

**\*\* السؤال الثاني \*\***

(١) نها  $\frac{(س^٢ - ٢) - ٤}{س^٢ - ٨}$

(٢) نها  $\frac{(س^٢ - ١)^٨}{(س^٢ - ١) + ٤}$

(٣) نها  $\frac{\sqrt{س^٢ + ٥} - \sqrt{س^٢ + ٥}}{س - ٢}$

(٤) نها  $\frac{س^٣ + \sqrt{س^٣ + ٥} - ٧}{س - ١}$

(٥) نها  $\frac{س^٢ + س - ١٢}{س^٣ - ١}$

(٦) نها  $(\frac{س^٢ + ٤}{س - ٤} - \frac{س^٣}{س^٢ - ٤})$

(٧) نها  $(\frac{٤}{س - ٤} - \frac{١}{س - ٢})$

(٨) نها  $(\frac{١}{س - ٢} - \frac{١٢}{س^٣ - ٨})$

(٩) نها  $\frac{\frac{١}{٣}(١ - س^٢) - ١}{س - ١}$

(١٠) نها  $\frac{س(٢٥) - س(٥)}{س(١٢٥) - ١٢٥}$

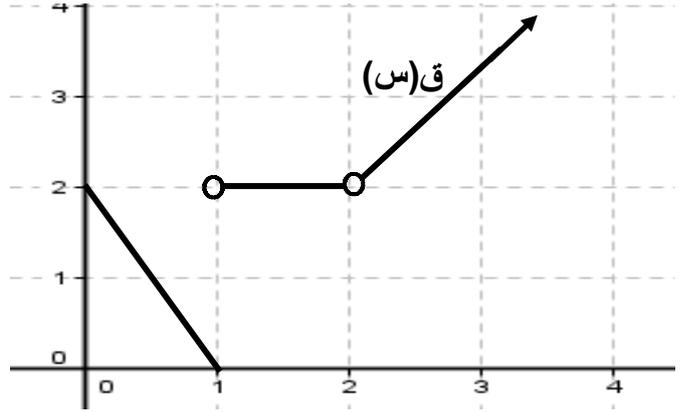
(١١) نها  $\frac{س^٢ ه - س + ١}{س^٣ ه - ه}$

**\*\*\* الحصة الأولى \*\*\***

**نهايات بيانية ، جبرية ، نظريات**

**\*\* السؤال الأول \*\***

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) ، أجب عما يلي :



(١) نها ق(س)

(٢) نها ق(٣-س)

(٣) ما قيم ج بحيث نها ق(س) غير موجودة

(٤) ما قيم م بحيث نها ق(س) = ٢

(٥) ما قيم م بحيث نها ق(س) = ٢

(٦) ما قيم م بحيث نها ق(س) = ٢

**\*\* السؤال الثالث (إيجاد الثوابت) \*\***

$$٥ = \frac{س^٢ - ٣س + ٦ب}{س - ٢} \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right)$$

فما قيمة الثوابت  $٣$  ،  $ب$  ؟

$$٥ = \frac{س٣ + ٢س - ٦ + ٢ب}{س - ٢} \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right)$$

فما قيمة الثوابت  $٣$  ،  $ب$  ؟

$$ب = \frac{س\sqrt{٣ - ٣س}}{س - ٢} \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right)$$

فما قيمة الثوابت  $٣$  ،  $ب$  ؟

**\*\* السؤال الرابع \*\***

$$٥ = \frac{٢ - (س)ق}{س - ٢} \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right)$$

أجب عما يلي :

$$(١) \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right) \text{ ق}^٢ (س) + (س٦)$$

$$(٢) \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right) \text{ ق}^٣ (س) - ٦ - ٢س$$

$$(٣) \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right) \text{ ق}^٣ (س) - ٨ - ٤س$$

$$(٤) \text{ نها} \quad \left( \begin{array}{l} س \\ \leftarrow ٢ \end{array} \right) \text{ ق}^٢ (س) - ٢س$$

## \*\*\* الحصة الثانية \*\*\*

### نهايات مثلثية ، متشعبة

#### \*\* السؤال الأول \*\*

$$(1) \text{ نهايا } \frac{1 - \text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^4}$$

$$(2) \text{ نهايا } \frac{\text{جا}(\text{س}^3 - 8)}{\text{س}^2 \text{ظا}(\text{س} - 2)}$$

$$(3) \text{ نهايا } \frac{1 - \text{جتا}^2 \text{س}}{\text{س}^5}, \text{ حل السؤال بـ 3 طرق}$$

$$(4) \text{ نهايا } \frac{1 - \text{جتا}^5 \text{س}}{\text{س}^3 \text{ظا}^2 \text{س}}$$

$$(5) \text{ نهايا } \frac{2 \text{جا} \text{س} - 1}{\frac{\pi}{6} - \text{س}} - \frac{\pi}{6}$$

$$(6) \text{ نهايا } \frac{\text{جا} \text{س} - \text{ظا} \text{س}}{\text{س}^3}$$

$$(7) \text{ نهايا } \frac{2 \text{جا} \text{س} - \text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^3}$$

$$(8) \text{ نهايا } \frac{3 \text{جتا} \text{س}}{\frac{\pi}{2} - \text{س}} - \frac{\pi}{2}$$

$$(9) \text{ نهايا } \frac{3 \text{جا} \text{س}}{\pi - \text{س}}$$

$$(10) \text{ نهايا } \frac{\text{جا}^3 \text{س} - \text{ظا}^2 \text{س}}{\pi - \text{س}}$$

$$(11) \text{ نهايا } \frac{\text{س}(\pi - \text{س})}{\pi}$$

$$(12) \text{ نهايا } \frac{\text{جتا} \text{س}}{\frac{\pi}{2} - \text{س}}$$

#### \*\* السؤال الثاني (إيجاد الثوابت) \*\*

$$(13) \text{ نهايا } \frac{1 - \text{جا}(\text{س} - \text{پ})}{\text{س}^3} = \text{ب}$$

$\text{پ} \in [0, \pi]$  ، فما قيمة الثابت ب ؟؟

$$(14) \text{ نهايا } \frac{\text{س}^2 + \text{س} + \text{پ}}{\text{جا} \pi \text{س}} = \text{ب}$$

