٤		g	+	8	8

١

إدارة الامتحانات والاختبارات

قســم الامتحانات العامّة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٤ التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـث: الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢) رقم المبحث: 117 مدّة الامتحـان: ٢ : ٣٠ س د

الفــرع: العلمي + الصناعي جامعات رقم النموذج: (١) اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠٢٥/٠١/٠٢

اسم الطالب: رقــم الجلوس:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

الســــــــــــــؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و (b) يقابله (ب)، و (c) يقابله (ج)، و (d) يقابله (د).

1) قيمة: $\int_1^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} dx$ هي:

a) $\frac{-3}{2\ln 2}$

b) $\frac{3}{2\ln 2}$

c) $\frac{-1}{2\ln 2}$

d) $\frac{1}{2\ln 2}$

2) ناتج: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ هو:

a) $2\tan 2x + C$

b) $-2\tan 2x + C$

c) $2\cot 2x + C$

d) $-2\cot 2x + C$

3) ناتج: $\int \frac{3x}{1-2x^2} dx$ هو:

a) $\frac{3}{4}\ln|1-2x^2| + C$

b) $-\frac{3}{4}\ln|1-2x^2| + C$

c) $\frac{3}{2}\ln|1-2x^2| + C$

d) $-\frac{3}{2}\ln|1-2x^2| + C$

يتبع الصفحة الثانية ،،،،

4) ناتج: $\int \frac{(x+1)^4-21}{(x^2+2x+1)^2}\,dx$ هو:

a) $x-\frac{21}{x^2+2x+1}+C$

b) $x+\frac{21}{x^2+2x+1}+C$

c) $x-\frac{7}{(x+1)^3}+C$

d) $x+\frac{7}{(x+1)^3}+C$

5) قيمة: $\int_{-2}^{2} |\,x+1\,|\,dx$ هي:

a) 1

b) 4

c) 5

d) 6

6) في دراسة تناولت أحد أنواع الحيوانات المُهدَّدة بالانقراض، تَبيَّن أنّ عدد حيوانات هذا النوع $P(t)$ يتغيّر بمعدّل $P'(t) = -0.42\, e^{-0.06\,t}$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ بدء الدراسة. إذا كان عدد الحيوانات عند بدء الدراسة يساوي 548 ، فإنّ قاعدة الاقتران $P(t)$ هي:

a) $P(t) = 70\, e^{-0.06\,t} + 541$

b) $P(t) = 7\, e^{-0.06\,t} + 541$

c) $P(t) = 70\, e^{-0.06\,t} + 478$

d) $P(t) = 7\, e^{-0.06\,t} + 548$

7) يتحرك جسم في مسار مستقيم، وتُعطى سرعته بالاقتران $v(t) = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسم حركته من نقطة الأصل، فإنّ موقعه بعد 2π ثانية من بدء الحركة هو:

a) $\frac{1}{2}$ m

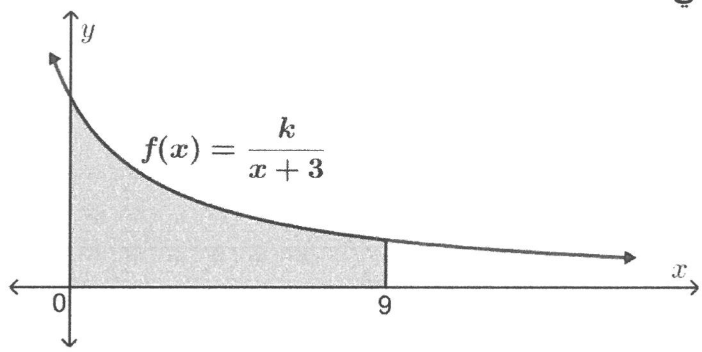
b) 2 m

c) 4 m

d) 6 m

يتبع الصفحة الثالثة ،،،،

8) يُبيّن الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$ ، إذا كانت مساحة المنطقة المُظلَّلة تساوي $\ln 16$ وحدة مربّعة، فإنّ قيمة الثابت k هي:



a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

c) 1

d) 2

9) ناتج: $\int \frac{e^x}{(1-e^x)^3}\,dx$ هو:

a) $\frac{1}{2(1-e^x)^2} + C$

b) $\frac{-1}{2(1-e^x)^2} + C$

c) $\frac{2}{(1-e^x)^2} + C$

d) $\frac{-2}{(1-e^x)^2} + C$

10) قيمة: $\int_0^1 x\,\sqrt[3]{(x-1)^2}\,dx$ هي:

a) $\frac{9}{40}$

b) $-\frac{9}{40}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $-\frac{3}{5}$

