2022

الفاتح

في

الرياضيات

للتخصص الأدبي والفندقي

(هذه الدورة لا تغني عن دراسة المادة كاملة)

دورة المراجعة النهائية (ف١ + ف٢)

مروان ابوديه

0797 55 27 27

الوحدة الأولى: النهايــات والاتصـــال
أسئلة موضوعية وأسئلة حل

إعداد/ مروان ابوديه

١) إذا كانت $\lim_{س \to ٤}$ هـ(س) = ٧ ، فإن النهاية :

أ) غير معرفة　ب) غير موجودة　ج) موجودة　د) موجودة فقط عند ٧

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٥}$ هـ(س) = صفر، فإن النهاية :

أ) غير معرفة　ب) غير موجودة　ج) موجودة　د) موجودة فقط عند ٥

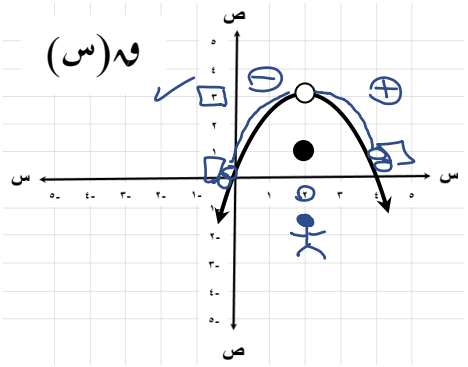
٣) إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٢ ، $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٢ ، فإن النهاية تساوي :

أ) ٢　ب) ١　ج) مجهولة　د) غير موجودة

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ل ، $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = م ، فإن النهاية تكون :

أ) موجودة　ب) غير موجودة　ج) ل　د) م

✓ الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ(س)، حل الأسئلة (٥ + ٦)



٥) $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) تساوي :

أ) ١　ب) ٢

ج) ٣　د) غير موجودة

٦) هـ(٢) تساوي :

أ) ١　ب) ٢　ج) ٣　د) غير موجودة

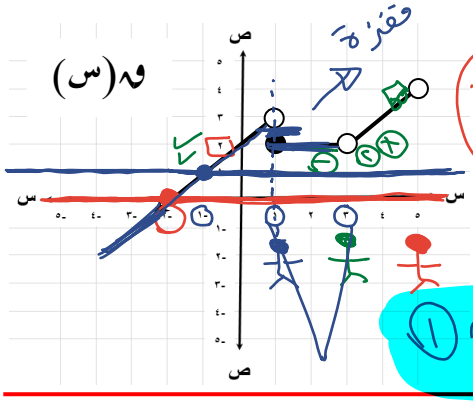
٧) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٤}{س - ٣}$ تساوي :

أ) صفر　ب) ٦　ج) ٩　د) غير موجودة

٨) هـ(س) = ٤س^{٢} + ٢س ، وكانت $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ١٣ ، فإن قيمة الثابت (أ) تساوي :

أ) ٢　ب) -٢　ج) ٣　د) -٣

✓ الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س)، حل الأسئلة (٩ - ٢٠)



٩) $\lim_{س \to ١} ق(س)$ تساوي :

أ) ١ ب) ٢
ج) ٣ د) غير موجودة

١٠) ق(١) تساوي :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) غير موجودة

١١) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ تساوي :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) غير موجودة

١٢) ق(٣) تساوي :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) غير معرفة

١٣) $\lim_{س \to ٥} ق(س)$ تساوي :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) غير موجودة

١٤) إذا كانت $\lim_{س \to ا} ق(س)$ = غير موجودة، فإن قيمة الثابت (ا) تساوي :

أ) ١ ب) ٣،١ ج) ٣ د) ٤

١٥) إذا كانت $\lim_{س \to ب} ق(س)$ = موجودة، فإن قيمة الثابت (ب) تساوي :

أ) ١ ب) ٣،١ ج) ٣ د) ٥

١٦) إذا كانت $\lim_{س \to ا} ق(س)$ = صفر، فإن قيمة الثابت (ا) تساوي :

أ) ١ ب) -١ ج) -٢ د) ٢

١٧) إذا كانت $\lim_{س \to ا} ق(س)$ = ١، فإن قيمة الثابت (ا) تساوي :

أ) ١ ب) -١ ج) -٢ د) ٢

١٨) ما قيمة $\lim_{س \to ٢} (و(س+٢) + ٣س^{٢} - ٦)$ ؟

أ) ٨ ب) -٨ ج) -١٩ د) ١٩

١٩) ما مجموعة قيم (س) التي يكون عندها الاقتران و(س) غير متصل ؟

أ) ١ ب) ٣ ج) ١ ، ٣ د) ٢

٢٠) ما قيمة / قيم (س) التي يكون عندها الاقتران و(س) متصل ؟

أ) ١ ، -١ ب) ٣ ، ٢ ج) ١ ، ٣ د) ٢ ، -١

٢١) يمكن توزيع النهاية $\lim_{س \to ١} \sqrt[ن]{و(س)}$ ، على الشكل التالي :

أ) $\lim_{س \to ١} \sqrt[ن]{و(س)}$ ب) $\sqrt[ن]{\lim_{س \to ١} و(س)}$

ج) $\sqrt[ن]{\lim_{س \to ١} و(س)}$ د) $\lim_{س \to ن} \sqrt[ن]{و(س)}$

٢٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} و(س) = ٧$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} (س\, و(س) + ١)$ تساوي :

أ) ١١ ب) ٢١ ج) ٢٢ د) ٢٤

٢٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} و(س) = ٣$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٨$ ، فإن قيمة $\lim_{س \to ٢} \left(٢و(س) - \frac{هـ(س)}{٢} \right)$:

أ) ٥ ب) -٢ ج) -٥ د) ٢

٢٤) إذا كانت $\lim_{س \to ١} و(س) = ٩$ ، فإن $\lim_{س \to ١} هـ(س) = -٣$ ، فإن $\lim_{س \to ١} (٣و(س) + ٢هـ(س))$ تساوي :

أ) ٢١ ب) ٢٧ ج) -٦ د) -٢١

٢٥) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} ٢و(س) = ١٦$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٢$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} (هـ^{٣}(س) + ٢و(س) - ٧)$ تساوي :

أ) -٨ ب) -١ ج) ١ د) ٨

٢٦) إذا كانت $\lim_{س \to -١} (و(س) + س^{٣} - ٣) = ٥$ ، فإن قيمة $\lim_{س \to -١} و(س)$ تساوي :

أ) ٩ ب) -٩ ج) ١ د) -١

٢٧) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} و(س) = ٧$، فإن $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ل$، حيث (ل) عدد حقيقي،
وكانت $\lim_{س \to ٢} (و(س) \times هـ(س)) = ٢١$، فإن قيمة (ل) تساوي :

أ) ٣ ب) ٧ ج) ١٤ د) ٢٣

٢٨) بالاعتماد على الجدول التالي، قيمة $\lim_{س \to ٢^+} و(س)$ تساوي :

س	١,٩	١,٩٩	٢	٢,٠١	٢,١
ق(س)	٣,٩	٣,٩٩		٦,٠١	٦,١

أ) ٤ ب) ٣
ج) ٢ د) ٦

٢٩) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٩}{س - ٣}$ تساوي :

أ) موجودة ب) غير موجودة ج) ٦ د) صفر

٣٠) إذا كانت $و(س) = س$، فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{و^٢(س) - و(٩)}{س - ٣}$ يساوي :

أ) ٦ ب) -٦ ج) ٩ د) -٩

٣١) إذا كانت $و(س) = س$، فإن $\lim_{س \to ٤} \frac{و(١٦) - و^٢(س)}{س - ٤}$ يساوي :

أ) ٨ ب) -٨ ج) -٤ د) ٤

٣٢) $\lim_{س \to ٧} \sqrt{٥٠ - ٤س^٢}$ تساوي :

أ) ٩ ب) غير موجودة ج) ٣ د) -٣

٣٣) $\lim_{س \to ٥} \sqrt[٣]{٢س - ١٠}$ تساوي :

أ) -٥ ب) غير موجودة ج) صفر د) ٥

٣٤) $\lim_{س \to -١} (س^٢ - ٤)^٣$ تساوي :

أ) -١٢٥ ب) -٢٧ ج) ١٢٥ د) ٢٧

٣٥) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٣} + ٥س^{٢} + ٦س}{س^{٢} - ٤}$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $-\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) -٢

٣٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢٧}{٣ - س}$ تساوي :

أ) ٢٧ ب) -٢٧ ج) ٩ د) -٩

٣٧) $\lim_{س \to ٩} \frac{س - ٩}{٣ - \sqrt{س}}$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) ٦ ج) $\frac{١}{٩}$ د) $\frac{١}{٣}$

٣٨) $\lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ٨}{\frac{١}{س-٢} - \frac{١}{٢}}$ تساوي :

أ) -٨ ب) $\frac{١}{٨}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٣٩) المرافق التربيعي للمقدار $\sqrt{٥س - ١} + ٣$ هو :

أ) $\sqrt{٥س + ١} + ٣$ ب) $٣ + \sqrt{٥س + ١}$ ج) $\sqrt{١ - ٥س} + ٣$ د) $\sqrt{٥س - ١} + ٣$

٤٠) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} (س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥$ ، فإن قيمة الثابت $(ح)$ تساوي :

أ) -١ ب) -٣ ج) ١ د) صفر

٤١) إذا كانت $\lim_{س \to ١} (اس)^{٣} = ٦٤$ ، فإن قيمة الثابت $(ا)$ هي :

أ) -٤ ب) ٤ ج) -٨ د) ٨

٤٢) إذا كانت $هـ(س) = ٢س$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ^{٣}(س) - هـ(٣٢)}{س - ٢}$ يساوي :

أ) ٩٦ ب) ٤٨ ج) صفر د) غير موجودة

٤٣) إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} ٥س^{٣} & ، س > ١ \\ ٤٠ & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} هـ(س)$ موجودة، فإن قيمة الثابت (أ) يساوي :

أ) ٢ ب) ٨ ج) صفر د) ٣

✓ إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، س < ٢ \\ س^{٣} & ، س \geq ٢ \end{cases}$ ، حل الأسئلة (٤٤ - ٤٦)

٤٤) $\lim_{س \to ٣} هـ(س)$ تساوي :

أ) ٨ ب) ٩ ج) ٦ د) غير موجودة

---

٤٥) $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$ تساوي :

أ) ٨ ب) ٩ ج) ٦ د) غير موجودة

---

٤٦) $هـ(٢)$ تساوي :

أ) ٨ ب) ٩ ج) ٦ د) غير موجودة

✓ إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} ٢س - ١ & ، س \in ص \\ ٣س + ٢ & ، س \notin ص \end{cases}$ ، حيث ص: مجموعة الأعداد الصحيحة. حل الأسئلة (٤٧ - ٤٨)

٤٧) $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$ تساوي :

أ) ٣ ب) ٨ ج) غير موجودة د) غير معرفة

---

٤٨) $هـ(٢)$ تساوي :

أ) ٣ ب) ٨ ج) غير موجودة د) غير معرفة

---

٤٩) إذا كان $هـ(س) = \frac{١}{٣}س + ٥$ ، فإن الاقتران $هـ(س)$:

أ) متصل دائماً ب) غير متصل

ج) غير متصل عند $(س = \frac{١}{٣})$ د) غير متصل عند $(س = \frac{٥}{٣})$

✓ إذا كان هـ (س) = { س² + ١ ، س ≠ ٣ ؛ ٨ ، س = ٣ } ، حل الأسئلة (٥٠ - ٥٢)

٥٠) نهـا هـ(س) تساوي : (س ← ٣)

أ) ٨ ب) غير موجودة ج) ٥ د) ١٠

---

٥١) هـ(٣) تساوي :

أ) ٨ ب) غير موجودة ج) ٥ د) ١٠

---

٥٢) هل الاقتران هـ(س) متصل عند (س = ٣) ؟

أ) متصل عند (س = ٣) ب) غير متصل عند (س = ٣)

ج) متصل على ح د) غير متصل على ح

✓ إذا كان ق(س) = { ٥س - أ ، س > ١ ؛ ب س² + ٧ ، س ≤ ١ } ، وكانت نهـا ق(س) = ١٦ ، نهـا ق(س) موجودة (س ← ٣) (س ← ١)

حل الأسئلة (٥٣ - ٥٤)

٥٣) قيمة الثابت (ب) في الاقتران ق(س) يساوي :

أ) ٣ ب) -٣ ج) -١ د) ١

---

٥٤) قيمة الثابت (أ) في الاقتران ق(س) يساوي :

أ) ٣ ب) -٣ ج) -١ د) ١

---

٥٥) إذا كان ق(س) = { ٢أس² + ب ، س > ١ ؛ ٧ ، س = ١ ؛ س² - ٤ب - ٦ ، س < ١ } ، وكان الاقتران ق(س) متصلاً عند (س = ١) ،

فإن قيمة الثابتين (أ، ب) على الترتيب هي :

أ) ٣ ، ٥ ب) ٣ ، -٥ ج) ٥ ، -٣ د) -٣ ، -٥

٥٦) يكون الاقتران ق(س) متصل عند (س = ٣) عندما يكون :

أ) $\lim_{س \to ٣^+}$ ق(س) = ق(٣)　　ب) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٣

ج) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ق(٣)　　د) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) ≠ ق(٣)

---

٥٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ & ، س < ٢ \\ ٢س & ، س > ٢ \end{cases}$ ، فإن ق(س) عند (س = ٢) :

أ) متصل　　ب) غير متصل　　ج) غير موجودة　　د) معرف

---

٥٨) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ - ١٦}{س^٢ - ٥س + ٦}$ ، فما مجموعة قيم (س) ، التي يكون عندها الاقتران ق(س) غير متصل ؟

