

**نظريات النهايات**

تستخدم النظريات لتسهيل إيجاد نهاية اقتران عند نقطة أو نهاية مجموع اقترانين أو حاصل ضربهما أو ناتج قسمتهما دون الحاجة الى الرسم .

**نظرية (١)**

إذا كان أ ، ج عددين حقيقيين وكان ق(س)=ج ، فإن :

$$(١) \text{نهاية ج} = \text{نهاية ج} \quad \text{" نهاية الثابت تساوي الثابت نفسه "}$$

$$(٢) \text{إذا كان ق(س) = س فإن نهاية س = نهاية س}$$

**مثال**

$$(١) \text{نهاية } ٥ - ٥ = ٥ - ٥ \quad (٢) \text{نهاية } ٢ = ٢ \quad (٣) \quad (٤) \text{نهاية } \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} \quad \text{نهاية س} = ٣$$

**نظرية (٢)**

إذا كانت نهاية س(س) = ل ، نهاية ه(س) = ك ، حيث أ،ل،ك، ج أعداد حقيقية. فإن :

$$(١) \text{نهاية (س) ه} \pm \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \pm \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \pm \text{نهاية (س) ه}$$

$$(٢) \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه}$$

$$(٣) \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه} = \text{نهاية (س) ه} \times \text{نهاية (س) ه}$$

$$(٤) \text{نهاية (س) ه} = \frac{\text{نهاية (س) ه}}{\text{نهاية (س) ه}} = \frac{\text{نهاية (س) ه}}{\text{نهاية (س) ه}} \neq ٠$$

$$(٥) \text{نهاية (س) ه} = \overline{\text{نهاية (س) ه}} = \overline{\text{نهاية (س) ه}} \quad \text{حيث ن عدد زوجي}$$

(النهاية توزع على الجمع والطرح والضرب والقسمة)

## مثال ( ١ )

إذا كانت نهايا (س) = ٩ نهايا (س) = ٣ - جد ما يلي :

$$(١) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) + نهايا (س)}$$

$$(٢) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) } \times \text{نهايا (س)}$$

$$(٣) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س)}$$

$$(٤) \text{ نهايا (س) } = \sqrt{\text{نهايا (س)}}$$

$$(٥) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) - نهايا (س)}$$

$$(٦) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) } - \text{نهايا (س)}$$

$$(٧) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) } - \frac{1}{\text{نهايا (س)}}$$

$$(٨) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س) } + ٢$$

## نتيجة

$$\text{نهايا (س) } = \text{نهايا (س)}$$

(١) إذا كان الاقتران ق كثير حدود فإن :

$$(٢) \text{ نهايا (س) } = \text{نهايا (س)}$$

## مثال ( ٢ )

جد قيمة ما يلي :

$$(١) \text{ نهايا (س) } = ٣$$

$$(٢) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{٢} = (٧ - س - ٢س + ٣س)$$

$$(٣) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{١} = (٧ + س + ٣س)$$

$$(٤) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{٢} = ٣(٣ - س)$$

مثال (٣)

إذا كانت  $٩ = (س) \xrightarrow{٢} (٣ - ٣س + ٣س)$  جد  $نهايا (س) \xrightarrow{٢}$

نهاية الأقتران المتشعب (( الاقتران المعرف على أكثر من قاعدة ))

$$\text{مثال (٤)} \left. \begin{array}{l} ٥س + ١ ، س > ٢ \\ س ، س \leq ٢ \end{array} \right\}$$

إذا كان ق(س) =

جد ما يلي :

$$(١) \text{ ق}(٢) =$$

$$(٢) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{١} =$$

$$(٣) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{٣} =$$

$$\text{مثال (٥)} \left. \begin{array}{l} ٢س + ٤ ، س \neq ٣ \\ ٨ ، س = ٣ \end{array} \right\}$$

جد ما يلي :

$$(١) \text{ ق}(٣) =$$

$$(٣) \text{ ق}(٢) =$$

$$(٢) \text{ ق}(١) =$$

$$(٤) \text{ نهايا } (س) \xrightarrow{٣} =$$

## مثال (٦)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 3 > 1 \\ \text{س} = 3 \\ \text{س} < 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان هـ (س)}$$

وكانت نهاية (س) موجودة فما قيمة الثابت أ؟  
 $\leftarrow \text{س} 3$

## مثال (٧)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 2 = 5 \\ \text{س} = 8 \end{array} \right\} = \text{إذا كانت نهاية (س) فما قيمة الثابت م؟}$$

## مثال (٨)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 3 = 1 \\ \text{س} = 1 \end{array} \right\} = \text{إذا كانت نهاية (س) فما قيمة الثابت ك؟}$$

## مثال (٩)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - 2 = 5 \\ \text{س} = 2 \end{array} \right\} = \text{إذا كانت نهاية (س) فما قيمة الثابت أ؟}$$

**واجب**

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > 2 \\ \text{س} \leq 2 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

**إذا كانت نهاية ق (س) عند  $\text{س} = 2$  موجودة جد قيمة الثابت ل؟**

مثال (١٠)

اذا كان  $Q(s) = \left. \begin{array}{l} 1 - s, 1 \leq s < 2 \\ 2 - s, s \geq 2 \end{array} \right\}$  وكانت نهاية  $s$  موجودة فما قيمة  $A$  ؟

واجب

اذا كان  $Q(s) = \left. \begin{array}{l} 1 + 2s^2, s > 2 \\ s + A, s \leq 2 \end{array} \right\}$  وكانت نهاية  $s$  موجودة جد قيمة الثابت  $A$  ؟

الدورة الشتوية ٢٠١٢

اذا كان  $h(s) = \left. \begin{array}{l} 20, 0 < s < 5 \\ 5 + 8s, s \geq 5 \end{array} \right\}$  ما قيمة الثابت  $m$  التي تجعل نهاية  $h(s)$  موجودة.

