مقدمة الكورس

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير معلم الناس الخير نبينا محمد وعلى آله وصحبة أجمعين، أما بعد:

الفيزياء من أكثر المواد التي يواجه فيها الطالب مشكلة أثناء دراستها وتحتاج جهد وتركيز كبير للوصول إلى فهمها بالشكل الصحيح وتحقيق المراد، يعود ذلك لعدم وجود مصدر شامل لشرح المادة بالتفصيل وإيصال فكرة الأسئلة للطالب أو لوجود مشكلة في تأسيس الطالب الرياضي أو الفيزيائي على حد سواء لأن الرياضيات لغة الفيزياء.

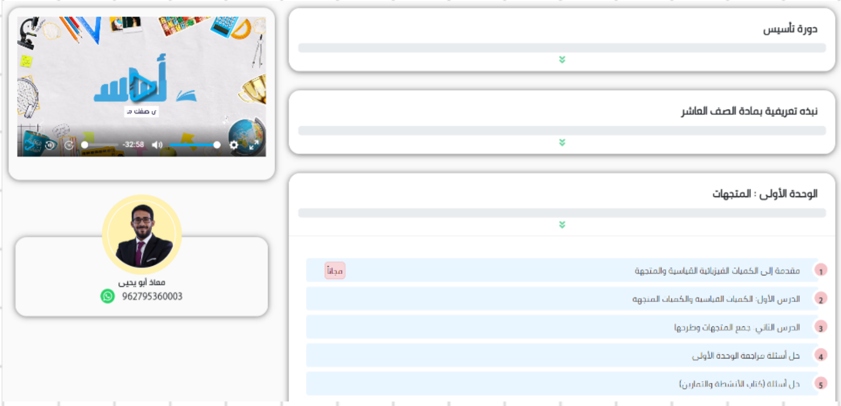
يأتي هذه الكورس خدمة لأحبتنا الطلبة والمهتمين بدراسة ومراجعة مادة الفيزياء الجديد للصف العاشر سواءً من المعلمين أو الأهالي، وهو مصدر دراسي لتبسيط الكتاب المدرسي فدائما يبقى الكتاب هو المصدر الأول للدراسة.

في هذه الكورس قُمنا بترتيب طرح المواضيع والمحتوى وإضافة ملاحظات وشروحات لأساليب حل الأسئلة وطريقة التعامل معها ورسومات وتصاميم توضيحية مُرفق معها حل أسئلة الدروس وأسئلة الوحدة وأسئلة فكر والواجبات الواردة في الكتاب المدرسي مدعومًا بأمثلة وتدريبات إضافية.

نسأل الله للجميع العلم النافع والعمل الصالح والتوفيق والسداد والإخلاص والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته.

أ.معاذ أمجد أبو يحيى

بإمكانكم حجز بطاقة أساس التعليمية لمتابعة شرح المادة التفصيلي:

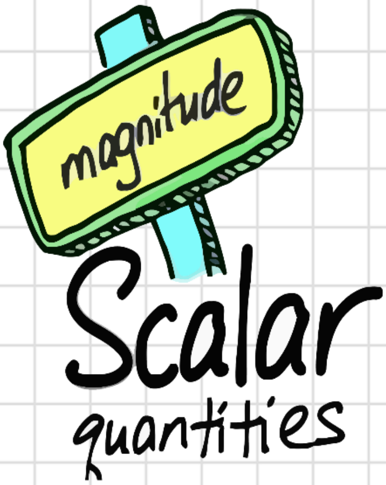


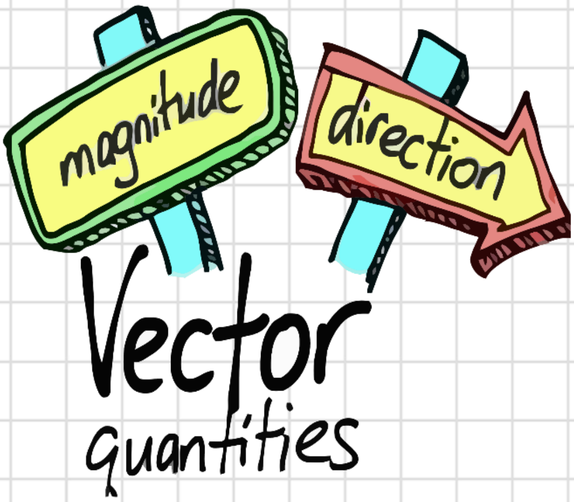
بإمكانكم متابعة أوراق العمل والامتحانات من خلال مجموعة الواتس:

بإمكانكم متابعة الأخبار والإعلانات من خلال صفحة الأستاذ على الفيس:

الوحدة الأولى من مادة فيزياء الصف العاشر

المتجهات





الوحدة الأولى: المتجهات

الدرس الأول: الكميات القياسية والكميات المتجهة

الكميات الفيزيائية

نتعامل في حياتنا اليومية مع كميات فيزيائية عديدة يتم التعبير عنها بعدد ووحدة مناسبتين فمثلًا نقول (كتلة الحقيبة = 2 kg) حيث (2) تمثل العدد و(kg) تمثل الوحدة.

■ **يمكن تقسيم الكميات الفيزيائية إلى:**

☑ **كميات أساسية:** هي الكمية التي تعرف بمقدار واحد فقط دون الحاجة إلى كمية فيزيائية أخرى لتعريفها.

◄ **وهي ثمن كميات متفق عليها في النظام الدولي** (الزمن ودرجة الحرارة والكتلة والطول والشحنة والتيار الكهربائي وشدة الضوء وكمية المادة).

☑ **كميات مشتقة:** وهي الكمية التي يتم استنتاجها من الكميات الاساسية أي أننا نحتاج في تعريفها الى أكثر من كمية اساسية مثل السرعة والتي تساوى مقسوم المسافة على الزمن.

◄ **من الأمثلة عليها:** القوة والسرعة والتسارع والضغط.

■ **بشكل عام تقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين رئيسين هما:**

☑ **الكميات القياسية:** هي الكميات التي تُحدد فقط بالمقدار ولا يوجد لها اتجاه.

◄ **من الأمثلة عليها:** الحجم، الطاقة، الضغط، المسافة.

☑ **الكميات المتجهة:** هي الكميات التي تُحدد بالمقدار والاتجاه معاً.

◄ **من الأمثلة عليها:** الإزاحة، التسارع، القوة.

سؤال صنف الكميات الفيزيائية الآتية إلى كميات متجهة أو قياسية:

الكمية الفيزيائية	كمية متجهة / كمية قياسية	السبب
الكتلة (4 Kg)	قياسية	لأنها حُددت فقط بمقدار
التسارع ($20\ m/s^2$, غربا)	متجهة	لأنها حُددت بمقدار واتجاه
الشغل (200 J)	قياسية	لأنها حُددت فقط بمقدار
القوة (120 N , شمالاً)	متجهة	لأنها حُددت بمقدار واتجاه

سؤال كيف يمكننا التمييز الكمية المتجهة من القياسية؟

يمكن تمييز الكمية المتجهة عن القياسية بعدة طرائق منها:

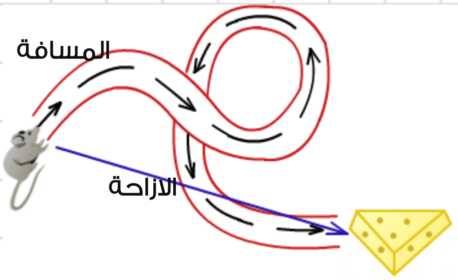
- وضع سهم فوق رمز الكمية المتجهة مثل ($\vec{F}$) لتمييز متجه القوة.
- يتم التعبير عن مقدار المتجه باستخدام القيمة المطلقة له $|\vec{F}|$ أو بكتابة (F) بدون السهم.
- يمكن التعبير عن الكمية المتجهة من خلال كتابة رمزها بالخط العريض ($\boldsymbol{F}$) لتمييز متجه القوة وبالخط العادي للدلالة على مقدار المتجه مثل (F)

الكمية المتجهة (القوة كمثال)
- المتجه ← $\vec{F}$ أو **F**
- مقدار المتجه ← $|\vec{F}|$ أو F

سؤال بالنسبة للكمية المتجهة الإشارة السالبة أو الموجبة تشير إلى اتجاه تلك الكمية، هل يمكن أن تكون الكمية القياسية سالبة؟

الكمية القياسية تقبل دخول السالب إليها على عكس الكمية المتجهة لا تقبل بل يتم التعبير عن السالب بالاتجاه.
كمثال درجة الحرارة قد تكون سالبة وهي كمية قياسية والإشارة السالبة هنا لا تعني اتجاهاً.

