اسم الطالب _____ اليوم والتاريخ :

المركز _____ الاب المعلم : شادي الحايك

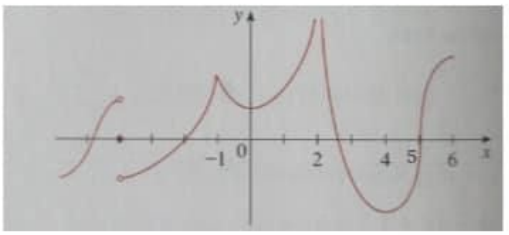
اختبار نهاية الفصل الاول

الرياضيات / العلمي

رقم النموذج (9) (5) (1)

السؤال الأول : يتكون هذا السؤال من (25) فقرة لكل فقرة إجابة واحدة فقط صحيحة ، انقل رمز الإجابة وظللها في ورقة الماسح الضوئي

1 معتمداً على الشكل المجاور لمنحنى $f(x)$ جد قيم (x) التي يكون عندها الاقتران غير قابل للاشتقاق



a) $\{-4, 2\}$ b) $\{-4, -1, 2, 4\}$

c) $\{-4, -1, 2, 5\}$ d) $\{-4, -1, 2\}$

2 إذا كان $f(x) = \ln(x\,e^{x}) - \ln\left(\frac{x}{e}\right)$ فإن قيمة $f'(1)$:

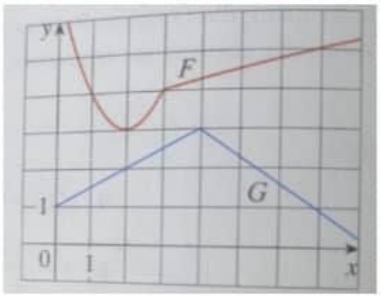
a) 1 b) 2 c) 0 d) -1

3 يمثل الاقتران $s(t) = e^{t} - 6t \;,\; t \geq 0$ موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم حيث (s) الموقع بالأمتار ، (t) الزمن بالثواني جد تسارع الجسيم عندما تكون سرعته المتجهة صفراً

a) $6\ m/s^2$ b) $\ln 6\ m/s^2$ c) $e^6\ m/s^2$ d) $12\ m/s^2$

4 معتمداً على الشكل المجاور، إذا كانت $U(x) = \frac{F(x)}{G(x)}$

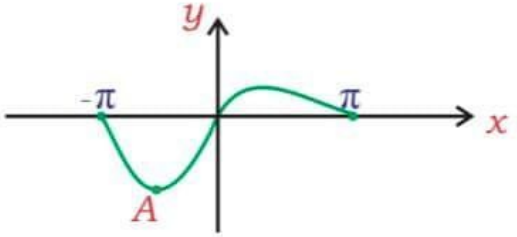
جد قيم $U'(2)$



a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{-3}{8}$

5 معتمداً على الشكل المجاور، إذا كانت $y = e^{-x}\sin x \;,\; -\pi \leq x \leq \pi$



جد قيمة (x) للنقطة (A) التي عندها مماس أفقي

a) $\frac{-\pi}{2}$ b) $\frac{-\pi}{4}$

c) $\frac{-3\pi}{4}$ d) $\frac{-\pi}{6}$

6 إذا كانت $y = \ln\sqrt{1 - \cos x}$ فإن قيمة المقدار $2(\cos x - 1)\,y''$ تساوي

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) -1

يتبع الصفحة الثانية .....