11) ناتج: $\int \frac{2x+1}{x-x^2}\,dx$ هو:

a) $\ln|x| + 3\ln|1-x| + C$

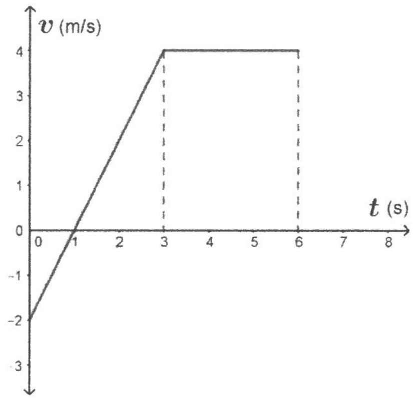
b) $\ln|x| - 3\ln|1-x| + C$

c) $\ln|x-x^2| + C$

d) $-\ln|x-x^2| + C$

يتبع الصفحة الرابعة ،،،،

12) يُبيّن الشكل الآتي منحنى السرعة – الزمن لجسم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية $[0, 6]$.
إذا بدأ الجسم الحركة من $x = 3$ عندما $t = 0$ ، فإنّ المسافة التي قطعها الجسم في الفترة الزمنية المُعطاة هي:



a) 15 m

b) 18 m

c) 16 m

d) 17 m

13) إذا كانت: $A(12, 8, -5)$, $B(-3, 6, 7)$ ، فإنّ متجه الإزاحة من النقطة B إلى النقطة A هو:

a) $\langle 9, 14, 2 \rangle$

b) $\langle 9, -2, 12 \rangle$

c) $\langle -15, -2, 12 \rangle$

d) $\langle 15, 2, -12 \rangle$

14) إذا كانت: $A(-8, 5, 7)$, $B(6, 3, -5)$ ، وكانت N نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، فإنّ مقدار متجه الموقع للنقطة N هو:

a) $3\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{6}$

d) $6\sqrt{2}$

15) إذا كانت: $P(12, 2, 5)$, $Q(7, -8, 1)$, $R(3, 2, k)$ نقاطاً في الفضاء، وكانت $\overline{PQ} = \overline{QR}$ ،
فإنّ قِيَم k المُمكِنة هي:

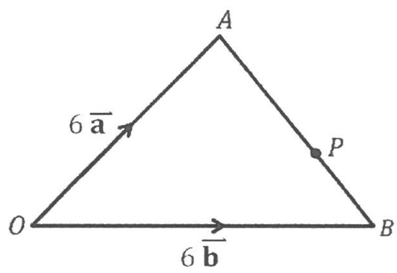
a) $-2 , 12$

b) $-12 , 2$

c) $-6 , 4$

d) $-4 , 6$

16) في المثلث OAB الآتي، تقع النقطة P على $\overline{AB}$ ، حيث $AP : PB = 2 : 1$.
إذا كان: $\overrightarrow{PO} = k(\vec{\mathbf{a}} + 2\,\vec{\mathbf{b}})$ ، فإنّ قيمة الثابت k هي:



a) 2

b) -2

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

يتبع الصفحة الخامسة ،،،،

17) إذا كان: $\overrightarrow{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ ، فإنّ ناتج: $3\,\overrightarrow{\mathbf{m}} - 4\,\overrightarrow{\mathbf{n}}$ هو:

a) $\begin{pmatrix} -27 \\ -32 \\ -12 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -27 \\ -32 \\ 36 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 29 \\ 38 \\ -34 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 29 \\ 38 \\ -2 \end{pmatrix}$

18) إذا كان المستقيم l يوازي المتجه: $\overrightarrow{\mathbf{a}} = -\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath} + \hat{\mathbf{k}}$ ، ويمرّ بنقطة متجه الموقع لها: $\overrightarrow{\mathbf{b}} = 16\,\hat{\jmath} - 3\,\hat{\mathbf{k}}$ ، فإنّ للمستقيم l معادلة متجهة تُمثِّله هي:

a) $\overrightarrow{\mathbf{r}} = \langle 16, 0, -3 \rangle + t\,\langle -1, 3, 1 \rangle$

b) $\overrightarrow{\mathbf{m}} = \langle -1, 3, 1 \rangle + t\,\langle 16, 0, -3 \rangle$

c) $\overrightarrow{\mathbf{n}} = \langle 0, 16, -3 \rangle + t\,\langle -1, 3, 1 \rangle$

d) $\overrightarrow{\mathbf{q}} = \langle -1, 3, 1 \rangle + t\,\langle 0, 16, -3 \rangle$