فما قيمة الثوابت ب ، ؟؟

$$(15) \text{ إذا علمت أن نهايا } \frac{\text{ق}(\text{س}) - 2}{\text{س}^2} = \text{ه}$$

$$\text{فما قيمة نهايا } \frac{\text{جا}(\text{ق}(\text{س}) - 2)}{\text{س}^4}$$

$$(16) \text{ نهايا } \frac{\sqrt{\text{س}^2 - 2\text{س} + 1}}{\text{س} - 1}$$

**\*\* السؤال الثالث \*\***

$$(1) \text{ نهيا } \frac{|س - 5| - 3}{س - 2}$$

$$(2) \text{ نهيا } \frac{|س - 5| - 2}{س - 7}$$

$$(3) \text{ نهيا } \frac{|س^2 - 2| - 2}{س - 1}$$

$$(4) \text{ نهيا } \frac{|س + 3| - |س^3 - 1|}{س - 2}$$

$$(5) \text{ نهيا } \frac{\sqrt{س^2 - 4س + 4}}{س - 2}$$

$$(6) \text{ نهيا } \frac{|س + 2| - 2}{س - 1} = 1$$

فما قيمة الثابت ج ؟؟؟

$$(7) \text{ نهيا } \frac{[س^2 + 3] (س + 1)}{س - 2}$$

$$(8) \text{ نهيا } \frac{[س^2 - 7]}{س - 2}$$

$$(9) \text{ نهيا } \frac{[س - 5]}{س + 2}$$

$$(10) \text{ نهيا } \frac{[س + 1] (س + 1)}{س - 2}$$

$$(11) \text{ نهيا } \frac{س - [1 + \frac{س}{2}]}{س - 1}$$

$$(12) \text{ نهيا } \frac{س - [3 + \frac{س}{5}]}{س - 3}$$

$$(13) \text{ نهيا } \frac{س - [3 + \frac{س}{5}]}{|س - 3|}$$

### \*\*\* الحصة الثالثة \*\*\*

#### \*\*\* الإتصال \*\*\*

$$(1) \left. \begin{array}{l} 1 > 0, \frac{5 - s^2 - [3 + 2s]}{s - 1} \\ 2 > 1, |s - 1| - 2s \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

ابحث في اتصال ق(س) عند  $s = 1$

$$(2) \left. \begin{array}{l} 1 \geq 1, s \left[ 1 - \frac{s}{2} \right] \\ 3 \geq 1, \frac{|1 - s|}{s - 1} \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

ابحث في اتصال ق(س) على مجاله

$$(3) \left. \begin{array}{l} 3 < s, \frac{s^2 - 9}{9 + s^2 - \sqrt{s^2 - 9}} \\ 3 > s, [1 + s] + s \\ 3 = s, \left[ p + \frac{s}{3} \right] \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

فما قيمة الثابت  $p$  التي تجعل ق(س) متصل

عند  $s = 3$

$$(4) \left. \begin{array}{l} 0 > s, \frac{\sqrt{s^2}}{s} \\ 0 \leq s, p \times [2 + s] \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

فما قيمة الثابت  $p$  التي تجعل ق(س) متصل

عند  $s = 0$

$$(5) \left. \begin{array}{l} 1 < s, \frac{s^2 - 2s + 3}{1 - s} \\ 1 \geq s, 5 - s \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

فما قيمة الثوابت  $p$  ،  $b$  ليكون ق(س) متصل

عند  $s = 1$

$$(6) \left. \begin{array}{l} \pi > s > \frac{\pi}{2}, \frac{\frac{s}{2} \text{ ظتا}}{\pi b - s} \\ \pi \leq s, \frac{b}{128} \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

فما قيمة الثابت  $b$  ليكون ق(س) متصل

عند  $s = \pi$

$$\frac{س - ٣}{س + ٢ + ١ + س} = (س) ق (١٠)$$

فما قيمة الثوابت  $١$  ،  $٢$  التي تجعل  $ق(س)$  متصل

$$\{٥، ٢\} - ح$$

$$\frac{س - ٣}{س + ٢ + ١ + س} = (س) ق (١١)$$

فما قيمة الثوابت  $١$  ،  $٢$  التي تجعل  $ق(س)$  متصل

$$\{٥\} - ح$$

$$\frac{س + ٣}{س - ٢ + ١ + س} = (س) ق (١٢)$$

فما قيمة الثوابت  $١$  التي تجعل  $ق(س)$  متصل

$$\text{متصل في ح}$$

$$\left. \begin{array}{l} (٧) \\ ق(س) = \frac{|س - ١٠| - ٧}{س - ٣} ، س \neq ٣ \\ ١ ، س = ٣ \end{array} \right\}$$

فما قيمة الثوابت  $١$  ليكون  $ق(س)$  متصل

$$\text{عند } س = ٣$$

$$\left. \begin{array}{l} (٨) \\ ق(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ ، س \leq ١ \\ س^٣ ، س > ١ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ه(س) = \left. \begin{array}{l} [س + ٢] ، س > ١ \\ |س + ١| ، س \leq ١ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

ابحث في اتصال  $ق(س)$  - ه(س) عندما  $س = ١$

$$\left. \begin{array}{l} (٩) \\ ق(س) = \left. \begin{array}{l} س^٢ ، س \leq ١ \\ س^٣ ، س > ١ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ه(س) = \left. \begin{array}{l} [س + ٢] ، س < ١ \\ |س + ١| ، س \geq ١ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

ابحث في اتصال  $ق(س)$  - ه(س) عندما  $س = ١$

### \*\*\* الحصة الرابعة \*\*\*

معدل التغير ، تعريف المشتقة ، النهايات الخاصة

#### \*\* السؤال الأول \*\*

(١) ق(س) = [س + ٣] ، س = ١ ، التغير

في السينات يساوي (٣) جد معدل تغير الاقتران

(٢) معدل تغير الاقتران ق(س) في [-٤ ، ١]

يساوي (٣) وكان ق(١) = ٢ ، فما قيمة ق(-٤)

(٣) ق(س) =  $\sqrt{س + ١}$  ، س ∈ [٠ ، ب] ، وكان

معدل تغير الاقتران ق(س) يساوي ( $\frac{١}{٣}$ ) فما قيمة ب

(٤) ق(س) = س<sup>٢</sup> · هـ(س) ، وكان معدل تغير

الاقتران هـ(س) في [-١ ، ١] يساوي (١١) فما

مقدار التغير في الاقتران ق(س) في [-١ ، ١]

(٥) معدل تغير الاقتران ق(س) في [١ ، ٣]

يساوي (٧) وكان ق(س) =  $\frac{١}{هـ(س)}$  ، فما معدل

تغير الاقتران هـ(س) في [١ ، ٣] ، علماً بأن

ق(١) × ق(٣) = ٥

#### \*\* السؤال الثاني \*\*

باستخدام تعريف المشتقة أجب عما يلي :

(١) ق(س) =  $\frac{س}{س - ٣}$  ، جد ق'(٢)

(٢) ق(س) = س +  $\sqrt{س + ١}$  ، جد ق'(٣)

(٣) ق(س) =  $\sqrt{٢س}$  ، جد ق'(س)