7 إذا كانت $f(x) = 2^{x^2 - 2x}$ فإن قيمة $(f \circ f)'(2)$

a) $\ln 4$ b) 0 c) $\ln 8$ d) $\ln 6$

8 إذا كانت $f(x) = \log(\sec x)$ فإن $f'(x)$

a) $\tan x$ b) $\frac{\tan x}{\ln 10}$ c) $\frac{\sec x}{\ln 10}$ d) $\sec x \tan x$

9 عند أي القيم الآتية يكون مماس العلاقة الوسيطية موازياً لمحور (y) حيث: $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$

a) 0 b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{6}$

10 جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$ عند النقطة $(1, \frac{e}{2})$

a) $y = e$ b) $y = e + x$ c) $y = \frac{e}{2}$ d) $y = \frac{e}{2} - 1$

11 إذا كان $\sqrt{y} - \sqrt{x} = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{y} + \sqrt{x}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

a) $1+\sin x$ b) $1+\sin 2x$ c) $1-\sin x$ d) $1-\sin 2x$

12 يضخ الغاز في بالون كروي بمعدل ($100\ cm^3/s$) جد معدل الزيادة في طول نصف قطره عندما يصبح طول قطر البالون ($50\ cm$):

a) $\frac{1}{25\pi}$ b) $\frac{1}{20\pi}$ c) $\frac{1}{50\pi}$ d) $\frac{1}{\pi}$

13 تزداد مساحة مثلث بمعدل ($2\ cm^2/s$) ويزداد ارتفاعه بمعدل ($1\ cm/s$) جد معدل التغير في طول قاعدته عندما يصبح ارتفاعه ($10\ cm$) ومساحته ($100\ cm^2$)

a) $16\ cm/s$ b) $-1.6\ cm/s$ c) $1.6\ cm/s$ d) $-0.6\ cm/s$

14 يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب اقتران الموقع ($s(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t$) ، جد الفترة التي يتحرك فيها الجسيم في الاتجاه السالب :

a) $(0,5)$ b) $(0,2)$ c) $(2,5)$ d) $(5,10)$

15 جد أبعاد أصغر مستطيل مساحته ($100\ m^2$)

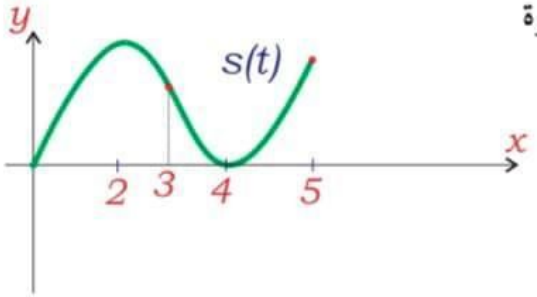
a) 25, 25 b) 50,50 c) 20,25 d) 10,10

16 جد نقطة على منحنى العلاقة ($y^2 = 2x$) بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة ($1,4$)

a) $(1,1)$ b) $(8,4)$ c) $(2,2)$ d) $(18,6)$

يتبع الصفحة الثالثة .....

17 من شكل $s(t)$ المبين لموقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم ، جد الفترة الزمنية التي تتناقص فيها السرعة



a) $(3,5)$ b) $(2,4)$
c) $(4,5)$ d) $(0,3)$

18 إذا كان مجال الاقتران المتصل $f(x)$ هو الفترة $[3,10]$ ومداه $[5,22]$ وكانت $f'(x)<0$ لجميع قيم x بين (3) و (10) فإن $f(10)$:

a) 5 b) 22 c) 3 d) 10

19 إذا كان لمنحنى $f(x) = x^3 + a x^2 + b x + 1$ نقطة انعطاف هي $(1,6)$ فإن قيم a و b على الترتيب

a) -3 , 7 b) 3 , 1 c) 2 , 2 d) -2 , 6

20 إذا كانت $i=\sqrt{-1}$ فإن $\sqrt{-8}\times\sqrt{-18}$ يساوي

a) 12 b) - 12 c) 144 d) -144

21 الصورة المثلثية للعدد المركب ($Z = -1 + i\sqrt{3}$) هي

a) $2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ b) $2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
c) $2\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ d) $2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

22 إذا كانت $Z_1 = 3+2i$, $Z_2 = 2-3i$ عددان مركبان فإن $\frac{Z_1}{Z_2}$

a) $3i$ b) $2i$ c) $-i$ d) i

23 إذا كانت $Z = -8+8i$, $w = a+2i$, $|Z+w| = 26$ فإن قيمة a السالبة :