**نهاية خارج قسمة أقترايين**

الأقتران النسبي : هو الأقتران الذي يكون على صورة  $\frac{أ}{ب}$

**نظرية (١)**

إذا كانت أ ، ل ، ك أعداد حقيقية وكانت :

$$\frac{نهاية(س)}{س} = ل \quad \frac{نهاية(س)}{س} = ك \quad \text{فإن :}$$

$$(١) \quad \frac{نهاية(س)}{س} = \frac{نهاية(س)}{س} = \frac{نهاية(س)}{س} = ك \neq ل$$

$$(٢) \quad \frac{نهاية(س)}{س} = ل = ك$$

$$(٣) \quad \frac{نهاية(س)}{س} = \frac{نهاية(س)}{س} = ك \neq ل \quad \text{غير موجودة إذا كانت ك = صفر}$$

ملخص

(١) إذا كان ناتج التعويض  $\frac{عدد}{عدد}$  فإن النهاية موجودة وتساوي ناتج القسمة.

(٢) إذا كان ناتج التعويض  $\frac{صفر}{عدد}$  فإن النهاية موجودة وتساوي صفر .

(٣) إذا كان ناتج التعويض  $\frac{عدد}{صفر}$  فإن النهاية غير موجودة .

(٤) إذا كان ناتج التعويض  $\frac{صفر}{صفر}$  في هذه الحالة يجب استخدام الطرق الرياضية مثل التحليل

الى العوامل والضرب بالمرافق وتوحيد المقامات لإيجاد قيمة النهاية .

أمثلة

$$(١) \quad \frac{نهاية(س)}{س} = \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+٥)}$$



## التحليل الى العوامل

تذكر

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{قانون فك التربيع}$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$$

مثال (٢) جد قيمة النهايات التالية :

$$(1) \quad \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2 + 5s + 6}{s^2 - 9}$$

$$(2) \quad \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s-2}{s^2-4}$$

$$(3) \quad \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3-8}{s^2-4}$$

$$(4) \quad \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3-3s-2}{s+1}$$

$$(5) \quad \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^3-3s}{s^2-2s-3}$$

$$(6) \quad \lim_{s \rightarrow 7} \frac{s^2+5s-14}{s+7}$$

$$(7) \quad \lim_{s \rightarrow 4} \frac{s^2-16}{s-4}$$

$$(8) \quad \lim_{s \rightarrow 4} \frac{s^3-3s-28}{s^2-4s}$$

$$(9) \quad \lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^3+8}{s+3}$$



$$(١٠) \text{ نها } \frac{١٢+س٣-}{س٣-٢-س٣-٤} \quad \text{س} \leftarrow ٣$$

$$(١١) \text{ نها } \frac{٥+س}{س٣+١٢٥} \quad \text{س} \leftarrow ٣$$

$$(١٢) \text{ اذا كان } \text{و(س) = س}^٣ \quad \text{جد} \quad \text{نها } \frac{(٨+(٢)٧)-((س)٧)}{٢-س} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

$$(١٣) \text{ اذا كان } \text{و(س) = س}^٢ \quad \text{جد} \quad \text{نها } \frac{(١)٧-(س)٧}{١-س} \quad \text{س} \leftarrow ١$$

توحيد المقامات

جد النهايات التالية :

$$(١) \text{ نها } \frac{\frac{١}{٢} - \frac{١}{س}}{٤-س٢} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

$$(٢) \text{ نها } \frac{\frac{١}{٣} - \frac{١}{١+س}}{٢-س} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

$$(٣) \text{ نها } \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{س+١}}{س-١} \leftarrow س$$

$$(٤) \text{ نها } \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{س+٢}}{س-٤} \leftarrow س$$

$$(٥) \text{ نها } \frac{1}{س} \left( \frac{س٣}{٢} - \frac{س٢}{٣} \right) \leftarrow س$$

$$(٦) \text{ نها } \frac{\frac{٥}{س} + \frac{٣-س}{٦+س}}{٢+س} \leftarrow س$$

$$\frac{\frac{12}{s} - \frac{8}{1+s}}{s-3} \quad \text{نهايا (٨)}$$

س ← ٣

$$\frac{\frac{1}{3+s} - \frac{1}{s-3}}{s-3} \quad \text{نهايا (٧)}$$

س ← ٣

$$\frac{1}{s-2} \times \frac{(s+5)-7}{(s+5)7} \quad \text{نهايا (١٠)}$$

س ← ٢

$$\frac{\frac{s+2}{1-s} - \frac{s}{s-2}}{s-4} \quad \text{نهايا (٩)}$$

س ← ٤

واجب

جد قيمة النهايات التالية:

$$(٣) \text{ نها } \frac{\frac{٣}{٤} - \frac{٣-}{٢+س}}{٢-س} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

$$(٢) \text{ نها } \frac{\frac{٤+س}{١-س} - \frac{س}{٣-س}}{٦-س} \quad \text{س} \leftarrow ٦$$

$$(١) \text{ نها } \frac{\frac{٦+س}{١١} - \frac{١-س}{٤}}{٥-س} \quad \text{س} \leftarrow ٥$$

$$(٥) \text{ نها } \frac{٢٥-٢(١+س٢)}{٢-س} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