(٤) ما قيمة نها  $\frac{ع جاس - س جاع}{ع ← س - ع ← س}$

(٥) ق(س) = |س - ١| + |س| ، جد ق'(٠)

#### \*\* السؤال الثالث \*\*

(١) إذا علمت أن ق(س) = (س<sup>٣</sup> + ١)<sup>٣</sup> جد ما يلي :

(أ) نها  $\frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١}$

(ب) نها  $\frac{ق(١ + هـ) - ق(١)}{هـ}$

(ج) نها  $\frac{ق(١) - ق(١ + هـ)}{هـ}$

**\*\* تابع السؤال الثالث \*\***

(٢) إذا كانت  $ق(٣) = ٥$  ،  $ق(-٣) = ٢$   
جد ما يلي :

(١)  $نَها = \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٥}$

(ب)  $نَها = \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٥}$

(ج)  $نَها = \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٥}$

(د)  $نَها = \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٥}$

(٣)  $ق(س) = ٣س^٢ + ٣س$

وكانت  $نَها = \frac{ق(١) - ق(س)}{١ - س}$

فما قيمة الثابت  $٣$  ؟؟؟

(٤)  $ق(س) = ٣س^٢ + ٣س$

وكانت  $نَها = \frac{ق'(٢) - ق'(٥)}{٥}$

فما قيمة الثابت  $٣$  ؟؟؟

(٥) إذا علمت أن :

$نَها = \frac{ق(س) - ق(٥)}{٥} = \frac{ق(٣) - ق(٥)}{٥}$

جد  $ق'(س)$  ؟؟؟

(٦) إذا علمت أن :

$نَها = \frac{ق(٥) - ق(٥)}{٥} = \frac{١}{٣}$

فما قيمة  $نَها = \frac{ق(٥) - ق(٥)}{٥}$

### \*\*\* الحصة الخامسة \*\*\*

#### \*\*\* المشتقات \*\*\*

#### \*\* السؤال الأول \*\*

(١) ق(س) =  $\sqrt{s^2 + 5}$  ، جد ق'(٢)

(٢) ق(س) =  $\sqrt[3]{s^2 + 7}$  ، جد ق'(١)

(٣) ق(س) = س. جاس ، جد ق'(π)

(٤) ق(س) = جا<sup>٣</sup> س ، جد ق'(π/١٢)

(٥) ق(س) = س جتا<sup>٣</sup> س ، جد ق'(π/١٢)

(٦) ق(س) = |٣ - ٢س| ، جد ق'(٢/٣)

(٧) ق(س) = |٣ - س| ، جد ق'(١)

(٨) ق(س) =  $|\frac{1-s}{8-s}|$  ، جد ق'(٥)

(٩) ق(س) = [١ + ٣س] ، جد ق'(١/٢)

(١٠) ق(س) =  $\frac{[س^{\frac{1}{3}}]}{س - ٣}$  ، جد ق'(٤)

(١١) ق(س) = س [س - ٢] ، جد ق'(٣)

(١٢) ق(س) =  $\frac{|١ - ٢س|}{[١ + س]}$  ، جد ق'(١/٢)

(١٣) ص =  $\sqrt[3]{٣ + ٢ع}$  ، ع =  $\frac{٥}{٣ + س}$

جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س = ٢

(١٤) ص =  $٣ن - ٢$  ، ن = ظا<sup>٢</sup>س

جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س =  $\frac{\pi}{8}$

(١٥) ص =  $ع + ٢س$  ، ع = جاس ، جد  $\frac{دص}{دس}$

(١٦) ص =  $٣ن + ٥ن$  ،  $\frac{دس}{دن} = ٦ن$

ص  $\frac{دص}{دس}$  عندما ن = ١

(١٧) ص =  $٢ن - ٦ن + ١$  ، س = ٤ن

ما قيمة س بحيث  $\frac{دص}{دس} = ٢$

(١٨) ق(س) =  $(\frac{١+س}{٢س})^٣$  ، جد أصفار المشتقة الأولى

(١٩)  $\sqrt[3]{س ص} = ١$  ، جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س = ١

(٢٠) س جاص = جا(س ص) ، جد  $\frac{دص}{دس}$

(٢١) ق(س) =  $(١ + ٣س)^٢$  ، ه =  $\sqrt[3]{٣ - ٤س}$

جد (ق ٥ ه) (١)

**\*\* سؤال خاااص \*\***

$$\left. \begin{array}{l} p \text{ س}^2 + b \text{ س} + ج ، \text{ س} > 1 \\ \text{س}^3 - 2 \text{ س}^2 + p \text{ س} ، \text{ س} \leq 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

ما قيمة الثوابت  $p$  ،  $b$  ،  $ج$

بحيث ق// (1) موجودة

(٢٢) ق(س) = ٥س ، هـ(س) =  $\sqrt[3]{8} - 1$  - س

وكان هـ'(ق) = 1 - ،

فما قيمة (هـ ٥ ق)'(p) ، وما قيمة p

(٢٣) ق(س) = ٤س<sup>٢</sup> - ٩ ، ل(س) =  $\sqrt{1 + س}$

جد نها  $\frac{\text{ق(ل(٣ + هـ)) - ق(ل(٣))}{هـ}$

(٢٤) ق(س) = س<sup>٣</sup> ، هـ(س) = س<sup>٢</sup> + 1

وكانت ص = (ق ٥ هـ)<sup>٣</sup> (س) ،

جد  $\frac{\text{لص}}{\text{دس}}$  عندما س = 2

(٢٥) ق(س) = س<sup>٢</sup> - ٩ ، هـ'(٣) = ٥

وكان (ق ٥ هـ)'(٣) = ١٥ ، جد هـ(٣)

(٢٦) إذا علمت أن ق(س) =  $\frac{1}{٤} س^٤$  ،

وكانت ق(٤) = (س) = (١ + p) س<sup>٣</sup>

فما قيمة الثابت p ؟؟؟

### \*\*\* الحصة السادسة \*\*\*

#### \*\* السؤال الأول \*\*

(١) إذا كان ق(س) =  $\frac{س}{س-١}$  ، جد ما يلي :

(٢) (ق . ق') / (ق') (١)

(ب) (ق') / (ق') (١)

(ج) (ق' ٥ ق) / (ق') (١)

(د) (ق ٥ ق') / (ق') (١)

(هـ) (ق ٥ ق') / (ق') (١)