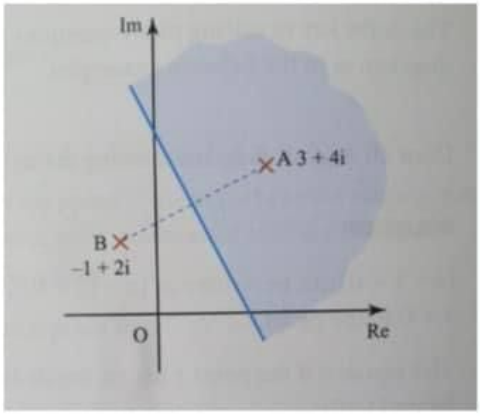
a) -16 b) -24 c) -12 d) -32

24 إذا كانت $Z = 6\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ فإن $\frac{1}{Z}$ تساوي :

a) $\frac{1}{6}\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ b) $\frac{1}{6}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
c) $\frac{1}{6}\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ d) $\frac{1}{6}\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

يتبع الصفحة الرابعة.....

25 أكتب بدلالة (Z) متباينة المحل الهندسي الذي تمثله المنطقة المظللة



a) $|Z - 1 + 2i| \geq |Z + 3 + 4i|$

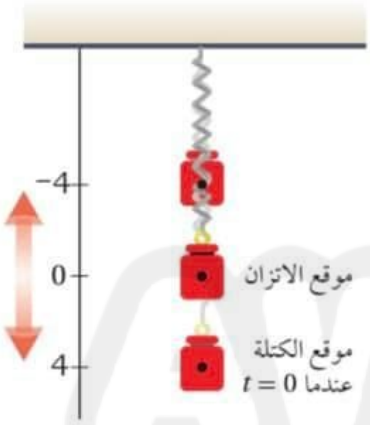
b) $|Z - 3 + 4i| < |Z + 1 + 2i|$

c) $|Z - 3 - 4i| \leq |Z + 1 - 2i|$

d) $|Z + 1 - 2i| \leq |Z - 3 - 4i|$

السؤال الثاني:

a) يبين الشكل المجاور جسماً معلقاً بزنبرك شد 4 وحدات أسفل الاتزان ($s = 0$)
ثم ترك عند الزمن $t = 0$ ليتحرك الى الأعلى وإلى الأسفل
ويمثل الاقتران: $s(t) = 4 \cos t$ موقع الجسم عندأي زمن لاحق
حيث t الزمن بالثواني و s الموقع بالسنتيمترات



1 جد اقتران السرعة المتجهة والتسارع

2 صف حركة الجسم

b) أجد مشتقة الاقتران $y = e^{5x} (\tan 2x) \ln x$

السؤال الثالث :

a) إذا كانت $x^4 + y^4 = 2$ أثبت أن $y'' = \dfrac{-6x^2}{y^7}$

b) جد مساحة المثلث المكون من محوري الاحداثيات والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $y = x^{\sqrt{x}}$
عند النقطة $(1,1)$

c) مصباح مضيئ على الأرض يبعد ($12\ m$) عن بناية . تحرك رجل طوله ($2m$) من المصباح متجهاً نحو البناية
بسرعة ($1.6m/s$) جد معدل تغيّر طول ظله المتشكل على البناية في اللحظة التي يصبح فيها بعده عن البناية ($4m$)

يتبع الصفحة الخامسة.....

السؤال الرابع

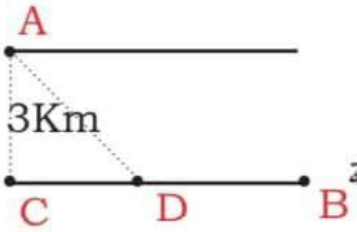
a) إذا كان $f(x) = x\,e^{-x}$ جد ما يأتي :

1) فترات التزايد والتناقص لمنحنى f .

2) القيم القصوى المحلية والمطلقة لمنحنى f.

3) فترات تقعر f .