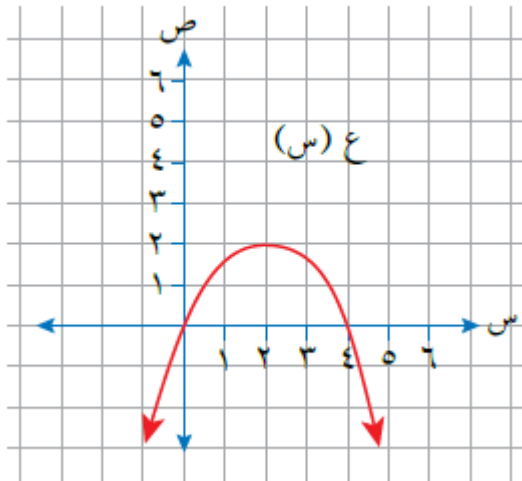
$$(٤) \text{ نها } \frac{\frac{١}{٢س} + \frac{١-}{٤}}{٢+س} \quad \text{س} \leftarrow ٢$$

$$(٦) \text{ اذا كانت } \text{ نها } \frac{٤-س}{١-س} = ٤ \text{ فما قيمة الثابت } \alpha ? \quad \text{س} \leftarrow ١$$

## الإتصال

يُوصف الاقتران  $q$  بأنه متصل إذا تم رسم الاقتران  $q$  عند قيم  $s$  المحددة ( المجال ) دون وجود ثقب أو قفزة أو فجوة " أي إذا تمكنا من رسم منحنى الاقتران دون رفع القلم عن الورقة " .

نلاحظ من الشكل أن



$$2 = (2)ع$$

$$2 = (س)ع$$

$$2 \leftarrow س$$

$$2 = (س)ع$$

$$2 \leftarrow س$$

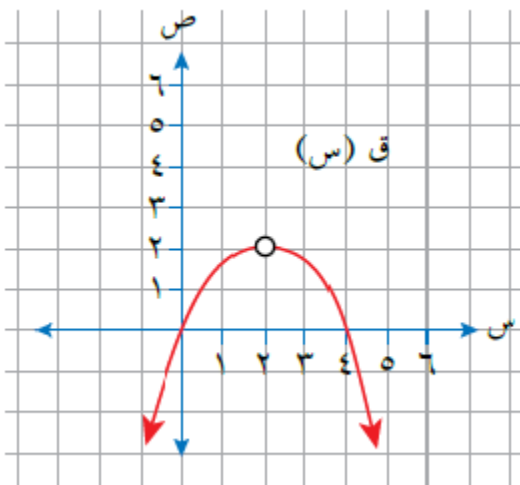
ونلاحظ أنه لم يظهر انقطاع في منحنى الاقتران ( ع ) لذلك يوصف الاقتران  $q$  بأنه متصل عند  $s = 2$

نلاحظ من الشكل أن:

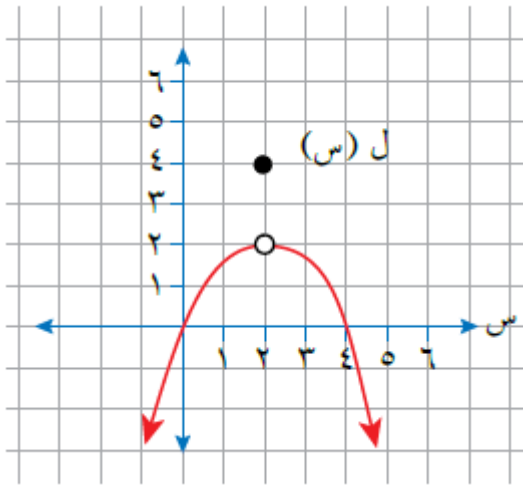
$$q(2) \text{ غير معرفة عند } s = 2$$

لذلك ظهر ثقب في منحنى الاقتران  $q$  عند  $s = 2$

يُوصف الاقتران بأنه غير متصل عند  $s = 2$



نلاحظ من الشكل أن :



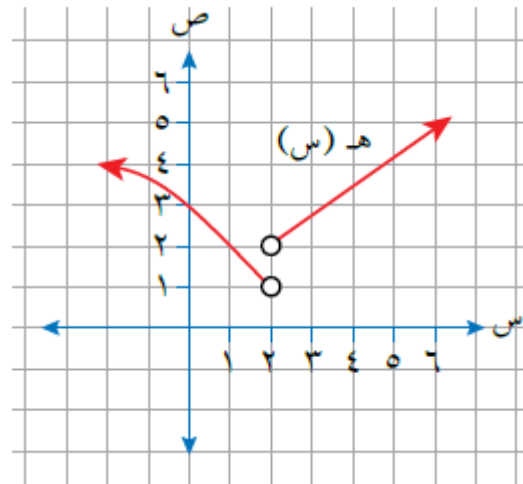
$$ل(2) = 4$$

$$\text{نهاية } (س) = 2$$

$$\text{نهاية } (س) \neq ل(2)$$

لذلك ظهرت فجوة في منحنى الأقتران و يوصف الاقتران بأنه غير متصل عند  $س=2$

نلاحظ من الشكل أن :



$$\text{نهاية } (س) \neq \text{نهاية } (س)$$

$$\text{نهاية } (س) \text{ غير موجودة}$$

لذلك ظهرت قفزة في منحنى الاقتران هـ ويوصف بأنه غير متصل عند  $س = 2$

تعريف يكون الأقتران ق متصلا عند  $س=أ$  إذا :

$$(1) \text{ ق معرف عندما } س = أ$$

$$(2) \text{ نهاية } (س) \text{ موجودة}$$

النهاية = الصورة

$$(3) \text{ نهاية } (س) = ق(أ)$$

إذا لم يتحقق أي شرط من هذه الشروط فإن الاقتران غير متصل .

مثال (١)

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s, \quad 1 + s^2 \\ 2 \leq s, \quad 5 - s \end{array} \right\} = (s) \text{ ق إذا كان}$$

أبحث في إتصال الاقتران ق عند  $s = 2$ .

مثال (٢)

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s, \quad 4 - s^2 \\ 2 \geq s \geq 2, \quad 5 + s^3 \\ 2 < s, \quad 3 - s^6 \end{array} \right\} = (s) \text{ ق إذا كان هـ}$$

أبحث في إتصال هـ (س) عند  $s = 2$ .