سؤال ما الفرق بين المسافة والإزاحة؟



المسافة: طول المسار الفعلي بين نقطتي البداية والنهاية.
المسافة كمية قياسية

الإزاحة: الخط المستقيم من نقطة البداية باتجاه نقطة النهاية.
الإزاحة كمية متجهة

? سؤال **هل يمكن أن يكون للكمية المتجهة والكمية القياسية الوحدة نفسها؟**

نعم كمثال المسافة (كمية قياسية) والإزاحة (كمية متجهة) ووحدة كل منهما (m).

? سؤال **هل يمكن أن تتساوى كميتان متجهتان في المقدار وتختلفان في الاتجاه؟**

نعم يمكن؛ فمثلاً نقول تؤثر في الجسم قوتان متساويتان في المقدار إحداهما باتجاه الشرق والأخرى باتجاه الشمال فهنا الكميات المتجهة تساوت في المقدار واختلفت في الاتجاه.
ويمكن كذلك أن تكون الكميات المتجهة مختلفة في المقدار ومتماثلة في الاتجاه.

تمرينٌ **في أثناء جلوسك في الغرفة الصفية سقط قلم باتجاه سطح الأرض. حدد كميتين قياسيتين وكميتين متجهتين تتعلق بهذه الحادثة؟**

الكميات القياسية: كتلة القلم، زمن سقوط القلم، درجة حرارة الغرفة الصفية.
الكميات المتجهة: وزن القلم (نحو سطح الأرض) ، سرعة سقوط القلم (نحو الأسفل).

سؤال إضافي NERD **أقيمت مباراة لكرة القدم على ملعب مدينة الحسين الرياضية، حدد كميتين متجهتين وكميتين قياسيتين ثم رتبها في جدول مبينا اسم الكمية ورمزها ووحدة قياسها.**

اسم الكمية	رمز الكمية	وحدة القياس	كمية متجهة، كمية قياسية
طول الملعب، عرض الملعب	L	m	قياسية
كتلة كرة القدم	m	kg	قياسية
القوة المُؤثِّرة في الكرة لحظة ركلها	F	N	متجهة
سرعة انطلاق الكرة لحظة ركلها	□	m/s	متجهة

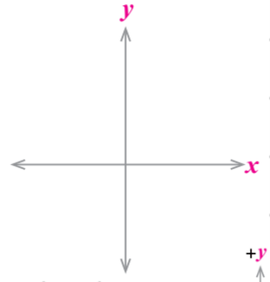
✓ أتحقَّقُ: **قارن بين الكميات المتجهة والكميات القياسية.**

الكميات المتجهة: كميات لها مقدار واتجاه وهي تُحدد بالمقدار والاتجاه معًا.
الكميات القياسية: كميات لها مقدار وليس لها اتجاه وهي تُحدد بالمقدار فقط.

تمثيل المتجهات بيانيًا

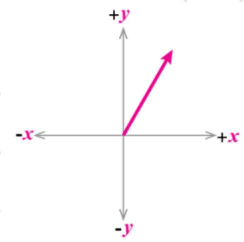
■ ملاحظات مهمة عن تمثيل المتجهات بيانيًا:

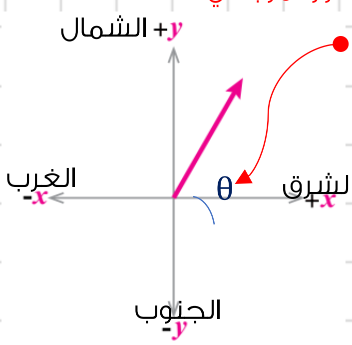
- التعامل مع الكميات القياسية وإجراء العمليات الحسابية عليها من جمع وطرح وضرب وقسمة أسهل من التعامل مع الكميات المتجهة.
- من السهل المقارنة بين كميتين قياسيتين خلافًا للمقارنة بين متجهين وذلك لكل من المتجهين مقدارًا واتجاها لذلك نلجأ أحيانا لتمثيل الكميات المتجهة تمثيلًا بيانيًا لتسهيل التعامل معها.
- يحدد مقدار الكمية المتجهة بعدد ووحدة قياس ولها اتجاه أيضا.



■ كيف يمكننا تمثيل المتجه بيانيًا:

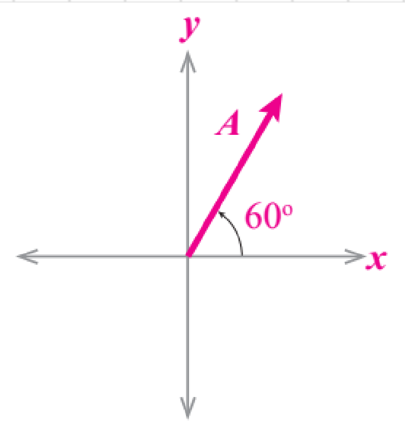
- نختار مستوى إحداثي مثل $(x-y)$ ونقطة إسناد مثل نقطة الأصل $(0,0)$.
- نرسم سهما بحيث يقع ذيله (نقطة بدايته) عند نقطة الأصل.
- طول السهم يمثل قيمة المتجه ويحدد باستخدام مقياس رسم مناسب.
- اتجاه السهم يحدد نسبة إلى اتجاه مرجعي إما:
  - جغرافيًا باستخدام الجهات الأربعة (شمال، جنوب، شرق، غرب).
  - أو باستخدام الزاوية (θ) التي يصنعها المتجه مع المحور المرجعي.



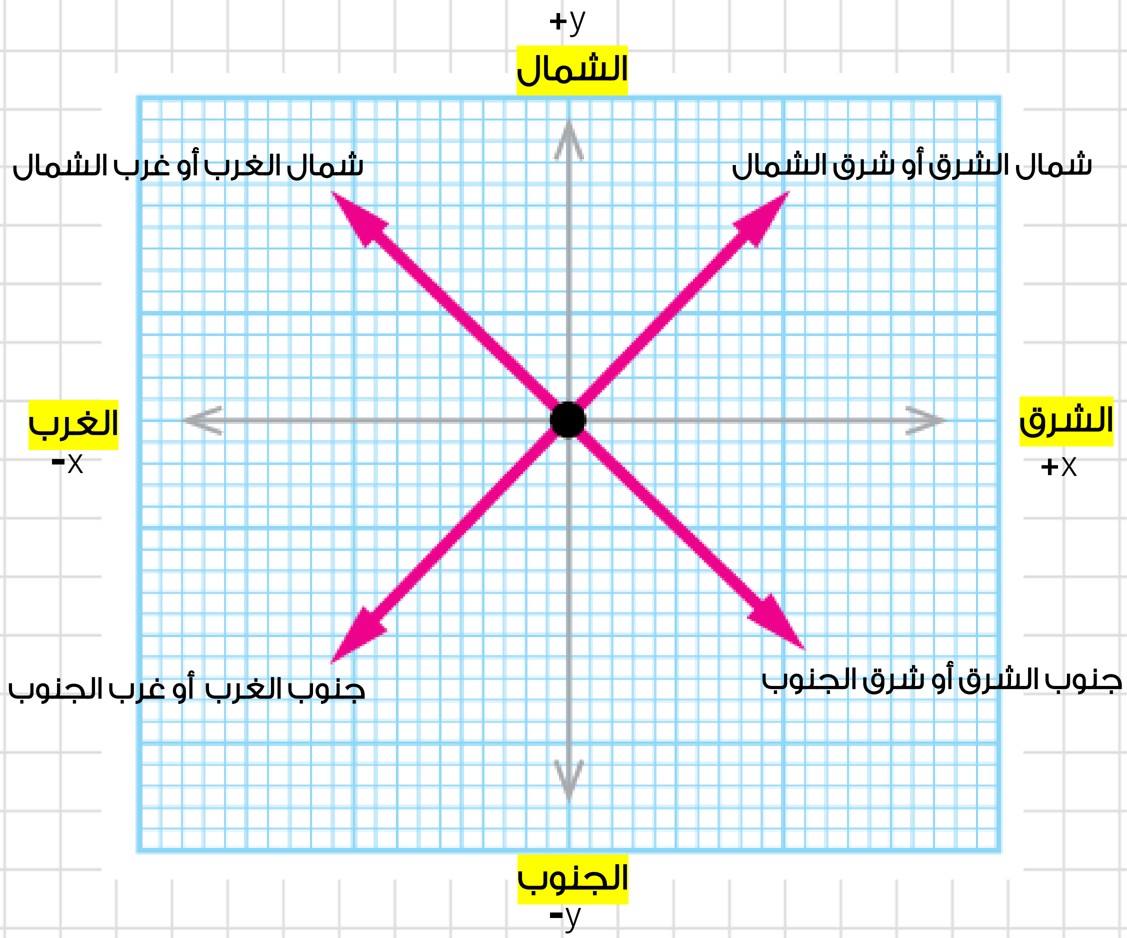


- كمثال المتجه $(\mathbf{A})$ في الشكل الآتي يكتب بصورة $(\mathbf{A} = A\ ,\ 60^\circ)$ والتي تعني أن المتجه يصنع زاوية مقدارها (60°) مع محور $(+x)$