4) نقطة انعطاف f .



b) يقف رجل بقاربه عند النقطة (A) وعلى ضفة نهر مستقيم عرضه ($3\ Km$) ويريد الوصول إلى النقطة (B) على الضفة الأخرى. فإذا جذّف بقاربه إلى النقطة (D) بسرعة ($6\ Km/h$) ثمّ سار على قدميه من (D) إلى (B) بسرعة ($8\ Km/h$) حدد أين يرسو بقاربه عند النقطة (D) حتى يصل إلى (B) بأقصر زمن ممكن علمًا بأن المسافة من (C) إلى (B) هي $8Km$

السؤال الخامس :

a) أجد جذور المعادلة الآتية $Z^3 - Z^2 - 7Z + 15 = 0$

b) جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = 7 - 24\,i$

c) إذا كانت $|Z - 5 + 12i| = 7$ ، جد أكبر و أقل قيمة لـ $|Z|$

d) إذا كانت $w = -5 + 5i$, $Z = 5 + 5i$. أجد بصيغة $|Z - Z_1| = r$ معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل والنقطتين اللتين تمثلان العددين المركبين w , Z

الأستاذ : شادي الحايك

حل اختبار نهاية الفصل الأول

الأب العالم الشادي

[1] [c] $\{-4, -1, 2, 5\}$ الجواب

[2] $f(x) = \ln(xe^x) - \ln\left(\frac{x}{e}\right) = \ln x + \ln e^x - (\ln x - \ln e)$

$= \ln x + x - \ln x + 1 = x + 1$

$f'(x) = 1$

$f'(1) = 1$ [a] # الجواب

[3] $a(t)$ عندما $v(t) = 0$ ؟؟ $\quad s(t) = e^t - 6t$

$v(t) = e^t - 6$

$0 = e^t - 6$

$\ln 6 = \ln e^t \rightarrow \boxed{t = \ln 6}$

$a(t) = e^t \rightarrow a(\ln 6) = e^{\ln 6} = 6$

[a] الجواب #

[4] $u(x) = \frac{F(x)}{G(x)}$ / $u'(x) = \frac{G(x)F'(x) - F(x)G'(x)}{(G(x))^2}$

$u'(2) = ??$

$G(2) = 2$

$F(2) = 3$

$G'(2) = \frac{1}{2}$ ← (2,2) (0,1) ← الميل

$F'(2) = 0$

$u'(2) = \frac{G(2)F'(2) - F(2)G'(2)}{(G(2))^2}$

$= \frac{(2)(0) - (3)(\frac{1}{2})}{(2)^2} = \boxed{\frac{-3}{8}}$ d #

[5] $y = e^{-x}\sin x \rightarrow y' = e^{-x}\cos x + \sin x(-e^{-x})$

$0 = e^{-x}(\cos x - \sin x)$

$\cos x = \sin x \rightarrow \tan x = 1$

$x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}, \frac{-7\pi}{4}$

α ✗ ✓ ✗

بين $-\pi, 0$

$A(x, y)$

(x) ↓

$y' = 6$

الجواب

[c] $\frac{-3\pi}{4}$ ✓✓

✓ [6] $y = \ln\sqrt{1-\cos x} = \frac{1}{2}\ln(1-\cos x)$

$y' = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin x}{(1-\cos x)}\right) \rightsquigarrow y'' = \frac{2(1-\cos x)(\cos x) - \sin x(2\sin x)}{4(1-\cos x)^2} = \frac{2\cos x - 2\cos^2 x - 2\sin^2 x}{2\cdot 4(1-\cos x)^2}$

$= \frac{\cos x - 1}{2(1-\cos x)^2} = \frac{-(1-\cos x)}{2(1-\cos x)^2} = \frac{-1}{2(1-\cos x)}$

$2(\cos x - 1)\,y'' = 2(\cos x - 1)\left(\frac{-1}{-2(\cos x - 1)}\right) = \boxed{1}$ [a] الجواب #