19) إذا كانت: $\overrightarrow{\mathbf{r}} = \langle -2, 2, -1 \rangle + t\,\langle 1, 2, -1 \rangle$ تُمثّل معادلة متجهة للمستقيم l ، وكانت النقطة: $(-4a, a-3, a)$ تقع على المستقيم l ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) 1

b) -2

c) -1

d) 2

20) إذا كان قياس الزاوية بين $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ و $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ هو $45°$ ، وكان: $\overrightarrow{\mathbf{a}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} = 18$ ، وكان: $|\,\overrightarrow{\mathbf{a}}\,| = 6$ ، فإنّ مقدار $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ هو:

a) 3

b) $3\sqrt{2}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

d) $18\sqrt{2}$

يتبع الصفحة السادسة ،،،،

21) أُلقيَ حجر نرد منتظم ذو ثمانية أوجه مُرقَّمة بالأعداد من 1 إلى 8 عشوائيًّا بشكل مُتكرِّر حتى ظهور العدد 5 ، فإنّ احتمال إلقائه 3 مرات هو:

a) $\frac{49}{64}$

b) $\frac{1}{16}$

c) $\frac{49}{512}$

d) $\frac{7}{512}$

22) إذا كان: $X \sim B(10, 0.3)$ ، فإنّ التباين للمتغيّر العشوائي X هو:

a) 2.1

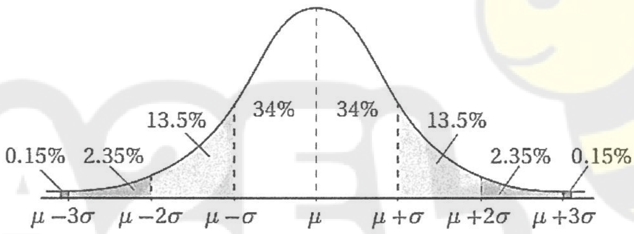
b) 0.21

c) 3

d) 7

23) إذا كان: $X \sim N(12, 16)$ ، فإنّ $P(8 < x < 20)$ هو:

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية في الشكل الآتي.



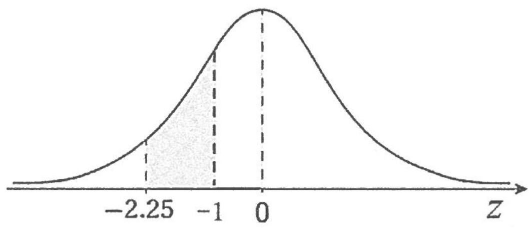
a) 0.950

b) 0.680

c) 0.815

d) 0.475

24) إذا علمت أنّ: $P(Z < 2.25) = 0.9878$ ، و $P(Z < 1) = 0.8413$ ، فإنّ مساحة المنطقة المُظلَّلة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري المُبيَّنة في الشكل الآتي هي:



a) 0.8944

b) 0.1465

c) 0.4878

d) 0.2426

25) إذا كان: $X \sim N(5, 9)$ ، فإنّ قيمة x التي تحقق $P(X < x) = 0.25$ هي:

a) 7.01

b) 11.03

c) 2.99

d) 1.03

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول التالي الذي يُمثّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي.

z	0	0.6	0.67	0.7	0.77
$P(Z < z)$	0.5000	0.7257	0.7486	0.7580	0.7794

يتبع الصفحة السابعة ،،،،

عزيزي الطالب: أجب عن الأسئلة (الثاني والثالث والرابع والخامس) على دفتر إجابتك فهو المعتمد فقط لاحتساب علامتك في هذه الأسئلة.

السؤال الثاني: (27 علامة)

a) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

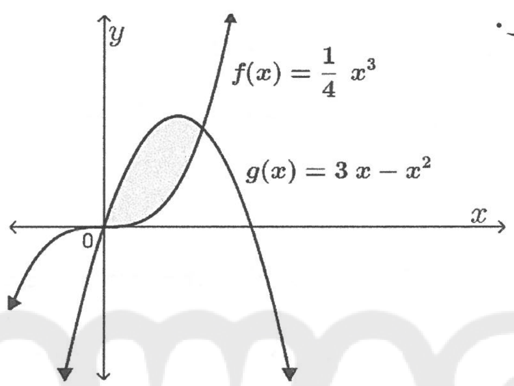
$$1)\quad \int \frac{\csc^2 x}{2-\csc^2 x}\,dx$$

(10 علامات)

$$2)\quad \int e^{3x}\cos 5x\,dx$$

(8 علامات)

