيمان في الفترة [2، 0]

مثال 2: مثال ص 195 من الكتاب

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى

$$\text{ق (س) = } 2s + 4 \text{ ومحور السينات والمستقيمان}$$

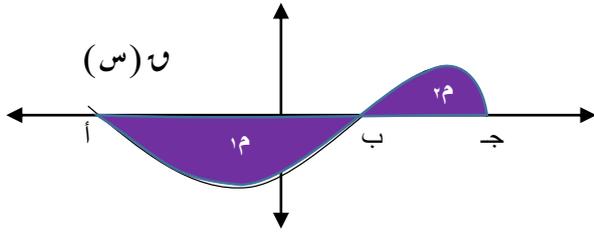
$$\text{س = } 1, \text{ س = } 4$$

مثال 3: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
منحنى ق (س) = 3س² - 12س ومحور السينات
والمستقيمين س = 0، س = 2.

مثال 4: جد المساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
منحنى ق (س) = 4 - 2س ومحور السينات في
الفترة [3، 0].

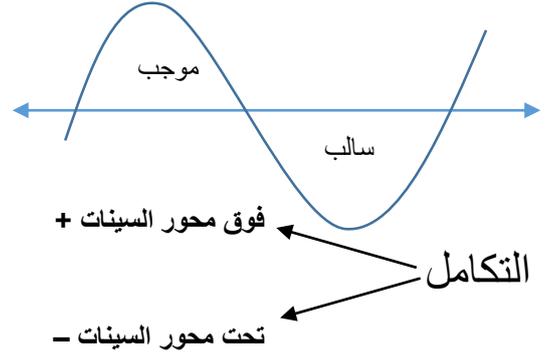
مثال 5: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
منحنى الاقتران ق (س) = 3س² - 12س ومحور
السينات، والمستقيمين على الفترة [3، 0].

سؤال ٢ : بالاعتماد على رسم u (س) وكانت $m = 4$ ،
 $m = 2$ ، جد ما يلي



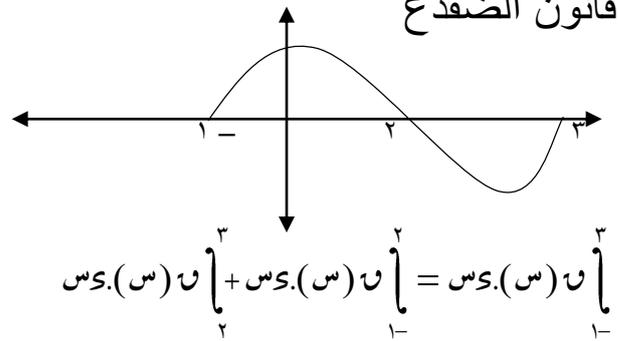
جد $\int_a^b u(s) \cdot ds$

المساحة عن طريق الرسم



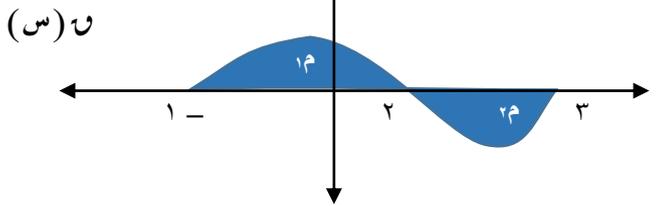
المساحة (دائماً موجب)

قانون الضفدع

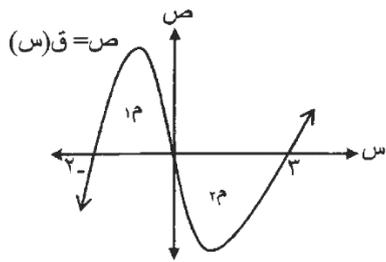


سؤال ٣ : بالاعتماد على الشكل المجاور لـ u (س) إذا

علمت أن $\int_1^2 u(s) \cdot ds = 10$ ، $\int_2^3 u(s) \cdot ds = -3$ ،
 جد المساحة المحصورة في الفترة $[1, 3]$



سؤال ٤ : معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل
 منحنى الاقتران $v = q(s)$ ، إذا علمت أن مساحة
 المنطقة $m = 1$ تساوي (٣) وحدات مربعة ، مساحة المنطقة
 $m = 2$ تساوي (٤) وحدات مربعة ، فأجب عن الفقرتين ١ ،
 ٢ الآتيتين:



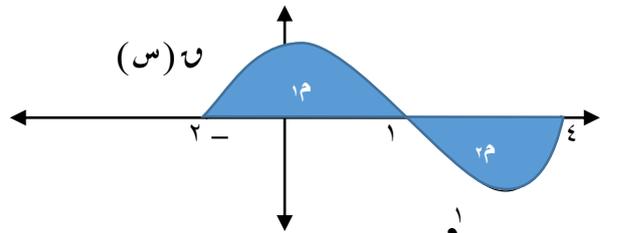
(١) قيمة $\int_2^3 u(s) \cdot ds$ تساوي :