---

[7] $f(x) = 2^{x^2-2x}$ ✓

$f'(x) = 2^{x^2-2x}(2x-2)\ln 2$

$f'(1) = 2^{-1}(0)\ln 2 = 0$

$\rightsquigarrow (f\circ f)'(2) \Rightarrow (f(f(2)))'$

$f'(f(2))\,f'(2) = f'(1)\,f'(2) = \boxed{0}$ (b) الجواب #

---

[8] $f(x) = \log_{10}(\sec x) \Rightarrow f'(x) = \frac{\sec x \tan x}{\sec x \ln 10} = \boxed{\frac{\tan x}{\ln 10}}$ # الجواب [b] ✓

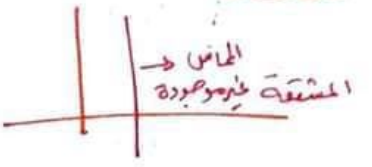
---

[9] $x = t - \sin t \;/\; y = 1 - \cos t$ ✓

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin t}{1-\cos t}$ المقام $\rightarrow 1-\cos t = 0$

$\cos t = 1 \rightarrow t = 0, \pi, 2\pi$

الجواب [a] 0 #



10) $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$ | $f'(x) = \frac{(1+x^2)e^x - e^x(2x)}{(1+x^2)^2} = \frac{e^x(x^2-2x+1)}{(1+x^2)^2} = \frac{e^x(x-1)}{(1+x^2)^2}$

$f'(1) = m = \frac{e^x(1-1)}{(1+1)^2} = 0$ ← نفقي

$y - \frac{e}{2} = 0(x-1)$

$y = \frac{e}{2}$ //

C

---

11) $\left(\sqrt{y} - \sqrt{x} = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}\right)(\sqrt{y}+\sqrt{x}) \rightsquigarrow y - x = \sin^2 x$

$y = \sin^2 x + x$

$\frac{dy}{dx} = 2\sin x \cos x + 1 = \sin 2x + 1$

b #

---

12) $\frac{dv}{dt} = 100\ cm^3/s$

$\frac{dr}{dt}\Big|_{r=25\,cm}$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightsquigarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{100}{4\pi(25)^2} = \frac{1}{25\pi}$ a #

---

13) $\frac{dA}{dt} = 2\ cm^2/s$

$A = \frac{1}{2} \times h \rightsquigarrow x = 20$

$\frac{dh}{dt} = 1\ cm/s$

$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} x \frac{dh}{dt} + \frac{1}{2} h \frac{dx}{dt} \rightarrow 2 = \frac{1}{2}\left((20)(1) + (10)\frac{dx}{dt}\right)$

$4 = 20 + 10\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt}\Big|_{h=10,\ A=100}$

$\frac{dx}{dt} = -1.6$ b #

---

14) $s(t) = (2t^3 - 21t^2 + 60t) \rightarrow v(t) = 6t^2 - 42t + 60$

$0 = 6t^2 - 42t + 60$

$0 = t^2 - 7t + 10$

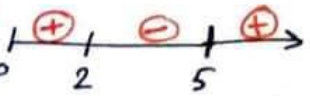
$0 = (t-5)(t-2)$

$t = 5 \quad t = 2$

الفترة التي يتحرك بها الجسيم السالب ← $v(t) < 0$

الفترة

$(2,5)$ # a



c

15) $100 = xy \rightsquigarrow y = \frac{100}{x}$ ✓ المساحة

الهدف ← $S = 2x + 2y$

$S = 2x + \frac{200}{x}$

$\frac{ds}{dx} = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2} \rightarrow x = 10$

$x = 10$

$y = 10$

$ds = 0$ الجواب

---

16) $y^2 = 2x$ ✓

$z^2 = (x-1)^2 + (y-4)^2 = \left(\frac{y^2}{2} - 1\right)^2 + (y-4)^2$

$2z\frac{dz}{dy} = 2\left(\frac{y^2}{2} - 1\right)(y) + 2(y-4) \rightarrow 0 = y^3 - 2y + 2y - 8$

$y = 2$

$x = \frac{y}{2} = 2$ ← النقطة (2,2)