أ) {-٢ ، ٣}　　ب) {٢ ، ٣}　　ج) {-٢ ، -٣}　　د) {٢ ، -٣}

---

٥٩) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{(س-٢)^٢} + \frac{١}{س}$ ، فما مجموعة قيم (س) ، التي يكون عندها الاقتران ق(س) غير متصل ؟

أ) {٠ ، ٢}　　ب) {٠ ، -٢}　　ج) {٠ ، ٨}　　د) {٠ ، -٨}

---

٦٠) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س+٢} + \frac{س-٥}{س^٢ - ٣س}$ ، فإن نقاط عدم الاتصال هي :

أ) {-٢ ، ٠ ، ٣}　　ب) {٠ ، -٢}　　ج) {-٢}　　د) {٠ ، ٣}

---

٦١) إذا كان ق(س) = $\frac{س}{٣} - ٤$ ، فإن نقاط عدم الاتصال هي :

أ) لا يوجد نقاط عدم اتصال　　ب) ٤　　ج) -٤　　د) ٣

---

٦٢) إذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س^٢ & ، س < ٢ \\ ٢س & ، س \geq ٢ \end{cases}$ ، فإن نقاط عدم الاتصال هي :

أ) لا يوجد نقاط عدم اتصال　　ب) ٢　　ج) -٢　　د) ٤

---

٦٣) إذا كان الاقتران هـ(س) متصلاً عند (س = ٥) ، وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ٣هـ(س) − ٢س^٢ = −٥ ، فإن قيمة هـ(٥) تساوي :

أ) -٥　　ب) ١٥　　ج) -١٥　　د) ٥

٦٤) إذا كان الاقتران ق(س) متصلاً عند (س = ١)، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)}{٣} = -٢$، فإن قيمة ق(١) تساوي :

أ) -٢ ب) -٦ ج) ٢ د) ٦

استخدمت النهاية بالصورة

$\frac{ق(١)}{٣} = -٢$

ق(١) = -٦

(المرافق التربيعي)

تدريب١: جد قيمة النهاية لكل من:

١) $\lim_{س\to ٣} \frac{\sqrt{٤س-٣}-٣}{س^{٢}-٣س}$

$= \frac{٠}{٠}$ (صفر على صفر)

بالمرافق: $\sqrt{٤س-٣}+٣$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{(٤س-٣)-٩}{س(س-٣)(\sqrt{٤س-٣}+٣)}$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{٤(س-٣)}{س(س-٣)(\sqrt{٤س-٣}+٣)}$ (بسط)

$= \frac{٤}{٣(٦)}$ (تكامل)

$= \frac{٢}{٩}$

٢) $\lim_{س\to ٥} \frac{\sqrt{٣س+١}-٤}{س-٥}$

$= \frac{٠}{٠}$ (صفر على صفر)

بالمرافق: $\sqrt{٣س+١}+٤$

$= \lim_{س\to ٥} \frac{(٣س+١)-١٦}{(س-٥)(\sqrt{٣س+١}+٤)}$ (بسط)

$= \lim_{س\to ٥} \frac{٣(س-٥)}{٨(س-٥)}$ (تكامل)

$= \frac{٣}{٨}$

(توحيد مقامات)

تدريب٢: جد قيمة النهاية لكل من:

١) $\lim_{س\to ٣} \frac{\frac{٢}{س+١}-\frac{٢}{٤}}{س-٣}$

$= \frac{٠}{٠}$ (صفر على صفر)

$= \lim_{س\to ٣} \frac{٨-٢(س+١)}{٤(س+١)(س-٣)}$ (بسط)

$= \lim_{س\to ٣} \frac{-٢(س-٣)}{٤(س+١)(س-٣)}$ (تكامل)

$= \frac{-٢}{٤(٤)} = -\frac{١}{٨}$

٢) $\lim_{س\to ٤} \frac{\frac{١}{٢}-\frac{١}{س-٢}}{س-٤}$

$= \frac{٠}{٠}$ (صفر على صفر)

$= \lim_{س\to ٤} \frac{(س-٢)-٢}{٢(س-٢)(س-٤)}$ (بسط)

$= \lim_{س\to ٤} \frac{(س-٤)}{٢(س-٢)(س-٤)}$ (تكامل)

$= \frac{١}{٢(٢)} = \frac{١}{٤}$

(إيجاد الثوابت عندما يكون الاقتران متصل)

تدريب٣: إذا كان

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} \dfrac{س^3 - 8}{2س - 4} & ، س \neq 2 \\ ٦ك^2 & ، س = 2 \end{cases}$$

فجد قيم الثابت (ك) التي تجعل الاقتران ق(س) متصلاً عند (س = ٢)

نهاية = صورة

$$\text{نهـا}_{س \to 2} \text{ق}(س) = \text{ق}(2)$$

$$\frac{(س-2)(س^2+2س+4)}{2(س-2)} = ٦ك^2$$

$$٦ك^2 = 6$$

$$ك^2 = 1$$

$$ك = \pm 1$$

تدريب٤: إذا كان

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} أس^2 - ب & ، س < 2 \\ 3 & ، س = 2 \\ س^2 - 12س + 3 & ، س > 2 \end{cases}$$

وكان الاقتران ق(س) متصلاً عندما (س = ٢)، فجد قيمة كل من الثابتين (أ، ب)؟

نهاية = صورة

$$\text{نهـا}_{س \to 2^-} \text{ق}(س) = \text{نهـا}_{س \to 2^+} \text{ق}(س) = \text{ق}(2)$$

$$4أ - ب = 3 = 3 + 24 - 4$$

$$4أ - ب = 3$$

إيجاد (ب):

$$3 = 4أ - ب$$

$$3 = 8 - ب$$

$$ب - 8 = -3$$

$$ب = 5$$

إيجاد (أ):

$$4أ - ب = 3$$

$$4أ - 2 = 3$$

$$4أ = 5$$

$$أ = 2$$

(ثوابت الاتصال)

تدريب٥: إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند (س = ٥)

وكانت $\text{نهـا}_{س \to 5} \text{هـ}(س) = 4$، وكان $\dfrac{\text{ق}(5) + 5}{3\text{هـ}(5)} = 1$، فجد $\text{نهـا}_{س \to 5} \text{ق}(س)$

$$\text{نهـا}_{س \to 5} \text{ق}(س) = \text{ق}(5)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 5} \text{هـ}(س) = \text{هـ}(5)$$

$$\frac{\text{ق}(5) + 5}{3\text{هـ}(5)} = 1$$

$$\frac{\text{ق}(5) + 5}{12} = 1$$

$$\text{ق}(5) + 5 = 12$$

$$\text{ق}(5) = 12 - 5$$

$$\text{ق}(5) = 7$$

تدريب٦: إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند (س = ٣)

وكان $\text{ق}(3) = 12$، $\text{نهـا}_{س \to 3} (\text{ق}(س) - 4\text{هـ}(س)) = 20$، فجد هـ(٣)

$$\text{نهـا}_{س \to 3} \text{ق}(س) = \text{ق}(3)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 3} \text{هـ}(س) = \text{هـ}(3)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 3} \text{ق}(س) - 4\text{نهـا}_{س \to 3} \text{هـ}(س) = 20$$

احسب النهاية بالصورة

$$\text{ق}(3) - 4\text{هـ}(3) = 20$$

(معادلة)

$$12 - 4\text{هـ}(3) = 20$$

$$-4\text{هـ}(3) = 20 - 12$$

$$-4\text{هـ}(3) = 8$$

$$\text{هـ}(3) = -2$$

(الاتصال عند نقطة)

تدريب٧: إذا كان

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٢}+٢ & ، \quad س < ١ \\ ٣س & ، \quad ١ \leq س < ٣ \\ ١٨ - س^{٣} & ، \quad س > ٣ \end{cases}$$

ابحث في اتصال الاقتران هـ(س) عند :

١) (س = ٠)

٢) (س = ١)

٣) (س = ٣)

تدريب٨: إذا كان

$$هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{س^{٢}-٢س}{س-٢} & ، \quad س \neq ٢ \\ ٤ & ، \quad س = ٢ \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ(س) عند (س = ٢)

(نظريات الاتصال)

تدريب٩: إذا كان ل(س) = ٢س + ٥ ،

$$ع(س) = \begin{cases} س^{٢}-٥ & ، \quad س \geq ٣ \\ س+١ & ، \quad س < ٣ \end{cases}$$

وكان هـ(س) = ل(س) − ع(س)

فأبحث في اتصال هـ(س) عندما (س = ٣)

تدريب١٠: إذا كان الاقتران ل(س) = هـ(س) × هـ(س)

حيث أن الاقتران

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٢}-٥ & ، \quad س \geq ٣ \\ س+١ & ، \quad س < ٣ \end{cases}$$

فأبحث في اتصال ل(س) عندما (س = ٣)

الوحدة الثانية: التفاضل
أسئلة موضوعية وأسئلة حل

إعداد/ مروان ابوديه

٦٥) إذا كانت الفترة [−١، ٣]، فإن مقدار التغير في (س) يساوي :

أ) ٣ ب) -٢ ج) ٤ د) ٢

٦٦) إذا كانت مقدار التغير في قيمة (س) يساوي (٦)، عندما تتغير (س) من (س١ = ٣) إلى (س٢)، فإن قيمة (س٢) تساوي :

أ) ١٨ ب) ٩ ج) ٣ د) ٢

٦٧) إذا كانت هـ(س) = ٨ − س٢، وتغيرت (س) من (٠) إلى (٢)، فإن مقدار التغير في الاقتران هـ(س) يساوي :

أ) -٤ ب) -٢ ج) ٤ د) ٨

٦٨) إذا كان حجم المكعب = س٣، وتغير طول ضلعه من (١ سم) إلى (٣ سم)، فإن مقدار التغير في حجمه يساوي :

أ) ٢٧ ب) ١ ج) ٢٦ د) -٢٦

٦٩) معدل التغير للاقتران هـ(س) عندما تتغير (س) من (س١) إلى (س٢) يساوي :

أ) Δس ب) Δص ج) Δص / Δس د) Δف / Δهـ

٧٠) إذا علمت أن هـ(١) = ٨، هـ(٣) = ٢، فإن معدل التغير في الاقتران هـ(س) عندما تتغير (س) من (١) إلى (٣) يساوي :

أ) ٦ ب) -٦ ج) ٣ د) -٣

٧١) إذا كان هـ(س) = ١٠، فإن معدل التغير في الاقتران عندما (س) تتغير من (١) إلى (٣) يساوي :

أ) ٢ ب) ١٠ ج) صفر د) ٤

٧٢) إذا علمت أن مقدار التغير في قيمة الاقتران هـ(س) تساوي (١٣)، عندما تتغير (س) من (٢) إلى (٤)، وكانت هـ(٢) = ٣، فإن قيمة هـ(٤) يساوي :

أ) ١٦ ب) ١٥ ج) ٩ د) ٤

٧٣) إذا علمت أن معدل التغير في الاقتران ق(س) تساوي (١٣)، عندما تتغير (س) من (٢) إلى (٤)، وكانت ق(٢) = ٣، فإن قيمة ق(٤) يساوي :

أ) ٩ ب) ١٩ ج) ١٨ د) ٢٩

٧٤) إذا كان (Δس = Δص)، فإن قيمة معدل التغير يساوي :

أ) ١ ب) صفر ج) س د) ص

٧٥) إذا كان ق(س) = س²، فإن ميل القاطع المار بالنقطتين (−٢، ٤)، (١، ١) يساوي :

أ) -٣ ب) -١ ج) ١ د) ٣

٧٦) إذا كان ق(س) = ٣س²، فإن ميل القاطع المار بالنقطتين (−١، ق(−١))، (٣، ق(٣)) يساوي :

أ) ٢٧ ب) ١٢ ج) ٤ د) ٦

٧٧) إذا كان منحنى الاقتران ق(س) يمر بالنقطتين أ(−١، ٣)، ب(٢، ل)، وكان ميل القاطع $\overleftrightarrow{أب}$ يساوي (−٢)، فإن قيمة الثابت (ل) يساوي :

أ) -٥ ب) ٣ ج) ١ د) -٣

٧٨) إذا كان ص = ٦ − ٣س، وعندما تتغير (س) من (٣) إلى (٧)، فإن معدل التغير في الاقتران يساوي :

أ) -٣ ب) ٤ ج) -١٢ د) ١٢

٧٩) إذا كان ق(س) = $\frac{س}{٢}$، فإن ميل القاطع يساوي :

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ ج) ٢س د) $\frac{-س}{٢}$

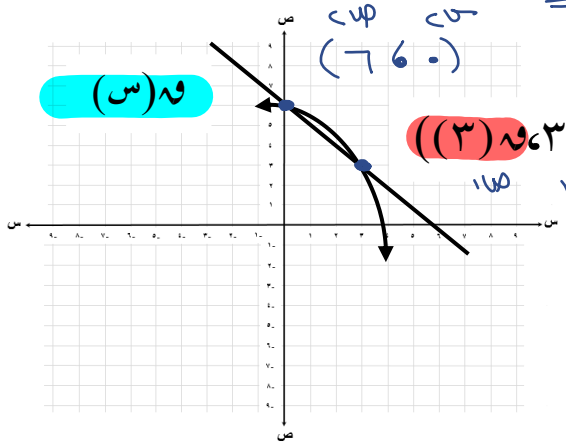
٨٠) إذا كان ق(س) = $\frac{٥س}{٤}$ − ٢، فإن متوسط التغير هو :