(٢) ق(س) = ق'أس ، هـ'س) =  $\sqrt{١ + س٤}$  ،

وكانت (هـ' ٥ ق) / (ق' ٤) =  $\frac{\pi}{٤}$  ، فما قيمة الثابت P

(٣) (ق ٥ هـ) / (هـ) = (٣) ، (ق' ٥ هـ) = (٣) ،

فما قيمة هـ<sup>٢</sup> / هـ<sup>٣</sup> ؟؟؟

(٤) ص = ق(س<sup>٢</sup> + س<sup>٢</sup>) ، ق' (٣) = ٥

جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س = ١

(٥) (ق . هـ) / (س) = ١ ، هـ (١) = ٣ ، هـ (١) = ٥

فما قيمة ق' (١)

#### \*\* السؤال الثاني \*\*

(١) إذا كان ص = ق(س<sup>٢</sup> + ٣) ، ق' (٤) = ٢

ق' (٤) = ١ ، جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س = ٢

(٢) إذا كان س = ق(ص<sup>٢</sup> + ١) ، ق' (٥) = ٤

جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما ص = ٢

(٣) إذا كان ص = ق' (س) -  $\sqrt{ق(س)}$

ق' (١) = ١ ، ق' (١) =  $\frac{١}{٢}$  ، جد  $\frac{دص}{دس}$  عندما س = ١

(٤) إذا كان ق(س<sup>٣</sup> + ١) = س ، جد ق' (٩)

(٥) ق' (س<sup>٢</sup>) = س + ٤ ، جد ق' (٨)

(٦) جد نهها  $\frac{جا(س٣ + هـ٣) - جا٣س}{هـ٣}$

(٧) إذا علمت أن ق' (٢) = ٥ ، ق' (٩) = ٢

جد نهها  $\frac{ق(س٣ + ١) - ق(٩)}{س - ٢}$

**\*\* السؤال الثالث ( الإثبات ) \*\***

٨) س جاص = ١ ، أثبت أن

$$ص' = جتاص - قاص$$

١) إذا كان ص = ظاس +  $\frac{١}{٣}$  ظأس ، أثبت أن

$$\frac{دص}{دس} = قأس$$

٩) إذا كان ص =  $\frac{١ + ظاس}{١ - ظاس}$  ، أثبت أن

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٢}{١ - جا٢س}$$

٢) إذا كان ص = ظأس ، أثبت أن

$$\frac{د٢ص}{دس} = (١ + ص)(١ + ص٣)$$

١٠) إذا كان ص = جا٢ن ، س = جتا٢ن  
أثبت أن  $\frac{د٢ص}{دس} = - قتا٣ن$

٣) إذا كان ص =  $\frac{ظاس}{س}$  ، أثبت أن

$$س ص'' + ٢ ص' - ٢ س ص قأس = ٠$$

٤) إذا كان ص = ١ + ٣ جاس ، أثبت أن

$$١ = ٢ ص ص'' + ٢ (ص') + ٢ ص$$

٥) س + ص = جتاص ، أثبت أن

$$ص'' = (ص') جتاص$$

٦) س = ظاص ، أثبت أن ص'' =  $\frac{٢-س}{(١+س)٢}$

٧) جاص = ٢ جاس ، أثبت أن

$$(ص') = ١ + ٣ قأص$$

## \*\*\* الحصة السابعة \*\*\*

### \*\* التفسير الفيزيائي \*\*

(١) يتحرك جسم قاطعاً مسافة حسب العلاقة :  
ف =  $n^2 - n^3$  ، جد ما يلي :  
(٢) سرعة الجسم عندما تسارعه يساوي ٦ م/ث<sup>٢</sup>  
(ب) سرعة الجسم عندما ينعدم تسارعه

(٢) يتحرك جسم بحيث ف(ن) =  $\frac{n}{2} - n^2$  ،  
ن ∈ [٠ ، π] ، جد تسارع الجسم عندما تنعدم السرعة

(٣) يتحرك جسم بحيث ف =  $n^2 - n^3$  ،  
فما مجموعة قيم (ن) التي تجعل السرعة موجبة

(٤) قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح برج يرتفع (٨٠ متر) عن سطح الأرض وذلك حسب العلاقة  
ف =  $30n - n^2$  ، جد ما يلي :

(٢) السرعة الابتدائية  
(ب) أقصى ارتفاع عن سطح البرج، ثم عن سطح الأرض  
(ج) السرعة عندما يصل الجسم إلى مستوى سطح البرج  
(د) السرعة عندما يصل الجسم إلى مستوى سطح الأرض  
(هـ) سرعة الجسم عندما يكون الجسم على ارتفاع (١٠٥) متر عن سطح الأرض

(٥) قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح برج ارتفاعه (ل) حسب العلاقة ف =  $30n - n^2$  ، فإذا كانت سرعة الجسم عند وصوله إلى سطح الأرض تساوي (٦٠ م/ث) ، جد أقصى ارتفاع يصله الجسم عن سطح الأرض

(٦) قذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج يرتفع ل حسب العلاقة ف =  $pn - n^2$  ، وكان أقصى أقصى ارتفاع يصله الجسم عن سطح البرج يساوي (٨٠ متر) ، فإذا علمت أن الجسم ارتطم بسطح الأرض بسرعة (٦٠ م/ث) ، فما قيمة الثابت (٢) ،  $0 < p$  ، وما ارتفاع البرج (ل)

(٧) أسقط جسم من ارتفاع ١٢٠ متر عن سطح الأرض بحيث ف(ن) =  $5n^2$  ، في الوقت نفسه قذف جسم من سطح الأرض للأعلى بحيث ف(ن) =  $60n - 5n^2$  ، جد سرعة كل منهما عندما يكون لهما نفس الارتفاع عن سطح الأرض؟

(٨) قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح برج يرتفع (٨٠ متر) عن سطح الأرض وذلك حسب العلاقة ف =  $pn - n^2$  ، وفي نفس اللحظة قذف جسم آخر من سطح الأرض لأعلى حسب العلاقة ف =  $50n - n^2$  ، فما قيمة الثابت (٢) ليصل كل منهما إلى نفس أقصى ارتفاع عن سطح الأرض

(٩) يتحرك جسم قاطعاً مسافة ف حسب العلاقة  
ف(ن) =  $\frac{n^4}{4} - \frac{3n^3}{3} + n^2 - 6$   
جد التسارع عندما يغير الجسم من اتجاه حركته

(١٠) يتحرك جسم بحيث سرعته ع =  $\sqrt{p}$

$0 < p$  ،  $0 < f$  ، حيث ف : المسافة

إذا علمت أن تسارعه ٨ م/ث<sup>٢</sup> جد قيمة الثابت ٢؟

## \*\*\* الحصة الثامنة \*\*\*

### \*\* التفسير الهندسي \*\*

(٨) إذا كان المماس لمنحنى ق(س) = س<sup>٢</sup> + ٢ يمر بالنقطة (١، ٤)، ويميل هذا المماس على محور السينات السالب بزاوية  $\frac{\pi}{4}$ ، فما قيمة الثابت ٢؟؟؟