المطلوبة

ج #

---

17) $s(t)$ الموقع → تتناقص السرعة → التسارع سالب → s قعر للأسفل → الجواب $(0,3)$ د #

---

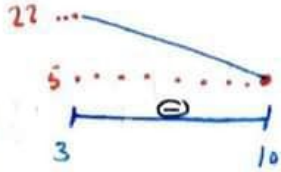
18) $f(x)$ → المجال $[3,10]$

المدى $[5,22]$

$f'(x) < 0$ ⊖

↓

$f(x)$ متناقص



$f(10) = 5$ أ #

---

19) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ ⇝ $f(1) = 1 + a + b + 1$

$6 = 2 + a + b$

$f(1) = 6$

$f''(1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$ ⇝ $0 = 6 + 2a \Rightarrow a = -3$ ← $4 = -3 + b$

$b = 7$ #

أ #

إذن #

20) $\sqrt{-8} \times \sqrt{-18} = 2i\sqrt{2} * 3i\sqrt{2} = 6(2)(i^2) = \boxed{-12}$ b #

---

21) $z = -1 + i\sqrt{3}$

$|z| = \sqrt{1+3} = \boxed{2}$

$\text{Arg}(z) = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right)$

$= \frac{3\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$z = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

الجواب [b] #

---

22) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{3+2i}{2-3i}\frac{(2+3i)}{(2+3i)} = \frac{6+4i+9i-6}{4+9} = \frac{13i}{13} = \boxed{i}$

الجواب [d] #

---

23) $z = -8 + 8i$

$w = a + 2i$

$z + w = (a-8) + 10i$

$|z+w| = 26$

$(26)^2 = \left(\sqrt{(a-8)^2 + 100}\right)^2 \rightarrow 576 = a^2 - 16a + 64$

$a^2 - 16a - 512 = 0$

$(a-32)(a+16) = 0$

$a = 32$ $\quad a = -16$

الجواب

[a] -16

---

24) $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{8} - i\sin\frac{\pi}{8}\right)$

$\frac{1}{z} = \frac{1(\cos(0) + i\sin(0))}{z} = \frac{1}{6}\left(\cos\left(+\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(+\frac{\pi}{8}\right)\right)$

b

نفس كلام اللي فوق ←

الصورة الصحيحة → $z = 6\left(\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right)$

---

25) C $\quad |z - 3 - 4i| \leq |z + 1 - 2i|$

أقرب إلى منطقة كلول ← | ↓ على محيط المنحنى

السؤال الثاني

[a] [4] وصلت لأسفل البداية $s(t) = 4\cos t$

① $V(t) = -4\sin t$

$a(t) = -4\cos t$

② ← يقطع الجسم بمرور الزمنين للموقع $s = 4$ ، $s = -4$

الوصف:
* سرعة الجسم أكبر ما يمكن عند المرور بموقع الاتزان
* تسارع الجسم يعكس موقع الجسم $a(t) = -s(t)$
* قيمة التسارع صفر عند موقع الاتزان

[b] $y = e^{5x}(\tan 2x)\ln x$

$y' = e^{5x}(\tan 2x)\left(\frac{1}{x}\right) + e^{5x}(2\sec^2 2x)\ln x + (5e^{5x})(\tan 2x)(\ln x)$

السؤال الثالث

[a] $x^4 + y^4 = 2$ ← أثبت أن $y'' = \frac{-6x^2}{y^7}$

$y = \sqrt[4]{2 - x^4}$

$y' = \frac{1}{4}(2-x^4)^{-\frac{3}{4}}(-4x^3) = \frac{-x^3}{((2-x^4)^{\frac{1}{4}})^3} = \boxed{\frac{-x^3}{y^3}}$

$y'' = \frac{(y^3)(-3x^2) - (-x^3)(3y^2 y')}{y^6} = \frac{-3x^2 y + 3x^3\left(\frac{-x^3}{y^3}\right)}{y^4}$