لاحظ معي أن طول السهم يعبر عن مقدار المتجه (A) وبالوضع الطبيعي يكون المحور المرجعي هو $(+x)$

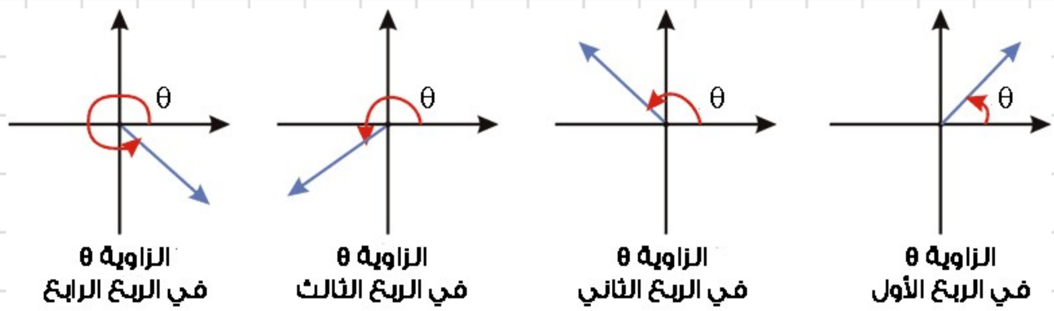


▪ مراجعة بسيطة للاتجاهات في الرسم الديكارتي:



▪ مراجعة بسيطة لمفهوم المحور المرجعي والزاوية المرجعية:

تقاس الزاوية بالنسبة الى اتجاه مرجعي " محور إسناد " وهو محور السينات الموجب (+x) إلا إذا تم تحديد عكس ذلك في السؤال في حالات خاصة سنتعامل معها في الصفوف القادمة.



■ الشكل العام للتعبير عن المتجهات:

Vector = Magnitude + Unit , Angle °

المتجه — مقدار المتجه — الوحدة — زاوية المتجه

Ex : (v = 3 m/s , 270°) , (F = 3 N , 45°) , (a = 3 m/s² , 45°)

- بإمكاننا وضع الاتجاه بدلًا من الزاوية مثل (يمين، شمال، شرق، غرب، ......) أو نكتب أسم المحور مثلا $(+x)$ أو $(+y)$ وهكذا .. وهو نفسه يعبر عن الزاوية !

كمثال لو قلنا بأن الاتجاه نحو الشمال يعني أن المتجه يصنع زاوية (90°) مع محور $(+x)$.

اختيار مقياس الرسم المناسب

- في تمثيل المتجهات نحتاج لاختيار مقياس الرسم المناسب لتحديد طول المتجه المناسب في الرسم، ويتم تقديره بما هو مناسب من قِبل الطالب.
- يتم التعبير عن طول المتجه في الرسم البياني بالوحدات كمثال طول السهم الذي يعبر عن مقدار المتجه 7 وحدات أو 10 وحدات وهكذا ...

(1 cm : Number + unit)

قيمة الكمية الفيزيائية المناسبة لكل 1 سم — وحدة الكمية الفيزيائية

بمعنى أن كل (1 cm) من الرسم البياني على الورقة يمثل (مقدار محدد) من الوحدة الفيزيائية.

مقياس الرسم × مقدار الكمية = طول السهم

$$L = A \times scale$$

? سؤال **جد مقياس الرسم المناسب وطول السهم للكميات الفيزيائية الآتية:**

1) $7\ m/s$ ← نختار مقياس رسم $(1\ \text{cm}: 1\ m/s)$.

$$L = 7\ m/s \times \frac{1\ cm}{1\ m/s} = 7\ cm$$

أي أن كل $(1\ cm)$ على الورقة يمثل $(1\ m/s)$ فيكون طول السهم على الورقة $(7\ cm)$

2) 60 N ← نختار مقياس رسم (1 cm: 10 N).

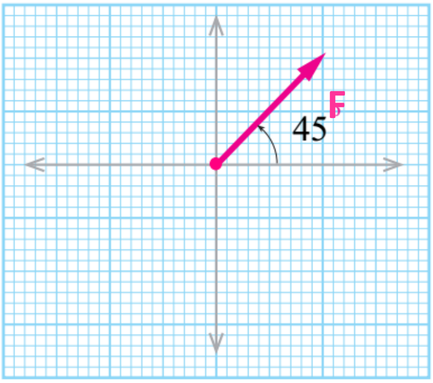
$$L = 60\ N \times \frac{1\ cm}{10\ N} = 6\ cm$$

أي أن كل ($1\ cm$) على الورقة يمثل ($1\ N$) فيكون طول السهم على الورقة ($6\ cm$)

يستطيع الطالب حل السؤال بأكثر من طريقة مناسبة من خلال تقدير الطول المناسب للمقياس مثلا لنعتبر أنني أخترت مقياس الرسم (1 cm: 6 N) يعني أن كل (1 cm) على الورقة يمثل (6 N) فيكون بذلك طول السهم على الورقة (10 cm)

$$L = 60\ N \times \frac{1\ cm}{6\ N} = 10\ cm$$

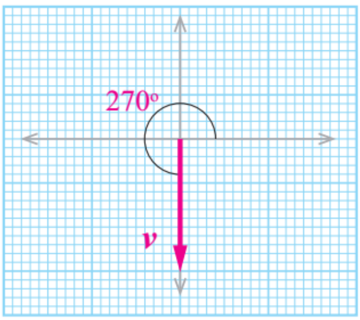
؟ سؤال **توثر قوة (F) مقدارها ($40\ N$)، باتجاه يصنع زاوية مقدارها (45^o)، مثل متجه القوة (F) بيانيًا.**



$$L = 40\ N \times \frac{1\ cm}{10\ N} = 4\ cm$$

فنرسم سهمًا طوله ($4\ cm$) وله نقطة بداية عند نقطة الأصل بحيث يصنع زاوية مقدارها (45^o) مع محور السينات الموجب (المحور المرجعي).

؟ سؤال **اكتسب جسم سرعة ($v = 3\ m/s, 270^o$)، مثل متجه السرعة بيانيًا:**



$$L = 3m/s \times \frac{1\ cm}{1m/s} = 3\ cm$$

فنرسم سهمًا طوله ($3\ cm$) وله نقطة بداية عد نقطة الأصل بحيث يصنع زاوية مقدارها (270^o) مع محور السينات الموجب (المحور المرجعي).

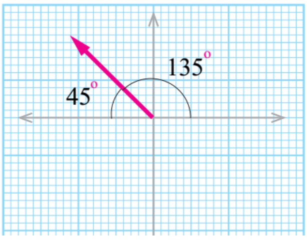
تحديد مكان الزاوية المصنوعة مع المحور المرجعي

● لو قلنا أن هنالك متجه صنع زاوية (37°) أو (60°) كمثال فبكل بساطة نقوم برسم الزاوية مع محور السيات الموجب ونحدد طول سهم المتجه من خلال مقياس الرسم المناسب ونرسم .

لكن ماذا نفعل لو قال لنا في السؤال أن الجسم صنع زاوية مقدارها كذا وكذا شمال الغرب أو جنوب الشمال وهكذا !؟ كيف يمكننا التأكد بأن الزاوية مصنوعة مع المحور المرجعي وليست مع محور أخر !؟

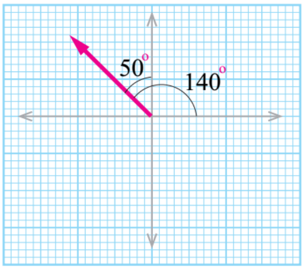
هنا نفترض أن الزاوية المذكورة تكون مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه ال التعريف.

? سؤال حدد الزاوية الرئيسية في الرسم للمتجهات في الحالات الآتية:



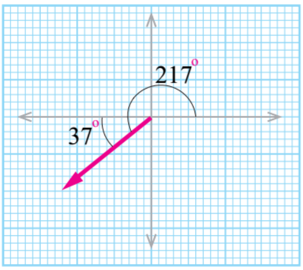
1) متجه يصنع زاوية (45°) شمال الغرب.

يعني أنه بدأ من الغرب باتجاه الشمال وقطع زاوية (45°) أو بالأحرى الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو **الغرب** في حالتنا هذه.