مثال (٣)

$$\left. \begin{array}{l} 0 < s, \quad 2 + s^2 \\ 0 > s, \quad 3 - s^6 \end{array} \right\} = (s) \text{ ق إذا كان}$$

أبحث في اتصال ق عند  $s = 0$ .

واجب

$$(1) \left. \begin{array}{l} \text{س} + 3, \text{س} < 2 \\ \text{س} = 6, \text{س} = 2 \\ \text{س} + 2, \text{س} > 2 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

إبحث في إتصال ق عند س = 2

$$(2) \left. \begin{array}{l} \text{س} + 2, \text{س} \leq 3 \\ \text{س} - 2, \text{س} > 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

إبحث في اتصال ق عند س = 3

$$(3) \left. \begin{array}{l} \text{س} + 1, \text{س} < 1 \\ \text{س} = 3, \text{س} = 1 \\ \text{س} + 3, \text{س} > 1 \end{array} \right\} = \text{إذا كان هـ(س)}$$

أبحث في إتصال هـ عند س = 1-

$$(4) \left. \begin{array}{l} \text{س} + 1, \text{س} > 1 \\ \text{س} + 4, \text{س} \geq 1 \\ \text{س} - 5, \text{س} < 4 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ل(س)}$$

إبحث في إتصال ل عند س = 1 ، س = 4 ، س = 5 .





مثال (٧)

أبحث في إتصال ق عند  $s=٥$  إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \frac{s^2-2s}{s^2-10s} , s > ٥ \\ s , s \leq ٥ \end{array} \right\}$

الأقتران كثير الحدود يكون متصل على جميع الأعداد الحقيقية ( ح ) .  
إقتران كثير الحدود : هو إقتران يتكون من حد أو أكثر يكون على الصورة

$$ق(س) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

حيث  $a_n$  : المعامل الرئيس

$a_0$  : الحد الثابت

أمثلة على كثيرات الحدود

ق(س) = ٣ ق كثير حدود من الدرجة الصفرية

هـ(س) = ٢س + ٦ هـ كثير حدود من الدرجة الأولى

أمثلة على اقترانات ليست كثيرات حدود

$$ل(س) = ٣ - ٣س$$

$$هـ(س) = ١ + \frac{1}{س}$$

$$و(س) = ٢ - ٥س + ٢س$$

$$ز(س) = ٩ + \frac{1}{٢} س$$

مثال

أبحث في اتصال الاقتران ق(س) = ٥ عند  $s=٢$  . " ق متصل عند  $s=٢$  لأنه كثير حدود "

ق(س) = ٥س + ٢ عند  $s=١$  . " متصل لأنه كثير حدود "

الإقتران النسبي : هو أقران متصل لقيم س جميعها بإستثناء أصفار مقامه .

مثال (٨)

جد قيم س (إن وجدت) التي يكون عندها الاقترانات التالية غير متصلة :

$$(١) \quad ١ + ٥س + ٢س = (س)$$

$$(٢) \quad هـ(س) = \frac{١-٢س}{٣-س}$$

$$(٣) \quad ل(س) = \frac{٥س}{١-٢س}$$

مثال (٩)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} أس + ٧ ، س \geq ٣ \\ س + ١ ، س < ٣ \end{array} \right\}$  وكان ق متصلًا عند س=٣ ، جد قيمة الثابت أ .

مثال (١٠)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} س^٣ + ١٠ ، س \neq ٢ \\ أس^٢ ، س = ٢ \end{array} \right\}$  وكان متصلًا عند س = ٢ جد قيمة الثابت أ

مثال (١١)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + ٥ ، \text{س} > ٣ \\ \text{ل} ، \text{س} \leq ٣ \end{array} \right\}$  ما قيمة ل التي تجعل ق متصلا ؟

مثال (١٢)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{س}^3 + ٥ ، \text{س} \leq ١ \\ \text{س}^2 + ١ ، \text{س} > ١ \end{array} \right\}$  وكان ق(س) متصلا عند س = ١ جد قيمة الثابت أ

مثال (١٣)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \frac{١٢ - \text{س}^٣}{٤ - \text{س}^٣ - ٢} ، \text{س} \neq ٤ ، \text{س} \neq ١ \\ \text{م} ، \text{س} = ٤ \end{array} \right\}$

فما قيمة الثابت م التي تجعل ق متصلا عند س = ٤ .

واجب إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{أس} - ٣ ، \text{س} \neq ٢ \\ \text{س} ، \text{س} = ٢ \end{array} \right\}$  ما قيمة الثابت أ التي تجعل ق متصلا عند س = ٢

مثال (١٤)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{أس}^2 + \text{ب} ، \text{س} > 2 \\ \text{س} ، \text{س} = 2 \\ \text{أس}^3 + 1 ، \text{س} < 2 \end{array} \right\}$  وكان ق متصلًا عند  $\text{س} = 2$  فما قيمة كل من أ، ب؟

مثال (١٥)

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{أس}^2 + \text{ب} ، \text{س} > 2 \\ \text{س} ، \text{س} = 2 \\ \text{أس}^2 + 3\text{ب} ، \text{س} < 2 \end{array} \right\}$

وكان ق متصلًا عندما  $\text{س} = 2$  جد قيمة الثابتين أ، ب؟

## نظريات الاتصال

نظرية

إذا كان الاقترانات ق ، ه متصلن عندما س=أ ، فإن :

$$(١) \text{ ق + ه متصل عندما س = أ}$$

$$(٢) \text{ ق - ه متصل عندما س = أ}$$

$$(٣) \text{ ق × ه متصل عندما س = أ}$$

$$(٤) \frac{\text{ق}}{\text{ه}} \text{ متصل عندما س = أ حيث ه (أ) } \neq \text{ صفر}$$

في حال كان أحد الأقرانين أو كلاهما غير متصل نجري العملية المطلوبة " جمع أو طرح أو قسمة أو ضرب " ونبحث في الإتصال على الأقران الناتج .