$y'' = \frac{-3x^2y^4 - 3x^6}{y^7} = \frac{-3x^2(y^4 + x^4)}{y^7}$

$= \frac{-3x^2(2)}{y^7} = \boxed{\frac{-6x^2}{y^7}}$ #

سؤال الطالب

b $\ln y = \ln x^{\sqrt{x}} \rightarrow \ln y = \sqrt{x}\ln x$

النقطة $\rightarrow (1,1)$

$\frac{y'}{y} = \sqrt{x}\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \rightarrow \frac{y'}{1} = \frac{1}{1} + \ln 1\left(\frac{1}{2}\right)$

$y' = \boxed{1}$

$m_{\text{العمودي}} = \boxed{-1}$

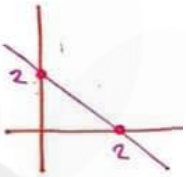
معادلة العمودي $\Rightarrow y - 1 = -1(x-1)$

$\boxed{y = 2 - x}$

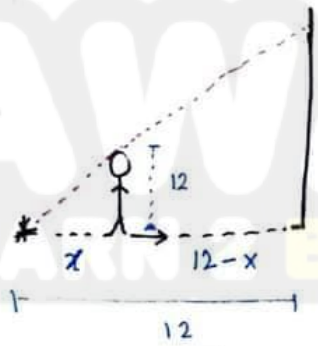
$A_{\text{المثلث}} = \frac{1}{2}(2)(2) = \boxed{2}$ #

$y=0 \rightarrow \boxed{x=2}$

$x=0 \rightarrow \boxed{y=2}$



c



$\frac{dx}{dt} = 1.6$

$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=8} = ??$

$\frac{y}{12} = \frac{2}{x}$

$\boxed{y = \frac{24}{x}}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{-24\left(\frac{dx}{dt}\right)}{x^2}$

$= \frac{-24(1.6)}{64}$

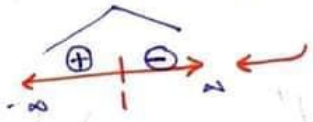
$= \boxed{-0.6}$

السؤال الرابع

a $f(x) = xe^{-x}$

① $f'(x) = x(-e^{-x}) + e^{-x}(1) = e^{-x}(1-x) \rightarrow 1-x=0$

$\boxed{x=1}$



التزايد $\leftarrow (-\infty, 1)$

التناقص $\leftarrow (1, \infty)$

② $f(1) = \frac{1}{e}$ ← قيمة عظمى محلية ومطلقة | ليس لها قيم صغرى محلية ولا مطلقة

③ $f''(x) = e^{-x}(-1) + (1-x)(-e^{-x}) = e^{-x}(-1-1+x) = e^{-x}(x-2)$

التقعر لأعلى $\leftarrow (2, \infty)$

التقعر لأسفل $\leftarrow (-\infty, 2)$

$f'' /$ ⊖ | ⊕ (2)

$x-2=0$

$\boxed{x=2}$

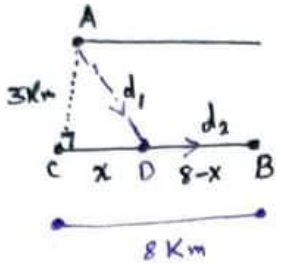
④ [illegible]

$f(2) = 2e^{-2} \longrightarrow$ نقطة الانعطاف $\rightarrow \left(2, \frac{2}{e^2}\right)$

السؤال الرابع

$T = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

[b]



$$T_{AB} = T_{AD} + T_{DB} = \frac{d_1}{6} + \frac{d_2}{8}$$

$$T_{AB} = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$$

المجال $0 \le x \le 8$

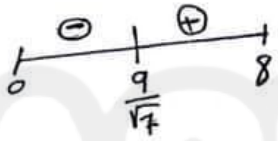
$$\frac{dT_{AB}}{dx} = \frac{1}{6}\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}}\right) + \frac{1}{8}(-1) = 0$$

$$\frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} = \frac{1}{8} \longrightarrow (8x)^2 = \left(6\sqrt{x^2+9}\right)^2$$

$$64x^2 = 36(x^2+9)$$

$$\frac{16}{9}x^2 = x^2+9 \rightarrow \left(\frac{7}{9}x^2 = 9\right)\left(\frac{9}{7}\right) \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{81}{7}} \rightarrow \boxed{x = \frac{9}{\sqrt{7}}}$$

