الأسئلة الموضوعية

A. إختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

الإقترانات الأسية:

1) أي الإقترانات التالية لايمثل إقتران أسي:

a) $f(x)=3^x$ b) $g(x)=5\left(\frac{1}{4}\right)^x$

c) $h(x)=5(-3)^x$ d) $p(x)=(0.6)^x-7$

2) إذا كان $f(x)=\left(\frac{1}{9}\right)^x-3$ فإن $f(2)$ تساوي:

a) $-\frac{242}{81}$ b) $-\frac{26}{9}$

c) $-\frac{244}{81}$ d) $\frac{244}{81}$

**** إذا كان $f(x)=4^x$ فأجب عن الأسئلة (3-8):**

3) مجال الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(0,\infty)$ b) $(4,\infty)$

c) $(-\infty,\infty)$ d) $(-\infty,4)$

4) مدى الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(0,\infty)$ b) $(4,\infty)$

c) $(-\infty,\infty)$ d) $(-\infty,4)$

5) خط التقارب الأفقي للإقتران $f(x)$ هو:

a) $x=0$ b) $y=0$

c) $y=4$ d) $y=\frac{1}{4}$

6) نقطة تقاطع الإقتران مع محور y هي:

a) $(1,0)$ b) $(0,1)$

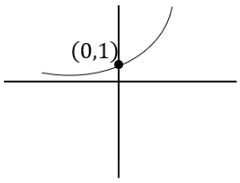
c) $\left(0,\frac{1}{4}\right)$ d) $(0,4)$

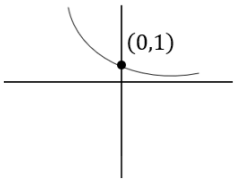
7) يعتبر الإقتران $f(x)$ إقتران:

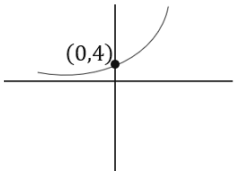
a) متزايد b) متناقص

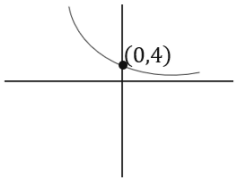
c) ثابت d) خطي

8) أي من التالية يعتبر التمثيل البياني للإقتران $f(x)$:

a)


b)


c)




**** إذا كان $f(x)=-7(4)^{x-5}+3$ ، فأجب عن الأسئلة (9 – 12):**

9) مجال الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(3,\infty)$ b) $(-\infty,3)$

c) $(-\infty,\infty)$ d) $(-7,\infty)$

10) مدى الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(3,\infty)$ b) $(-\infty,3)$

c) $(-\infty,\infty)$ d) $(-7,\infty)$

11) خط التقارب الأفقي للإقتران $f(x)$ هو:

a) $y=0$ b) $y=4$

c) $y=3$ d) $y=-7$

12) يعتبر الإقتران $f(x)$ إقتران:

a) متزايد b) متناقص

c) ثابت d) خطي

الأستاذ
سليم الخطيب

النمو والإضمحلال الأسي:

13) في دراسة شملت إحدى مزارع الأبقار تبين أنه عدد الأبقار في المزرعة يزداد بنسبة 18% سنوياً، فإن عدد الأبقار بعد (3) سنوات من بدء الدراسة ، علماً بأن عددها في المزرعة عند بدء الدراسة (327) بقرة:

a) 180 b) 537
c) 420 d) 487

14) في دراسة عملية تناولت درجة تأثير التلوث في عدد الأسماك التي تعيش في إحدى البحيرات توصل الباحثون إلى أن عدد الأسماك في البحيرة يقل بنسبة 20% كل سنة، فإن عدد الأسماك في البحيرة بعد (3) سنوات ، علماً بأن عددها عند بدء الدراسة هو (12000) سمكه:

a) 6144 b) 20736
c) 14949 d) 5144

15) أودع علي مبلغ $4500\ JD$ في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر قدرها 4% ، فإن جملة المبلغ بعد 10 سنوات؟!

a) 6661 b) 6695
c) 6713 d) 7453

الإقتران اللوغارتمي وقوانين اللوغاريتمات:

16) الصورة الأسية للمعادلة $\log_2 x = 5$ هي:

a) $5^x = 2$ b) $5^2 = x$
c) $2^x = 5$ d) $2^5 = x$

17) الصيغة اللوغاريتمية للمعادلة $4^3 = 64$:

a) $\log_4 64 = 3$ b) $\log_3 64 = 3$
c) $\log_{64} 4 = 3$ d) $\log_{64} 3 = 4$

18) إذا كان $f(x) = \log_a x$ وكان $f(32) = 5$ ، فإن قيمة a تساوي:

a) 4 b) 2 c) -2 d) 13

19) قيمة $\log_5 1 - 4\ \log_8 8$ تساوي:

a) -4 b) 4 c) -3 d) 3

20) قيمة $\log_{216} 36$ تساوي:

a) $-\frac{3}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $-\frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3}$

** إذا كان $\log_a 5 = 2.32\ ,\ \log_a 3 = 1.59$ فأجب عن الأسئلة التالية (21-24)

21) $\log_a \frac{5}{3}$ تساوي:

a) -0.73 b) 0.73 c) -0.63 d) 0.63

22) $\log_a 15$ تساوي:

a) 3.91 b) -0.73 c) 0.73 d) 3.69

23) $\log_a \frac{1}{125}$ تساوي:

a) 6.96 b) -6.96 c) 7.95 d) -7.95

24) $\log_3 5$ تساوي:

a) 1.46 b) -1.46 c) -0.69 d) 0.69

25) المقدار الناتج عن كتابة $5\ \log_a x - 4\ \log_a y$ بالصورة المختصرة:

a) $\log_a x^4\ y^5$ b) $\log_a \left(\frac{x^4}{y^5}\right)$
c) $\log_a (x^4 y^5)$ d) $\log_a \left(\frac{x^5}{y^4}\right)$

26) المقدار الناتج $\log_a \frac{x^5 \sqrt{y}}{z^3}$ بالصورة المطولة هو:

a) $5\log_a x + \frac{1}{2}\ \log_a y - 3\log_a z$
b) $5\log_a x + 2\ \log_a y - 3\log_a z$
c) $5\log_a x - \frac{1}{2}\ \log_a y - 3\log_a z$
d) $5\log_a x - 2\ \log_a y - 3\log_a z$

** إذا كان $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ فأجب عن الأسئلة (27-31)

27) مجال الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(-\infty, 0)$ b) $(0, \infty)$
c) $(-\infty, \infty)$ d) $(1, \infty)$

28) مدى الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(-\infty, 0)$ b) $(0, \infty)$
c) $(-\infty, \infty)$ d) $(1, \infty)$

29) خط التقارب الرأسي هو:

a) $y = 0$ b) $x = 0$
c) $y = 1$ d) $x = 1$

30) نقطة التقاطع مع محور x هي:

a) $(0,1)$ b) $(1,0)$
c) $(-1,0)$ d) $(0,-1)$

31) يعتبر الإقتران $f(x)$ إقتران:

a) متزايد b) متناقص
c) ثابت d) خطي

** إذا كان $f(x) = 7 + 2log_5(x-2)$ فأجب عن الأسئلة التالية (32-33)

32) مجال الإقتران $f(x)$ هو:

a) $(2, \infty)$ b) $(-\infty, 2)$
c) $(7, \infty)$ d) $(-\infty, 7)$

33) خط التقارب الرأسي للإقتران $f(x)$ هو:

a) $x = 2$ b) $x = 7$
c) $y = 2$ d) $y = 7$

المعادلات الأسية:

34) حل المعادلة $9^{x+1} = 81^{x-1}$ هو:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 8

35) حل المعادلة $2^x = 13$ هو:

a) -3.7 b) 3.7 c) 0.27 d) -0.27

36) حل المعادلة $5e^{3x} = 125$ هو:

a) 1.07 b) -1.07 c) 0.04 d) 0.93

التفاضل:

37) إذا كان $f(x) = x^2 + 12\sqrt{x}$ فإن $\acute{f}(4)$ يساوي:

a) 11 b) 13 c) 14 d) 17

38) إذا كان $f(x) = x\,(5-2x)^{10}$ فإن $\acute{f}(2)$ يساوي:

a) 41 b) -39 c) 21 d) -19

39) إذا كان $f(x) = \frac{10}{1+3x} - 2x^2$ فإن $\acute{f}(3)$ يساوي:

a) 15 b) -15 c) $-\frac{123}{10}$ d) $\frac{123}{10}$

40) مشتقة الإقتران $f(x) = \sqrt{x} - 2e^{3x-1}$ تساوي:

a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6e^{3x-1}$ b) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 3e^{3x-1}$
c) $\frac{1}{\sqrt{x}} - 6e^{3x-1}$ d) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 6e^{3x-1}$