مثال (١)

$$\text{إذا كان ق(س) = س}^٣ + ٥\text{س} \text{ وكان ل(س) = (ق×ه)(س) فأبحث في إتصال ل عندما س = ٠}$$

$$\text{ه(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^٥ ، \text{س} \geq ٠ \\ \text{س}^٢ ، \text{س} < ٠ \end{array} \right\}$$

واجب

$$\text{إذا كان ق(س) = س}^٢ - ٢\text{س}^٣ + ١$$

$$\text{ه(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^٤ + ٣ ، \text{س} \leq ٢ \\ \text{س}^٢ + ٧ ، \text{س} > ٢ \end{array} \right\}$$

$$\text{وكان ل(س) = } \left( \frac{\text{ق}}{\text{ه}} \right) \text{(س) فأبحث في إتصال ل عندما س = ٢}$$

الحالة الثانية : لا يمكن استخدام نظريات الإتصال إذا كان احد الأفترانين على الأقل غير متصل عند النقطة لذلك نجري العملية المطلوبة ثم نبحث في اتصال الأفتران الناتج .

مثال (٢)

$$\text{إذا كان ق(س) = س}^2 + ١٥$$

$$\text{هـ (س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^2, \text{ س} \geq ٥ \\ \text{س}^3, \text{ س} < ٥ \end{array} \right\}$$

م(س) = (ق - هـ) (س) إبحث في إتصال م عندما س = ٥ .

واجب

(١) ما نقط عدم الإتصال للأفتران التالية :

$$\text{و(س) = } \frac{٣}{١-س} + \frac{١}{س}$$

$$\text{و(س) = } \frac{٣-س}{٤+س} - \frac{٢-س}{٤+س}$$

$$\text{و(س) = } \frac{س}{(٣+س)(١-س)}$$

$$\text{(٢) إذا كان } \text{و(س) = } \frac{س^2-٤}{٦-س+٢س}$$

(أ) ما قيم س التي تجعل ق غير متصل ؟

ب ( نها و(س) )  
س ← ٢

## أسئلة وتدريبات الكتاب

## مفهوم النهاية

تدريب ١ صفحة ١٦

(١) ق (٣) غير معرفة

$$٤) \lim_{x \rightarrow 3} (x) = 6$$

$$٣) \lim_{x \rightarrow 3} (x) = 6$$

$$٢) \lim_{x \rightarrow 3} (x) = 6$$

تدريب ٢ صفحة ١٨

$$١) \lim_{x \rightarrow 1} (x) = 2 \quad ٢) \lim_{x \rightarrow 2} (x) \text{ غير موجودة} \quad ٣) \lim_{x \rightarrow 3} (x) = 1$$