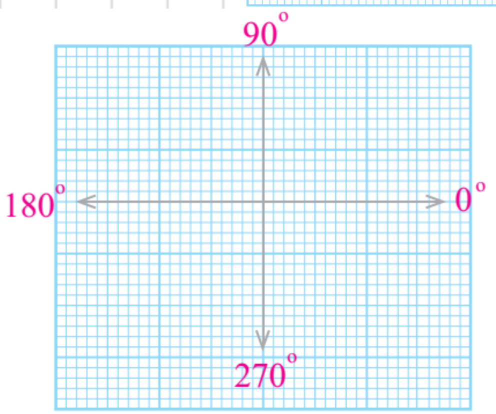
2) متجه يصنع زاوية (50°) غرب الشمال.

يعني أنه بدأ من الشمال باتجاه الغرب وقطع زاوية (50°) أو بالأحرى الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو **الشمال** في حالتنا هذه.



3) متجه يصنع زاوية (37°) جنوب الغرب.

يعني أنه بدأ من الغرب باتجاه الجنوب وقطع زاوية (37°) أو بالأحرى الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو **الغرب** في حالتنا هذه.

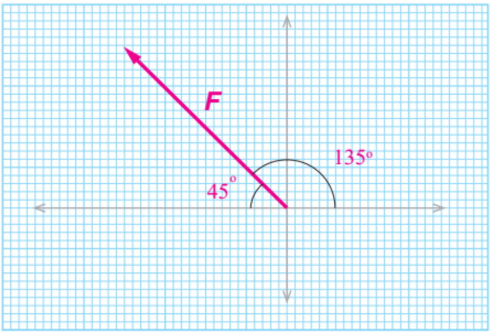


● يمثل الشكل الزوايا الرئيسية في الرسم البياني المطلوب من الطالب معرفتها ومعرفة موقعها ليتمكن بكل سهولة من إيجاد ومعرفة الزاوية المرجعية وقيمتها وأنتبه دائما تكون الزاوية الصحيحة مصنوعة مع محور السينات الموجب.

سؤال ؟ **تؤثر قوة (F) مقدارها ($60\ N$)، باتجاه يصنع زاوية مقدارها (45^o) شمال الغرب، مثل متجه القوة (F) بيانيًا.**

نختار مقياس رسم مناسب وليكن ($1\ cm: 10\ N$) أي أن كل ($1\ cm$) على الورقة يمثل ($10\ N$)

فيكون طول السهم ($L = 60\ N \times \left(\frac{1\ cm}{10\ N}\right) = 6\ cm$).

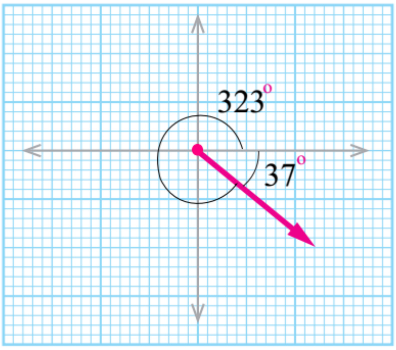


بما ان اتجاه المتجه يصنع زاوية مع شمال الغرب فذلك يعني أنه بدأ من الغرب باتجاه الشمال وقطع زاوية (45^o) أو بالأحرى الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو الغرب في حالتنا هذه، فنرسم سهمًا طوله (**6 cm**) يصنع زاوية (135^o) مع محور ($+x$)

تمرين **تسير سيارة بسرعة (v) مقدارها ($80\ km/h$) ، في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (37^o) جنوب الشرق ، مثل متجه القوة (v) بيانيًا.**

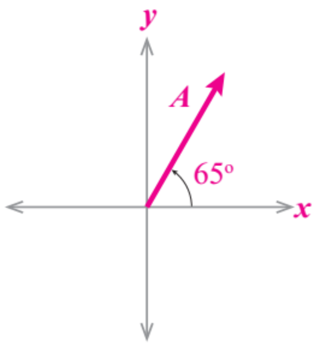
نختار مقياس رسم مناسب مثل ($1\ cm: 10\ km/h$)

فيكون طول السهم ($L = 80\ km/h \times \left(\frac{1\ cm}{10\ km/h}\right) = 8\ cm$).



بما ان اتجاه المتجه يصنع زاوية مع جنوب الشرق فذلك يعني أن الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو الشرق في حالتنا هذه ، فنرسم سهمًا طوله (**8 cm**) يصنع زاوية (37^o) مع محور ($+x$).

سؤال إضافي **استخدم معاذ مقياس الرسم ($1\ cm: 100\ m$) لتمثيل متجه بُعد المدرسة عن منزله (A) كما في الشكل، إذا علمت أن طول سهم المتجه على الورقة يبلغ ($5\ cm$) فما هو بُعد المدرسة عن منزل معاذ؟**



$$L = A \times \left(\frac{1\ cm}{100\ m}\right) = 5\ cm$$

طول السهم ← L ، بُعد المدرسة عن منزل معاذ (مقدار المتجه) ← A

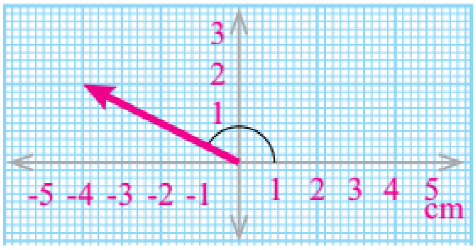
$$M = L \times \left(\frac{100\ m}{1\ cm}\right) = 5\ cm \times \left(\frac{100\ m}{1\ cm}\right) = 500\ m$$

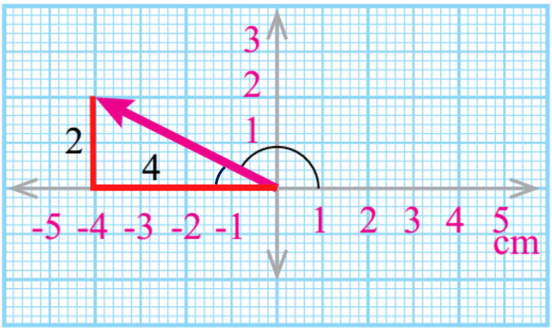
بُعد المدرسة عن منزل معاذ = 500 m ، باتجاه يصنع زاوية (65^o) مع شمال الشرق أو بدونها.

سؤال إضافي NERD مُثلت قوة (F_1) مقدارها ($300\ N$) بيانيًا بسهم طوله ($6\ cm$) في اتجاه الشمال. إذا استعمل مقياس الرسم نفسه في تمثيل قوة أخرى (F_2)، برسم سهم طوله ($10\ cm$) في اتجاه يصنع زاوية (37^o) جنوب الشرق، فجد:

أ) مقياس الرسم المستعمل. ب) مقدار القوة الثانية (F_2) واتجاهها.

أُفكِّر: استخدم احمد مقياس الرسم ($1\ cm: 20\ m$) لرسم متجه يمثل بعد المسجد عن منزله (A) كما في الشكل، حدد بعد المسجد عن منزل احمد مبينًا الاتجاه.





في السؤال لم يحدد لنا طول السهم حتى نستخدم مقياس الرسم الموجود ونحدد البعد لذلك نلجأ لاستخدام الأساليب الرياضية للبحث عن طريقة لإيجاد طول السهم.

نستخدم نظرية فيثاغورس لتحديد طول السهم (الوتر) كما في الشكل

$(\text{طول السهم})^2 = (2)^2 + (4)^2 = \mathbf{20}$ ، طول السهم $= \sqrt{\mathbf{20}}$

$$L = M \times \left(\frac{1\ cm}{100\ m}\right) = \sqrt{20}\ \mathbf{cm}$$

طول السهم ← L ، بعد المدرسة عن منزل احمد ← M

$$M = L \times \left(\frac{20\ m}{1\ cm}\right) = \sqrt{20}\ cm \times \left(\frac{20\ m}{1\ cm}\right) = 20\sqrt{20}\ m$$

بعد المسجد عن منزل احمد = $\mathbf{20\sqrt{20}}$ متر..

لتحديد الاتجاه نحتاج لمعرفة الزاوية ← نستخدم قوانين المقابل والمجاور والزوايا ← $\tan(\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 27^o$$

بعد المسجد عن منزل احمد = $\mathbf{20\sqrt{20}\ m}$ ، $\mathbf{27^o}$ شمال الغرب.

أتحقّق: كيف يمكن تحديد كل من طول السهم واتجاهه عند تمثيل المتجه بيانيًا؟

من خلال اختيار مقياس رسم مناسب لتحديد طول السهم ثم يحسب طول السهم من خلال القانون (طول السهم = مقدار الكمية الفيزيائية × مقياس الرسم) ويكون اتجاه السهم هو نفس اتجاه المتجه.