أ) $\frac{٥}{٤}$ ب) $\frac{-٥}{٤}$ ج) ٢ د) −٢

٨١) إذا كان $ق(س) = \frac{أ}{س + ٢}$ ، وكان معدل تغير الاقتران $ق(س)$ يساوي (-١) عندما تتغير $(س)$ من (٠) إلى (٣)، فإن قيمة الثابت $(أ)$ تساوي :

أ) ١٠ ب) ١٥ ج) ٢٠ د) ٣٠

٨٢) إذا كان ميل القاطع للاقتران $ق(س)$ في الشكل المجاور يساوي (-١)، فإن قيمة $ق(٣)$ تساوي :



أ) ٣ ب) -٣ ج) ٩ د) -٩

٨٣) إذا كان معدل تغير الاقتران $ق(س)$ في الفترة $[-٢، ٢]$ يساوي (-١٢)، وكان $هـ(س) = ٣ق(س)$، فما معدل تغير الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[-٢، ٢]$ ؟

أ) ٣٦ ب) -٣٦ ج) ٤ د) -٤

٨٤) جد السرعة المتوسطة لسيارة تسير على خط مستقيم، حيث أن $(ف_١ = ٣)$، $(ف_٢ = ٥)$، $(ن_١ = ٠)$، $(ن_٢ = ٤)$

أ) $\frac{١}{٢}$ م/ث ب) $\frac{١}{٤}$ م/ث ج) $\frac{١}{٢}$ م/ث د) $\frac{١}{٤}$ م/ث

٨٥) إذا كان التغير في المسافة التي يقطعها جسيم في الفترة الزمنية $[٢، ٥]$ هو (٣٠)، فإن السرعة المتوسطة للجسيم يساوي :

أ) ٥ م/ث ب) ٤ م/ث ج) ٣ م/ث د) ١٠ م/ث

٨٦) يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ٢ن^٢ - ٣ن$، حيث $(ن)$ الزمن، $(ف)$ المسافة، فإن السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية $[٢، ٥]$ يساوي :

أ) ٣ م/ث ب) ٥ م/ث ج) ٢ م/ث د) ١١ م/ث

٨٧) إذا كان ص = هـ(س)، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران هـ(س) عندما تتغير (س) من (س١) إلى (س١ + هـ) هو Δص = ٤س١هـ + هـ٢، فإن هـ′(س) يساوي :

أ) هـ′(س) = ٤ ب) هـ′(س) = −٤
ج) هـ′(س) = ٤س د) هـ′(س) = −٤س

٨٨) إذا كان مقدار التغير في الاقتران هـ(س) عندما تتغير (س) من (س١) إلى (س١ + هـ) هو (٤س١٣ هـ + هـ٢)، فإن قيمة هـ′(−١) يساوي :

أ) هـ′(−١) = −٤ ب) هـ′(−١) = ٤
ج) هـ′(−١) = −١٢ د) هـ′(−١) = ١٢

٨٩) إذا كان $هـ(س) = \frac{٢ - ٣س}{٧}$ ، فإن هـ′(−١) يساوي :

أ) $\frac{٢}{٧}$ ب) $\frac{-٣}{٧}$ ج) $\frac{٣}{٧}$ د) $\frac{١}{٧}$

٩٠) إذا كان $هـ(س) = \frac{٢س}{س + ٣}$ ، (س ≠ −٣)، فإن هـ′(−٤) يساوي :

أ) −٨ ب) −٦ ج) ٢ د) ٦

٩١) إذا كان هـ(س) = (أ + ٢)س − ٦ ، وكان $\left(\frac{Δص}{Δس} = ٤\right)$، فإن قيمة الثابت (أ) يساوي :

أ) ٢ ب) −٦ ج) (أ + ٢) د) ٤

٩٢) إذا كان هـ(س) = س٣ + ٦س٢ − ٣٢س − ٤ ، وكانت هـ′(٠) = هـ(٠)، فما قيمة الثابت (ح) يساوي :

أ) ٢ ب) −٢ ج) ٤ د) −٤

٩٣) إذا كان $هـ(س) = (١ + س٢)^{-٢}$ ، فما قيمة هـ′(−١) ؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) −٢ د) ٢

٩٤) إذا كان $\text{ه}(س) = \sqrt{٥ - ٢س}$ ، $(س < \frac{٥}{٢})$ فإن قيمة $\text{ه}'(-٢)$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{-١}{٣}$

٩٥) إذا كان $\text{ه}(س) = \sqrt{٥ - س}$ ، فإن $\text{ه}'(١)$ يساوي :

أ) $\frac{-١}{٤}$ ب) $\frac{-١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٢}$

٩٦) إذا كان $\text{ه}(س) = جـ س^{٢}$ ، وكان (جـ) عدداً ثابتاً ، فإن $\text{ه}'(س)$ تساوي :

أ) ٢جس ب) ٢جـ ج) $جـ^{٢}$ د) ٢س

٩٧) مستخدماً التعريف العام للمشتقة، فإن المشتقة الأولى للاقتران $\text{ه}(س) = ٦$ تساوي :

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) ٥

٩٨) إذا كان $\text{ه}(س) = (٢س - ١)^{٥}$ ، فإن $\text{ه}'(١)$ يساوي :

أ) صفر ب) ٢ ج) ١٠ د) ٥

٩٩) إذا كان $\text{ه}(س) = ٦\text{هـ}(س) - ٣س$ ، وكان $\text{هـ}'(٢) = ٢$ ، فإن $\text{ه}'(٢)$ يساوي :

أ) صفر ب) ٩ ج) ٣ د) ١٢

١٠٠) إذا كان $\text{هـ}(س) = س^{٢} \times \text{ه}(س)$ ، $\text{ه}(٣) = ٦$ ، $\text{ه}'(٣) = ٥$ ، فإن $\text{هـ}'(٣)$ يساوي :

أ) ٨١ ب) ١١ ج) ٤٥ د) ٣٦

١٠١) إذا كان $\text{ه}(١) = ٢$ ، $\text{هـ}(١) = ٣$ ، $\text{ه}'(١) = -٢$ ، $\text{هـ}'(١) = ١$ ، فإن $(\text{ه} \times \text{هـ})'(١)$ يساوي :

أ) ٨ ب) ٤ ج) -٨ د) -٤

١٠٢) إذا كان $\text{ه}(١) = ٤$ ، $\text{ه}'(١) = -٢$ ، $\text{هـ}(١) = -٢$ ، $\text{هـ}'(١) = ١$ ، فإن $(\text{ه} + \text{هـ})'(١)$ يساوي :

أ) ١ ب) -١ ج) ٢ د) -٢

١٠٣) إذا كان $ق(س) = س^{٣} + ٥س$ ، فما قيمة $\lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$ يساوي :

أ) $س^{٣} + ٥س$ ب) $ع^{٢} + ٥ع$ ج) $٣ع^{٢} + ٥$ د) $٣س^{٢} + ٥$

١٠٤) إذا كان $ق(س) = ٥س^{٤} - ٣$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ يساوي :

أ) ٢ ب) ١٧ ج) ٢٠ د) ٦٠

١٠٥) إذا كان $ق(س) = س^{٧} - ٣س^{٢}$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ يساوي :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٠٦) إذا كان $ق(س) = س^{٦} - ٥س^{٢}$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ يساوي :

أ) $ق(١)$ ب) $ق'(١)$ ج) $١ + هـ$ د) $٦س^{٥} - ١٠س$

١٠٧) قيمة المقدار $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١) - ق(١+هـ)}{هـ}$ يساوي :

أ) $ق'(١)$ ب) $ق(١)$ ج) ١ د) $-ق'(١)$

١٠٨) إذا كان $ق(س) = ٣جا٢س$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ يساوي :

أ) ٦ جتا٢س ب) -٦ جتا٢س ج) جتا٢س د) $-$جتا٢س

١٠٩) إذا كان $ق(س) = ٤س^{٢} + أس$ ، وكانت $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ} = ١٢$ ، فإن قيمة الثابت $(أ)$ يساوي :

أ) صفر ب) ٤ ج) -٤ د) ٦

١١٠) إذا كان $هـ(س) = جتا^{٢} ٥س$ ، فإن $هـ'(س)$ يساوي :

أ) $١٠ جتا٥س جا٥س$
ب) $-١٠ جتا٥س جا٥س$
ج) $٢ جتا٥س جا٥س$
د) $-٢ جتا٥س جا٥س$

١١١) إذا كان $ص = (٣س^{٢} - ٤)(س^{٢} - ١)$ ، فإن $(\frac{\Delta ص}{\Delta س})$ تساوي :

أ) $(٣س^{٢} - ٤)(٢س) + (س^{٢} - ١)(٦س)$
ب) $(س^{٢} - ١)(٦س) - (٣س^{٢} - ٤)(٢س)$
ج) $(٢س)(٦س) + (٣س^{٢} - ٤)(س^{٢} - ١)$
د) $(٢س)(٦س) - (٣س^{٢} - ٤)(س^{٢} - ١)$

١١٢) باستخدام التعريف العام للمشتقة، المشتقة الأولى للاقتران $هـ(س) = \frac{٢}{س - ١}$ ، حيث $(س \neq ١)$ تساوي :

أ) $\frac{-٢}{(س-١)^{٢}}$
ب) $\frac{٢}{س - ١}$
ج) $\frac{٢}{(س-١)^{٢}}$
د) ٢

١١٣) إذا كان $هـ(س) = ١٠$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٦+هـ) - هـ(٦)}{هـ}$ يساوي :

أ) صفر
ب) ٦
ج) $٦ + هـ$
د) $س + هـ$

١١٤) إذا كان $هـ(س) = \frac{ظاس}{٢} - س$ ، فإن $هـ'(س)$ يساوي :

أ) $هـ'(س) = -١$
ب) $هـ'(س) = قا^{٢} س - ١$
ج) $هـ'(س) = \frac{قا^{٢} س}{٢} - ١$
د) $هـ'(س) = ٢ظاس - ١$

١١٥) إذا كان $ص = ٥ - ٣ع^{٢}$ ، $ع = ٢س - ٣$ ، فإن $(\frac{\Delta ص}{\Delta س})$ يساوي :

أ) $١٢(٢س - ٣)$
ب) $-١٢ ع$
ج) $١٢ ع$
د) $-١٢(٢س - ٣)$

١١٦) إذا كان ص = ٤ع − ع^{٢} ، ع = ٨ − ٢س ، فإن $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)$ يساوي :

أ) ٢٤ − ٨س　　ب) ٨س − ٢٤　　ج) − ٨ + ٤ع　　د) ٤(٨ − ٢س)

---

١١٧) إذا كان ص = م^{٢} + ٥م ، م = ٦س ، فإن قيمة $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)$ عند (س = ٠) تساوي :

أ) ٥　　ب) − ٥　　ج) ٣٠　　د) − ٣٠

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{\Delta ع} \times \frac{\Delta ع}{\Delta س}$

$= [٥ + ٢م] \times (٦)$

$= [٥ + (٦ - ٢)] \times (٦)$

$= [٥ + ٣٠ - ١٢] \times (٦) = ٢٥ \times ٦ = ١٥٠$ #

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ =

(متوسط التغير)

تدريب١: إذا كان متوسط التغير في الاقتران $و(س)$ في الفترة $[-٢، ٣]$ يساوي (١٠)، وكان $هـ(س) = و(س) + س^{٢} - ١$،

فجد متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[-٢، ٣]$.

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = ١$$

$$\frac{هـ(٣) - هـ(-٢)}{٥} = ١$$

$$\frac{[و(٣) + ٩ - ١] - [و(-٢) + ٤ - ١]}{٥} = ١$$

$$\frac{[و(٣) + ٨] - [و(-٢) + ٣]}{٥} = ١$$

$$\frac{و(٣) - و(-٢) + ٣ - ٨}{٥} = ١$$

$$و(٣) - و(-٢) = ١٠ + ٥ = ١٥$$

تدريب٢: إذا كان

$$و(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٣ & ، \ ١ \leq س < ٤ \\ ٦س + ٢ & ، \ ٤ \leq س \leq ٨ \end{cases}$$

فجد متوسط التغير في الاقتران $و(س)$، إذا كانت $(س_{١} = ٣)$، $(\Delta س = ٢)$

$س_{٢} = س_{١} + \Delta س$

$س_{٢} = ٣ + ٢ = ٥$

$\frac{\Delta و}{\Delta س}(س) = \frac{و(س_{٢}) - و(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

$= \frac{و(٥) - و(٣)}{٥ - ٣}$

$= \frac{٣٢ - ٦}{٢} = \frac{٢٦}{٢} = ١٣$

(التعريف العام للمشتقة)

تدريب٣: باستخدام التعريف العام للمشتقة،

جد $و'(-٢)$ للاقتران $و(س) = س^{٢} + ١$

$$و'(س) = \lim_{ه \to س} \frac{و(ه) - و(س)}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{ه^{٢} + ١ - (س^{٢} + ١)}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{ه^{٢} - س^{٢}}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{(ه + س)(ه - س)}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} (ه + س)$$

$$= س + س = ٢س$$

$و'(-٢) = ٢(-٢) = -٤$

تدريب٤: إذا كان $و(س) = \frac{٢}{س - ١}$، فجد $و'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة.

$$و'(س) = \lim_{ه \to س} \frac{و(ه) - و(س)}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{\frac{٢}{ه - ١} - \frac{٢}{س - ١}}{ه - س}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{٢س - ٢ - ٢ه + ٢}{(ه - ١)(س - ١)(ه - س)}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{٢س - ٢ه}{(ه - ١)(س - ١)(ه - س)}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{-٢(ه - س)}{(ه - ١)(س - ١)(ه - س)}$$

$$= \lim_{ه \to س} \frac{-٢}{(ه - ١)(س - ١)}$$

$$و'(س) = \frac{-٢}{(س - ١)^{٢}}$$

(قواعد الاشتقاق)