(١) ما معادلة المماس لمنحنى ق(س) = س<sup>٢</sup> + س + ٧ بحيث يتوازي المماس مع المستقيم ص = س + ١

(٩) رسم مماسان لمنحنى ق(س) = س<sup>٢</sup> + ٢ حيث ٢ < ٠، من نقطة الأصل فمس أحدهما المنحنى عند س = ١، جد نقطة التماس الأخرى

(٢) ما معادلة المماس لمنحنى القطع المكافئ ص<sup>٢</sup> = ٤س بحيث يتعامد المماس مع المستقيم ص + س = ٥

(١٠) ما مساحة المثلث المتكون من محور السينات وكل من المماس والعمودي لمنحنى ق(س) = س<sup>٢</sup> + ٢ المرسومين عند النقطة (٢، ٦)

(٣) ما معادلة المماس لمنحنى القطع ق(س) = س<sup>٢</sup> - س + ٢ بحيث يميل المماس بزاوية  $\frac{\pi}{4}$  على محور السينات الموجب

(١١) ما مساحة المثلث المتكون من المستقيم ص = ١، وكل من المماس لمنحنى ق(س) = س<sup>٣</sup> + ٣ والمرسوم من النقطة (٠، ١) والعمودي على هذا المماس

(٤) ما معادلة المماس لمنحنى القطع ق(س) = س<sup>٢</sup> - ٣س + ٥ بحيث يميل العمودي بزاوية  $\frac{\pi}{4}$  على محور السينات الموجب

(١٢) المستقيم ص = ٢ - س مماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (٣، ٥)، والمستقيم ص = ٦ - س عمودياً لمنحنى ه(س) عند النقطة (٣، ١)، فما قيمة ق(٣)؟

(٥) ما معادلة المماس لمنحنى القطع ق(س) = س<sup>٢</sup> - ٤س - ٦ عند نقطة تقاطع منحنى ق(س) مع محور السينات

(١٣) إذا كان المستقيم ص = ٥س + ٣ مماساً لمنحنى ل(س) عند النقطة س = ١، وكان ل(س) = ق(٢س + ١)، جد قيمة ق(٣)

(٦) ما معادلة المماس لمنحنى س<sup>٢</sup> = ص + ٣ عند نقطة تقاطع المنحنى مع المستقيم ص = ٣

(٧) ما معادلة المماس لمنحنى القطع ق(س) = س<sup>٢</sup> - ٤س + ٤ والمرسوم من النقطة (٠، ٠)

## \*\*\* الحصة التاسعة \*\*\*

### \*\* خصائص المنحنيات \*\*

(١) إذا علمت أن :

$$ق(س) = س^3 (س - ٤) + ٢، س \in [-٢، ٥] \text{ أجب عما يلي :}$$

(٢) النقطة الحرجة لـ ق(س)

(ب) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ج) القيم القصوى المحلية والمطلقة لـ ق(س)

(د) مجالات التفرع لأعلى ولأسفل لـ ق(س)

(هـ) نقط الانعطاف لـ ق(س) إن وجدت

$$(٢) \text{ للاقتران } ق(س) = (س^2 - ٢)(٣ + س^3)^2$$

عين : (٢) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ب) قيم س التي عندها قيم قصوى محلية

$$(٣) ق(س) = \sqrt[3]{س^3 - ٨}، س \in \mathbb{R} \text{ عين :}$$

(٢) فترات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ب) القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت)

$$(٤) ق(س) = (س - ٥)^3، \text{ عين مجالات}$$

التفرع لأعلى ولأسفل ونقط الانعطاف

$$(٥) ق(س) = س^2، س \in [٠، \pi] \text{ عين :}$$

(٢) قيم س الحرجة

(ب) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ج) القيم القصوى المحلية

(د) نقط الانعطاف لـ ق(س) إن وجدت

$$(٦) ق(س) = س^2 - ٢ \text{ جتا } س، س \in [٠، \pi] \text{ عين}$$

مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

$$(٧) ق(س) = \frac{١}{٢} س^2 + ٢ \text{ جاس } س، س \in [٠، \frac{\pi}{٢}]$$

عين : (٢) مجالات التفرع لأعلى ولأسفل

(ب) نقط الانعطاف لـ ق(س) إن وجدت

$$(٨) ق(س) = |س - ٤|، س \in \mathbb{R} \text{ عين :}$$

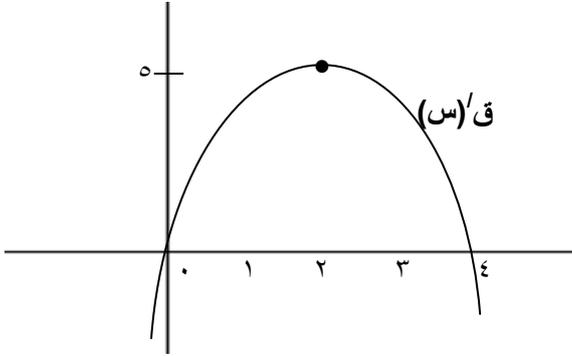
(٢) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ب) القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت)

(ج) مجالات التفرع لأعلى ولأسفل لـ ق(س)

(٩) الشكل المجاور يمثل منحنى ق'(س)

عين خصائص ق(س) :



(٢) قيم س الحرجة لـ ق(س)

(ب) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ج) قيم س التي عندها عظمى لـ ق(س)

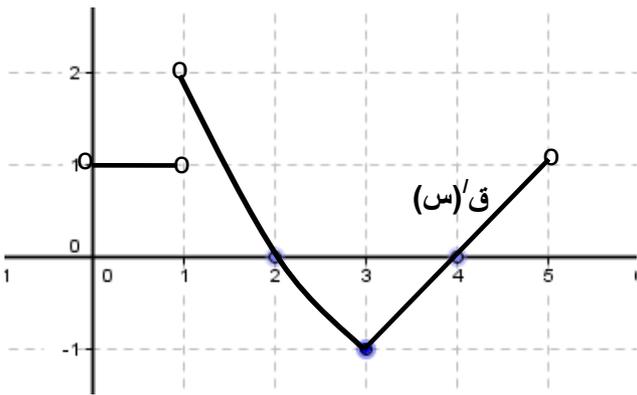
(د) قيم س التي عندها صغرى لـ ق(س)

(هـ) مجالات التفرع لأعلى ولأسفل لـ ق(س)

(و) نقط الانعطاف لـ ق(س)

(١٠) ق(س) متصل في  $[٠، ٥]$  ، بينما الشكل

يمثل منحنى ق'(س)



أجب عما يلي :