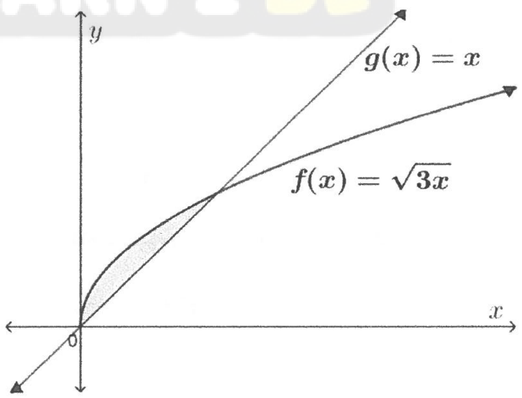
b) جد مساحة المنطقة المُظلَّلة في التمثيل البياني المجاور.



(9 علامات)

السؤال الثالث: (19 علامة)

a) جد حجم المُجسّم الناتج من دوران المنطقة المُظلَّلة في الشكل المجاور حول المحور x .



(9 علامات)

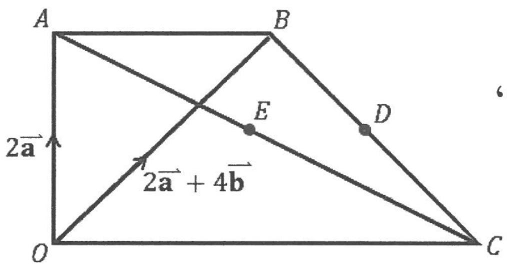
b) جد الحلّ الخاصّ الذي يُحقّق الشرط الأوّلي $y(1)=\sqrt[3]{2}$ للمعادلة التفاضلية الآتية:

$$\frac{dy}{dx}=y-\frac{2x}{y^2}+2xy-\frac{1}{y^2}$$

(10 علامات)

يتبع الصفحة الثامنة ،،،،

السـؤال الرابع: (34 علامة)



a) في الشكل المجاور $OABC$ شبه منحرف فيه:
$\overrightarrow{OA} = 2\vec{\mathbf{a}}$ ، و $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\mathbf{a}} + 4\vec{\mathbf{b}}$ ، والنقطة E هي منتصف $\overline{AC}$ ،
والنقطة D هي منتصف $\overline{BC}$ ، و $\overrightarrow{OC} = 2\,\overrightarrow{AB}$.
أثبت باستعمال المتجهات أنّ: $\overrightarrow{ED}$ يوازي $\overrightarrow{OC}$.

(14 علامـة)

b) إذا كانت: $A(9,1,4)$ ، و $B(8,18,2)$ ، فجد مساحة المثلث OAB ، حيث O نقطة الأصل.

(10 علامات)

c) إذا كانت: $\vec{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{\imath}} - 4\hat{\mathbf{\jmath}} + 10\,\hat{\mathbf{k}} + t\,(\hat{\mathbf{\imath}} - \hat{\mathbf{\jmath}} + 3\,\hat{\mathbf{k}})$ معادلة متجهة للمستقيم l ، والنقطة $P(3,4,1)$ غير واقعة على المستقيم l ، فحدّد مسقط العمود من النقطة P على المستقيم l .

(10 علامات)

السـؤال الخامس: (20 علامة)

a) يُواجه الطيّارون صعوبة في الرؤية باحتمال 0.2 عند الهبوط في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية. فإذا هبط طيّار 10 مرّات في هذا المطار خلال فصل الشتاء، فجد كلًّا ممّا يأتي:
1) احتمال أن يواجه الطيّار صعوبة في الرؤية خلال الهبوط في مرّتيْن على الأقلّ.
(قرّب الناتج لأقرب منزلتيْن عشريتيْن).
2) العدد المُتوقَّع من المرّات التي سيُواجه فيها الطيّار صعوبة في الرؤية خلال الهبوط.

(10 علامات)

b) يدلّ المُتغيّر العشوائي الطبيعي $X \sim N(60, \sigma^2)$ على كُتَل الطلبة (بالكيلوغرام) في إحدى المدارس الأساسية.
إذا زادت كُتَل 11% فقط منهم على 68 kg ، فجد الانحراف المعياري (σ) لكُتَل طلبة المدرسة.
(قرّب الناتج لأقرب منزلتيْن عشريتيْن).

(10 علامات)

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول التالي الذي يُمثِّل بعضًا من قِيَم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	1.2	1.22	1.23	1.24	1.3
$P(Z < z)$	0.5000	0.8849	0.8888	0.8907	0.8925	0.9032

﴿ انتهت الأسئلة ﴾