41) إذا كان $f(x) = 3e^{\frac{1}{x}}$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\frac{3e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$ b) $\frac{-3e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$
c) $\frac{-e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$ d) $\frac{-3e^{\frac{1}{x}}}{x}$

42) إذا كان $f(x) = (x^2-5)e^x$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $(x^2+2x-5)e^x$ b) $(x^2-2x-5)e^x$
c) $(x^2-5)e^x$ d) $2x\,e^x$

الأستاذ
سليم الخطيب

43) إذا كان $f(x) = x\ ln\ x$ فإن $\acute{f}(1)$ يساوي:

a) 3 b) 8 c) 0 d) 1

44) إذا كان $f(x) = sin(x^3 - 2x)$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\cos(x^3 - 2x)$

b) $(3x^2 - 2)(\cos(x^3 - 2x))$

c) $(3x^2 - 2)(\sin(x^3 - 2x))$

d) $3x^2(\cos(x^3 - 2x))$

45) إذا كان $f(x) = 8\ ln\ x^6$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\frac{8}{x}$ b) $\frac{48}{x}$ c) $\frac{-48}{x}$ d) $\frac{8}{x^5}$

46) إذا كان $f(x) = (ln\ x)^4$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\frac{(\ln(x))^3}{x}$ b) $4x(\ln(x))^3$

c) $\frac{4(\ln(x))^3}{x}$ d) $\frac{4}{x}$

47) إذا كان $f(x) = x^2 + ax + 5$ فإن $\acute{f}(1) = 12$ فإن الثابت a يساوي:

a) 10 b) 14 c) 8 d) -10

48) إذا كان $y = u^3 - 2u + 1$ حيث $u = 3x - 1$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$:

a) 30 b) 32 c) 36 d) 42

49) إذا كان $f(x) = (3x + 4)(5x^2 + 3)$ فإن $\acute{f}(-1)$ هو:

a) 14 b) 32 c) 18 d) 26

50) إذا كان $f(x) = ln\frac{x-2}{x^3+5x}$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\frac{1}{x-2} + \frac{3x^2+5}{x^3+5x}$ b) $\frac{x}{x-2} - \frac{3x^2+5}{x^3+5x}$

c) $\frac{3x^2+5}{x^3+5x} + \frac{1}{x-2}$ d) $\frac{1}{x-2} - \frac{3x^2+5}{x^3+5x}$

51) إذا كان $f(x) = \sqrt{sin\ 2x}$ فإن $\acute{f}(x)$ يساوي:

a) $\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$ b) $\frac{2\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

c) $\frac{\cos 2x}{2\sqrt{2\sin 2x}}$ d) $\frac{\cos 2x}{\sin 2x}$

52) إذا كان $f(x) = 6\ ln\ \sqrt{x}$ فإن $\acute{f}(e)$ يساوي:

a) $2e$ b) $\frac{3}{e}$ c) 3 d) $\frac{1}{e}$

** إذا كان $f(x), g(x)$ اقترانين قابلين للاشتقاق عندما $x = 2$ وكان $f(2) = 3, \acute{f}(2) = -4, g(2) = 1, \acute{g}(2) = 2$ ، فأجب عن الأسئلة التالية (53-55)

53) $(f\acute{g})(2)$:

a) 2 b) 10 c) -10 d) -2

54) $(\frac{f}{g}\acute{)}(2)$:

a) 2 b) 10 c) -10 d) -2

55) $(3f - 4f\acute{g})(2)$:

a) -20 b) 20 c) -10 d) 10

** إذا كان:

$\acute{g}(-2) = 4, g(-2) = 8, \acute{h}(5) = 6, h(5) = -2$

، فأجد $f`(5)$ عن الأسئلة التالية (56-57)

56) $f(x) = g(h(x))$:

a) 24 b) -24 c) -8 d) 8

57) $f(x) = 4\ (h\ (x))^2$:

a) 96 b) -96 c) 144 d) -144

الأستاذ
سليم الخطيب

تطبيقات التفاضل:

58) ميل المماس لمنحنى الإقتران $f(x)=\sqrt{5x+1}$ عند النقطة $(3,4)$ هي:

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{4}$

59) معادلة العمودي على المماس لمنحنى الإقتران $f(x)=(3x+1)^2$ عند $(0,1)$ هي:

a) $y=-\frac{1}{6}x+1$ b) $y=-\frac{1}{6}x-1$

c) $y=6x+1$ d) $y=-6x+1$

60) ميل العمودي على المماس لمنحنى الإقتران $f(x)=x+e^{2x}$ عند النقطة $(0,1)$:

a) $-\frac{1}{3}$ b) 3 c) $-\frac{1}{2}$ d) 2

61) معادلة المماس لمنحنى الإقتران $f(x)=\frac{8}{x^2+4}$ عند $x=-2$ هي:

a) $y=\frac{1}{2}x+2$ b) $y=\frac{1}{2}x-1$

c) $y=\frac{1}{2}x-2$ d) $y=\frac{1}{2}x+3$

62) المشتقة الثانية للإقتران $f(x)=4lnx-3x^3$ هي:

a) $\frac{1}{x^2}-18x$ b) $\frac{-4}{x^2}-18x$

c) $\frac{-1}{x^2}-18x$ d) $\frac{4}{x^2}-18x$

63) إذا كان $f(x)=x^3-3x+\frac{4}{x}$ فإن $f``(2)$ يساوي:

a) 11 b) 13 c) 10 d) 6

64) إذا كان $f(x)=(5x+1)^3$ فإن $f``(x)$ يساوي:

a) $30(5x+1)$ b) $150(5x+1)$

c) $6(5x+1)$ d) $15(5x+1)$

65) إذا كان $f(x)=ax^3-ax^2+7x$ فإن $f``(2)=-20$ فإن الثابت (a) يساوي:

a) -2 b) 2 c) -1 d) 1

66) إذا كان $f(x)=(2x+a)^3$ وكان $f``(2)=24$ فإن الثابت (a) يساوي:

a) -3 b) 3 c) -4 d) 4

67) يمثل الإقتران $s(t)=t^3-4t^2+5t\ ,\ t\geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني ، جد سرعة الجسم المتجهة عندما $t=2$.

a) 1 b) 33 c) 9 d) 2

68) يمثل الإقتران $s(t)=t^3-48t+4$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني ، قيمة t في حالة السكون، هي:

a) $t=3$ b) $t=4$ c) $t=2$ d) $t=6$

69) يمثل الإقتران $s(t)=t^3-4t^2+5t$ موقع جسم ،جد تسارعه عندما $t=2$.

a) 2 b) 4 c) 3 d) 5

70) قيم x الحرجة للإقتران:
$f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 7$ ، هي:

a) $0,4$ b) 4 c) $4,-4$ d) $0,-4$

71) إذا كان $y^3 - sin\ x = 4y^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي:

a) $\frac{\cos x}{3y^2-8y}$ b) $\frac{\cos x}{3y^2-8}$

c) $\frac{-\cos x}{3y^2-8y}$ d) $\frac{\sin x}{3y^2-8y}$

72) إذا كان $6y^2 - x^3 = 16$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $(2,-2)$ تساوي:

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 2 d) $\frac{1}{2}$

73) إذا كان $x\ ln\ y + 3\ e^{x-1} = 4$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(1,e)$=

a) $-4e$ b) $\frac{4}{e}$ c) $4e$ d) $\frac{e}{4}$

74) قيمة x التي عندها قيمة عظمى محلية للإقتران:
$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ هي:

a) -2 b) 4 c) -4 d) 2

75) إذا كان $f(x) = x^2 - 4x + 1$ فإن القيمة الصغرى المحلية للإقتران هي:

a) -2 b) 2 c) -3 d) -1

الأسئلة المقالية

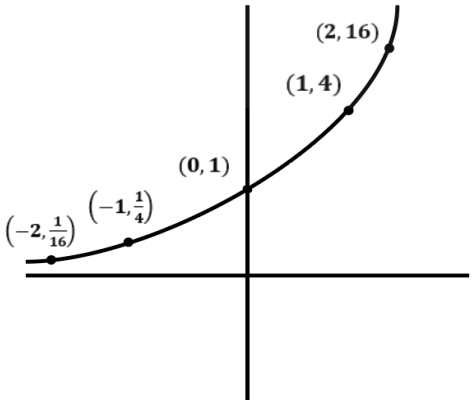
الإقترانات الأسية:

1) إذا كان $f(x) = 2^{-x}$ فأجب عن الأسئلة التالية:
   a. مثّل الإقتران بيانياً ثم جد مجاله ومداه وخطوط التقارب.
   b. جد مقطع الإقتران مع المحورين الإحداثيين.
   c. هل الإقتران $f(x)$ متزايد أم متناقص؟
   d. هل الإقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

2) يمثل الاقتران: $f(x) = 7000\,(1.2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في تجربة مخبرية، حيث x الزمن بالساعات:
   a. أجد عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة.
   b. أجد عدد الخلايا البكتيرية بعد (12) ساعة.
   c. بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية (10080) خلية بكتيرية؟

3) إذا كان الإقتران $f(x) = ab^x$ أسياً، فأثبت أن $\frac{f(x+2)}{f(x)} = b^2$.