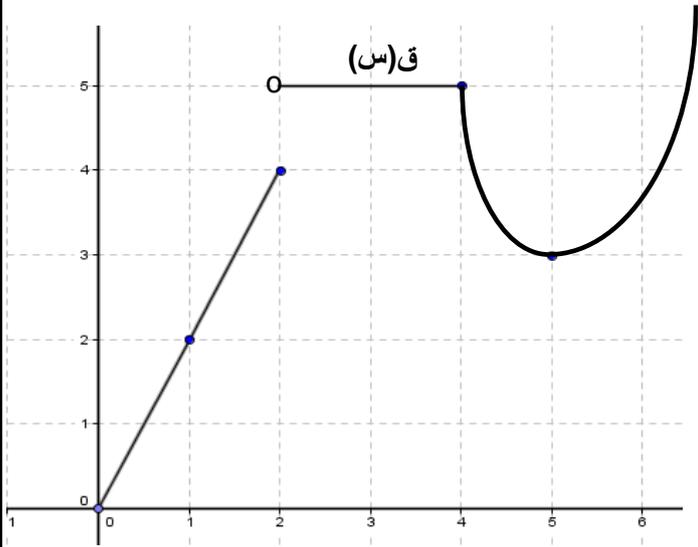
(٢) قيم س الحرجة لـ ق(س)

(ب) مجالات التزايد والتناقص لـ ق(س)

(ج) قيم س التي عندها قيم قصوى محلية لـ ق(س)

(د) الفترة التي يكون فيها ق'(س) < ٠

١٥) الشكل يمثل منحنى الاقتران ق(س)



أجب عما يلي :

١) نهق (٣س - ١) ← س + ١

٢) نهق (٥ - ٣س) ← س + ١

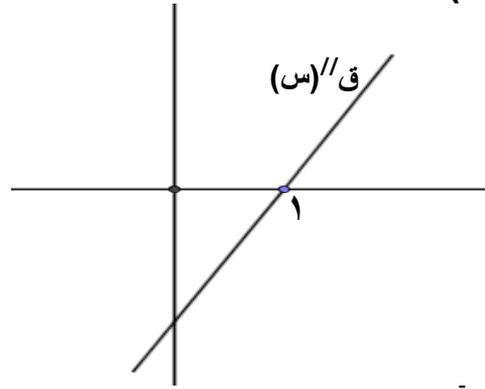
٣) معدل تغير ق(س) في [٢، ٤]

٤) ق'(٣)، ق'(٥)

٥) نهق  $\frac{ق(س) - ٢}{١ - س}$  ← س

٦) قيم س التي عندها نقط حرجة لـ ق(س)

١١) ق(س) متصل على ح ، بينما الشكل يمثل منحنى ق''(س)



أجب عما يلي :

١) مجالات تقعر ق(س) لأعلى ولأسفل  
 ب) إذا علمت أن : ق'(٠) = صفر ، ق'(٢) = صفر  
 بين نوع كل من ق(٠) ، ق(٢) ،  
 وعين مجالات تزايد ق(س)

١٢) إذا كان للاقتران ق(س) =  $\frac{٢س + ب}{٤س - ٥س + ٤}$  قيمة عظمى محلية تساوي (-١) عند النقطة س = ٢ ، فما قيمة الثوابت ب ، س؟؟

١٣) ق(س) معرف في [٠، π] ، بحيث ق'(س) = ٢ + ١جتاس ، فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = ؟؟؟

١٤) جد قاعدة كثير حدود من الدرجة الثالثة بحيث عند النقطة (٧، ٠) قيمة قصوى وعند النقطة س = ٢ نقطة انعطاف يميل المماس عندها بزاوية ٥٤° على محور السينات الموجب

## \*\*\* الحصة العاشرة \*\*\*

### \*\* المعدلات المرتبطة \*\*

(١) عمود ارتفاعه (١٠) متر في قمته مصباح على طريق أفقي يسير رجل طوله (٢) متر مبتعداً عن العمود بسرعة ٣م/ث ، ما معدل تغير بعد رأس الرجل عن المصباح عندما يبعد (٦) متر عن العمود

(٢) عمود ارتفاعه (١٠) متر في قمته مصباح على طريق أفقي يسير رجل طوله (٢) متر مبتعداً عن العمود بسرعة ٣م/ث ، ما معدل تغير زاوية نظر الرجل إلى المصباح عندما يبعد الرجل ٦ متر عن العمود ؟؟

(٣) عمود ارتفاعه (١٠) متر في قمته مصباح على طريق أفقي يسير رجل طوله (٢) متر مبتعداً عن العمود بسرعة ٣م/ث ، ما معدل تغير طول ظل الرجل على الأرض ؟؟

(٤) عمود ارتفاعه (١٠) متر في قمته مصباح على طريق أفقي يسير رجل طوله (٢) متر مبتعداً عن العمود بسرعة ٣م/ث ، إذا اقترب الرجل من جدار يبعد (١٢) متر عن العمود ، فما معدل تغير طول ظل الرجل على الجدار عندما يبعد الرجل (٢) متر عن الجدار ؟؟

(٥) يجلس رجل على رصيف ميناء يرتفع (٨) أمتار عن مستوى سطح الماء والرجل يسحب القارب بحبل يمسكه بيده ، فإذا كانت سرعة القارب (٢م/د) كم سرعة سحب الحبل عندما يكون بعد القارب عن الرجل (١٠) متر ؟؟

(٦) من نقطة (م) على أرض أفقية ومن على ارتفاع (٥) متر عنها بدأ بالون يرتفع لأعلى بسرعة ١م/ث ، في نفس اللحظة ومن النقطة م انطلقت سيارة مبتعدة عن (م) بسرعة ٢م/ث ما معدل تغير البعد بين البالون والسيارة بعد (٣) ثواني من الحركة ؟؟

(٧) من نقطة (م) على أرض أفقية انطلق صاروخ رأسياً لأعلى بسرعة ٥ كم/د ، وبعد دقيقتان انحرف الصاروخ بزاوية ٣٠° على الأفق محافظاً على نفس السرعة ، ما معدل تغير بعد الصاروخ عن النقطة (م) بعد ٤ دقائق من انطلاق الصاروخ

(٨) النقطة (م) هي نقطة الأصل في المستوى الديكارتي ، من النقطة م (٤ ، ٠) تحركت نقطة على محور السينات الموجب مبتعدة بسرعة ٢ سم/ث ، ومن النقطة ب (٠ ، ٨) وعلى محور الصادات الموجب تحركت نقطة مقتربة من نقطة الأصل (م) بسرعة ١ سم/ث ما معدل تغير البعد بينهما بعد ثانييتين ؟؟