تدريب٥: جد $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)$، $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$،

المشتقة الأولى، $ق'(س)$

١) $ق(س) = \frac{س^٢ + ١}{٣ - س}$

٢) $ص = س^٢ جا٥س$

٣) $ص = س^٣ + \sqrt{س}$، عندما $(س = ١)$

٤) $ق(س) = س^٢ ظا٢س + \frac{١}{س}$

٥) $هـ(س) = (٣س^٢ - ٤)(س^٢ - ١)$

٦) $ص = ٢س^٣ - س + \frac{ظاس}{٢}$

٧) $ق(س) = ٦\sqrt{س}$ ، عندما $(س = ١)$

٨) إذا كان $ص = ٥ - ٣ع^٢$ ، $ع = ٢س - ٣$

٩) إذا كان $ص = ٤ع - ع^٣$ ، $ع = ٨ - ٢س$،
عندما $(س = ١)$

الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل
أسئلة موضوعية وأسئلة حل

إعداد/ مروان ابوديه

١١٨) ميل القاطع الواصل بين النقطتين (٢، ١)، (٠، ٢) يساوي :

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

١١٩) إذا كان ق′(س) = ٦، فإن ميل الاقتران ق(س) عندما (س = ٤) هو : ق(٤) = ٦

أ) صفر ب) ٢٤ ج) ٤ د) ٦

١٢٠) إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} − ٣س، فإن ميل القاطع عند النقطة (١، −١) يساوي :

أ) -٣ ب) ٣ ج) ١ د) -١

١٢١) إذا كان العلاقة ص = ١٢ − ٣س، فإن ميل المماس عند النقطة (١، ٩) يساوي :

أ) ٣ ب) ١٢ ج) -١٢ د) -٣

١٢٢) إذا كان ق′(س) = ٢س^{٢} − ٥، فإن ميل المماس عند (س = ١) يساوي :

أ) ٤ ب) ٣ ج) -٣ د) ٢

١٢٣) إذا كان ق(س) خط مستقيم يوازي محور السينات، فإن ميل هذا الخط المستقيم يساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) $\frac{١}{٢}$ د) -١

١٢٤) إذا كان ق(س) = س^{٢} − ٤س، فما قيمة (س) التي يكون لمنحنى الاقتران ق(س) عندها مماساً موازياً لمحور السينات ؟

أ) -٤ ب) -٢ ج) صفر د) ٢

١٢٥) إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً، حيث ق(٠) = ١، ق′(٠) = ٠،٥
فإن معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند (س = ٠) هي :

أ) ص = −١ ب) ص = ١ ج) س = ١ د) س = −١

١٢٦) إذا كان ص = هـ(س) اقتراناً متصلاً، حيث هـ(٢) = ٣، هـ′(٢) = ٠،
فإن معادلة المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عند (س = ٢) هي :

أ) ص = ٣ ب) ص = −٣ ج) ص = ١ د) ص = −١

١٢٧) إذا كان هـ(س) = ٤س^{٢} + أس + ٥، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عندما (س = ٢) يساوي (٠)،
فما قيمة الثابت (أ) ؟

أ) ٤ ب) -٤ ج) ٣٦ د) -٣٦

١٢٨) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢ن^{٢} − ن + ٦، حيث (ن) الزمن بالثواني ، (ف) المسافة بالأمتار،
فإن تسارع الجسيم بعد مرور (٤) ثواني من بدء الحركة يساوي :

أ) ١٦ م/ث^{٢} ب) ٤ن م/ث^{٢} ج) ٤ م/ث^{٢} د) ١٦ن م/ث^{٢}

١٢٩) يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢} − ٥ن + ٣، حيث (ن) الزمن بالثواني ، (ف) المسافة بالأمتار،
فإن تسارع الجسيم عندما تصبح سرعته (٣٠) م/ث، يساوي :

أ) ٢ م/ث^{٢} ب) $\frac{٣٥}{٢}$ م/ث^{٢} ج) ٣٠ م/ث^{٢} د) ٢ن − ٥ م/ث^{٢}

١٣٠) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٦، حيث (ن) الزمن بالثواني ، (ف) المسافة المقطوعة بالأمتار،
فإن سرعة الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة تساوي :

أ) ٧ م/ث ب) ٢ م/ث ج) ٨ م/ث د) ٦ م/ث

١٣١) يتحرك جسيم وفق العلاقة ف(ن) = (٢ن − ١)^{٣}، حيث (ن) الزمن بالثواني ، (ف) المسافة المقطوعة بالأمتار،
ما سرعة الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة ؟

أ) ٢٧ م/ث ب) ٩ م/ث ج) ٥٤ م/ث د) ٧٢ م/ث

١٣٢) إذا كان ف(ن) = ن^{٣} − ٦ن، هي المسافة التي يقطعها جسيم، حيث (ن) الزمن بالثواني ، (ف) المسافة بالأمتار،
ما سرعة الجسيم بعد مرور (٣) ثوانٍ من بدء الحركة ؟

أ) ١٨ م/ث ب) −١٨ م/ث ج) ٢١ م/ث د) −٢١ م/ث

١٣٣) إذا كان الاقتران $ق(س) = س^{٢} - ٥س + ٦$، فإن النقاط الحرجة هي :

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $-\frac{٥}{٢}$ ج) ٢ د) ٥

١٣٤) إذا كان $ق'(س) = س^{٢} - ٥س + ٦$، فإن النقاط الحرجة هي :

أ) {-٣ ، -٢} ب) {-٣ ، ٢} ج) {٣ ، ٢} د) {٣ ، -٢}

١٣٥) إذا علمت أن $ق'(س) = (س - ٣)(س + ٢)$، فإن مجموعة قيم (س) الحرجة للاقتران ق(س) هي :

أ) {-٣ ، -٢} ب) {-٣ ، ٢} ج) {٣ ، ٢} د) {٣ ، -٢}

١٣٦) القيم الحرجة للاقتران $ق(س) = س^{٢} - ١$، هي :

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) ± ١

١٣٧) عدد النقاط الحرجة للمشتقة التالية : $ق'(س) = س^{٣} - ٤س^{٢}$، هو :

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) لا يوجد نقاط حرجة

١٣٨) إذا كان الاقتران $ق(س) = أس^{٢} + ٦س - ٤$ نقطة حرجة عند $(س = -١)$، فإن قيمة الثابت (أ) تساوي :

أ) -٤ ب) ٦ ج) -٣ د) ٣

١٣٩) إذا كان $ق(س) = أس^{٣} - ٢س$، قيمة حرجة عند $(س = ١)$، فإن قيمة (أ) تساوي :

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) ١ د) -١

١٤٠) إذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٤س - ٣$، فإن منحنى الاقتران ق(س) يكون متناقصاً في الفترة :

أ) $(-\infty ، -\infty)$ ب) $[٢ ، \infty)$ ج) $(-\infty ، ٢]$ د) $(-\infty ، ٢]$

١٤١) ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران $هـ(س) = ٢٧س - س^{٣}$ ، متزايداً :

أ) $[٣، \infty)$ ب) $(-\infty، ٣]$ ج) $[-٣، ٣]$ د) $(-\infty، -٣]$

---

١٤٢) إذا كان $هـ(س) = \frac{س^{٣}}{٣} + ٣$ ، فإن الاقتران $هـ(س)$ يكون متزايداً على الفترة :

أ) $[٠، \infty)$ ب) $(-\infty، ٠]$ ج) $[٠، ٣]$ د) جميع قيم (س) الحقيقية

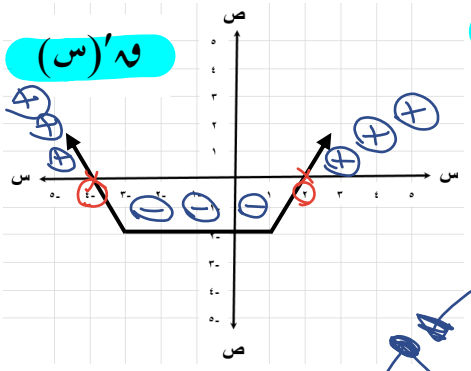
---

١٤٣) أي الاقترانات التالية هو اقتران متزايد على جميع قيم (س) :

أ) $هـ(س) = ٢س^{٣} + ٤$ ب) $هـ(س) = س^{٤} + ١$

ج) $ل(س) = ٣س^{٢} + ٢$ د) $ع(س) = ٦ - ٢س$

✓ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران $هـ(س)$ ،



حل الأسئلة (١٤٣ + ١٤٥)

١٤٤) قيم (س) الحرجة للاقتران $هـ(س)$:

أ) -٣ ، ١ ب) -٤ ، ٢

ج) -٤ ، ٠ ، ١ د) -٣ ، ٠ ، ١

---

١٤٥) قيمة (س) التي يكون للاقتران $هـ(س)$ عندها قيمة عظمى محلية :

أ) -٤ ب) -٣ ج) ١ د) ٢

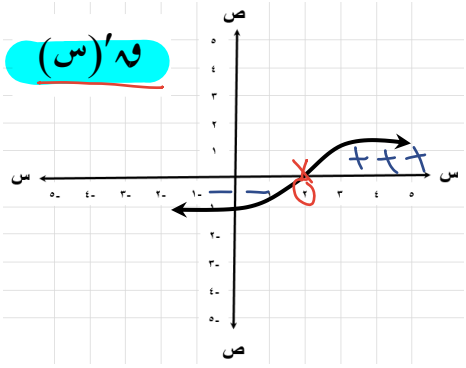
---

١٤٦) الاقتران $هـ(س)$ يكون متزايداً على الفترة :

أ) $(-\infty، -٤] \cup [٢، \infty)$ ب) $(-\infty، -٤) \cup (٢، \infty)$

ج) $[-٢، ٤]$ د) $(-٢، ٤)$

١٤٧) يمثل الشكل المجاور منحنى $هـ'(س)$، فإن $هـ(س)$ متزايد على الفترة :

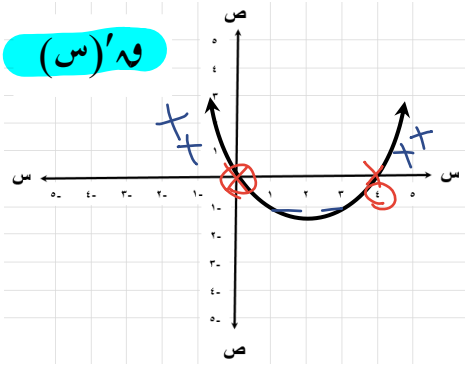


أ) $(-\infty، \infty)$ ب) $(\infty، ٢]$

ج) $[٢، \infty -)$ د) $(\infty -، ٢]$

---

١٤٨) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى $هـ'(س)$،
فإن للاقتران $هـ(س)$ قيمة عظمى عندما $(س) =$



أ) صفر ب) ٤

ج) ٥ د) -٢

---

١٤٩) إذا كان $هـ(س) = -٢س^{٣} + ب س^{٢} - ٣$، قيمة عظمى عند $(س = -١)$، فإن قيمة $(ب)$ تساوي :

أ) ٣ ب) -٣

ج) ٢ د) -٢

---

١٥٠) إذا كان $هـ(س) = \frac{١}{٢} س^{٢} - جـ س + ١٠$، قيمة صغرى عند $(س = -٢)$، فإن قيمة $(جـ)$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$

ج) ٢ د) -٢

---

١٥١) إذا علمت أن $هـ'(س) = س^{٢} - ٤س$، فإن للاقتران $هـ(س)$ قيمة صغرى عند $(س) =$

أ) صفر ب) ٢

ج) -٤ د) ٤

---

١٥٢) إذا كان $هـ(٢) = ٧$، $هـ'(٢) = ٠$، فإنه يوجد قيمة عظمى عند :

أ) ٧ ب) صفر

ج) ٢ د) -٢

١٥٣) إذا كان $هـ(٢) = ٧$ ، $هـ'(٢) = ٠$ ، فإنه يوجد قيمة عظمى وهي :

أ) ٧ ب) صفر ج) ٢ د) -٢

١٥٤) إذا كان $هـ(س) = ٣ - ٢س$ ، فإن الاقتران :

أ) متزايد دائماً ب) متناقص دائماً

ج) متزايد عند $(س = -٢)$ د) متناقص عند $(س = -٢)$

١٥٥) إذا كان $هـ(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢٤$ ، فإن القيمة العظمى المحلية للاقتران $هـ(س)$ تساوي :

أ) ٢٤ ب) ٢٢ ج) ١ د) صفر

١٥٦) ما القيمة القصوى المحلية للاقتران $هـ(س) = س^{٣} + ٤$ ؟

أ) صفر ب) ٤ ج) لا يوجد قيم قصوى د) ١

١٥٧) يمكن حساب الربح الكلي $ر(س)$ من خلال المعادلة التالية :

أ) $ع(س) + ك(س)$ ب) $ك(س) - ع(س)$

ج) $ع(س) - ك(س)$ د) $ك(س) + ع(س)$

١٥٨) يمكن حساب الإيراد الكلي $ع(س)$ من خلال المعادلة التالية :

أ) سعر الشراء × س ب) سعر التكلفة × س

ج) $ر(س) - ك(س)$ د) سعر البيع × س

١٥٩) يمكن حساب التكاليف الحدية $ك'(س)$ من خلال المعادلة التالية :