4) يبين الشكل التالي التمثيل البياني لمنحنى الإقتران $f(x) = ab^x$ ، أوجد قيمة $f(3)$ ؟



النمو والإضمحلال الأسي:

5) استثمر ربيع مبلغ $1200\,JD$ في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ 10% وتضاف كل شهر ، أجد جملة المبلغ بعد (5) سنوات؟

الإقتران اللوغارتمي وقوانين اللوغاريتمات:

6) إذا كان $f(x) = log_2\, x$ فأجب عن الأسئلة التالية:
   أ. مثّل الإقتران بيانياً.
   ب. جد مجاله ومداه وخطوط التقارب.
   ج. هل الإقتران متزايد أم متناقص.

7) أجد قيمة b التي تجعل منحنى الإقتران $f(x) = log_b x$ يمر بالنقطة $(-3, \frac{1}{64})$.

8) يمثل المعادلة $log\left(\frac{I}{12}\right) = 0.0125\,x$ العلاقة بين شدة الضوء (I) بوحدة Lumen ، والعمق x بالأمتار في إحدى البحيرات، كم تبلغ شدة الضوء عند عمق $(10m)$ ؟

9) يمثل الاقتران $f(x) = 29 + 48.8\,log_6\,(x+2)$ النسبة المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند البلوغ، حيث x عمره بالسنوات. أجد النسبة المئوية لطول طفل عمره 10سنوات من طوله عند البلوغ، علماً بأن: $log_6\,2 \approx 0.3869$.

10) إذا كان $f(x) = log_5(x^2 - 5x - 6)$ فجد المجال وخطوط التقارب.

11) أثبت أن:

$$log_b(b+3) + log_b(b^2 - 2b) - log_b(b^2 + b - 6) = 1$$

حيث: $b > -3$

المعادلات الأسية:

12) حل المعادلات الأسية الآتية:

a) $3^{2x+1} = 7^{5x}$

الأستاذ
سليم الخطيب

b) $25^x + 3(5^x) - 10 = 0$

13) يمثل الإقتران $p(t) = 200e^t$ عدد أسماك السلمون p في نهر بعد t سنة من بدء دراسة معينة عليها ، بعد كم سنة يصبح عدد أسماك السلمون في النهر (4000) سمكة؟

14) جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

a) $f(x) = (x^5 + sinx)e^{2x}$

b) $f(x) = x^4 \ln x + \frac{1}{2} e^{8x}$

c) $f(x) = \frac{x+cos\,2x}{sinx}$

d) $f(x) = e^{5x} + sin\,4x + cos^3 3x$

15) إذا كان $u = x^2 - 1$, $y = (1+u^2)^3 - 54$ جد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 2$ ؟

16) يستعمل خبراء علم الإجتماع المعادلة: $N = P(1 - e^{-0.15d})$ لتقدير عدد الأشخاص الذين يسمعون شائعة انتشرت في مجتمع عدد أفراده P بعد d يوماً من انطلاقها ، أجد معدل التغير عدد الأشخاص الذين يسمعون شائعة بالنسبة إلى d في مجتمع أفراده 100000 نسمة؟

17) يمكِن نمذجة درجة استجابة المستهلكين لمنتج ما عن طريق الإعلانات باستعمال الاقتران: $N(a) = 2000 + 500lna\,, a \geq 1$ الذي يمثل عدد الوحدات المبيعة من المنتج، حيث a المبلغ الذي أنفق على الإعلانات بآلالاف الدنانير، أجد معدل تغير عدد الوحدات المبيعة عندما $a = 10$.

18) يمكن نمذجة ضغط الدم لمريض في حالة الراحة باستعمال الاقتران:

$P(t) = 100 + 20\,sin\,2\pi t$ حيث P ضغط الدم بالمليمتر من الزئبق، و t الزمن بالثواني. أجد معدل تغير ضغط دم المريض بالنسبة إلى الزمن .

19) جد احداثي النقطة الواقعة على منحنى الإقتران $f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$ التي يكون عندها ميل المماس أفقياً.

20) جد احداثي النقطة الواقعة على منحنى الإقتران: $f(x) = x^2 - x - 12$ التي يكون عندها ميل المماس (3) ، ثم جد معادلة المماس.

21) يمكن نمذجة موقع أسد جبال يطارد فريسته على أرض مستوية متحركاً في خط مستقيم باستعمال الإقتران: $s(t) = t^5 - 20t^2$ حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني:

a. ما سرعة أسد الجبال المتجهة بعد (4) ثواني من بدء الحركة.

b. ما تسارع أسد الجبال بعد (4) ثواني من بدء حركته.

c. جد قيمة t التي يكون فيها أسد الجبال في حالة سكون.

d. ما سرعة أسد الجبال عندماتسارعه يساوي صفر.

e. في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما $t = 4$.

22) إذا كان $f(x) = x^3 - 12x + 1$ ، استعمل اختبار المستقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للإقتران f .

23) وجد خبير تسوق أنه لبيع x حاسوباً من نوع جديد فإن سعر الحاسوب الواحد بالدينار يجب أن يكون $s(x) = 1000 - x$ حيث x عدد الأجهزة المبيعة ، إذا كانت تكلفة انتاج (x) من هذه الأجهزة تعطى بالإقتران $c(x) = 3000 + 2x$ ، جد عدد الأجهزة التي يجب انتاجها وبيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن.

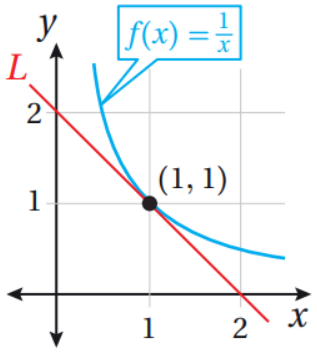
24) أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات مياه على شكل متوازي مستطيلات مغلق بحيث يكون حجم كل منها $8\ m^3$ وقاعدته مربعة الشكل ، جد أبعاد الخزان الواحد التي تجعل كمية المادة المستخدمة لصنعه أقل مايمكن.

25) إذا كان:

$R(x) = 90x$ ، $C(x) = 600 + 50x + 0.002x^2$ هما إيراد (x) من وحدات منتج وتكلفتها على الترتيب ، فما قيمة (x) التي تجعل الربح أكبر مايمكن؟

26) يبين الشكل التالي منحنى الاقتران:

$f(x) = \frac{1}{x}\ , x > 0$



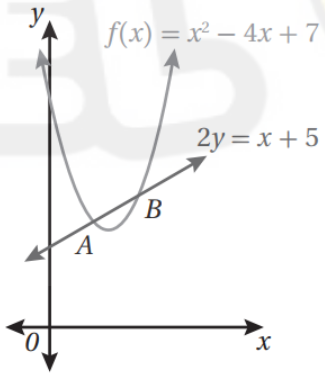
a. أجد ميل منحنى الإقتران $f(x)$ عند النقطة $(1, 1)$.

b. أجد ميل المستقيم L .

c. ما العلاقة بين ميل منحنى الإقتران $f(x)$ عند النقطة $(1, 1)$ وميل المستقيم L ؟

27) يبين الشكل التالي منحنى الاقتران:

$f(x) = x^2 - 4x + 7$ ، والمستقيم $2y = x + 5$



أ) أجد إحداثي كل من النقطة A والنقطة B .

ب) أجد معادلة المماس لمنحنى الإقتران $f(x)$ عند كل من النقطة A والنقطة B .

28) أجد إحداثيات النقطة الواقعة على منحنى $f(x) = x^2 - x - 12$ والتي يكون عندها المماس يوازي المستقيم $y = 3x + 1$.

29) إذا كان: $f(x) = 4e^{2x+1}$ ، فأجد كل مما يأتي:

أ) معادلة المماس لمنحنى الإقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المستقيم $x = -1$.

ب) معادلة العمودي على المماس لمنحنى الإقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع المحور y .