تدريب ٣ صفحة ١٩

(١) ١ (٢) قيم الثابت أ هي ١ ، ٥ (٣) قيم الثابت ب هي ٣

الأسئلة صفحة ٢٠

السؤال الأول

(أ) غير معرفة

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٥

السؤال الثاني

(أ) ١

(ب) ٣

(ج) ٢

(د) غير موجودة

السؤال الثالث

(أ) ٢

(ب) ٢

(ج) قيم الثابت أ هي ١ - (د) قيم ب - ٢ ، ٣

## نظريات النهايات

تدريب ١ صفحة ٢٧

(١) ١ (٢) ٢٠ - (٣) ٦٤ -

تدريب ٢ صفحة ٢٧

٢٤٣

تدريب ٣ صفحة ٢٩

(١) (أ) ٥ (ب) ٢ (ج) ١٤ (د) ١٠ (٢) ١٣



تدريب ٤ صفحة ٣٠

( ١ = أ - ٣ = ب = ١

٢ = أ ( ٢

الأسئلة صفحة ٣١

السؤال الأول

أ) ٢٨ (ب) ١٢ (ج) ١٦- (د) ٤٠ (هـ) ١٧ (و) ٦- (ز) ٢٠

السؤال الثاني

أ) ٦٩ (ب) ٨ (ج) ١

السؤال الثالث

١٠٠٠

السؤال الرابع

١ = م

السؤال الخامس

أ) ٤ (ب) ٧- (ج) غير موجودة

السؤال السادس

أ) ٢٦ (ب) ١٠ (ج) ٨

السؤال السابع

أ = ١٦

السؤال الثامن

أ) ١ (ب) غير موجودة (ج) ٢٠ (د) ٣٠

السؤال التاسع

أ - = ٤

نهاية خارج قسمة اقترانين

تدريب ١ صفحة ٣٥

( ١ - ٤ = ٢ ) صفر ( ٣ ) غير موجودة ( ٤ )  $\frac{٤}{٣}$

تدريب ٢ صفحة ٣٦

(١ - ٣) (٢ ٥/٢) (٣ - ٨١) (٤) صفر

تدريب ٤ صفحة ٣٨

٩/١-

الأسئلة صفحة ٣٩

السؤال الأول

(أ) ٩/١ (ب) النهاية غير موجودة

السؤال الثاني

(أ) ٨/١ (ب) غير موجودة (ج) ٣/٥ (د) ٣ (هـ) ٥٠/١-

السؤال الثالث

٦-

السؤال الرابع

٤-

السؤال الخامس

$$\frac{١-}{٢} (س-٢)$$

السؤال السادس

٢/٣

## الإتصال

تدريب ١ صفحة ٤٩

(١) متصل عند س=٠ (٢) متصل عند س=١ (٣) غير متصل عند س=٣

تدريب ٢ صفحة

ق غير متصل عند س=٢

تدريب ٣ صفحة ٥٢

(١) أ=٩ (٢) أ=٤ ب=٦

الأسئلة صفحة ٥٣

السؤال الأول

ق غير متصل عند س=١ س=٣

السؤال الثاني

غير متصل عند س=١

السؤال الثالث

غير متصل عند س=١

السؤال الرابع

أ) ق متصل عند س=١ ب) ق غير متصل عند س=١

السؤال الخامس

م=١

السؤال السادس

أ = ٦ ب = ١

السؤال السابع

أ=٣ ب=١

السؤال الثامن

ق(٢)=٢

## نظريات الإتصال

تدريب ١ صفحة ٥٦

(ق+هـ) متصل عند س=٢ حاصل جمع اقترانين متصلين

تدريب ٢ صفحة ٥٩

م(س) غير متصل عند س=١

تدريب ٣ صفحة ٦٠

أ)متصل على ح ب)س=٣ س=٢ ج)س=١ د)س=٢

الأسئلة صفحة ٦١

السؤال الأول

ق متصل على ح هـ متصل عند س=٢ ل(س) متصل حاصل جمع متصلين

السؤال الثاني

ل(س) متصل حاصل ضرب اقترانين متصلين

السؤال الثالث

(ق×هـ) غير متصل عند س=٥

السؤال الرابع

لا

السؤال الخامس

أ) ق متصل على ح ب)س=٢ س=٣ ج)س=١،٠،١ د) م غير متصل عند س=٢

السؤال السادس

ل متصل عند س=٣

أسئلة الوحدة

السؤال الأول

أ) ١،٥- ب)٢- ج) غير موجودة د)س=٢ هـ) ٨/٩

السؤال الثاني

أ) ٢- ب) ٩-

السؤال الثالث

أ=٥ ب=٣

السؤال الرابع

أ) ٢ ب) ٢/٥ ج) صفر د) ٢٧ هـ) ٨/١-

السؤال الخامس

ل متصل لانه حاصل جمع متصلين

السؤال السادس

ق غير متصل عند  $s=3$ 

السؤال السابع

ق  $(5)=7$ 

السؤال الثامن

س  $=0$  س  $=3$ 

السؤال التاسع

رقم الفرع	١	٢	٣	٤	٥
الاجابة	ج	ب	ج	د	أ

## أسئلة الوزارة

## نظريات النهايات

الدورة الصيفية ٢٠٠٨

إذا كان  $l$  عددا ثابتا وكانت  $\lim_{x \rightarrow s} (s+l) = 6$  فما قيمة الثابت  $l$  ؟

(د) ٣

(ج) ٤

(ب) ٦

(أ) ٨

الدورة الشتوية ٢٠٠٩

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow s} (s) = 5$  ، فجد  $\lim_{x \rightarrow s} (6s + (s) + 3)$

س  $\leftarrow 2$ س  $\leftarrow 2$

الدورة الشتوية ٢٠١٠

$$\text{إذا علمت أن نها } (س) = ٤ \quad \text{فإن نها } (س٣ - (س)) =$$

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٥ (د) ١٣

الدورة الصيفية ٢٠١٠

$$\text{إذا كانت نها } (س) = ٤ \quad ، \quad \text{نها } (س) = ٣ \quad \text{فإن :}$$

$$\text{نها } (٣س + (س)ه) = \text{نها } (س + ن) = ٦$$

(أ) ٢٤ (ب) ١٨ (ج) ٧ (د) ١٥

الدورة الشتوية ٢٠١٢

$$\text{إذا كانت نها } (س) = ٢ \quad ، \quad \text{نها } (س) = ١ \quad \text{فإن :}$$

$$\text{نها } (س٣س + (س)ه) =$$

(أ) ٧ (ب) ١٠ (ج) ٥ (د) ٣

الدورة الصيفية ٢٠١٣

(١) إذا كان  $k$  عددا ثابتا وكانت  $\lim_{s \rightarrow 1} (8s + 2k) = 6$  فإن قيمة  $k$  تساوي :

- (أ) ١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٦

(٢)  $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{4s - 4}{s - 1}$  تساوي :

- (أ) ٢ (ب) صفر (ج) ٢ (د) غير موجودة

(٣) جد  $\lim_{s \rightarrow 4} (1 - 6s + \frac{8 + s^2}{3 + s})$

(٤) إذا كانت  $\lim_{s \rightarrow 6} (s) = 6 -$   $\lim_{s \rightarrow 6} (s) = 4 =$  جد

$\lim_{s \rightarrow 6} (s^2 - 2(s) - (s) - (s))$

الدورة الشتوية ٢٠١٤

جد قيمة نها  $(\sqrt[3]{5-3s} + s^2 + 7)$   $s \leftarrow 1$ ٢) إذا كانت نها  $(s) = 6-$  ، نها  $(s) = 4$  جدنها  $(s) + (s) + (1 + (s)^2 - 3s)$   $s \leftarrow 2$ 

الدورة الشتوية ٢٠١٥

إذا كانت نها  $(s) = 4$  ، نها  $(s) = 8-$  جد :نها  $(\sqrt[3]{2(s) - (s) + s(s)})$   $s \leftarrow 3$



الدورة الشتوية ٢٠١٦

$$\text{جد نها} \left( \frac{10+s^2}{25+s^2} + s \right) \quad \text{س} \leftarrow 3$$

الدورة الصيفية ٢٠١٦

$$\text{جد نها} \left( \frac{6+s}{s+2} + \sqrt[3]{4s-3} \right) \quad \text{س} \leftarrow 6$$

الدورة الشتوية ٢٠١٧

$$\text{جد قيمة نها} \frac{2(5-s^3)-16}{9-2s} \quad \text{س} \leftarrow 2$$

الدورة الشتوية ٢٠١٨

$$(1) \text{ نها} \sqrt[3]{6s-6} = \text{س} \leftarrow 2$$

(د) - ٢

(ج) ٢

(ب) - ٨

(أ) ٨

$$(2) \text{ جد قيمة نها} \left( 2 - s + \frac{6+s^2}{2+s} \right) \quad \text{س} \leftarrow 3$$