أ) $ع(س) - ر(س)$ ب) $ع'(س) - ر'(س)$

ج) $ر(س) - ع(س)$ د) $ر'(س) + ع'(س)$

١٦٠) يكون الربح أكبر ما يمكن عندما يكون :

أ) الإيراد الحدي = التكلفة الحدية ب) الإيراد الكلي = التكلفة الكلية

ج) الربح الحدي = التكلفة الحدية د) الربح الكلي = التكلفة الكلية

---

١٦١) تكون التكاليف أقل ما يمكن عندما تكون :

أ) الإيراد الحدي = التكلفة الحدية ب) الإيراد الكلي = التكلفة الكلية

ج) الربح الحدي = التكلفة الحدية د) الإيراد الحدي = الربح الحدي

---

١٦٢) إذا كان (س) عدد الوحدات المنتجة، حيث يتم بيع الوحدة الواحدة بـ (٤٠) دينار، فإن الإيراد الحدي الناتج عن بيع (٨) وحدات هو :

أ) ٤٨ ب) ٤س ج) ٤٠ د) ٨×٤

---

١٦٣) إذا كان ك(س) = ٩٠س دينار، ك(س) = ٦٠٠ + ٥٠س + ٠,٠٢س^{٢} دينار، هما إيراد (س) من وحدات سلعة معينة وتكلفتها على الترتيب، فما قيمة (س) التي تجعل قيمة الربح أكبر ما يمكن ؟

أ) ١٠ ب) ١٠٠ ج) ١٠٠٠ د) ١٠٠٠٠

---

١٦٤) إذا كان ك(س) = ٧٠ + ٣س^{٢} دينار، اقتران التكلفة الكلية لإنتاج (س) قطعة من سلعة ما، فإن التكلفة الحدية لإنتاج (٣٠) قطعة من السلعة نفسها تساوي :

أ) ٩٠ ب) ٧٠ ج) ٢١٠ د) ١٨٠

---

١٦٥) إذا كان الإيراد الكلي ك(س) الناتج عن بيع (س) قطعة من منتج معين يساوي ثلاثة أمثال التكلفة الكلية ك(س) لإنتاج هذه القطع، فما الربح الحدي الناتج عن بيع (س) قطعة من ذلك المنتج ؟

أ) ٢ك′(س) ب) ٢ك′(س) ج) ٣ك′(س) د) ٣ك′(س)

(التفسير الهندسي)

تدريب١: ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = (س+١)(س^{٢}+٢)$، عند $(س = ٠)$

$ق(س) = س^{٣} + س^{٢} + ٢س + ٢$

$ق'(س) = ٣س^{٢} + ٢س + ٢$

$ق'(٠) = ٢$

$ق(٠) = ٢$

$ص - ٢ = ٢(س - ٠)$

$ص = ٢س + ٢$

تدريب٢: أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى الاقتران $ص = ق(س) = س^{٣} - ٢٧$، عند نقطة تقاطعه مع محور السينات.

$ق(س) = س^{٣} - ٢٧$

$ق'(س) = ٣س^{٢}$

$ق'(٣) = ٢٧$

$ص - ٠ = ٢٧(س - ٣)$

$ص = ٢٧س - ٨١$

(التفسير الفيزيائي)

تدريب٣: إذا كان $ف(ن) = (ن-١)^{٤}$، هو اقتران المسافة التي يقطعها الجسيم، حيث $(ف)$ المسافة بالأمتار، $(ن)$ الزمن بالثواني، جد كل من:

١) سرعة الجسيم عندما ينعدم تسارعه.

$ف = (ن-١)^{٤}$

$ع = ٤(ن-١)^{٣} \times ١ = ٤(ن-١)^{٣}$ م/ث

$ت = ١٢(ن-١)^{٢}$ م/ث^{٢}

معطيات: $ت = ٠$

$١٢(ن-١)^{٢} = ٠$

$(ن-١)^{٢} = ٠$

$ن - ١ = ٠$

$ن = ١$

العركة: $ع(١) = ٤ \times ٠ = ٠$ م/ث

٢) تسارع الجسيم عندما تكون سرعته (٣٢) م/ث

$ع = ٣٢$

معطيات: $ع = ٤(ن-١)^{٣}$

$٣٢ = ٤(ن-١)^{٣}$

$٨ = (ن-١)^{٣}$

$ن - ١ = ٢$

$ن = ٣$

التسارع: $ت(٣) = ١٢(٢)^{٢} = ٤٨$ م/ث^{٢}

٣) المسافة عندما تكون تسارعه (٤٨) م/ث

معطيات: $ت = ١٢(ن-١)^{٢}$

$٤٨ = ١٢(ن-١)^{٢}$

$٤ = (ن-١)^{٢}$

$ن - ١ = ٢$

$ن = ٣$

العلاقة: $ف(٣) = ٢^{٤} = ١٦$ م

٤) المسافة الابتدائية

$ن - ١ = ٢$

$ن = ٣$ ، $ن - ١ = -٢$

$ن = -١$ (مرفوض)

$ف(٠) = (-١)^{٤} = ١$ م

(التطبيقات الاقتصادية)

تدريب٤: ينتج مصنع (س) من الأجهزة ويبيع الجهاز الواحد بمبلغ (٢٦٠ – س) ديناراً.
إذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج (س) من الأجهزة تعطى بالعلاقة: ك(س) = ٠.٠٠٤ س ٢ + س + ٤٠٠ ديناراً،
فما عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع حتى يكون ربحه أكبر ما يمكن.

تدريب٥: إذا كان الربح الكلي لمصنع أثاث مكتبي هو:
ر(س) = ٠.٥ س – س ٢ ، وكان سعر بيع القطعة (٢٠) دينار، فجد عدد الوحدات التي تحقق أقل تكلفة ممكنة.

تدريب٦: يبيع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بسعر (٩٠) ديناراً. فإذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج (س) وحدة من هذه السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة التالية:
ك(س) = ٠.٢ س ٢ + ٧٠ س + ١٠٠ دينار، جد:

١) اقتران الايراد الكلي والايراد الحدي عندما (س = ٣)

٢) اقتران الربح الكلي.

٣) الربح الحدي عندما (س = ١٠)

٤) عدد الأجهزة (س) التي يجب أن يبيعها المصنع ليحقق أكبر ربح.

(التزايد والتناقص والقيم القصوى)

تدريب٧: إذا كان الاقتران $هـ(س) = س(٤٨ - س^{٢})$،

جد كل من:

١) القيم الحرجة.
٢) التزايد والتناقص.
٣) القيم القصوى، محدداً نوعها.

$هـ(س) = ٤٨س - س^{٣}$

$هـ'(س) = ٤٨ - ٣س^{٢}$

$٣س^{٢} = ٤٨$

$س^{٢} = ١٦$

$س = \pm ٤$

$هـ'(س)$ غير معرفة عند $س = ٤$ وهي $هـ(٤)$

يوجد قيمة صغرى عند $س = ٤$ وهي $هـ(٤)$

$هـ(س)$ متزايد على الفترة $[-٤، ٤]$

$هـ(س)$ متناقص على الفترة $(-\infty، -٤] \cup [٤، \infty)$

تدريب٨: أثبت أن الاقتران $هـ(س) = س^{٣} + ٢س$، متزايد على مجموعة الاعداد الحقيقية.

$هـ(س) = س^{٣} + ٢س + ٥$

$هـ'(س) = ٣س^{٢} + ٢$

$٣س^{٢} = -٢$

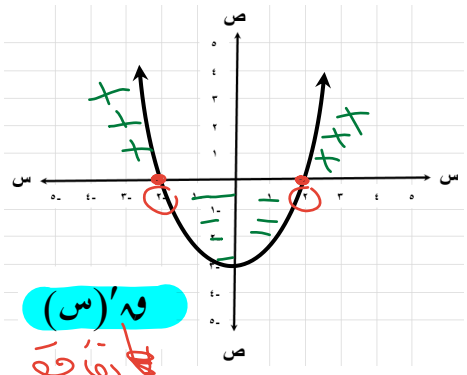
$س^{٢} = -\frac{٢}{٣}$

لا يوجد قيم حرجة

$+ \quad + \quad + \quad +$

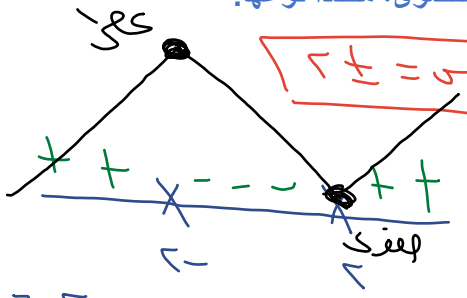
∴ الاقتران دائماً متزايد على مجموعة الاعداد الحقيقية

تدريب٩: معتمداً الشكل يمثل منحى المشتقة الأولى للاقتران $هـ(س)$، جد كلاً من:



$هـ'(س)$

١) القيم الحرجة.
٢) التزايد والتناقص.
٣) القيم القصوى، محدداً نوعها.



$س = \pm ٢$

$هـ(س)$ متزايد على الفترة $(-\infty، -٢] \cup [٢، \infty)$

$هـ(س)$ متناقص على الفترة $[-٢، ٢]$

يوجد قيمة صغرى عند $(س = -٢)$ وهي $هـ(-٢)$

يوجد قيمة صغرى عند $(س = ٢)$ وهي $هـ(٢)$

الوحدة الرابعة: التكامل وتطبيقاته
أسئلة موضوعية وأسئلة حل

إعداد/ مروان ابوديه

١٦٦) إذا علمت أن (ل) ثابت، فإن ∫(ل) دس ، يساوي :

أ) س+جـ ب) لس+جـ ج) $\frac{ل^{٢}}{٢}$+جـ د) ل $\frac{س^{٢}}{٢}$+جـ

١٦٧) ∫س ^{٣} دس، يساوي :

أ) س ^{٤}+جـ ب) $\frac{س^{٤}}{٤}$+جـ ج) ٣س ^{٢}+جـ د) ٣س+جـ

١٦٨) ∫$\sqrt{س^{٣}}$ دس، (س > ٠)، يساوي :

أ) $\frac{٢}{٥}$ س $^{\frac{٥}{٢}}$+جـ ب) $\frac{٢}{٥}$ س $^{\frac{٢}{٥}}$+جـ ج) $\frac{٣}{٢}$ س $^{\frac{١}{٢}}$+جـ د) $\frac{٢}{٣}$ س $^{\frac{١}{٢}}$+جـ

١٦٩) ∫$\frac{٤}{س^{-٣}}$ دس، يساوي :

أ) س ^{٤}+جـ ب) س $^{-٤}$+جـ ج) ٤س ^{٤}+جـ د) ٤س $^{-٤}$+جـ

١٧٠) ∫(١−س) ^{٥} دس، يساوي :

أ) ٥(١−س) ^{٦}+جـ ب) −٥(١−س) ^{٦}+جـ

ج) $\frac{-١}{٦}$(١−س) ^{٦}+جـ د) $\frac{١}{٦}$(١−س) ^{٦}+جـ

١٧١) ∫(جتاس − ٢) دس، يساوي :

أ) جاس − ٢س+جـ ب) $\frac{١}{٢}$جا ^{٢}س − ٢س+جـ

ج) جاس + ٢س+جـ د) −جاس − ٢س+جـ

١٧٢) $\int$ جتا(٦س − ٣) د س، يساوي :

أ) −٦ جا(٦س − ٣) + جـ
ب) ٦ جا(٦س − ٣) + جـ
ج) $\frac{1}{6}$ جا(٦س − ٣) + جـ
د) $\frac{1}{6}$ جا(٦س − ٣) + جـ

١٧٣) $\int$ (س^{٢} − جتاس) د س، يساوي :

أ) $\frac{1}{3}$ س^{٣} + جاس + جـ
ب) $\frac{1}{3}$ س^{٣} − جاس + جـ
ج) ٢س − جاس + جـ
د) ٢س + جاس + جـ

١٧٤) $\int \left(\frac{٣}{\text{جتا}^{٢}س}\right)$ د س، يساوي :

أ) ٣ جا^{٢}س + جـ
ب) −٣ جا^{٢}س + جـ
ج) ٣ ظاس + جـ
د) جتا^{٢}س + جـ

١٧٥) هـ(س) = $\int$ (٣) د س، فإن هـ′(س) تساوي :

أ) ٣
ب) ٣س
ج) ٣س + جـ
د) صفر

١٧٦) ص = $\int$ هـ′(س) د س، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي :

أ) صفر
ب) هـ(س)
ج) هـ′(س)
د) هـ(ص)

١٧٧) هـ(س) = $\int$ (٦س − ٣) د س، فإن هـ′(٢) تساوي :

أ) $\frac{٢}{٣}$
ب) −٥
ج) ١٠
د) ٩

١٧٨) إذا كان هـ(س) اقتران متصل، هـ′(س) د س = ٣س ٢ − ٤س، فإن هـ′(١) تساوي :

أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

١٧٩) إذا كان هـ(س) اقتران قابل للاشتقاق، وكان هـ′(س) = ٢س − ٣س ٢، وكان هـ(٠) = −٤، ما قاعدة الاقتران هـ(س)؟

أ) هـ(س) = س ٢ − س ٣ − ٤ ب) هـ(س) = س ٢ − س ٣ + ٤

ج) هـ(س) = س ٣ − س ٢ + ٤ د) هـ(س) = س ٣ + س ٢ − ٤

١٨٠) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = هـ(س) عند النقطة (س،ص) يعطي بالقاعدة: هـ′(س) = ٥س ٤ + ٣س ٢ ، وكان منحناه يمر بالنقطة (٤،٠)، فإن هـ(−١) يساوي :