خصائص المتجهات

- تساوي المتجهين
- سالب معكوس المتجه
- ضرب المتجه بكمية قياسية

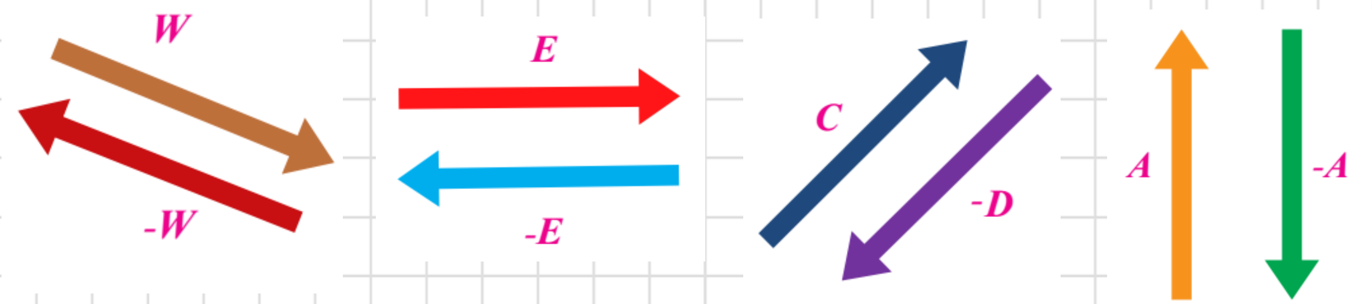
■ تساوي المتجهين

☑ يتساوى المتجهان عندما يكون لهما المقدار والاتجاه نفساهما.

☑ يمكن نقل المتجه من مكان إلى آخر بشرط المحافظة على ثبات كل من مقداره واتجاهه.

■ سالب معكوس المتجه

☑ هو متجه له مقدار المتجه الأصلي ولكن يُعاكسه في الاتجاه أي أن الزاوية بين المتجه وسالب المتجه تساوي $180°$



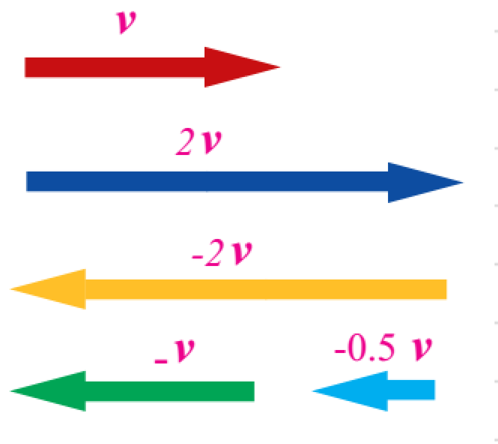
■ ضرب المتجه بكمية قياسية

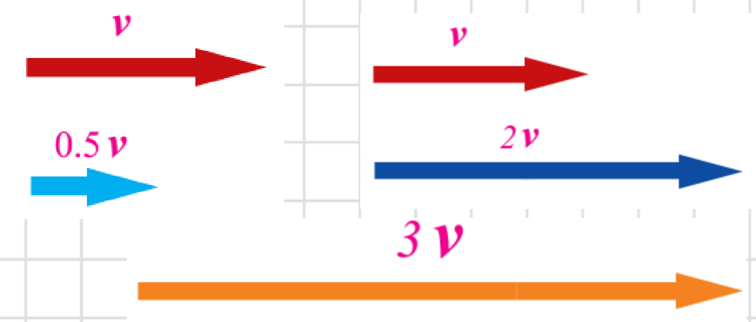
☑ يمكن ضرب متجه ما مثل (**C**) بكمية قياسية مثل n للحصول على متجه جديد (**nC**) مقداره (nC) .

☑ يعتمد اتجاه المتجه (**C**) بعد ضربه بالكمية القياسية (**nC**) على إشارة (n) :

- فإذا كانت موجبة فأن المتجه (**nC**) يكون في الاتجاه نفسه للمتجه (**C**).
- وإذا كانت سالبة فأن المتجه (**nC**) يكون عكس اتجاه المتجه (**C**).

☑ من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه في كمية قياسية القانون الثاني لنيوتن، إذا أن محصلة القوى ($\sum F$) تساوي حاصل ضرب الكتلة (m) في متجه التسارع (a) بحسب العلاقة الآتية: $\sum F = ma$.





أتحقّق: وضح ما هو المقصود بكل مما يأتي:

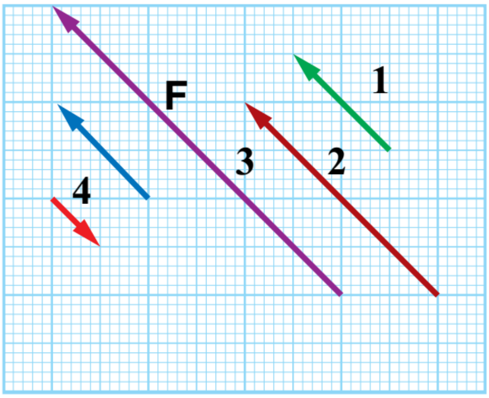
تساوي المتجهين: أي أن المتجهان لهما نفس المقدار والاتجاه.

سالب المتجه: متجه جديد مقداره يساوي مقدار المتجه الأصلي مضروبًا في القيمة المطلقة للعدد السالب واتجاهه عكس اتجاه المتجه الأصلي.

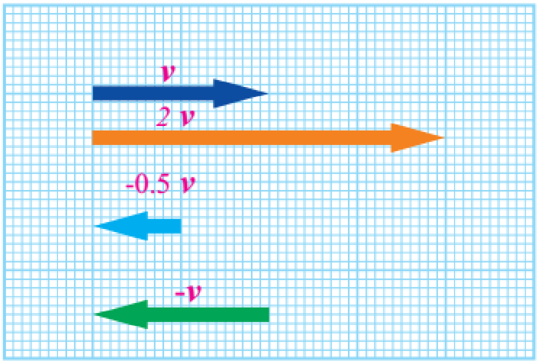
أفكّر: لماذا يكون اتجاه التسارع (a) دائما في نفس اتجاه محصلة القوى ($\sum F$)؟

لأن الكتلة (m) دائما موجبة، وناتج ضرب كمية متجهة (a) في كمية قياسية موجبة (m) يكون كمية متجهة ($F = ma$) في نفس اتجاه المتجه.

سؤال إضافي NERD **معتمداً على الشكل المجاور عبر عن مقدار كل من هذه المتجهات بدلالة المتجه (F).**



؟ سؤال **تتحرك عربة بسرعة متجهة (v) مقدارها ($40\ m/s$) في اتجاه الشرق، مثل بيانيا:**



1) متجه السرعة (v) **2) المتجه ($2v$)**
3) المتجه ($0.5\ v$) **4) سالب المتجه (v)**

أهم خطوة هي اختيار مقياس رسم بياني مناسب لتحديد طول السهم المناسب ورسمه، من خلال التقدير نستطيع اختيار مقياس (**1 cm** :**10 m/s**) أي لكل (**1 cm**) على الورقة يمثل (**10 m/s**) فيكون طول السهم **4 cm**

$$\left(L = 40\ m/s \times \left(\frac{1\ cm}{10\ m/s} \right) = 4\ cm \right).$$

1) نرسم سهماً طوله (**4 cm**) ليمثل المتجه (v) باتجاه الشرق كما في الشكل.

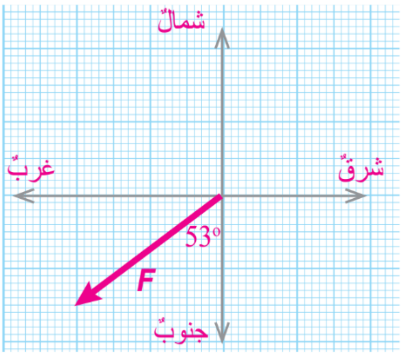
2) نرسم سهماً طوله (**8 cm**) ليمثل المتجه ($2v$) ومقداره (**80 m/s**) باتجاه الشرق.

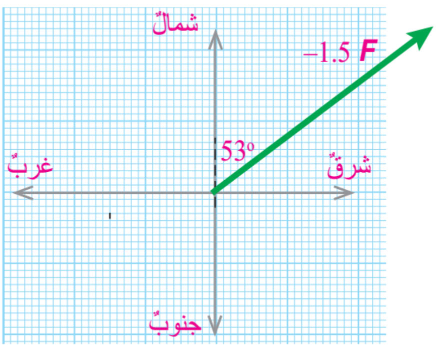
3) نرسم سهماً طوله (**2 cm**) ليمثل المتجه ($-0.5v$) ومقداره (**20 m/s**) باتجاه الغرب.

4) نرسم سهماً طوله (**4 cm**) ليمثل المتجه ($-v$) ومقداره (**40 m/s**) باتجاه الغرب.