يرسو يقارب على حد $\frac{9}{\sqrt{7}}$ عند النقطة [c]



السؤال الخامس

[a] $z^3 - z^2 - 7z + 15 = 0$

الحل الأول $\boxed{z=-3}$

$$\begin{array}{r|l} z^2 - 4z + 5 & \\ \hline z+3 & z^3 - z^2 - 7z + 15 \\ & \ominus z^3 \oplus 3z^2 \\ \hline & -4z^2 - 7z + 15 \\ & \oplus 4z^2 \oplus 12z \\ \hline & 5z + 15 \\ & \ominus 5z \oplus 15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$(z+3)(z^2 - 4z + 5) = 0$

الحلول الأخرى: $z = -3$, $z = 2+i$, $z = 2-i$ #

$$z = \frac{+4 \pm \sqrt{16-20}}{2} = \boxed{2 \pm i}$$

[b] $z = 7 - 24i \rightarrow x^2 - y^2 + 2xyi$

$7 = x^2 - y^2$ | $-24 = 2xy$

$y = -\frac{12}{x}$

$x^2 + \left(7 = x^2 - \frac{144}{x^2}\right)$

$x^4 - 7x^2 - 144 = 0$

$(x^2 - 16)(x^2 + 9) = 0 \rightarrow \boxed{x = \pm 4}$ (✓ ✗)

$x = 4 \rightarrow \boxed{y = -3}$

$x = -4 \rightarrow \boxed{y = 3}$

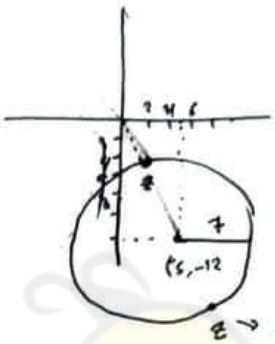
الجذرين: $4 - 3i$, $-4 + 3i$

السؤال الخامس

$z = x + iy$

c $|z - 5 + 12i| = 7$ ← دائرة مركزها $(+5, -12)$

معادلة دائرة ← $(x-5)^2 + (y+12)^2 = 49$



$|z| = 13 + 7 = \boxed{20}$ ✓ أكبر قيمة

$|z| = 13 - 7 = \boxed{6}$ ✓ أقل قيمة

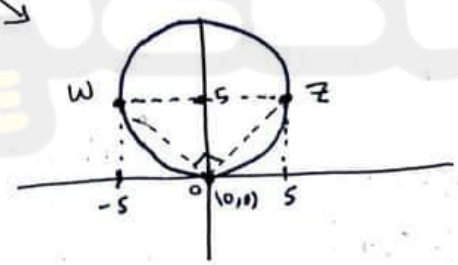
$(0,0) \to (5,-12) \to 13$ المسافة

z ← أكبر قيمة

---

d $w = -5 + 5i$ ← نعم

$z = 5 + 5i$



اثبات أن wz ← قطر للدائرة

$\text{Arg}(z) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{5}\right) = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

$\text{Arg}(w) = \pi - \tan\left(\frac{5}{5}\right) = \boxed{\frac{3\pi}{4}}$ ← الزاوية المحصورة $\boxed{\frac{\pi}{2}}$

إذاً $\boxed{wz}$ قطر للدائرة

مركز الدائرة ← نقطة منتصف wz ← $\left(\frac{5-5}{2} + \frac{5+5}{2}\right) = (0, 5)$

نصف القطر ← المسافة بين $(0,5)$ و $(0,0)$ ← $r = \sqrt{25 + 0} = \boxed{5}$

$|z - z_1| = r \longrightarrow |z - 5i| = 5$ #