أ) ٢ ب) −٢ ج) ٦ د) −٦

١٨١) $\int_{-٢}^{٢} (٣س^{٢} - ٢س - ٥)$ د س، يساوي :

أ) ٢٢ ب) ١٤ ج) ١٠ د) صفر

١٨٢) $\int_{١}^{٢} (٣س^{٢} - ٢س - ١)$ د س، يساوي :

أ) ٦ ب) ٥ ج) ٤ د) ٣

١٨٣) إذا علمت أن هـ(س) = $\int_{٠}^{س^{٢}} (٢س^{٢})$ د س، فإن هـ′(س) تساوي :

أ) ٨ ب) $\frac{١٦}{٣}$ ج) $\frac{-١٦}{٣}$ د) صفر

١٨٤) إذا كان $هـ(١) = ١٠$، $هـ(٣) = ٦$، فإن $\int_{١}^{٣} هـ'(س)\,د س$ تساوي :

أ) ٢ ب) -٤ ج) ٤ د) ١٦

١٨٥) إذا علمت أن $هـ'(س)$ اقتران متصل، وكان $هـ(١) = -٣$، $هـ(٢) = ١٠$، فإن $\int_{١}^{٢} هـ'(س)\,د س$ تساوي :

أ) ٧ ب) ١٣ ج) -٧ د) -١٣

١٨٦) إذا كان $هـ(س)$ اقتراناً معرفاً على الفترة $[١، ٣]$، وكان $هـ'(س) = ٢س$، فإن قيمة $هـ(٣) - هـ(١)$ تساوي :

أ) ٨ ب) -٨ ج) ٤ د) -٤

١٨٧) إذا كان $\int_{-٥}^{أ+١٥} هـ(س)\,د س = ٠$، فما قيمة الثابت $(أ)$ ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{-٣}{٢}$

١٨٨) إذا كان $\int_{١}^{٢^{٣}+١} هـ(س)\,د س = ٠$، فما قيمة الثابت $(أ)$ ؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٣ د) -٣

١٨٩) إذا كان $\int_{١}^{أ} (٢س + ٣)\,د س = ٠$، فإن قيمة $(ج)$ تساوي :

أ) -٤ ب) ١ ج) $-٤،١$ د) $-٤،١$

١٩٠) إذا علمت أن $\int_{-٢}^{٠} (ك)\,د س = -١٠$، فإن قيمة الثابت (ك) تساوي :

أ) صفر　　ب) -٥　　ج) -٨　　د) -٢٠

١٩١) إذا كان $\int_{-١}^{هـ} (٤)\,د س = ١٢$، فإن قيمة (هـ) تساوي :

أ) -٢　　ب) ٢　　ج) ٣　　د) ٤٨

١٩٢) إذا كان $\int_{ل}^{١} (٨)\,د س = ٣٢$ ، فإن قيمة الثابت (ل) تساوي :

أ) ٤　　ب) -٤　　ج) ٣　　د) -٣

١٩٣) إذا كان $\int_{١}^{٢} (٤س - ١)\,د س = -٣جـ$ ، فإن قيمة (جـ) تساوي :

أ) $-\frac{٥}{٣}$　　ب) $\frac{٥}{٣}$　　ج) ٢　　د) -٢

١٩٤) إذا كان $\int_{-١}^{٢} ٣س^{٢}\, و'(س^{٣})\,د س$، عند حل السؤال باستخدام التكامل بالتعويض، فإن قيمة (ص) تكون : $ص =$

أ) $٣س^{٢}$　　ب) $س^{٣}$　　ج) $و'(س^{٣})$　　د) $\frac{س^{٤}}{٤}$

١٩٥) إذا كان $و(٢) = ٧$، $و(-١) = ٤$، فإن $\int_{١}^{٢} ٦س\, و'(س^{٢} - ٢)\,د س$، يساوي :

أ) ٣　　ب) ٩　　ج) -٣　　د) -٩

١٩٦) إذا علمت أن $\int_{٠}^{٢} هـ(س)دس = ٤$، $\int_{٢}^{٣} ٦هـ(س)دس = ١٢$، فإن $\int_{٣}^{٠} هـ(س)دس$، تساوي :

أ) -١٦ ب) ١٦ ج) ٦ د) -٦

١٩٧) إذا كان $\int_{١}^{٢} ٣هـ(س)دس = ١٢$، فإن قيمة $\int_{٢}^{١} هـ(س)دس$، تساوي :

أ) -٤ ب) ٤ ج) ٣ د) -٣

١٩٨) إذا كان $\int_{٠}^{٣} هـ(س)دس = ١٠$، فإن $\int_{٠}^{٣} (٢س + هـ(س))دس$، يساوي :

أ) ١٦ ب) ١٩ ج) ١٢ د) ٩

١٩٩) إذا كان $\int_{٦}^{٧} ٢هـ(س)دس = ١٠$، فإن قيمة $\int_{٧}^{٦} هـ(س)دس$، تساوي :

أ) -١٠ ب) ٥ ج) ١٠ د) -٥

٢٠٠) يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره ت(ن) = ٦ م/ث^{٢}، وكانت السرعة الابتدائية للجسيم ع(٠) = ٨ م/ث، فإن سرعة الجسيم بعد (ن) ثانية تعطى بالعلاقة :

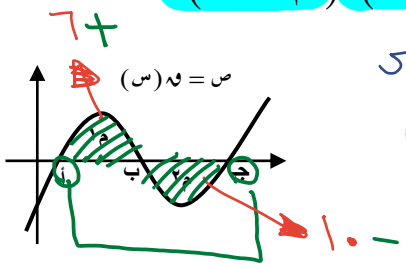
أ) ع(ن) = $٨ن - ٦$ ب) ع(ن) = $٨ن + ٦$

ج) ع(ن) = $٦ن - ٨$ د) ع(ن) = $٦ن + ٨$

٢٠١) يتحرك جسيم في خط مستقيم، حيث أن تسارعه بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة يعطى بالقاعدة : ت(ن) = $١٢ + ٦ن^{٢}$، سرعته الابتدائية ع(٠) = ٢ م/ث ، وموقعة الابتدائي ف(٠) = ١، فإن موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي :

أ) ٣٢ ب) ٢٩ ج) ٢٦ د) ٤٢

٢٠٢) بالاعتماد على الشكل الآتي الذي يمثل منحنى هـ(س)، وإذا كانت المساحة (م١ = ٦)، (م٢ = ١٠)،

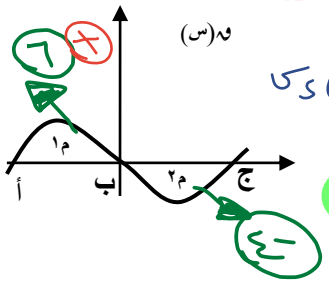


فإن $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\,دس$ يساوي :

أ) −٤ ✓
ب) ٤
ج) ١٦
د) ٦٠

---

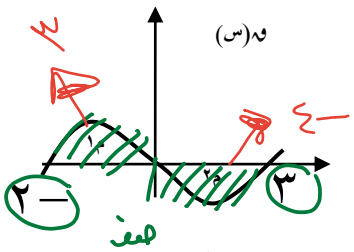
٢٠٣) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ص = هـ(س)، إذا علمت أن $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\,دس = ٦$،



فإن $\int_{ب}^{جـ} هـ(س)\,دس = -٤$، $\int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,دس$ تساوي :

أ) −٢
ب) ٢ ✓
ج) ١٠
د) −١٠

✓ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ص = هـ(س)، إذا علمت أن مساحة المنطقة المغلقة (م١) تساوي (٣) وحدات مربعة، ومساحة المنطقة (م٢) تساوي (٤) وحدة مربعة، فأجب عن الأسئلة التالية :



٢٠٤) قيمة $\int_{-٢}^{٣} هـ(س)\,دس$، تساوي :

أ) ٧
ب) ١
ج) −١ ✓
د) −٧

---

٢٠٥) قيمة $\left|\int_{-٢}^{٣} هـ(س)\,دس\right|$، تساوي :

أ) ٧ ✓
ب) ١
ج) ٨
د) ٩

(قواعد التكامل)

تدريب ١: جد التكاملات التالية :

١) $\int (٢س+٣)^{٢}\,د س$ (نكامل أقواس)

٢) $\int (٣ظاس جتاس)\,د س$ (تجهيز)

٣) $\int \left(٣س^{٢}-\frac{٦}{\sqrt{س}}\right) د س$ (تجهيز)

٤) $\int_{-٢}^{٢} (٣س-٢)(س+١)\,د س$ (تجهيز)

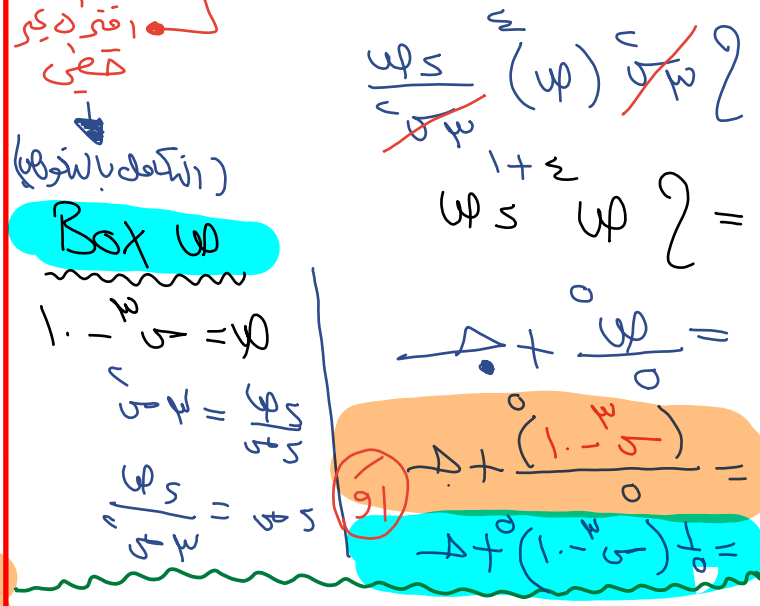
٥) $\int \left(\sqrt{س}+٣س^{٢}\right) د س$ (تجهيز)

٦) $\int \frac{س^{٢}+٢س-١٥}{س-٣}\,د س$ ، $(س \neq ٣)$ (عبارة نرتبها ثم نحلل ثم نختصر ثم نكامل)

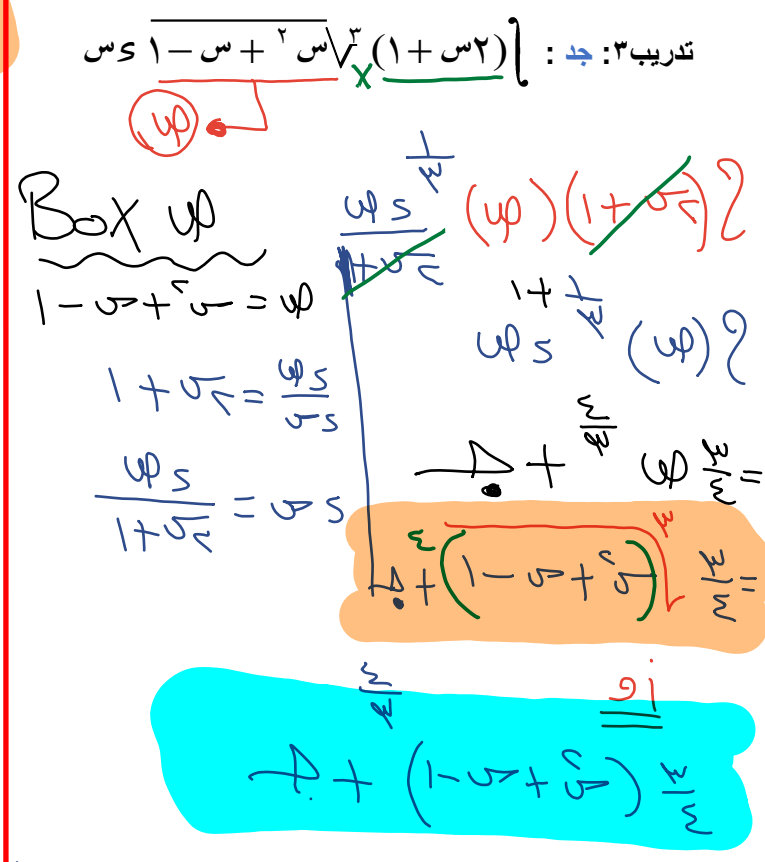
٧) $\int \left(\frac{٢س^{٢}-س}{\sqrt{س}}\right) د س$

(التكامل بالتعويض)