؟ سؤال **توثر قوة (F) مقدارها ($250\ N$) في جسم باتجاه يصنع زاوية مقدارها (53^o) غرب الجنوب، مثل بيانيا:**

1) متجه القوة (F)
2) المتجه (−1.5F)





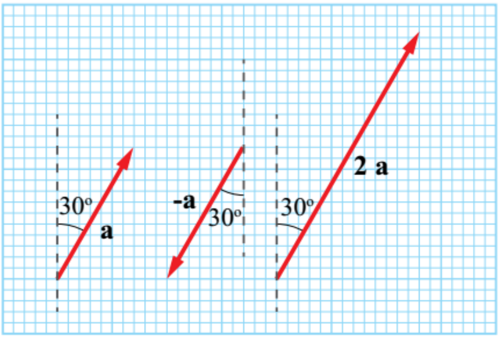
لتحديد طول السهم المناسب ورسمه، من خلال التقدير نستطيع اختيار مقياس رسم ($1\ cm: 50\ N$) أي لكل ($1\ cm$) على الورقة يمثل ($50\ N$) فيكون طول السهم $5\ cm$

$$\left(L = 250\ N \times \left(\frac{1\ cm}{50\ N} \right) = 5\ cm \right)$$

1) نرسم سهماً طوله (**5 cm**) ليمثل المتجه (**F**) وبما ان اتجاه المتجه يصنع زاوية مع غرب الجنوب فذلك يعني أن الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو الجنوب في حالتنا هذه، فنرسم سهماً طوله (**5 cm**) يصنع زاوية (**53°**) مع محور الجنوب.

2) نرسم سهمًا طوله (7.5 cm) ليمثل المتجه (-1.5F)، المتجه الجديد يختلف في المقدار عن متجه (F) و يصنع زاوية مع شرق الشمال بسبب ضربه بسالب فتنعكس الاتجاهات فذلك يعني أن الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو الشمال في حالتنا هذه ، فنرسم سهمًا طوله (7.5 cm) يصنع زاوية (53°) مع محور الشمال.

تمرين **تسير سيارة بتسارع ثابت ($a = 3\ m/s^2$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (30^o) شرق الشمال، مثل بيانيا:**



1) سالب المتجه (a)

متجه طوله ($3\ cm$) بعكس اتجاه (a) كما في الشكل.

2) ضرب المتجه (a) في الرقم (2)

متجه طوله ($6\ cm$) بنفس اتجاه (a) كما في الشكل.

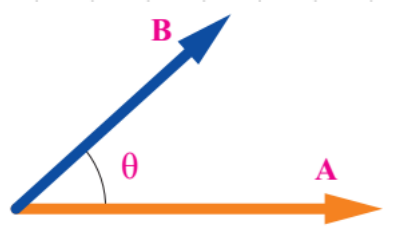
ضرب المتجهات

كما شرحنا سابقًا أن حاصل ضرب كمية قياسية في متجه ينتج عنه متجه، لكن ماذا لو احتجنا لضرب كمية متجهة في كمية متجهة أخرى فهل سيكون الناتج كمية متجهة أم قياسية ؟

■ **يمكن تقسيم أنواع ضرب المتجهات إلى:**

1) الضرب القياسي **2) الضرب المتجهي**

الضرب القياسي (النقطي)



❖ القانون الخاص بالضرب القياسي:

$$\boldsymbol{A.B} = AB\cos\theta$$

☑ حيثِ: A ← مقدار المتجه (**A**)، B ← مقدار المتجه (**B**)

θ ← الزاوية بين المتجهين (**A**) و (**B**) وتكون دائما بين (0°) و (180°).

☑ ينطلق المتجهان من النقطة نفسها كما في الشكل المجاور.

☑ الناتج من عملية الضرب القياسي يكون كمية قياسية لها مقدار فقط، وهو مقدار يتغير بتغير مقدار الزاوية بين المتجهين.

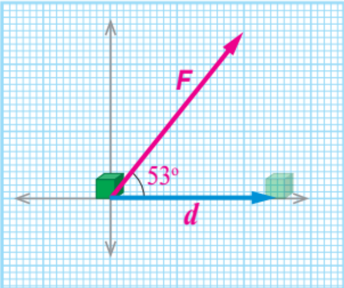
$$A.B = B.A$$

☑ من التطبيقات الفيزيائية على الضرب القياسي الشغل (W) وهو حاصل الضرب القياسي لمتجه القوة (F) في متجه الإزاحة (d).

$$W = F.d = Fdcos\theta$$

? سؤال **أثرت قوة (F) مقدارها $(120\ N)$ في جسك فحركته إزاحة (d) مقدارها $(5\ m)$ في اتجاه الشرق. فإذا علمت أن الشغل (W) الذي تنجزه القوة (F) يعطى بالعلاقة $(W = F.d)$ وأن الزاوية بين اتجاه (F) واتجاه (d) مقدارها (53^o) فأجيب عم يأتي:**

1) مثل المتجهات (F) و (d) بيانياً.



اخترنا مقياس (1 cm : 1 m) لتمثيل متجه (d) فيكون طول السهم 5 cm ومقياس (1 cm : 20 N) لتمثيل متجه (F) فيكون طول السهم 6 cm يميل بزاوية (53°) عن متجه (d).

2) هل يُعد الشغل (W) كمية متجهة؟ أوضح ذلك.

لا، بل هو كمية قياسية لأنه ناتج من الضرب القياسي لمتجهي القوة والإزاحة.

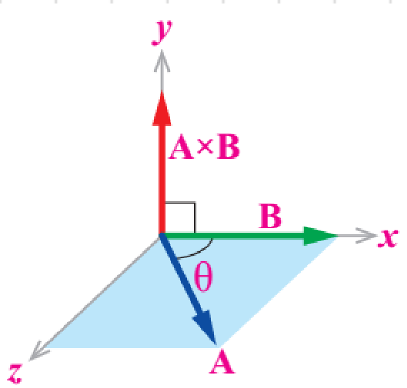
3) جد مقدار الشغل الذي أنجزته القوة.

$$W = F.d = Fdcos\theta = 120 \times 5 \times \cos(53^o) = 360\ J$$

الضرب المتجهي (التقاطعي)

❖ القانون الخاص بالضرب المتجهي:

$$A \times B = ABsin\theta$$



☑ حيث: A ← مقدار المتجه (A)، B ← مقدار المتجه (B).

☑ θ ← الزاوية الصغرى بين المتجهين (A) و (B) وتكون دائما بين (0°) و (180°).

☑ ينطلق المتجهان من النقطة نفسها كما في الشكل المجاور.

☑ الناتج من عملية الضرب المتجهي يكون كمية لها مقدار واتجاه.

☑ يكون الاتجاه دائما متعامد مع كل من المتجهين.

☑ لتحديد اتجاه حاصل الضرب المتجهي $(A \times B)$ نستخدم **قاعدة كف اليد اليمنى**.

$$A \times B = -(B \times A)$$

☑ من التطبيقات الفيزيائية على الضرب المتجهي القوة المغناطيسية (**F**) المؤثرة على شحنة كهربائية (q) متحركة بسرعة (**v**) في مجال مغناطيسي (**B**).

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = qvBsin\theta$$

وكذلك عزم القوة (**T**) يعطى بالضرب المتجهي بين القوة المؤثرة ومتجه الموقع.

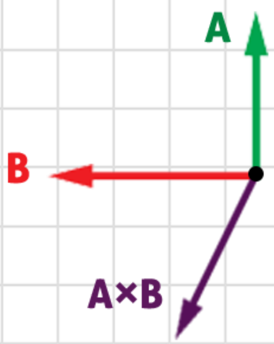
$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = rFsin\theta$$

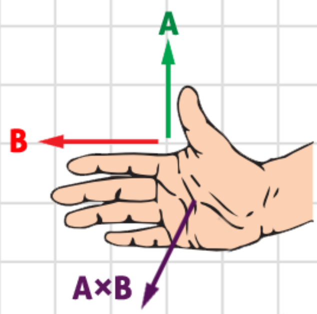
سؤال إضافي NERD **كميتان متجهتان ($\boldsymbol{A}$) و($\boldsymbol{B}$) متساويتان في المقدار والاتجاه نفسه، وناتج ضربهما النقطي ($64\ N.m$). جد مقدار كل متجه ووحدة قياسه.**

قاعدة كف اليد اليمنى

لو أردنا تحديد اتجاه ($\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$) في الشكل الآتي:

يشير اتجاه الإبهام إلى اتجاه المتجه الأول (**A**) وتشير الأصابع إلى اتجاه المتجه الثاني (**B**) فيكون اتجاه المتجه الناتج من حاصل ضربهما المتجهي ($\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$) سهم خارج من كف اليد نحو محور (+z) (خارج من الورقة).