30) ** إذا كان $f(x) = 6 - x^2$ ، فأجد مايلي:

a. معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند كل من النقطة $(-1, 5)$ والنقطة $(1, 5)$. مبرراً إجابتي

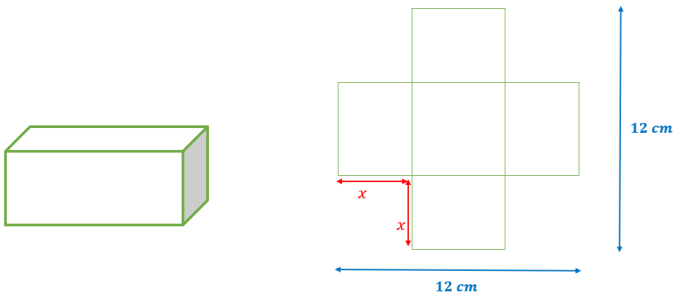
b. نقطة تقاطع المماسين من الفرع السابق، مبرراً إجابتي

31) إذا مثل الاقتران: $f(x) = kx^2 + h$ حيث h, k ثابتان ، فأجد قيمة الثابت k التي تجعل المستقيم $y = 12x + 1$ مماساً لمنحنى الإقتران $f(x)$ عندما $x = 2$.

32) إذا مثل الاقتران: $s(t) = 2t^3 - 24t - 10, t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني، فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته صفراً؟

33) بنى نجار سقفاً خشبياً لحظيرة حيوانات، وكان السقف على شكل مستطيل محيطه $54\ m$ ،أجد أكبر مساحة ممكِنة لسطح الحظيرة.

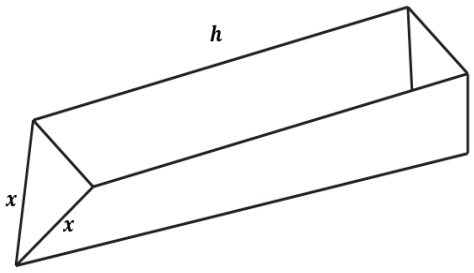
34) قطعة ورق مربعة الشكل طول ضلعها $12cm$ قص من زوايا القطعة مربعات متطابقة ، طول منها $x\ cm$ كما في الشكل التالي ، ثم ثنيت لتشكيل علبة.



a. أجد الإقتران الذي يمثل حجم العلبة بدلالة x .

b. أجد قيمة x التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن.

35) قالب لصنع الكعك على شكل منشور ثلاثي قائم الزاوية كما في الشكل التالي ، إذا كان حجم القالب $4000\ cm^3$ ، فجد أبعاده التي تجعل المادة المستعملة لصنعه أقل مايمكن.



36) إذا كان $x^2 + 4xy + y^2 = 25$ فأجد، كلا مما يأتي:

a. ميل المماس عند النقطة $(0, 5)$.

b. معادلة المماس عند النقطة $(0, 5)$.

c. معادلة العمودي على المماس عند النقطة $(0, 5)$.

37) عند رمي حجر في مسطح مائي، تتكون موجات دائرية متحدة المركز. إذا كان نصف قطر دائرة يزداد بمعدل $8cm$ ، فأجد معدل تغير مساحة هذه الدائرة عندما يكون نصف قطرها $10cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة الدائرة (A) ونصف قطرها (r) هي: $A = \pi r^2$.

38) أجد معادلة المماس لمنحنى العلاقة:

$x^2 + 6y^2 = 10$ عندما $x = 2$ ، مبرراً إجابتي.

39) إذا كان $ln(xy) = x^2 + y^2$ ، فأثبت أن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2y - y}{x - 2xy^2}$$

40) إذا كان المتغيران w, u مرتبطين بالعلاقة: $u = 150\sqrt[3]{w^2}$ ، وكانت قيمة المتغير w تزداد بمرور الزمن t ، وفقاً للعلاقة: $w = 0.05t + 8$ ، فأجد معدل تغير u بالنسبة إلى الزمن عندما $w = 64$. مبرراً إجابتي.

41) نفخت ماجدة بالونات على شكل كرة، فازداد حجمه بمعدل $800\ cm^3/s$ ، أجد معدل زيادة نصف قطر البالون عندما يكون طول نثف قطره $60\ cm$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون (V) ونصف قطره (r) هي: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

AWA2EL
LEARN 2 BE

الأسئلة الموضوعية

A. إختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

الوحدة الأولى:

الإقتران الأسي واللوغارتمي:

(1 (C)

$$h(x) = 5(-3)^x$$

(2 (a)

$$f(2) = \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 3 = \frac{1}{81} - 3$$

$$= \frac{1}{81} - \frac{243}{81} = -\frac{\mathbf{242}}{\mathbf{81}}$$

(3 (C)

$$(-\infty, \infty)$$

(4 (a)

$$(0\ , \infty)$$

(5 (b)

$$y = 0$$

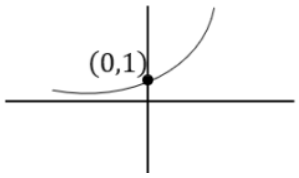
(6 (b)

$$(0,1)$$

(7 (a)

متزايد

(8 (a)



(9 (C)

$$(-\infty, \infty)$$

(10 (b)

لأن $a = \ominus$ فإن المدى $(-\infty, 3)$

(11 (C)

$$y = k = 3$$

(12 (b)

لأن $a = \ominus$ $b > 1$ $\Leftarrow$ الإقتران متناقص

النمو والإضمحلال الأسي:

(13 (b)

$$A(t) = a(1+r)^6$$
$$\Rightarrow A(3) = 327(1+0.18)^3 \approx \mathbf{537}$$

(14 (a)

$$A(t) = a(1-r)^t$$
$$\Rightarrow A(3) = 12000(1-0.20)^3$$
$$\approx \mathbf{6144}$$

(15 (c)

$$A = Pe^{rt}$$
$$\Rightarrow A = 4500e^{0.04*10} \approx \mathbf{6713}$$

الإقتران اللوغارتمي وقوانين اللوغاريتمات:

(16 (d)

$$2^5 = x$$

(17 (a)

$$Log_4\ 64 = 3$$

(18 (b)

$$f(32) = \log_a 32 = 5$$
$$\Rightarrow \sqrt[5]{a^5} = \sqrt[5]{32} \Rightarrow \boldsymbol{a = 2}$$

(19 (a)

$$Log_5\ 1 - 4\log_8 8$$
$$= 0 - 4\ (1) = \mathbf{-4}$$

(20 (d)

$$\log_{216} 36 = y \ \Rightarrow 216^y = 36$$
$$\Rightarrow 6^{3y} = 6^2 \Rightarrow 3y = 2 \ \Rightarrow \boldsymbol{y = \frac{2}{3}}$$

(21 (b)

$$Log_a \frac{5}{3} = \log_a 5 - \log_a 3$$
$$= 2.32 - 1.59 = \mathbf{0.73}$$

الأستاذ
سليم الخطيب

(22 (a)

$$lag_a 15 = \log_a(3 \times 5)$$
$$= \log_a 3 + \log_a 5 = 1.59 + 2.32$$
$$= \mathbf{3.91}$$

(23 (b)

$$lag_a \frac{1}{125} = \log_a 1 - \log_a 5^3$$
$$0 - 3\log_a 5 = -3\,(2.32) = \mathbf{-6.96}$$

(24 (a)

$$lag_3 5 = \frac{\log_a 5}{\log_a 3} = \frac{2.32}{1.59} = \mathbf{1.46}$$

(25 (d)

$$5\ lag_a x - 4\log_a y$$
$$= \log_a x^5 - \log_a y^4 = \mathbf{\log_a \frac{x^5}{y^4}}$$

(26 (a)

$$lag_a \frac{x^5\sqrt{y}}{z^3}$$
$$= \log_a x^5 + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z^3$$
$$= \mathbf{5\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - 3\log_a z}$$

(27 (b)

$$(0\,,\infty)$$

(28 (c)

$$(-\infty\,,\infty)$$

(29 (b)

$$x = 0$$

(30 (b)

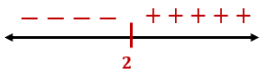
$$(1,0)$$

(31 (b)

متناقص

(32 (a)

$$x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$
$$(2,\infty)$$



(33 (a)

$$x = 2$$

المعادلات الأسية:

(34 (b)

$$9^{x+1} = 81^{x-1} \Rightarrow 9^{x+1} = 9^{2x-2}$$
$$x + 1 = 2x - 2$$
$$-x + 2 \quad -x + 2$$
$$\mathbf{3 = x}$$

(35 (b)

$$2^x = 13 \quad \Rightarrow \quad \log 2^x = \log 13$$
$$\frac{x\log 2}{\log 2} = \frac{\log 13}{\log 2} \Rightarrow x = \frac{\log 13}{\log 2} = \mathbf{3.7}$$