تدريب٢: جد التكامل التالي : $\int ٣س^{٢}(س^{٣}-١٠)^{٤}\,د س$

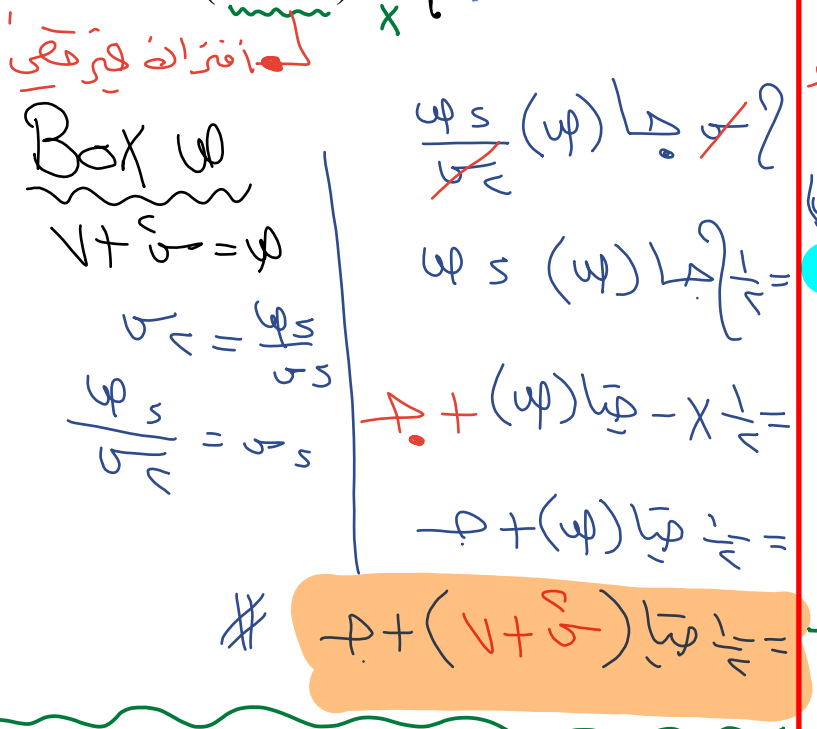


تدريب٣: جد : $\int (٢س+١)\sqrt[٣]{س^{٢}+س-١}\,د س$



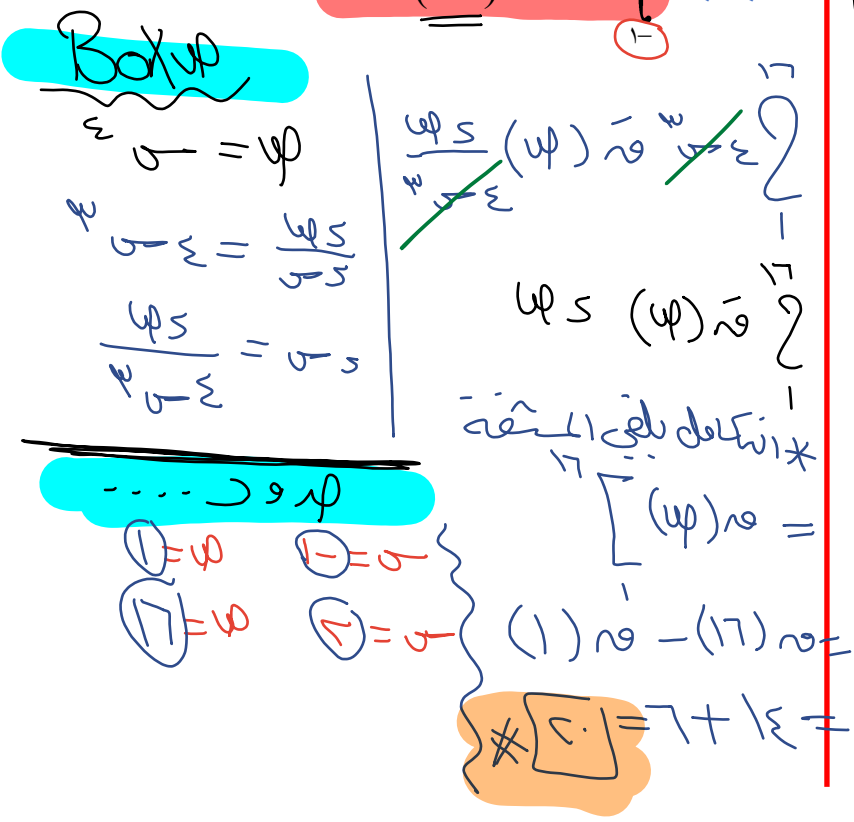
(التكامل بالتعويض)

تدريب٤: جد التكامل التالي : $\int س جا(س^{٢}+٧)\,د س$



تدريب٥: إذا كان $و(١٦)=١٤$ ، $و(١)=-٦$ ،

فجد قيمة : $\int_{١}^{٢} ٤س^{٣}\,و'(س^{٤})\,د س$



(التطبيقات الهندسية)

تدريب٦: إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند نقطة (س،ص)، يساوي $(٤س^{٣} - ٦س)$، فجد قاعدة الاقتران (ق)، علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (٢،٥).

تدريب٧: إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (س،ص)، يساوي $\left(\frac{٣س^{٣} - س}{س}\right)$، فجد قاعدة الاقتران ق(س)، علماً بأن الاقتران يمر بالنقطة (-١،٦).

(التطبيقات الفيزيائية)

تدريب٨: يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية تعطى بالعلاقة: ع(ن) = ٦(ن + ٢)^{٢} م/ث. جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة، علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٥م.

تدريب٩: يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور (ن) ثانية من بدء حركته تعطى بالعلاقة: ع(ن) = ١٢ جتا(٢ن - ١) م/ث، جد القاعدة التي تمثل موقع الجسيم بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة.

(التطبيقات الفيزيائية)

تدريب ١٠: إذا كان تسارع جسيم يسير على خط مستقيم بعد مرور $(ن)$ ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة :

$ت(ن) = ٤٨(١-٢ن)$ م/ث^{٢}،

وكان موقعه الابتدائي $ف(٠) = ٣$ م،

وسرعته الابتدائية $ع(٠) = ٢$ م/ث، فجد:

أ) سرعة الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة.

ب) موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة.

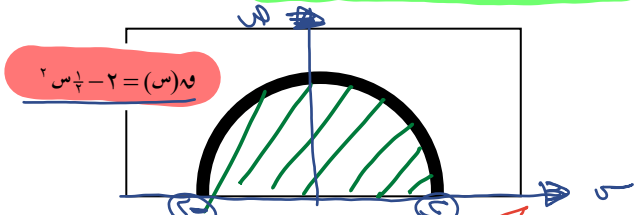
(المساحة)

تدريب ١١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحني الاقتران $ص = ق(س) = ٣ - س$، والمستقيمين $(س = -١)$، $(س = ٢)$.

تدريب ١٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحني الاقتران $ق(س) = ٦ - ٢س$ ومحور السينات على الفترة $[٤٠]$.

(المساحة)

تدريب١٣: يمثل الشكل المجاور الواجهة الأمامية لأحد المباني، مدخل المبنى يمثله منحنى الاقتران $ق(س) = ٢ - \frac{١}{٢}س^{٢}$، ما تكلفة إنشاء باب زجاجي للمدخل إذا علمت أن سعر الوحدة المربعة منه يساوي (٦٠) ديناراً.



(تطبيقات التكامل)

تدريب١٤: إذا كان $ق$ اقتراناً قابلاً للاشتقاق، وكان $ق'(س) = ٢س - ٥$، وكان $ق(٢) = ٤$، فجد قيمة $ق(١)$.

(خصائص التكامل)

تدريب١٥: إذا كان $\int_{١}^{٤} ق(س)\,د س = ١٢$، $\int_{١}^{٥} ق(س)\,د س = ٢$، فجد قيمة كلاً من:

١) $\int_{٤}^{١} ٣ق(س)\,د س$

٢) $\int_{٥}^{١} ق(س)\,د س$

٣) $\int_{٥}^{٤} (ق(س) + ٢س)\,د س$

الوحدة الخامسة: الإحصاء والاحتمالات
أسئلة موضوعية وأسئلة حل

إعداد/ مروان ابوديه

٢٠٦) بكم طريقة يمكن اختيار قميص وحذاء من محل ملابس يبيع (٣) أنواع من القمصان و (٤) أنواع من الأحذية ؟

أ) $\binom{٤}{٣}$ ب) ل(٢،٥) ج) ٣×٤ د) ٣!×٤!

٢٠٧) بكم طريقة يمكن شراء سيارة من معرض سيارات فيه (٥) أنواع مختلفة من السيارات، وكل نوع متوفر بـ (٤) ألوان ؟

أ) ٥!×٤! ب) ٥×٤ ج) ٥!+٤! د) ٥+٤

٢٠٨) كم عدد مكون من (٣) منازل يمكن تكوينه من مجموعة الأعداد {٣،٤،٦،٨،٦} إذا لم يسمح بتكرار الأرقام ؟

أ) ٤ ب) ٤+٣ ج) ٤×٣ د) ٤×٣×٢

٢٠٩) بكم طريقة يمكن أن تجلس (٤) طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد ؟

أ) ٤! ب) ٦!×٣! ج) $\binom{٦}{٣}$ د) ل(٦،٣)

٢١٠) ما عدد طرق ترتيب (٦) كتب على (٦) أماكن متجاورة على رف مكتبة ؟

أ) ٦ ب) ٦! ج) $\binom{٦}{٦}$ د) ٦×٦

٢١١) قيمة (٥!+١٠!) تساوي :

أ) ١٢١ ب) ١٢٠ ج) ٦ د) ٥

٢١٢) إذا كان (ن−١)! = ٢٤، فإن قيمة (ن) تساوي :

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ١٢٠

٢١٣) قيمة (ن) لدى العبارة التالية (ن! = ١) هو :

أ) ١ ب) صفر ج) ١٦٠ د) − ١٦١

٢١٤) كم عدد تباديل مجموعة مكونة من (٦) عناصر مأخوذة منها (٤) في كل مرة : ل (٦ ، ٤)

أ) ل (٤٦) ب) $\binom{٦}{٤}$ ج) ٦ + ٤ د) ٦! × ٤!

٢١٥) عدد التباديل الثلاثية المأخوذة من مجموعة سداسية هو : ل (٦ ، ٣)

أ) ٦ × ٣ ب) ٦! × ٣! ج) $\binom{٦}{٣}$ د) ل (٣٦)

٢١٦) ل (٣٦) تساوي :

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ٣٠ د) ١٢٠

٢١٧) إذا كانت قيمة ل (٥ ، ر) = ٦٠ ، ما قيمة الثابت (ر) :

أ) ٣ ب) ٥ ج) ١٢ د) ٢٠

٢١٨) ل (٧ ، ٢) تساوي :

أ) $\frac{!٧}{!٢}$ ب) $\frac{!٧}{!٢ \times !٥}$ ج) $\frac{!٧}{!٥}$ د) ٧! × ٢!

٢١٩) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس نادي رياضي ومساعد له وأمين سر مختلفين من بين (٨) اشخاص ؟

أ) $\binom{٨}{٣}$ ب) ل (٨ ، ٣) ج) ٨! × ٣! د) $\binom{٧}{٢}$

٢٢٠) بكم طريقة يمكن اختيار (٣) طلاب من بين (١٠) طلاب للمشاركة في إحدى المسابقات الوطنية ؟

أ) ل(١٠،٣) ب) ٣! ج) $\binom{١٠}{٣}$ د) ١٠!

٢٢١) إذا كان $\binom{م}{٣} + \binom{م}{١٥} = \binom{م}{٣}$ ، فان قيمة (م) تساوي :

أ) ٣ ب) ٩ ج) ١٥ د) ١٨

٢٢٢) إذا كان $\binom{٩}{٣} = \binom{٩}{٦}$ ، فان قيمة (ن) تساوي :

أ) ٦ ب) ٩ ج) ٣ د) ٢

٢٢٣) حل المعادلة التالية: $\binom{٩}{٢} = \binom{٩}{س}$ هو :

أ) ٧،٣ ب) −٧،٢ ج) ٩ د) ٧،٢

٢٢٤) ما عدد طرق اختيار كتاب وقلم من بين (٣) كتب و (٩) أقلام ؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ١٢ د) ٢٧

٢٢٥) إذا كان ل(ن،٣) = ٦٠ ، فإن قيمة $\binom{ن}{٣}$ تساوي :

أ) ٣٦٠ ب) ١٨٠ ج) ٢٠ د) ١٠

٢٢٦) إذا كان $\binom{ن}{٤} = ١٥$ ، فإن ل(٤،ن) تساوي :

أ) ٦٠ ب) ٣٦٠ ج) ٣٦٤ د) ١٤٤٠

٢٢٧) إذا كان $\frac{\text{ل}(٢ن)}{!٣} = \binom{ن}{٣}$ ، فإن قيمة الثابت (ن) تساوي :

أ) −٢ ب) ٢ ج) ٣ د) ١

٢٢٨) مجموعة مكونة من (١٠) معلمين و (١٠) إداريين، يراد اختيار لجنة ثلاثية منهم لحضور ندوة تربوية في الأردن، بحيث يكون رئيس اللجنة إداري، والبقية من المعلمين، ما عدد طرق اختيار اللجنة ؟

أ) ٤٥٠ ب) ١٠٠ ج) ٤٥ د) ٣٠

٢٢٩) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة، فإن القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س) هي:

أ) ٣،٢،١ ب) ٣،٢،١،٠ ج) ٢،١ د) ٢،١،٠

٢٣٠) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور الكتابة على الوجهة الظاهر في تجربة رمي قطعة نقد (٤) مرات، ما مجموعة قيم المتغير العشوائي (س) :

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٤،٣،٢،١،٠ د) ٤،٣،٢،١

٢٣١) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) معطى بالجدول التالي، فإن قيمة (جـ) تساوي :

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٢	جـ	٠,٣	٠,١

أ) ٠.١ ب) ٠.٢ ج) ٠.٣ د) ٠.٤

٢٣٢) معتمداً جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) أدناه، ما قيمة الثابت (ل) ؟

س	٠	١	٢
ل(س)	٠,٢	٠,٤	٢ + ل

أ) −١.٦ ب) ٠.٤ ج) ١.٦ د) −٠.٤

٢٣٣) معتمداً الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لطالب في أربعة مباحث، ما المبحث الذي يكون تحصيل الطالب فيه أفضل ؟