(٩) ميدان لسباق السيارات دائري نصف قطره ٣ كم ، من نقطة م على المنحنى انطلقت سيارة بسرعة ٨٠ كم/ساعة ، ما معدل تغير بعد السيارة عن النقطة م عندما تقابل المسافة المقطوعة زاوية مركزية تساوي (٦٠°)

١٠) مثلث متساوي أضلاع يزداد طول

ضلع المثلث بمعدل ٢سم/ث ، ما معدل تغير

مساحة المثلث عندما طول ضلع المثلث ٦سم

١١) مثلث  $\Delta$  ب ج فيه  $\Delta$  ب = ٣سم ،

$\Delta$  ج = ٤سم ثابتين ، يزداد قياس الزاوية ب  $\Delta$  ج

وتسمى هـ بمعدل  $2^\circ$  / دقيقة ، جد ما يلي :

١) معدل تغير مساحة المثلث عندما هـ =  $60^\circ$

ب) معدل تغير طول الضلع ب ج عندما هـ =  $60^\circ$

١٢) تتمدد أضلاع مربع بمعدل ٤سم/ث

رسمت دائرة حول المربع بحيث تلامس

رؤوسه وتتمدد معه ، جد معدل التغير في

مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة

والمربع عندما طول ضلع المربع ١٠سم؟؟

١٣) مخروط دائري رأسه لأسفل ، ارتفاعه

١٢متر ، وطول قطر قاعدته (١٢)متر

يتسرب منه الماء لينخفض بمعدل  $\frac{2}{11}$  م/ساعة

عندما عمق الماء فيه (٣ متر)

١) ما معدل تسرب الماء منه؟؟

ب) ما معدل نقصان مساحة سطح الماء عندها؟

## \*\* الحصة الحادية عشر \*\*

### \*\* المسائل العملية على القيم القصوى \*\*

١) ما ارتفاع الإسطوانة ذات أكبر حجم والتي ترسم داخل مخروط دائري قائم ، ارتفاعه ٦ سم ، وطول قطر قاعدته ٤ سم ؟؟

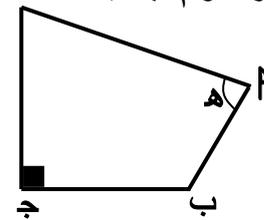
٢) ما ارتفاع الإسطوانة ذات أكبر حجم والتي ترسم داخل كرة نصف قطرها ٦ سم ؟؟

٣) ما حجم المخروط الذي ينتج عن دوران مثلث قائم الزاوية حول ارتفاعه ، علماً بأن وتر المثلث يساوي ١٠ سم ، بحيث حجم المخروط أكبر ما يمكن

٤) ما أكبر حجم للمخروط الذي ينتج عن ثني قطاع دائري طول نصف قطره ٣ سم ، ثم جد طول قوس القطاع ؟؟

٥) جد أبعاد المستطيل والذي مساحته أكبر ما يمكن بحيث يرسم فوق محور السينات ورأساه الآخران على منحنى  $v = 9 - s^2$

٦) في الشكل الرباعي المرسوم جانباً،  
والقائم عند جـ بحيث :



ب جـ = جـ د ،  
د = ٢ سم ، ب = ١ سم

ما قياس الزاوية هـ لتكون

مساحة الشكل ب جـ د أكبر ما يمكن ؟؟

٧) ب (٥، ٠) ، ب (٢، ٠) نقطتان ثابتتان ، تتحرك النقطة جـ على محور السينات الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل (م) كم يكون بعد النقطة جـ عن (م) ليكون قياس الزاوية ب جـ د أكبر ما يمكن ؟؟

٨) في المستوى الديكارتي (م) نقطة الأصل من النقطة ب (١٠، ٠) تحركت نقطة على محور السينات مقتربة من نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث ، ومن النقطة ب (٠، ٦) تحركت نقطة على محور الصادات الموجب مبتعدة عنها بسرعة ١ سم/ث ، متى يكون البعد بين النقطتين أقل ما يمكن ؟؟

٩) صندوق (منشور) قاعدته مربعة بلا غطاء حجمه ٣٢ سم<sup>٣</sup> ، ما أبعاده لتكون كمية المادة التي يصنع منها أقل ما يمكن ؟؟

١٠) صندوق قاعدته مربعة ، مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم ، ما أبعاده ليكون حجمه أكبر ما يمكن ؟؟

١١) قطعة ورق مستطيلة مساحتها ٣٢ سم<sup>٢</sup> نريد طباعة اعلان بترك هامشين من أعلى وأسفل بعرض ١ سم لكل منهما ، وترك هامشين جانبيين بعرض  $\frac{1}{٢}$  سم لكل منهما ، ما بعدي الورقة لتكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن ؟

١٢) ب جـ مثلث متطابق الضلعين بحيث ب = ب = جـ = ٨ سم ، وكان قياس زاوية الرأس ب = هـ ، فما قيمة هـ لتكون مساحة المثلث أكبر ما يمكن ؟

١٣) ب قطر في دائرة طوله ٦ سم ، جـ نقطة تتحرك على منحنى الدائرة ، ما أكبر مساحة للمثلث ب جـ د ؟؟

١٤) مصنع للأجهزة ينتج س جهاز سنويا يبيع كل جهاز بسعر (٢٠٠ - ٠,٠١ س) دينار تكلف هذه الأجهزة (٥٠ س + ٢٠) دينار كم جهاز ينتج لتحقيق أكبر ربح سنوياً ؟؟



## \*\*الحصة الثالثة عشر\*\*

$$(13) \quad 1 \text{ (س}^3 - 5\text{س}^2\text{) دس}^3$$

$$(1) \quad 1 \text{ (س}^2 \sqrt{2 + \text{س}}) \text{ دس}^2$$

$$(14) \quad 1 \text{ (س}^3 + 3\text{) قتا}^2 \text{ (س}^2 + 6\text{س} - 4\text{) دس}^2$$

$$(2) \quad 1 \text{ (س}^2 - \sqrt{\text{س}}) \text{ دس}^2$$

$$(15) \quad 1 \text{ قتا}^2 \text{ (س}^2 + 6\text{س} - 4\text{) دس}^2$$

$$(3) \quad 1 \text{ (س}^3 \sqrt{\frac{5}{\text{س}}} - \frac{1}{\text{س}}) \text{ دس}^3$$

$$(16) \quad 1 \text{ (س}^3 \text{جتا}^2 \text{ (س}^2 + 5\text{) دس}^3$$

$$(4) \quad 1 \text{ (جتاس}^2 + 1\sqrt{\text{جتاس}}) \text{ دس}^2$$

$$(17) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{جتاس} + \text{جتاس}^2) \text{ دس}^2$$