(٣) إذا كانت نها  $\lim_{x \rightarrow 2} (س) = ٥$  ، نها  $\lim_{x \rightarrow 2} (س) = ١٠$  - جد

$$\lim_{x \rightarrow 2} (س) = ٥ - \lim_{x \rightarrow 2} (س) + \lim_{x \rightarrow 2} (س) = ١٠ - ٥ = ٥$$

الدورة الشتوية ٢٠١٩

(١) جد قيمة نها  $\lim_{x \rightarrow 1} (س) = \frac{٤}{١-س} - ٣$

(٢) إذا كانت نها  $\lim_{x \rightarrow 5} (س) = ١$  ، نها  $\lim_{x \rightarrow 3} (س) = ٣$  - فجد :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (س) = ٣ - \lim_{x \rightarrow 3} (س) + \lim_{x \rightarrow 3} (س) = ٣ - ١ = ٢$$

نهاية خارج قسمة أقترانين

الدورة الصيفية ٢٠٠٨

$$\lim_{x \rightarrow 2} (س) = ٢ - ٢ = ٠$$

(د) ٩

(ج) ١

(ب) - ٣

(أ) - ٦

الدورة الشتوية ٢٠٠٩

$$\text{جد نها} \frac{\text{س} ٢٥ - ٢}{\text{س} ١٥ - ٢} \frac{\text{س} ٣}{\text{س} ٥ \leftarrow \text{س}}$$

الدورة الشتوية ٢٠١٠

$$\text{جد نها} \frac{\text{س} ٢ + \text{س} ٣ - ٢}{\text{س} ٢ - ٢} \frac{\text{س} ٢}{\text{س} ٢ \leftarrow \text{س}}$$

الدورة الشتوية ٢٠١١

$$\text{جد نها} \frac{\text{س} ٦ + ٢}{\text{س} ٤ - ٢} \frac{\text{س} ٥ + ٣}{\text{س} ٢ - ٢} \frac{\text{س} ٢}{\text{س} ٢ \leftarrow \text{س}}$$

الدورة الشتوية ٢٠١٢

$$\text{جد نها} \frac{\text{س} ٢٥ - ٢}{\text{س} ١٥ - ٢} \frac{\text{س} ٣}{\text{س} ٥ \leftarrow \text{س}}$$

الدورة الصيفية ٢٠١٤

$$\text{إذا كان } \text{و (س)} = \frac{\text{س} ٣ - ٦}{\text{س} ١٠ - \text{س} ٣ + ٢} \text{ جد نها و (س)} \frac{\text{س} ٣}{\text{س} ٢ \leftarrow \text{س}}$$

الدورة الصيفية ٢٠١٦

$$\text{جد نها} \frac{\text{س}^2 - 2\text{س} - 3}{\text{س}^4 - 12}$$

$$\text{س} \leftarrow 3$$

الدورة الشتوية ٢٠١٧

$$\text{جد نها} \frac{16 - (3\text{س} - 5)^2}{\text{س}^2 - 9}$$

$$\text{س} \leftarrow 2$$

$$\text{نها} \frac{\frac{1}{\text{س} - 5} + \frac{2}{\text{س}^2 + 10\text{س} + 25}}{\text{س}^3}$$

$$\text{س} \leftarrow 0$$

الدورة الصيفية ٢٠١٨

$$\text{نها} \left( \frac{3 + \sqrt{3}}{\text{س} - 3} + \sqrt{7 + 18\text{س} - 6\text{س}^2} \right)$$

$$\text{س} \leftarrow 3$$

$$\text{نها} \frac{\frac{1}{\text{س} - 4} - \frac{1}{4}}{\text{س} - 4}$$

$$\text{س} \leftarrow 4$$

## الإتصال

الدورة الشتوية ٢٠٠٨

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان ق(س) = } 1 + 2س^3 \\ \text{وكان ق متصلًا جد قيمة أ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > 2 \\ \text{س} \leq 2 \end{array}$$

وكان ق متصلًا جد قيمة أ

الدورة الصيفية ٢٠١٣

$$\text{إذا كان } \frac{س^2}{(س-1)(س+5)} = \text{و(س)} \text{ فإن جميع قيم س التي تجعل ق غير متصل هي :}$$

- (أ) {٥، ١-} (ب) {١، ٥-} (ج) {٥، ١-، ٠} (د) {١، ٥-، ٠}

الدورة الشتوية ٢٠١٤

$$\text{إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س=٣ وكان } \text{و(٣)} = ١٢ \text{ وكانت } \text{هـ(س)} - \text{هـ(٤(س))} = ٢٠$$

س ← ٣

جد هـ (٣) .

الدورة الشتوية ٢٠١٥

إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند  $s=٥$  وكان هـ  $(٥)=٤$  وكانت

$$١ = \frac{٣(س) + (س)}{٣(س)} \text{ هـ } \left. \begin{array}{l} \text{هـ} \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array} \right\} \text{ جد ق (٥)}$$

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} \text{س}^٢ + ٣ ، \text{س} > ٢ \\ \text{س} + ٦ ، \text{س} \leq ٢ \end{array} \right\}$  وكان ق متصلا عندما  $s = ٢$  جد قيمة الثابت أ

الدورة الصيفية ٢٠١٦

إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند  $s=٣$  وكان ق  $(٣)=١١$  جد:

$$(١) \text{ هـ } \left. \begin{array}{l} \text{س}^٢(س) - (٨) \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array} \right\}$$

$$(٢) \text{ هـ } (٣) \text{ التي تجعل } \left. \begin{array}{l} \text{هـ} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array} \right\} ١ = \frac{٣(س) - (س)}{٣(س)}$$

الدورة الشتوية ٢٠١٦

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ أس } ٢ + \text{ب} \\ \text{س} > ١ \\ \text{س} = ١ \\ \text{س} < ١ \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