المبحث	الرياضيات	التاريخ	الجغرافيا	اللغة العربية
العلامة	١	صفر	-٣	٢

أ) الرياضيات ب) التاريخ ج) الجغرافيا د) اللغة العربية

٢٣٤) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص (٤٢) سنة، والانحراف المعياري لها يساوي (٤)، فإن العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي هو :

أ) ٣٤ ب) ٤٠ ج) ٥٠ د) ٣٨

٢٣٥) إذا علمت أن المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف يساوي (٧٠)، والانحراف المعياري يساوي (٥)، فإن العلامة الذي تنحرف انحرافين معيارين فوق الوسط الحسابي تساوي :

أ) ٧٥ ب) ٨٠ ج) ١٥ د) ٦٠

٢٣٦) إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلابه في مادة الرياضيات (٦٠)، والانحراف المعياري لها (٤)، فإن العلامة المعيارية التي تقابل العلامة (٥٦) هي :

أ) −١ ب) −٤ ج) ١ د) ٤

٢٣٧) في توزيع تكراري إذا علمت أن العلامة الخام (٦٨) تقابل العلامة المعيارية (٠.٥)، وكان الوسط الحسابي (٦٥)، جد الانحراف المعياري لهذا التوزيع ؟

أ) ٦ ب) ٢ ج) ٣ د) ١.٥

٢٣٨) من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري، أن وسطه الحسابي يساوي :

أ) ١ ب) صفر ج) −١ د) ½

٢٣٩) من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري، أن الانحراف المعياري يساوي :

أ) ١ ب) صفر ج) −١ د) ½

٢٤٠) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، وكان ل(ز ≥ ١) = ٠.٦ ، فإن قيمة ل(ز ≤ −١) تساوي :

أ) ٠.٤ ب) ٠.٠٦ ج) ٠.٤ د) ٠.٦

٢٤١) إذا علمت أن ل(ز ≥ ١) = ٠.٦٨٤٠ ، فإن ل(ز ≤ ١) تساوي :

أ) −٠.٦٨٤٠ ب) −٠.٣١٦٠ ج) ٠.٦٨٤٠ د) ٠.٣١٦٠

٢٤٢) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، وكان ل(ز ≥ ا) = ٠.٨ ، فإن قيمة ل(ز ≥ −ا) تساوي :

أ) ٠.٨ ب) ٠.٢ ج) ٠.٠٢ د) ٠.٨

٢٤٣) إذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في منطقة جرش (٠.٨)، زرع شخص (٣) شجيرات تفاح في حديقة بيته، ما احتمال نجاح زراعتها جميعاً ؟

أ) ٠.٢ ب) (٠.٢)^{٣} ج) (٠.٨)^{٣} د) ٠.٢٤

٢٤٤) أطلق صياد (٥) طلقات على هدف وكان احتمال أن يصيب الهدف هو (٠.٦) ، فإن احتمال إصابة الهدف من ثلاث طلقات هو :

أ) $\binom{٥}{٣}$ (٠.٦)^{٣} (٠.٤)^{٢} ب) $\binom{٥}{٣}$ (٠.٦)^{٢} (٠.٤)^{٢}

ج) $\binom{٥}{٣}$ (٠.٦)^{٥} (٠.٤)^{٣} د) $\binom{٥}{٣}$ (٠.٦)^{٢} (٠.٤)^{٣}

٢٤٥) إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذا حدين معاملاته : (ن = ٣)، (أ = ٠.٣)، فإن قيمة ل(س = ١) تساوي :

أ) ٠.٠٢٧ ب) ٠.١٨٩ ج) ٠.٤٤١ د) ٠.٧٨٤

٢٤٦) أي قيم معامل الارتباط الآتية أقوى ؟

أ) −٠.٩ ب) −٠.٢ ج) ٠.٦ د) ٠.٨

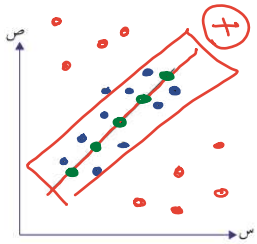
٢٤٧) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين (س،ص) يساوي (٠.٨)، عُدلت قيم كل من المتغيرين (س،ص) حسب العلاقة س* = ٢س − ١، ص* = ١ − ٤ص، فإن معامل ارتباط بيرسون بين (س* ، ص*) يساوي :

أ) −٠.٢ ب) ٠.٢ ج) ٠.٨ د) −٠.٨

٢٤٨) إذا علمت أن معادلة خط الانحدار للعلاقة بين المعدل في الثانوية العامة (س)، والمعدل في الجامعة (ص)، هي: $\hat{ص}$ = س − ٥، فما المعدل المتوقع لطالب في الجامعة حصل على معدل (٧٨) في الثانوية العامة ؟

أ) ٧٣ ب) ٨٣ ج) ٨٢ د) ٩٢

٢٤٩) ما نوع العلاقة التي تربط بين المتغيرين (س،ص) في شكل الانتشار المجاور ؟



أ) طردية قوية
ب) طردية ضعيفة
ج) عكسية قوية
د) عكسية ضعيفة

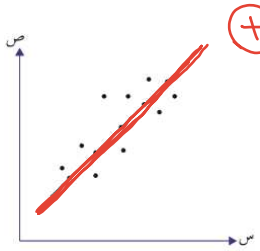
---

٢٥٠) إذا كانت قيمة معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين (س،ص) تساوي (١ ٠.٩)،
ما نوع العلاقة بين المتغيرين (س،ص) ؟

أ) طردي تام
ب) عكسي تام
ج) طردي قوي
د) عكسي قوي

---

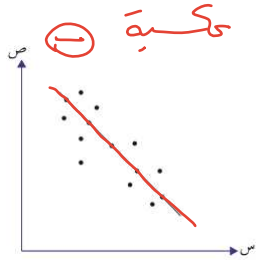
٢٥١) يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين (س،ص)،
ما هي أقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين (س،ص) ؟



أ) ١
ب) −١
ج) −٠.٧
د) ٠.٧

---

٢٥٢) يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع بين المتغيرين (س،ص)،
يمكن الحكم على العلاقة بين المتغيرين (س،ص) بأنها :



أ) تامة
ب) عكسية
ج) طردية
د) لا يوجد علاقة

---

٢٥٣) إذا علمت أن معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت (س) هي : $\hat{ص} = ٣س + ١٥$،
فإن قيمة (ص) عندما (س = ٣) تساوي :

أ) ١٢
ب) ١٨
ج) ٢٤
د) ٤٢

---

٢٥٤) مندوب مبيعات وجد أنه في معظم الأحيان كلما تزداد الكمية المعروضة من البسكويت (س)، فإن ذلك يؤدي إلى انخفاض السعر لذلك النوع (ص). فأي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين المتغيرين (س،ص) حسب رأي مندوب المبيعات ؟

أ) ٠.١٧
ب) −٠.٨
ج) ٠.٨
د) −٠.١٧

٢٥٥) إذا كان (س،ص) متغيرين، عدد قيم كل منها (٥) وكان: $\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})(ص_ك - \bar{ص}) = ٥٠$،

$\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})^{٢} = ٤٠٠$، $\sum_{ك=١}^{٥}(ص_ك - \bar{ص})^{٢} = ٢٥$، ما قيمة ارتباط بيرسون بين المتغيرين (س،ص) ؟

أ) ٠.٥ ب) ٠.٠٥ ج) ٥٠٠٠ د) ٠.٠٠٠٥

٢٥٦) إذا كان (س،ص) متغيرين، عدد قيم كل منها (٥)، وكان: $\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})(ص_ك - \bar{ص}) = ٤٠$،

$\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})^{٢} = ١٠$، $\bar{س} = ١٢$، $\bar{ص} = ٥٠$،

فإن قيمة الثابت (أ) في معادلة خط الانحدار هي :

أ) ٤ ب) ٢ ج) −٤ د) −٢

٢٥٧) إذا كان (س،ص) متغيرين، عدد قيم كل منها (٥)، وكان: $\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})(ص_ك - \bar{ص}) = ٤٠$،

$\sum_{ك=١}^{٥}(س_ك - \bar{س})^{٢} = ١٠$، $\bar{س} = ١٢$، $\bar{ص} = ٥٠$، (أ = ٤)

فإن قيمة الثابت (ب) في معادلة خط الانحدار هي :

أ) ٤ ب) ٢ ج) −٤ د) −٢

٢٥٨) إذا كان (س،ص) متغيرين، عدد قيم كل منها (٦)، وكان: $\bar{س} = ١٢$، $\bar{ص} = ٥٠$، (أ = ٤)

فإن معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س) هي :

أ) $\hat{ص} = ٤س - ٢$ ب) $\hat{ص} = ٤س + ٢$

ج) $\hat{ص} = ٢س + ٤$ د) $\hat{ص} = ٢س - ٤$

٢٥٩) إذا علمت أن معادلة خط الانحدار للتنبؤ بمعدل طالب (ص) إذا علمت ساعات الدراسة (س) هي : $\hat{ص} = \frac{١}{٢}س + ٨٥$،

فإن قيمة الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب عدد ساعات دراسته (١٢) ساعة ومعدله (٩٤) ؟

أ) ٣ ب) −٣ ج) ٩ د) −٩

(طرائق العد)

تدريب١: كم عدداً مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {٩،٧،٥،٣،١} ، علماً أن التكرار غير مسموح به ؟

تدريب٢: بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في إحدى المدارس من بين (٥) معلمين، (٨) طلاب ؟

تدريب٣: مجموعة مكونة من (٨) معلمين و (٤) إداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل.

تدريب٤: مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية مكونة من رئيس ونائب للرئيس من المعلمين وعضوين من الطلاب.

(طرائق العد)

تدريب٥: جد قيمة المقدار : $\binom{٦}{٤} + \frac{!٤ + !٥}{!(٣)٦}$

تدريب٦: جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة : $\binom{١٦}{٢} - (٤٦)ل \times \frac{٢}{٣} = !(١-ن)$

تدريب٧: جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة : $(١٦)ل \times \binom{١٠}{٣} = !(١+ن)$

(المتغيرات العشوائية)

تدريب٨: إذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذو الحدين، معاملاته (ن = ٢)، (أ = ٠.٣)، أوجد كلاً مما يلي :

١) قيم (س)

٢) ل(س ≤ ٢)

٣) ل(س ≥ ١)

تدريب٩: إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الإناث في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

(المتغيرات العشوائية)

تدريب١٠: إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين، معاملاه (ن، أ)، وكان ل(س ≤ ١) = $\frac{٧}{٨}$، (ن = ٣)، فجد قيمة (أ).

(العلامة المعيارية)

تدريب١١: إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية (٧٥، ٩٠)، والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما (٢، −١) على الترتيب، فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف.

(التوزيع الطبيعي)

تدريب١٢: إذا كانت أوزان (١٠٠٠٠) طالب تتبع التوزيع الطبيعي وسط حسابي (٤٥) كغم، وانحراف معياري (٤) كغم، ما عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن (٥٠) كغم ؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	٠	٠,٥	١	١,٢٥	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٨٩٤٤	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

تدريب١٣: إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي يساوي (٤٥) كغم، وانحرافه المعياري (٤) كغم. اختير أحد الطلبة عشوائياً، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين (٤٣) كغم و(٤٩) كغم ؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

(التوزيع الطبيعي)

تدريب١٤: إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٦)، والانحراف معياري لها (١٠)، وكان عدد الطلبة الناجحين (٦٩١٥) طالباً، فما علامة النجاح ؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

ز	٠	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٥٥٤	٠,٦٩١٥

(الارتباط والانحدار)

تدريب١٥: الجدول الآتي يبين علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) الحاسوب (ص) في امتحان قصير، النهاية العظمى له (١٠). احسب معامل ارتباط بيرسون بين (س،ص). + حدداً نوع العلاقة

الرياضيات (س)	٨	٦	٤	٦	٦
الحاسوب (ص)	٤	٥	٥	٧	٤

الحل:

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$)	(س - $\bar{س}$)^2	(ص - $\bar{ص}$)^2
٨	٤	٢	-١	-٢	٤	١
٦	٥	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٤	٥	-٢	صفر	صفر	٤	صفر
٦	٧	صفر	٢	صفر	صفر	٤
٦	٤	صفر	-١	صفر	صفر	١
٣٠	٢٥	صفر	صفر	-٢	٨	٦

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ $\bar{ص} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$

$ر = \frac{-٢}{\sqrt{٨ \times ٦}} = -٠.٢٤$ نوع العلاقة عكسية

تدريب١٦: يبين الجدول الآتي علامات (٦) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص)، جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س).

$م = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{(س - \bar{س})^2}$

$ص = ب + م س$

$ب = \bar{ص} - م \bar{س}$

العلوم (س)	٦	٤	٨	٧	٢	٣
الرياضيات (ص)	٩	٨	١٠	٨	٥	٢

الحل:

س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س - $\bar{س}$)^2	(ص - $\bar{ص}$)^2	(س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$)
٦	٩	١	٢	١	٤	٢
٤	٨	-١	١	١	١	-١
٨	١	٣	-٦	٩	٣٦	-٥٤
٧	٨	٢	١	٤	١	٢
٥	٣	-٣	-٤	٩	١٦	١٢
٢	٢	-٦	-٥	٣٦	٢٥	٣٠
٣٠	٣٠	صفر	صفر	٦٠	٨٤	-٥٩

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ $\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

$م = \frac{-٥٩}{٦٠} = -٠.٩٨$

$ص = ب + م س$

$ب = \bar{ص} - م \bar{س}$

$ب = ٦ - (-٠.٩٨ \times ٦) = ١٢$

$ص = ١٢ - ٠.٩٨ س$