(36 (a)

$$\frac{5\,e^{3x}}{5} = \frac{125}{5} \quad \Rightarrow \quad e^{3x} = 25$$
$$\Rightarrow \ln e^{3x} = \ln 25$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{\ln 25}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\ln 25}{3} = \mathbf{1.07}$$

الوحدة الثانية:

التفاضل:

(37 (a

$$f`(x) = 2x + 12 * \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2x + \frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$f`(4) = 2(4) + \frac{6}{\sqrt{4}} = 8 + \frac{6}{2} = 8 + 3 = \mathbf{11}$$

(38 (b

$$f`(x) = (x)\left(10\,(5-2x)^9(-2)\right) + (5-2x)^{10}(1)$$

$$f`(2) = (2)\left(10(5-4)^9(-2)\right) + (5-4)^{10}(1)$$

$$= \mathbf{-39}$$

(39 (c

$$f`(x) = -\frac{10(3)}{(1+3x)^2} - 4x$$

$$\Rightarrow f`(3) = -\frac{30}{(1+9)^2} - 12$$

$$= -\frac{30}{100} - 12 \Rightarrow = -\frac{3}{10} - 12$$

$$= -\frac{3}{10} - \frac{120}{10} = -\mathbf{\frac{123}{10}}$$

(40 (d

$$f`(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6\,e^{3x-1}$$

(41 (b

$$f`(x) = 3e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{-1*1}{x^2}\right) = \frac{-3\,e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$$

(42 (a

$$f(x) = x^2e^x - 5e^x$$

$$f`(x) = x^2e^x + e^x(2x) - 5e^x$$

$$= \mathbf{e^x(x^2 + 2x - 5)}$$

(43 (d

$$f`(x) = (x)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)\,(1) = 1 + lnx$$

$$f`(1) = 1 + \ln 1 = 1 + 0 = \mathbf{1}$$

(44 (b

$$f`(x) = (3\,x^2 - 2)\cos(x^3 - 2x)$$

(45 (b

$$f(x) = 48\ln x$$

$$\Rightarrow\ f`(x) = 48 * \frac{1}{x} = \mathbf{\frac{48}{x}}$$

(46 (c

$$f`(x) = 4\,(\ln x)^3\left(\frac{1}{x}\right) = \mathbf{\frac{4(\ln x)^3}{x}}$$

(47 (a

$$f`(x) = 2x + a \ \Rightarrow f`(1) = 2 + a = 12$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a = 10}$$

(48 (a

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 2 \quad , \quad \frac{du}{dx} = 3$$

$$\boldsymbol{x = 1}\ ,\ u = 3(1) - 1 \ \Rightarrow \boldsymbol{u = 2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx}$$

$$= (3u^2 - 2)(3)$$

$$= (3(4) - 2)(3) = (12 - 2)(3)$$

$$= 10 * 3 = \mathbf{30}$$

(49 (a

$$f`(x) = (3x + 4)(10x) + (5x^2 + 3)(3)$$

$$f`(-1) = (-3 + 4)(-10) + (5 + 3)(3)$$

$$= -10 + 24 = \mathbf{14}$$

الأستاذ
سليم الخطيب

(50 (d)

$$f(x)=\ln\left(\frac{x-2}{x^3+5x}\right)$$
$$=\ln(x-2)-\ln(x^3+5x)$$
$$f`(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{3x^2+5}{x^3+5x}$$

(51 (a)

$$f`(x)=\frac{2\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}=\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$$

(52 (b)

$$f(x)=6\ln\sqrt{x}=6\ln x^{\frac{1}{2}}=3\ln x$$
$$f`(x)=3*\frac{1}{x}=\frac{3}{x}$$
$$\Rightarrow f`(e)=\frac{3}{e}$$

(53 (a)

$$(f\cdot g)`(2)=f(2)g`(2)+g(2)f`(2)$$
$$=3*2+1*-4=6-4=2$$

(54 (c)

$$\left(\frac{f}{g}\right)`(2)=\frac{g(2).f`(2)-f(2).g`(2)}{(g(2))^2}$$
$$=\frac{1*-4-3*2}{(1)^2}=-10$$

(55 (a)

$$(3f-4fg)`(2)=3f`(2)-4(f(2).g`(2)+g(2).f`(2))$$
$$=3(-4)-4(3*2+(1)(-4))$$
$$=-12-4(2)=-20$$

(56 (a)

$$f`(x)=g`(h(x))*h`(x)$$
$$f`(5)=g`(h(5))*h`(5)$$
$$=g`(-2)*6=4*6=24$$

(57 (b)

$$f`(x)=8\,(h(x))^1(h`(x))$$
$$f`(5)=8(h(5))*h`(5)$$
$$=8(-2)(6)=-96$$

الوحدة الثالثة:

تطبيقات التفاضل:

(58 (a)

$$f`(x)=\frac{5}{2\sqrt{5x+1}}$$
$$\Rightarrow f`(3)=\frac{5}{2\sqrt{15+1}}=\frac{5}{2*4}=\frac{5}{8}$$

(59 (a)

$$f`(x)=2(3x+1)^1(3)$$
$$\Rightarrow f`(0)=2(0+1)(3)=6=m \text{ المماس}$$
$$m \text{ العامودي} =-\frac{1}{m \text{ المماس}}=-\frac{1}{6}$$
$$y-y_1=m(x-x_1)$$
$$y-1=-\frac{1}{6}(x-0)$$
$$y=-\frac{1}{6}x+1$$

(60 (a)

$$f`(x)=1+2\,e^{2x}$$
$$\Rightarrow f`(0)=1+2e^0=1+2=3=m \text{ المماس}$$
$$m \text{ العامودي} =-\frac{1}{m \text{ المماس}}=-\frac{1}{3}$$

الأستاذ
سليم الخطيب

(61 (a

$$f(-2)=\frac{8}{(-2)^2+4}=\frac{8}{8}=1$$

$$\Rightarrow (x_1,y_1)=(-2,1)$$

$$f`(x)=\frac{-8(2x)}{(x^2+4)^2}$$

$$\Rightarrow f`(-2)=\frac{-16(-2)}{(4+4)^2}=\frac{32}{64}=\frac{1}{2}=m \text{ المماس}$$

$$y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-1=\frac{1}{2}(x+2)$$

$$y-1=\frac{1}{2}x+1 \Rightarrow \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+2}$$

(62 (b

$$f`(x)=4\left(\frac{1}{x}\right)-9x^2=\frac{4}{x}-9x^2$$

$$f``(x)=\frac{-4(1)}{x^2}-18x=\boldsymbol{-\frac{4}{x^2}-18x}$$

(63 (b

$$f`(x)=3x^2-3-\frac{4(1)}{x^2}=3x^2-3-\frac{4}{x^2}$$

$$f``(x)=6x-0+\frac{4(2x)}{x^4}=6x+\frac{8}{x^3}$$

$$f``(2)=6(2)+\frac{8}{(2)^3}=12+\frac{8}{8}=12+1=\boldsymbol{13}$$

(64 (b

$$f`(x)=3(5x+1)^2(5)=15(5x+1)^2$$

$$\Rightarrow f``(x)=15*2(5x+1)^1(5)$$

$$=\boldsymbol{150(5x+1)}$$

(65 (a

$$f`(x)=3ax^2-2ax+7$$

$$f``(x)=6ax-2a \Rightarrow f``(2)=12a-2a$$

$$=\frac{10a}{10}=-\frac{20}{10} \Rightarrow \boldsymbol{a=-2}$$

(66 (a

$$f`(x)=3(2x+a)^2(2)=6(2x+a)^2$$

$$f``(x)=12(2x+a)^1(2)=24(2x+a)$$

$$f``(2)=\frac{24}{24}(4+a)=\frac{24}{24}$$

$$4+a=1 \quad \Rightarrow \boldsymbol{a=-3}$$

(67 (a

$$V(t)=3t^2-8t+5$$

$$\Rightarrow V(2)=3(2)^2-8(2)+5$$

$$=12-16+5=\boldsymbol{1}$$

(68 (b

$$V(t)=3t^2-48=0$$

$$\Rightarrow 3t^2=48 \quad \Rightarrow t^2=16$$

$$\boldsymbol{t=4} \quad ,t=-4 \text{ (تهمل)}$$

(69 (b

$$V(t)=3t^2-8t+5$$

$$a(t)=6t-8 \Rightarrow a(2)=6(2)-8$$

$$=12-8=\boldsymbol{4}$$

(70 (a

$$f`(x)=\frac{6x^2}{6}-\frac{24x}{6}=\frac{0}{6} \Rightarrow x^2-4x=0$$

$$\Rightarrow x(x-4)=0$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x=0} \ , \boldsymbol{x=4}$$