وكان الاقتران ق متصلًا عندما  $\text{س} = ١$  جد قيمة الثابت أ ، ب ؟

$$\text{ما نقط عدم الإتصال للاقتران } \text{ق(س)} = \frac{١}{\text{س} + ٢} + \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^٣ - ٢\text{س}} \text{ ؟}$$

الدورة الشتوية ٢٠١٧

إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند  $s=2$  وكان  $Q(2) = 6$  ،  $f(s) = 4 - ((s))$  ،  $f(2) = 1$

(١) جد قيمة هـ (٢)

(٢) جد قيمة الثابت ل التي تجعل  $f(s) = \frac{L - 2((s))}{(s)}$  هـ (س) متصلة عند  $s=2$

الدورة الشتوية ٢٠١٨

(٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق،

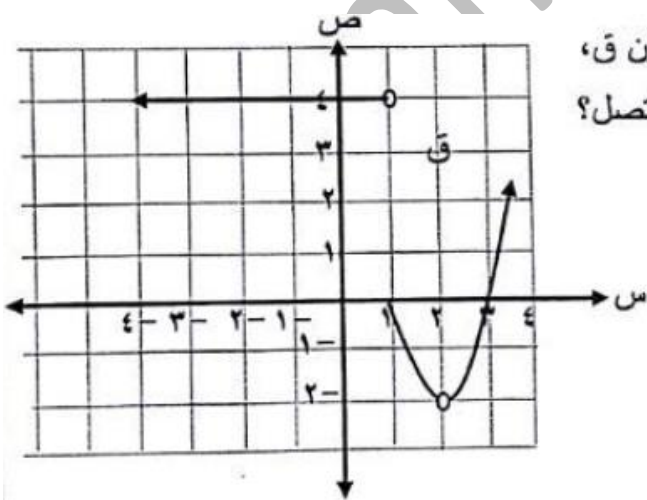
ما مجموعة قيم س التي يكون عندها منحنى ق غير متصل؟

(ب) {٢ ، ١}

(أ) {٢ ، ٠}

(د) {٤ ، ٢-}

(ج) {٣ ، ١}





الدورة الصيفية ٢٠١٨

إذا كان ق ، ل كثيري حدود وكان ق (٢) = ٣ ، ل (٢) = ٨ جد :

$$\lim_{s \rightarrow 2} (s(s) + \sqrt[3]{s(s) - s^2})$$

$$\left. \begin{array}{l} s + ١ ، s > ٣ \\ s = ٣ ، ١ \\ s^2 + ١ ، s < ٣ \end{array} \right\} = (s) \text{ ق إذا كان ق}$$

وكان الاقتران ق متصلا عندما  $s=٣$  فما قيمة كل من الثابتين أ ، ب ؟

الدورة الشتوية ٢٠١٩

(١) إذا كان  $U(s) = \frac{1}{2(s-3)} + \frac{2}{s}$  ، فإن مجموعة قيم  $s$  التي يكون عندها الاقتران  $q$  غير متصل هي:

- (١) {٣، صفر}      (٢) {صفر، -٣}      (٣) {صفر، -٩}      (٤) {صفر ، ٩}

$$(٢) \left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } q(s) = \frac{s^3 - 8}{s^2 - 4} \\ \text{، } s \neq 2 \\ \text{، } s = 2 \end{array} \right\}$$

فجد قيمة الثابت  $k$  التي تجعل الاقتران  $q(s)$  متصلا عند  $s=2$

## نظريات الاتصال

الدورة الصيفية ٢٠٠٨

إذا كان الاقتران ق(س) = ل(س) + د(س) حيث :

$$\left. \begin{array}{l} \text{د(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} + ٢, \text{س} \geq ٣ \\ \text{س} + ١, \text{س} < ٣ \end{array} \right\} \\ \text{ل(س)} = \text{س}^٢ + ٥ \end{array} \right\}$$

إبحث في إتصال الاقتران ق(س) عندما س=٣

الدورة الصيفية ٢٠١٣

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان ق(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - ٢, \text{س} > ٢ \\ \text{س} + ١, \text{س} \leq ٢ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

ل(س) = س<sup>٣</sup> + ٥ ، هـ (س) = ق(س) + ل(س) ابحث في اتصال هـ (س) عند س=٢

الدورة الشتوية ٢٠١٤

إذا كان  $U(s) = s^2$ 

$$U(s) = \left. \begin{array}{l} s^2 + 7, \quad s \leq 1 \\ s^3 + 5, \quad s > 1 \end{array} \right\}$$

وكان  $l(s) = q(s) \times h(s)$  ، فأبحث في اتصال  $l$  عند  $s=1$ 

الدورة الصيفية ٢٠١٥

$$l(s) = \left. \begin{array}{l} s^4 - 2, \quad s > 3 \\ s^2 + 1, \quad s \leq 3 \end{array} \right\}$$

وكان  $q(s) = h(s) \times l(s)$  ، ابحث في اتصال  $q$  عند  $s=3$   $h(s) = s^2 - 4$

الدورة الصيفية ٢٠١٦

إذا كان  $هـ(س) = ٦ + ٢س$ 

$$ل(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س^٣ - ٢س ، س \geq ٢ \\ ٢س + ٨ ، س < ٢ \end{array} \right\}$$

وكان  $ق(س) = هـ(س) - ل(س)$ فأبحث في إتصال ق عند  $س=٢$ 

الدورة الشتوية ٢٠١٧

إذا كان  $و(س) = ٩ - ٢س$ 

$$هـ(س) = \left. \begin{array}{l} س ، س > ٣ \\ صفر ، س = ٣ \\ -س ، س < ٣ \end{array} \right\}$$

وكان  $ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$ بين ان ل(س) متصل عند  $س=٣$