$$(18) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ه}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(5) \quad 1 \text{ (جا}^2 \text{س}^3 + \text{ظا}^2 \text{س}^5) \text{ دس}^5$$

$$(19) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ه}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(6) \quad 1 \text{ (جتاس} - \text{جتاس}^4) \text{ دس}^4$$

$$(20) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ه}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(7) \quad 1 \text{ (جتاس} - \text{جا}^2 \text{س}^2) \text{ دس}^2$$

$$(21) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ه}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(8) \quad 1 \text{ (ظاس} + \text{ظاس}^2) \text{ دس}^2$$

$$(22) \quad 1 \text{ (س}^2 + 3\text{) دس}^2$$

\*\*\* إذا كان  $1 \text{ (ق}^2 \text{ (س}^2 \text{) دس}^2 = 3$

$$(9) \quad 1 \text{ (س}^2 - 2\text{) دس}^2$$

ق(1)=5 ، ق(2)=8 ، جد ما يلي :

$$(23) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ق}^2 \text{ (س}^2 \text{) دس}^2$$

$$(10) \quad 1 \text{ (س}^2 - 10\text{) دس}^2$$

$$(24) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ق}^2 \text{ (س}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(11) \quad 1 \text{ (س}^2 \sqrt{3 - \text{س}}) \text{ دس}^2$$

$$(25) \quad 1 \text{ (س}^2 \text{ق}^2 \text{ (س}^2 + 1\text{) دس}^2$$

$$(12) \quad 1 \text{ (س}^2 \sqrt{3 - \text{س}}) \text{ دس}^2$$

## \*\*الحصة الرابعة عشر\*\*

(١٣) قأس دس

$$(١٤) \text{ قأس دس} \frac{\text{قأس}}{٢\text{ظاس} - \text{ظأس}} \text{ دس}$$

$$(١٥) \text{ قأس دس} \frac{١}{\sqrt{١ + \text{لو دس}}}$$

$$(١٦) \text{ قأس دس} \frac{٨\text{س لو دس}}{١}$$

$$(١٧) \text{ قأس دس} \frac{٢\text{س جتا ه س}}{١}$$

$$(١٨) \text{ قأس دس} \frac{\text{ظاس}}{١ - \text{جأس}}$$

$$(١٩) \text{ قأس دس} \frac{\sqrt{١ + \text{س}}}{\text{ه}}$$

$$(٢٠) \text{ قأس دس} \frac{١٩}{٩} \frac{\text{دس}}{\text{س} - \sqrt{٣} \text{س} + ٢}$$

$$(١) \text{ قأس دس} \frac{٥ + ٢\text{س} + ٣\text{س} + ٥\text{س} + ١}{١}$$

$$(٢) \text{ قأس دس} \frac{٥ + \text{س} + ٤\text{س} + ٣\text{س} + ٢\text{س} + ١}{١}$$

$$(٣) \text{ قأس دس} \frac{٦\text{جتا}^٣\text{س}}{١ + \text{جا}^٣\text{س}}$$

$$(٤) \text{ قأس دس} \frac{٦}{١ + \text{جا}^٣\text{س}}$$

$$(٥) \text{ قأس دس} \frac{٦}{١ + \text{جا}^٣\text{س}}$$

$$(٦) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٣ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

$$(٧) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

$$(٨) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

$$(٩) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

$$(١٠) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

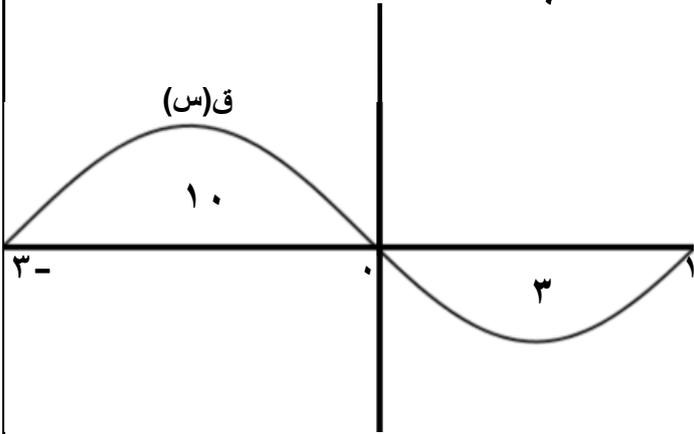
$$(١١) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$

$$(١٢) \text{ قأس دس} \frac{٦}{٤ + \text{س} - ٢\text{س} + ٤\text{س}}$$



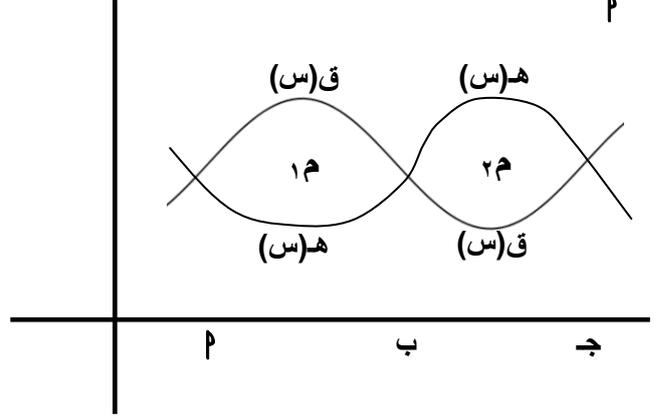
١٩) من خلال الشكل المرسوم جانبياً ،

ما قيمة  $\int_0^2 q(s) ds$  .



١٧) من خلال الشكل المرسوم جانبياً ،

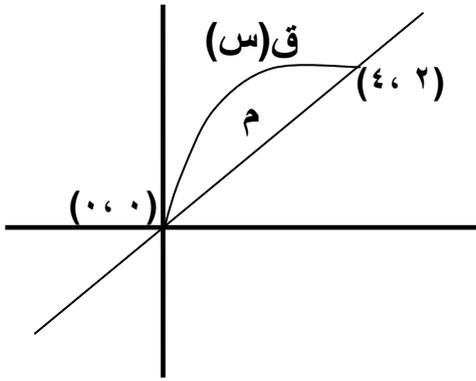
إذا علمت أن  $m = 5$  ،  $v = 7$  ،  $w = 2$  ،  
جد  $\int_0^2 (q - h)(s) ds$  .



٢٠) من خلال الشكل المرسوم جانبياً ،

إذا علمت أن المساحة (م) = 6

ما قيمة  $\int_0^2 q(s) ds$  .



١٨) من خلال الشكل المرسوم جانبياً ،

إذا علمت أن  $m = 6$  ،  $w = 5$  ،  $v = 7$  ،

جد  $\int_0^2 q(s) ds$  .