(71 (a

$$3y^2.\frac{dy}{dx}-cos\,x=8y.\frac{dy}{dx}$$

$$3y^2.\frac{dy}{dx}-8y.\frac{dy}{dx}-\cos\,x$$

$$\frac{dy}{dx}(3y^2-8y)=cosx \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=\frac{cosx}{3y^2-8y}}$$

الأستاذ
سليم الخطيب

(72 (a)

$$12y.\frac{dy}{dx} - 3x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 12(-2).\frac{dy}{dx} - 3(2)^2 = 0$$

$$-24.\frac{dy}{dx} - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad -24.\frac{dy}{dx} = 12$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{12}{-24} = \mathbf{-\frac{1}{2}}$$

(73 (a)

$$(x)\left(\frac{1}{y}.\frac{dy}{dx}\right) + (\ln y)\,(1) + 3e^{x-1} = 0$$

$$(1)\left(\frac{1}{e}.\frac{dy}{dx}\right) + (\ln e)\,(1) + 3e^{1-1} = 0$$

$$\frac{1}{e}.\frac{dy}{dx} + 1 + 3 = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{e}.\frac{dy}{dx} + 4 = 0$$

$$\frac{1}{e}.\frac{dy}{dx} = -4 \quad \Rightarrow \mathbf{\frac{dy}{dx} = -4e}$$

(74 (a)

$$f`(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{6x}{3} - \frac{24}{3} = \frac{0}{3}$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4) + (x+2) = 0$$

$$\boldsymbol{x = 4} \quad , \quad \boldsymbol{x = -2}$$

$$f``(x) = 6x - 6$$

$$f``(4) = 6(4) - 6 = 24 - 6 = 18 = \oplus$$

عندما $x = 4$ قيمة صغرى محلية

$$f``(-2) = 6(-2) - 6 = -18 = \ominus$$

عندما $x = -2$ قيمة عظمى محلية

(75 (c)

$$f`(x) = 2x - 4 = 0 \quad \Rightarrow 2x = 4 \quad \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}$$

$$f``(x) = 2 = \oplus$$

عندما $x = 2$ قيمة صغرى محلية قيمتها

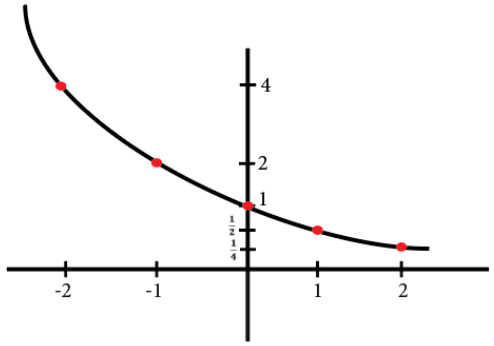
$$f(2) = (2)^2 - 4(2) + 1 = 4 - 8 + 1 = \mathbf{-3}$$

الأسئلة المقالية

الإقترانات الأسية:

(1

a.



$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

المجال: $x \in (-\infty, \infty)$

المدى: $y \in (0, \infty)$

خط التقارب: $y = 0$

b. الإقتران لا يقطع محور x ويقطع محور y عند النقطة $(0,1)$.

c. الإقتران متناقص.

d. نعم

(2

a. $f(0) = 7000\,(1{,}2)^0 = 7000$

b. $f(12) = 7000\,(1{,}2)^{12} \approx 62\,413$

c. $f(x) = 7000\,(1{,}2)^x = 10080$

$$\Rightarrow (1{,}2)^x = \frac{10080}{700} = 1.44$$

$$(1.2)^x = (1{,}2)^2 \quad \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}$$

(3

$$f(x) = ab^x \quad \Rightarrow \quad f(x+2) = ab^{x+2}$$

$$\frac{f(x+2)}{f(x)} = \frac{ab^{x+2}}{ab^x} = \frac{b^{x+2}}{b^x} = b^{x+2-x} = \boldsymbol{b^2}$$

(4

$f(x) = ab^x$

$f(0) = 1 \Rightarrow f(0) = a(b)^0 = a(1) = 1$

$\Rightarrow \boldsymbol{a = 1} \quad \Rightarrow f(x) = 1\,b^x$

$f(1) = 4 \quad \Rightarrow f(1) = 1(b)^1 = 4$

$\Rightarrow \boldsymbol{b = 4} \quad \Rightarrow f(x) = 1(4)^x$

$f(3) = 4^3 = 64$

(5

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$P = 1200 \quad r = 0.1 \quad n = \frac{12}{1} = 12 \quad t = 5$$

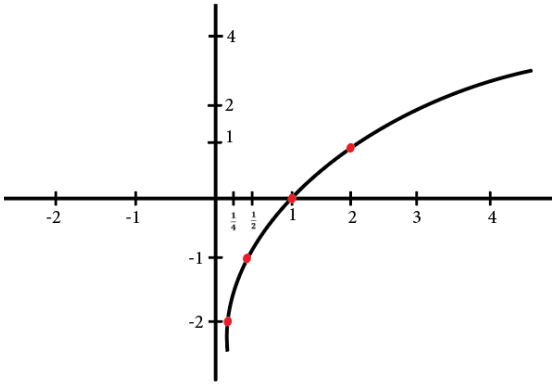
$$A = 1200\left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{12*5} \approx 1974$$

(6

a.

$$f(x) = \log_2 x = y \quad \Rightarrow \quad x = 2^y$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-2	-1	0	1	2



b. المجال: $x \in (0, \infty)$

المدى: $y \in (-\infty, \infty)$

خط التقارب: $x = 0$

c. متزايد

(7

$$f\left(\frac{1}{64}\right) = \log_b \frac{1}{64} = -3 \quad \Rightarrow b^{-3} = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b^3} = \frac{1}{64} \quad \Rightarrow \sqrt[3]{b^3} = \sqrt[3]{64} \quad \Rightarrow \boldsymbol{b = 4}$$

(8

$$\log\left(\frac{I}{12}\right) = 0.0125\,x \qquad I = ?? \quad x = 10$$

$$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = 0.0125(10) = 0.125$$

$$\Rightarrow \frac{I}{12} = \frac{10^{0.125}}{1}$$

$$I = 12 \times 10^{0.125} \approx 16$$

(9

$$f(x) = 29 + 48.8\log_6(x+2)$$

$f(x) =$ النسبة المئوية لطول الطفل $= ??$

العمر $x = 10$

$$f(10) = 29 + 48.8\log_6(10+2)$$
$$= 29 + 48.8\log_6 12 = 29 + 48.8\log_6(2*6)$$
$$= 29 + 48.8\,(\log_6 2 + \log_6 6)$$
$$= 29 + 48.8(0.3869 + 1) = 96.68072$$

(10

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$
$$(x-6)(x+1) = 0$$
$$x = 6 \quad x = -1$$

-2	0	7
$(-2)^2 - 5(-2) - 6$	$(0)^2 - 5(0) - 6$	$(7)^2 - 5(7) - 6$
$4 + 10 - 6 = 8$	$= -6$	$49 - 35 - 6 = 8$
$=\oplus$	$=\ominus$	$=\oplus$

المجال: $x \in (-\infty, -1) \cup (6, \infty)$

(11

$$\log_b(b+3) + \log_b(b^2-2b) - \log_b(b^2+b-6)$$
$$= \log_b \frac{(b+3)(b^2-2b)}{b^2+b-6}$$
$$= \log_b \frac{(b+3)(b)(b-2)}{(b+3)(b-2)} = \log_b b = 1$$

(12

.a

$$3^{3x+1} = 7^{5x} \quad \Rightarrow \quad \log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$$
$$\Rightarrow (2x+1)\log 3 = 5x \log 7$$
$$2x\log 3 + \log 3 = 5x \log 7$$
$$2x\log 3 - 5x\log 7 = -\log 3$$
$$x(2\log 3 - 5\log 7) = -\log 3$$

$2\log 3 - 5\log 7 \qquad 2\log 3 - 5\log 7$

$$x = -\frac{\log 3}{2\log 3 - 5\log 7} \approx +0.146$$

.b

$$25^x + 3(5^x) - 10 = 0$$
$$(5^x)^2 + 3(5^x) - 10 = 0 \qquad u = 5^x$$
$$u^2 + 3u - 10 = 0$$
$$(u+5)(u-2) = 0$$

$u = -5$	$u = 2$
$5^x = -5$ تهمل	$5^x = 2$

$$\Rightarrow \log 5^x = \log 2$$
$$x\log 5 = \log 2$$
$$x = \frac{\log 2}{\log 5} \approx 0.431$$