أتحقَّق: ما الفرق بين الضرب المتجهي والضرب القياسي؟

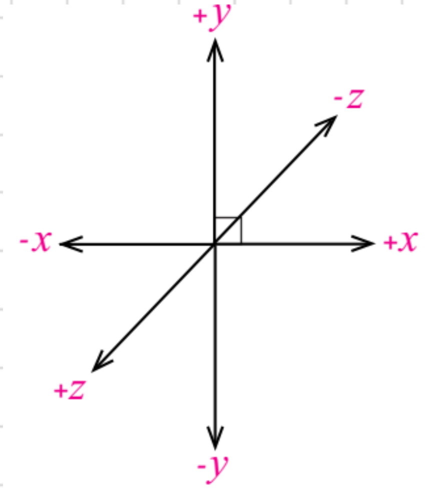
ناتج الضرب المتجهي يكون كمية متجهة لها مقدار واتجاه على عكس ناتج الضرب القياسي الذي يكون كمية قياسية لها مقدار فقط بدون اتجاه.

وفي قانون الضرب المتجهي تضرب مقدار المتجهين بـ ($sin\theta$) أما الضرب القياسي فنضرب مقدار المتجهين بـ ($cos\theta$).

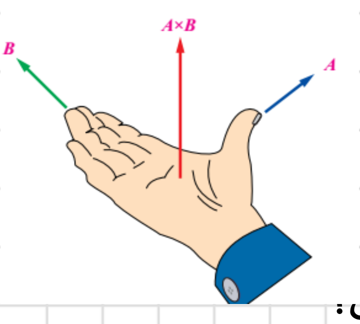
- يجب على الطالب معرفة الاتجاهات وتحديدها في الرسم البياني:

خارج من الورقة $\leftarrow +z$

داخل إلى الورقة $\leftarrow -z$



أفكّر: في الشكل الآتي إذا أشارت الأصابع إلى المتجه (A) وأشار الإبهام إلى المتجه(B) فهل تتغير نتيجة الضرب المتجهي؟



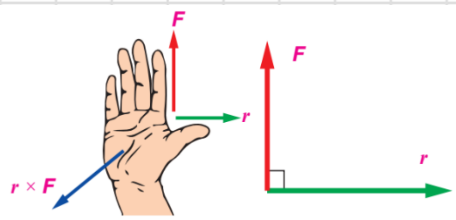
نعم، إذ ينعكس ناتج الضرب المتجهي، أما المقدار فلا يتغير وهذه الحالة تمثل ($\boldsymbol{B \times A}$).

أفكّر: لماذا يكون اتجاه التسارع دائما في نفس اتجاه محصلة القوى؛

لأن الكتلة (m) دائما موجبة وناتج ضرب كمية متجهة (a) في كمية قياسية موجبة (m) يكون كمية متجهة ($F = ma$) في اتجاه المتجه نفسه.

? سؤال في الشكل الآتي، إذا كان ($F = 250\ N$)، ($r = 0.4\ m$) فأجيب عما يأتي:

1) جد مقدار عزم القوة ($r \times F$).



$$T = r \times F = rF sin\theta$$
$$T = 0.4 \times 250 \times sin(90^o) = 100\ N.m$$

بحسب قاعدة كف اليد اليمنى يشير الإبهام إلى اتجاه (r) وتشير الأصابع إلى اتجاه (F) لذا يكون اتجاه عزم القوة خارج من الورقة (باتجاه محور z+).

2) إذا تغيرت الزاوية بين (F) و (r) لتصبح (135°) فما مقدار ($r \times F$) واتجاهه.

$$W = r \times F = rF sin\theta = 0.4 \times 250 \times sin(135^o) = 70\ N.m$$

بحسب قاعدة كف اليد اليمنى يشير الإبهام إلى اتجاه (r) وتشير الأصابع إلى اتجاه (F) لذا يكون اتجاه عزم القوة خارج من الورقة (باتجاه محور z+).

تمرين متجهان (A) و (B) مقدار كل منهما (20) فجد مقدار الزاوية بين المتجهين في الحالتين الآتيتين:

1) $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B} = 320$

$ABcos\theta = 320 \rightarrow 20 \times 20 \times cos\theta = 320 \rightarrow 400 \times cos\theta = 320$

$cos\theta = 0.8 \rightarrow \theta = 37^o$

2) $|\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}| = 200$

$ABsin\theta = 200 \rightarrow 20 \times 20 \times sin\theta = 200 \rightarrow 400 \times sin\theta = 200$

$sin\theta = 0.5 \rightarrow \theta = 30^o, 150^o$

ملاحظات مهمة

- في حال قمنا بعكس المتجهات في الضرب المتجهي $(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B})$ ليصبح $(\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A})$ فإن مقدار المتجه يبقى نفسه لكن يختلف اتجاه المتجه المحصل.
- إذا استخدمنا اليد اليسرى بدلًا من اليمنى لتحديد اتجاه المتجه المحصل الناتج من الضرب المتجهي فإن اتجاه المتجه ينعكس يعني كمثال لو كان الاتجاه عند استخدام اليد اليمنى هو $(+z)$ فإنه يصبح عند استخدام اليد اليسرى $(-z)$ وهكذا..

حل أسئلة مراجعة الدرس الأول من الوحدة الأولى

سؤال 1 **أذكر اختلافًا واحدًا بين:**

a – الكمية المتجهة والكمية القياسية.

الكمية المتجهة لها مقدار واتجاه على عكس الكمية القياسية تكون مقدار بدون اتجاه.

b – المتجه وسالب المتجه.

سالب المتجه يكون عكس اتجاه المتجه أي أن الزاوية بينهما تكون (180) درجة.

c – الضرب القياسي والضرب المتجهي.

ناتج الضرب المتجهي يكون كمية متجهة لها مقدار واتجاه على عكس ناتج الضرب القياسي الذي يكون كمية قياسية لها مقدار فقط بدون اتجاه.

سؤال 2 **صنف الكميات الآتية إلى متجهة وقياسية :**

زمن الحصة الصفية← كمية قياسية

قوة الجاذبية الأرضية ← كمية متجهة

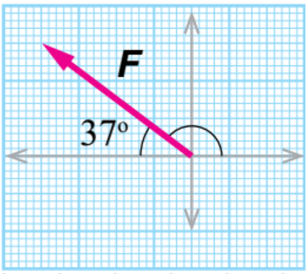
درجة حرارة المريض ← كمية قياسية

المقاومة الكهربائية ← كمية قياسية

كتلة حقيبتك المدرسية ← كمية قياسية

سؤال 3 **مثل بيانيًا الكميتين المتجهتين الآتيتين:**

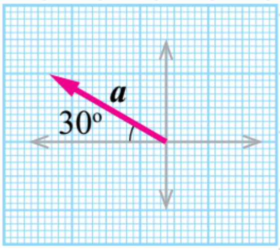
a- قوة مغناطيسية مقدارها ($0.25\ N$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (37^o) مع محور ($-x$).



$1\ \text{cm}: 0.05\ \text{N}$

طول السهم ($5\ \text{cm}$).

b- تسارع ثابت مقداره ($1\ \text{m/s}^2$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (30^o) شمال الغرب.



$1\ \text{cm}: 1\ \text{m/s}^2$

طول السهم ($4\ \text{cm}$).

سؤال 4 ما مقدار الزاوية بين الكميتين المتجهتين (F) و (L) في الحالات الآتية :

$$1)\ \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{L} = 0 \rightarrow FLsin\theta = 0 \rightarrow sin\theta = 0 \rightarrow \theta = 0^o, 180^o$$

$$2)\ \boldsymbol{F}.\boldsymbol{L} = 0 \rightarrow ABcos\theta = 0 \rightarrow cos\theta = 0 \rightarrow \theta = 90^o, 270^o$$

سؤال 5 اعتماداً على العلاقة الآتية للتدفق المغناطيسي (Φ) ← $\Phi = \boldsymbol{B}.\boldsymbol{A}$

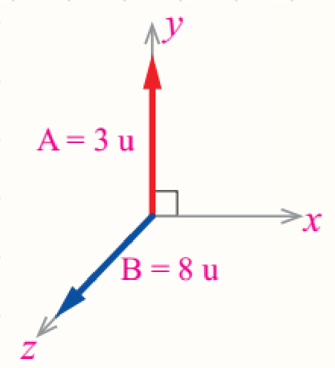
احسب مقدار التدفق المغناطيسي (Φ) عندما تكون ($A = 2 \times 10^{-6}\ m^2$)،

($B = 0.1\ T$) ومقدار الزاوية بين المتجهين ($\boldsymbol{A}$) و ($\boldsymbol{B}$) (45^o).