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ١- (د) ٧-

(٢) قيمة $\int_2^3 |u(s)| \cdot ds$ تساوي :

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ٨ (د) ٩

سؤال ١ : بالاعتماد على رسم u (س) وكانت $m = 5$ ،
 وحدة مربعة $m = 2 = 7$ وحدة مربعة



جد (١) $\int_2^1 u(s) \cdot ds$

(٢) $\int_1^4 u(s) \cdot ds$

(٣) $\int_2^4 u(s) \cdot ds$

(٤) المساحة المحصورة بين الاقتران q ومحور السينات
 في الفترة $[2, 4]$

* خصائص التكامل المحدود *

الخاصية ١ : العكسية (خاصية القلب) :

إذا عكسنا حدود التكامل بعكس ناتج التكامل

إذا كان $\int_1^2 (س) دس = ٧$ ، جد $\int_2^1 (س) دس$ ؟الحل: $\int_1^2 (س) دس = ٧$ إذا كان $\int_1^3 (س) دس = ٥$ ، جد $\int_3^1 (س) دس$ ؟الحل: $\int_1^3 (س) دس = ٥$

إذا السؤال معطينا أكثر من تكامل والسؤال فيه حدين تكامل فقط

 $\div \leftarrow \times$ الحل: (١) جهز المعطيات $\times \leftarrow \div$ $\leftarrow \pm$ وزع التكامل وكامل

(٢) وزع التكامل على المطلوب

(٣) عوض في المطلوب

مثال ١: إذا كان $\int_1^2 (س) دس = ١٥$ ، $\int_1^3 (س) دس = ٣$ ، جد $\int_1^3 ((س) + (س)ه + (س)٢) دس$ مثال ٢: إذا كان $\int_1^7 (س) دس = ٥$ ، $\int_1^7 (س)٢ دس = ٦$ جد $\int_1^7 ((س) - (س)ه) دس$ مثال ٣: إذا كان $\int_1^3 (س) دس = ٢٠$ ، $\int_1^3 (س)ه دس = ٢$ ، جد $\int_1^3 ((س) + (س)ه + (س)٢) دس$ ؟مثال ٤: إذا كان $\int_1^4 (س) دس = ٣$ ،جد $\int_1^4 \frac{(س)ه}{٢} دس = ٥$ ،

أسئلة ضع دائرة على الخصائص

مثال ١: إذا كان $\int_1^3 (س) دس = ٥$ ، فإن $\int_1^3 (س) دس = ?$

(أ) -١٠ (ب) ٥ (ج) -٥ (د) ١٠

مثال ٢: إذا كان $\int_1^4 (س) دس = ١٠$ ، فإن $\int_1^4 (س) دس = ?$

(أ) ٥ (ب) -٥ (ج) ١٠ (د) -١٠

مثال ٣: إذا كان $\int_1^2 (س) دس = ٢$ ، فإن $\int_1^2 (س)٢ دس = ?$

(أ) ٥ (ب) -٥ (ج) ٢ (د) -٢

مثال ٤: إذا كان $\int_1^4 (س) دس = ١٢$ ، فإن $\int_1^4 (س)٣ دس = ?$

(أ) ١٨ (ب) ١٢ (ج) -١٢ (د) -١٨

مثال ٥: إذا كان $\int_1^3 (س) دس = ٢$ ، فإن $\int_1^3 ((س) + ٣) دس = ?$

(أ) -٨ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) -٦

مثال ٣: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ١٠$ ،

جد $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ؟

مثال ٦: إذا علمت أن المساحة المحصورة بين منحنى ق ومحور السينات على الفترة $[٠, ٢]$ تساوي ٥

وحدات ، ق(س) ≤ ٠ ، فما قيمة $\int_0^2 (س - (س)) دس$

(أ) ١٢ (ب) ١٢ - (ج) ٨ - (د) ٨

الخاصية ٢: خاصية الإضافة (خاصية المزج)

شكل السؤال: في ٣ تكاملات و ٣ حدود مختلفة

الحل:

$$\div \leftarrow \times$$

$$\times \leftarrow \div$$

$$\pm \leftarrow \text{وزع التكامل وكامل}$$

(٢) وزع التكامل على المطلوب

(٣) امزج المطلوب

$$\int \left[\begin{matrix} \times \\ \text{علوي} \\ (س) دس + (س) دس \\ \times \\ \text{سفلي} \end{matrix} \right]$$

مثال ٤: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٥$ ، $\left[\begin{matrix} ٢ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٢$

جد $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ؟

مثال ٥: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٣ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٢٠$ ،

جد $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٢$ ، $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ١ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٣$ ؟

مثال ١: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ١٥$ ،

جد $\left[\begin{matrix} ٦ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، $\left[\begin{matrix} ٦ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ١$ ؟

مثال ٦: إذا كانت $\left[\begin{matrix} ٢ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٣$ ،

جد $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ، $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ١٠$ ، $\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٢$ ؟

مثال ٢: إذا كان $\left[\begin{matrix} ٣ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٤$ ، $\left[\begin{matrix} ٦ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)} = ٦$ ،

جد $\left[\begin{matrix} ٦ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{(س)}$ ؟