(13

عدد الأسماك $= 4000 = P(t)$

سنة $= ?? = t$

$$P(t) = \frac{200e^t}{200} = \frac{4000}{200}$$
$$e^t = 20 \Rightarrow \ln e^t = \ln 20$$
$$t = \ln 20 \approx 2.99573$$

الوحدة الثانية:

التفاضل:

(14

.a $f`(x) = (x^5 + \sin x)(2e^{2x}) + (e^{2x})(5x^4 + \cos x)$

.b $f`(x) = (x^4)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(4x^3) + \frac{1}{2} * 8e^{8x}$

.c $f`(x) = \frac{(sinx)(1-2sin2x)-(x+\cos 2x)(\cos x)}{(\sin x)^2}$

.d $f`(x) = 5e^{5x} + 4\cos 4x + 3(\cos 3x)^2(\sin(3x))$

.e

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$
$$f(x) = 1 \quad \Rightarrow \quad f`(x) = 0$$

(15

$$\frac{dy}{du} = 3(1+u^2)^2(2u)$$
$$= 6u\,(1+u^2)^2$$
$$\frac{du}{dx} = 2x$$
$$x = 2 \quad ,u = (2)^2 - 1 \quad \Rightarrow \boldsymbol{u = 3}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx}$$
$$= 6u(1+u^2)^2(2x)$$
$$= 6(3)(1+9)^2\big(2(2)\big) = 7200$$

(16

$$N = 100000(1 - e^{-0.15d})$$
$$N` = 100000(0 + 0.15e^{-0.15d})$$

(17

$$N`(a) = 0 + 500 * \frac{1}{a}$$
$$N`(10) = \frac{500}{10} = 50$$

(18

$$P`(t) = 0 + 20\cos(2\pi t)\,(2\pi)$$
$$= 40\pi\cos(2\pi t)$$

الوحدة الثالثة:

تطبيقات التفاضل:

(19

$$f`(x) = \frac{(\sqrt{x})(2) - (2x+8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(\sqrt{x})^2}$$
$$= \frac{2\sqrt{x} - \left(\frac{2x+8}{2\sqrt{x}}\right)}{x} = \frac{0}{1}$$
$$\Rightarrow 2\sqrt{x} - \left(\frac{2x+8}{2\sqrt{x}}\right) = 0$$
$$\frac{2\sqrt{x}}{1} = \frac{2x+8}{2\sqrt{x}} \Rightarrow 4x = 2x + 8$$
$$-2x \quad -2x$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4}$$
$$\Rightarrow f(4) = \frac{2(4)+8}{\sqrt{4}} = 8 \Rightarrow \boldsymbol{(4,8)}$$

(20

$$f`(x) = 2x - 1 = 3 \quad \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}$$
$$f(2) = (2)^2 - 2 - 12 = -10$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{(x_1, y_1) = (2, -10)}$$
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y + 10 = 3(x - 2)$$
$$y + 10 = 3x - 6 \quad \Rightarrow \boldsymbol{y = 3x - 16}$$

(21

$$s(t) = t^5 - 20t^2$$
$$V(t) = 5t^4 - 40t$$

الأستاذ
سليم الخطيب

$a(t) = 20t^3 - 40$

a. $V(4) = 5(4)^4 - 40(4) = 1120$

b. $a(4) = 20(4)^3 - 40 = 1240$

c. $V(t) = 5t^4 - 40t = 0$

$t^4 - 8t = 0 \Rightarrow t(t^3 - 8) = 0$

$\boldsymbol{t = 0}$ أو $t^3 = 8 \Rightarrow \boldsymbol{t = 2}$

d. $V(t) = ??$

معطيات $a(t) = 0$

$20t^3 - 40 = 0$

$\frac{20t^3}{20} = \frac{40}{20}$

$\sqrt[3]{t^3} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow t = \sqrt[3]{2}$

$V(\sqrt[3]{2}) = 5(\sqrt[3]{2})^4 - 40\sqrt[3]{2} \approx -37.8$

e. $V(4) = 1120 = \oplus$

∴ يتحرك الجسم بالاتجاه الموجب

(22

$f`(x) = 3x^2 - 12 = 0$

$\Rightarrow \frac{3x^2}{3} = \frac{12}{3}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{4} \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}, \boldsymbol{x = -2}$

$f``(x) = 6x$

$f``(2) = 6(2) = 12 = \oplus$

∴ عندما $x = 2$ قيمة صغرى محلية وقيمتها

$f(2) = (2)^3 - 12(2) + 1 = -15$

$f``(-2) = 6(-2) = -12 = \ominus$

∴ عندما $x = -2$ قيمة عظمى محلية وقيمتها

$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) + 1 = 17$

(23

$S(x) = 1000 - x$

$R(x) = (1000 - x)(x) = 1000x - x^2$

$C(x) = 3000 + 2x$

$P(x) = R(x) - C(x)$

$= 1000x - x^2 - 3000 - 2x$

$P(x) = 998x - x^2 - 3000$

$P`(x) = 998 - 2x = 0$

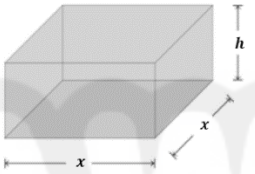
$\Rightarrow \frac{998}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow x = 499$

$P``(x) = -2 = \ominus$

∴ عندما $x = 499$ قيمة عظمى محلية

(24

المعطيات $V = x^2h = 8$



$\frac{x^2h}{x^2} = \frac{8}{x^2} \Rightarrow h = \frac{8}{x^2}$

$A = 2x^2 + 4xh$

$A2x^2 + 4x\left(\frac{8}{x^2}\right) = 2x^2 + \frac{32}{x}$

$A` = 4x - \frac{32}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4x}{1} = \frac{32}{x^2}$

$\frac{4x^3}{4} = \frac{32}{4} \Rightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{8} \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}$

$A`` = 4 + \frac{32(2x)}{x^4} = 4 + \frac{64}{x^3}$

$= 4 + \frac{64}{(2)^3} = 12 = \oplus$

∴ عندما $x = 2$ قيمة صغرى محلية

$h = \frac{8}{x^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

الأستاذ
سليم الخطيب

(25

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$= 90x - 600 - 50x - 0.002x^2$$

$$P(x) = 40x - 0.002x^2 - 600$$

$$P`(x) = 40 - 0.004x = 0 \quad \Rightarrow 40 = 0.004x$$

$$x = \frac{40}{0.004} = 10000$$

$$P``(x) = -0.004 = \ominus$$

$\therefore$ عندما $x = 10000$ قيمة عظمى محلية

(26

a. $f`(x) = \frac{-1(1)}{x^2}$

$\Rightarrow f`(1) = -\frac{1}{1} = -1 = m$ المماس

b. $m_l = -1$

c. الميلين متساويين

(27

$$f(x) = x^2 - 4x + 7 \quad , \quad y = \frac{x+5}{2}$$

a. النقاط هي نقاط التقاطع

$$f(x) = y \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 7}{1} = \frac{x+5}{2}$$

$$2x^2 - 8x + 14 = x + 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 \quad \Rightarrow \left(x = \frac{6}{2}\right)(2x - 3)$$

$$\Rightarrow (x-3)(2x-3) = 0$$

$x = 3$	$2x = 3$
$f(3) = y(3)$	$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$
$= \frac{3+5}{2} = 4$	$f\left(\frac{3}{2}\right) = y\left(\frac{3}{2}\right)$
$(3,4)$	$= \frac{\left(\frac{3}{2}\right)+5}{2}$
	$= \frac{\left(\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{10}{2}\right)}{2} = \frac{13}{4}$
	$\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$

b.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$(3,4)$	$(\frac{3}{2}, \frac{13}{4})$
$f`(x) = 2x - 4$	$f`\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right) - 4$
$f`(3) = 2(3) - 4 = 2$	$= -1$
$y - 4 = 2(x - 3)$	$y - \frac{13}{4} = -1\left(x - \frac{3}{2}\right)$

(28

$f`(x) = y`$ $\Leftarrow$ توازي

$$f`(x) = 2x - 1 \quad , y` = 3$$

$$2x - 1 = 3 \quad \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{4}{2} \quad \Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = (2)^2 - 2 - 12 = -10$$

$$(2, -10)$$

(29

a. $f(-1) = 4e^{2(-1)+1} = 4e^{-1} = \frac{4}{e}$

$$\Rightarrow (x_1, y_1) = \left(-1, \frac{4}{e}\right)$$

$$f`(x) = 8\, e^{2x+1}$$

$$f`(-1) = 8\,e^{2(-1)+1} = 8e^{-1} = \frac{8}{e} = m$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{4}{e} = \frac{8}{e}(x + 1)$$

$$y - \frac{4}{e} + \frac{4}{e} = \frac{8}{e}x + \frac{8}{e} + \frac{4}{e}$$

معادلة المماس $\boldsymbol{y = \frac{8}{e}x + \frac{12}{e}}$

.b $x = 0 \Rightarrow f(0) = 4e^{0+1} = 4e$

$\Rightarrow (x_1, y_1) = (0, 4e)$

المماس $f`(0) = 8e^{0+1} = 8e = m$

العامودي $m = -\frac{1}{8e}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4e = -\frac{1}{8e}(x - 0)$$

معادلة العامودي $\boldsymbol{y = -\frac{1}{8e}x + 4e}$

(30 $f(x) = 6 - x^2$

.a

$$f`(x) = 0 - 2x$$

$$f`(-1) = -2(-1) = 2 = m \qquad (-1,5)$$

$$y - 5 = 2(x + 1)$$

$$y - 5 = 2x + 2$$

$+5 \quad +5$

$\boldsymbol{y_1 = 2x + 7}$ ..... (1)

$$f(1) = -2(1) = -2 = m \qquad (1,5)$$

$$y - 5 = -2(x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 5 = -2x + 2$$

$+5 \quad +5$

$\boldsymbol{y_2 = -2x + 7}$ ..... (2)

.b تقاطع

$$y_1 = y_2$$

$$2x + 7 = -2x + 7$$

$$2x - 7 = -2x + 7$$

$$+2x - 7 = +2x - 7$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{0}{4} \Rightarrow \boldsymbol{x = 0}$$

تعويض بالمعادلة (1) أو (2):

$$y = 2(0) + 7 = 7$$

$$(\mathbf{0}, \mathbf{7})$$

(31

$f(2) = y(2)$ تماس تقاطع

$f`(2) = y`(2)$ تماس توازي

التقاطع:

$$f(2) = k(4) + h = 4k + h$$

$$y(2) = 12(2) + 1 = 25$$

$$4k + h = 25 \ldots\ldots (1)$$

$$4(3) + h = 25$$

$$12 + h = 25 \Rightarrow h = 13$$

التوازي:

$$f`(x) = 2kx$$

$$f`(2) = 2k(2) = 4k$$

$$y` = 12 \Rightarrow \frac{4k}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow k = 3$$

الأستاذ
سليم الخطيب

(32

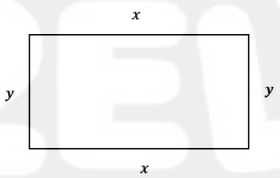
مطلوب	معطيات
$a(t) = ??$	$V(t) = 0$
$a(2) = 12(2)$	$6t^2 - 24 = 0$
$= 24$	$\frac{6t^2}{6} = \frac{24}{6}$
	$\Rightarrow \sqrt{t^2} = \sqrt{4}$
	$\boldsymbol{t = 2}$
	$t = -2$ تهمل

$S(t) = 2t^3 - 24t - 10$

$V(t) = 6t^2 - 24$

$a(t) = 12t$

(33

توحيد	معطيات
$2x + 2y = 54$	$S = 2x + 2y = 54$
$\frac{2y}{2} = \frac{54}{2} - \frac{2x}{2}$	
$y = 27 - x$	

$A = xy$

$A = x(27 - x) = 27x - x^2$

$A` = 27 - 2x = 0 \Rightarrow \frac{27}{2} = \frac{2x}{2}$

$x = \frac{27}{2} = 13.5$

$A`` = -2 = \ominus$

∴ عندما $x = 13.5$ قيمة عظمى محلية

$y = 27 - x = 27 - 13.5 = 13.5$

$A = xy = 13.5 * 13.5 = 182.25$

(34

a.

$V = (12 - 2x)(12 - 2x)(x)$

$= (144 - 24x - 24x + 4x^2)(x)$

$= (144 - 48x + 4x^2)(x)$

$= 144\,x - 48x^2 + 4x^3$

$V = 4x^3 - 48x^2 + 144x$

b.

$V` = \frac{12x^2}{12} - \frac{96x}{12} + \frac{144}{12} = \frac{0}{12}$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$(x - 6)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow x = 6 \quad , \quad x = 2$

$V`` = 24x - 96$

$V``(2) = 24(2) - 96 = -48$

∴ عندما $x = 2$ قيمة عظمى محلية

(35

توحيد	معطيات
$\frac{1}{2}x^2h = 4000$	$V = \frac{1}{2}x^2h = 4000$
$x^2h = 8000$	
$h = \frac{8000}{x^2}$	

$A = x^2 + 2xh$

$A = x^2 + 2x\left(\frac{8000}{x^2}\right)$

$A = x^2 + \frac{16000}{x}$

$A` = 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x = \frac{16000}{x^2}$

الأستاذ
سليم الخطيب

$$\Rightarrow \frac{2x^3}{2} = \frac{16000}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{8000}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

$$A`` = 2 + \frac{16000(2x)}{x^4} = 2 + \frac{32000}{x^3}$$

$$= 2 + \frac{32000}{(20)^3} = \oplus$$

$\therefore$ عندما $x = 20$ قيمة عظمى محلية

$$h = \frac{8000}{(20)^2} = 20$$

(36

.a

$$2x + (4x)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (y)(4) + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$0 + 0 + (5) + (4) + 2(5)\frac{dy}{dx} = 0$$

$$20 + 10\frac{dy}{dx} = 0$$

$$1 - \frac{dy}{dx} = 20 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \mathbf{2} = \boldsymbol{m}_{\text{المماس}}$$

.b

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = 2(x - 0)$$

$$y - 5 = 2x$$

$$\boldsymbol{y = 2x + 5}$$

.c

$$m_{\text{العامودي}} = -\frac{1}{m_{\text{المماس}}} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m_{\text{العامودي}}(x - x_1)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}x$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 5}$$

(37

$A =$ المساحة , $r =$ نصف القطر

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dr}{dt} = 8 \qquad \frac{dA}{dt}|_{r=10} = ??$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r\frac{dr}{dt} = 2\pi(10)(8) = 160\pi$$

(38

$$x^2 + 6y^2 = 10 \quad x = 2$$

$$4 + 6y^2 = 10 \Rightarrow \frac{6y^2}{6} = \frac{6}{6}$$

$$-4 \quad = -4$$

$$\Rightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{1}$$

$$\Rightarrow y = 1 \quad , y = -1$$

$$(x, y) = (2,1)$$

$$2x + 12y.\frac{dy}{dx} = 0$$

$$4 + 12.\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{12}{12}.\frac{dy}{dx} = \frac{4}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 2)$$

$$(x, y) = (2, -1)$$

$$4 - 12.\frac{dy}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{12}{12}.\frac{dy}{dx}$$

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} = m}$$

$$\boldsymbol{y + 1 = \frac{1}{3}(x - 2)}$$

(39

$$\ln x + \ln y = x^2 + y^2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}.\frac{dy}{dx} = 2x + 2y.\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{1}{y}.\frac{dy}{dx} - y.\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{1}{x}$$

$$\frac{dy}{dx}\frac{\left(\frac{1}{y} - 2y\right)}{\frac{1}{y} - 2y} = \frac{2x - \frac{1}{x}}{\frac{1}{y} - 2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2x}{1} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{y} - \frac{2y}{1}} = \frac{\left(\frac{2x^2 - 1}{x}\right)}{\frac{1 - 2y^2}{y}}$$

$$= \frac{2x^2 - 1}{x} * \frac{y}{1 - 2y^2}$$

$$= \frac{2x^2y - y}{x - 2y^2x}$$

(40

$$w = 0.05t + 8$$

$$\frac{dw}{dt} = 0.05\frac{dt}{dt}$$

$$\boldsymbol{\frac{dw}{dt} = 0.05}$$

$$u = 150\sqrt[3]{w^2} = 150\, w^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{du}{dt} = ?? \qquad w = 64$$

$$\frac{du}{dt} = 150 * \frac{2}{3}\, w^{-\frac{1}{3}}.\frac{dw}{dt}$$

$$= 100\, w^{-\frac{1}{3}}.\frac{dw}{dt}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{100}{\sqrt[3]{w}}.\frac{dw}{dt}$$

$$= \frac{100}{\sqrt[3]{64}} * 0.05 = \boldsymbol{\frac{5}{4}}$$

(41

$V =$ الحجم , $r =$ نصف القطر

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = 800 \qquad \frac{dr}{dt}|_{r=60}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi\left(3r^2.\frac{dr}{dt}\right) = 4\pi r^2.\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{800}{4\pi(60)^2} = \frac{4\pi(60)^2}{4\pi(60)^2}.\frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{800}{4\pi(60)^2}$$

$$\frac{dr}{dt} \approx 0.02$$

الأستاذ
سليم الخطيب

AWA2EL
LEARN 2 BE