$$\Phi = \boldsymbol{B}.\boldsymbol{A} = BAcos\theta = 0.1 \times 2 \times 10^{-6} \times cos45^o$$

$$\Phi = 1.4 \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m^2}$$

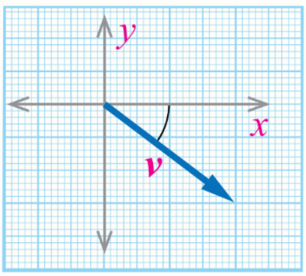
سؤال 6 اعتماداً على البيانات في الشكل المجاور، احسب مقدار حاصل الضرب المتجهي ($\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$) ، مُحدداً الاتجاه.



$$\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A} = BAsin\theta = 8 \times 3 \times sin90^o = 24\ unit$$

بحسب قاعدة كف اليد اليمنى يشير الإبهام إلى اتجاه (B) وتشير الأصابع إلى اتجاه (A)
لذا يكون المتجه خارج نحو الغرب (باتجاه محور x-)

سؤال 7 سيارة تسير بسرعة ثابتة (v) وفي اتجاه محدد، وقد مُثلث سرعة السيارة بيانيًا برسم سهم طوله ($5\ cm$) باستخدام مقياس الرسم ($1\ cm: 10\ m/s$) على النحو المبين في الشكل المجاور، احسب مقدار سرعة السيارة محدداً اتجاهها.



$$L = v \times \frac{1\ cm}{10\ m/s} = 5\ cm \rightarrow v = 50\ m/s$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}\right) = tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.86^o$$

سؤال 8 احسب مقدار الزاوية بين المتجهين ($\boldsymbol{r}$) و ($\boldsymbol{F}$) التي يتساوى عندها مقدار الضرب القياسي ومقدار الضرب المتجهي للمتجهين: $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r}.\boldsymbol{F}$

$$\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = rFsin\theta \quad , \quad \boldsymbol{r}.\boldsymbol{F} = rFcos\theta$$

$$\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r}.\boldsymbol{F} \rightarrow rFsin\theta = rFcos\theta \rightarrow sin\theta = cos\theta \rightarrow \theta = 45^o$$

الوحدة الأولى: المتجهات

الدرس الثاني: جمع المتجهات وطرحها

جمع المتجهات

تعلمنًا سابقًا أنه يمكن ضرب الكميات المتجهة والكميات القياسية، سنتعلم في هذا الفصل كيف يمكننا جمع وطرح الكميات المتجهة وما هو الفرق بين جمع وطرح الكميات المتجهة والكميات القياسية؟

☑ الكميات القياسية يتم جمع وطرحها بطريقة جبرية بشرط أن تكون من النوع نفسه ولها الوحدات نفسها ويكون ناتج الجمع كمية قياسية أيضا..

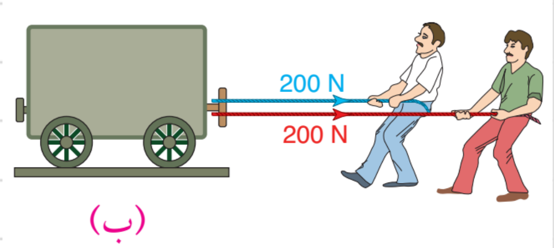
<u>كمثال على جمع وطرح الكميات القياسية:</u>

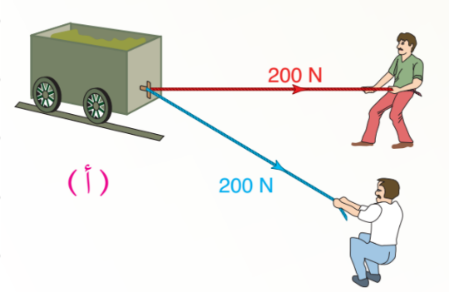
كتلة معاذ (50 كغم) وكتلة احمد (40 كغم) فما هو مجموع كتلة كل منهما ؟

مجموع كتلة معاذ واحمد = 50 + 40 = 90 كغم. ← (جمع وطرح جبري رياضي)

☑ الكميات المتجهة يجب مراعاة الاتجاه والمقدار عند جمعها أو طرحها

<u>كمثال على جمع وطرح الكميات المتجهة :</u>





في الشكل (أ) لو قمنا بجمع القوتان اللتان يؤثر بهما الرجلان لسحب العربة بشكل جبري

(200 N + 200 N = 400 N) فإن الإجابة تكون غير صحيحة.

أما إذا أثر الرجلان في الاتجاه نفسه كما في الشكل (ب) فأنه لو قمنا بجمع القوتان اللتان يؤثر بهما الرجلان لسحب العربة بشكل جبري (200 N + 200 N = 400 N) فإن الإجابة تكون صحيحة.

☑ ناتج جمع متجهين مثل (**A**) و (**B**) يكون متجه جديد (**A+B**) يختلف مقداره واتجاهه باختلاف مقدار واتجاه كل من المتجهين، وما ينطبق على جمع متجهين ينطبق على جمع عدة متجهات.

☑ يسمى المتجه الناتج من جمع عدة متجهات باسم (متجه المحصلة) ويرمز له بالرمز (R).

$$R = A + B + C$$

بشرط أن تكون المتجهات من النوع نفسه كمثال إذا جمعنا متجهات سرعة تكون جميع المتجهات ومتجه المحصلة عبارة عن سرعة وهكذا ..

✓ أتحقَّق: **وضح ما هو المقصود بمتجه المحصلة؟**

هو متجه ناتج من الجمع المتجهي لمتجهين أو أكثر.

؟ سؤال **مزلاج كتلته ($m_1 = 70\ kg$) وضع فوقه صندوق حجمه ($1\ m^3$) وكتلته ($m_2 = 80\ kg$)، سُحب المزلاج بقوة مقدارها ($F_1 = 400\ N$) باتجاه الشرق وأثرت في المزلاج قوة أخرى ($F_2 = 100\ N$) باتجاه الغرب فتحرك المزلاج بتسارع ($a = 2\ m/s^2$) باتجاه الشرق.**

1) حدد الكميات القياسية التي يمكن جمعها معًا وجد ناتج جمعها؟

الكميات القياسية في المثال هي كتلة المزلاج وحجم الصندوق وكتلة الصندوق.
الكميات التي يمكن جمعها يجب أن تكون من النوع نفسه وهي (m_1=70 kg) و (m_2=80 kg)
وناتج جمعها هو كمية قياسية (m_1+ m_2) وتساوي (70+80 = 150).

2) حدد الكميات المتجهة التي يمكن جمعها معًا وعبر عن ناتج جمعها(المحصلة) بالرموز؟

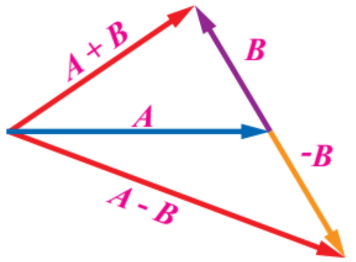
الكميات المتجهة هي القوة الأولى (**F_1**) والقوة الثانية (**F_2**)، التسارع (a)
الكميات التي يمكن جمعها يجب أن تكون من النوع نفسه وهي (F_1=400 N) و (F_2=100 N)
ومحصلتها (**$R=F_1+ F_2$**) وهي كمية متجهة.

طرح المتجهات

- مشابهة لعملية الجمع والإشارة السالبة تدل على معكوس المتجه المراد طرحه.
- كمثال عند طرح المتجه (**A**) من المتجه (**B**) أي ($A - B$):

فإن المتجه (**A**) يجمع مع معكوس المتجه الثاني ($-B$) ويكتب بالصورة:

$$A - B = A + (-B)$$



✓ أتحقَّق: **وضح ما هو المقصود بطرح المتجه؟**

جمع سالب ذلك المتجه

محصلة متجهات عدة

لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر بغض النظر عن كونه في بعد واحد مثل محور (x) أو (y) أو في بعدين مثل مستوى $(x - y)$ فإننا نستخدم إحدى الطريقتين:

1) الطريقة البيانية (الرسم) **2) الطريقة التحليلية**

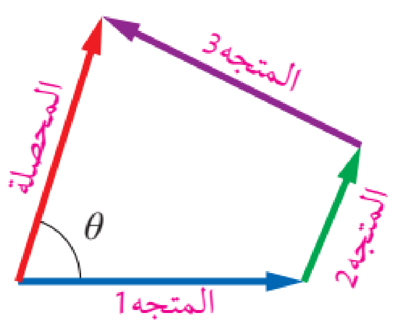
▪ الطريقة البيانية (الرسم):

تمثيل المتجهات المراد جمعها بأسهم ثم تركيب هذه الأسهم من خلال طريقتين إما <u>بطريقة متوازي الأضلاع</u> أو <u>بطريقة المضلع (الذيل على الرأس)</u> .

<u>والطريقة المتناولة والمطلوبة منا في الكتاب الحالي هي طريقة المضلع فقط</u>

▪ طريقة المضلع (الذيل إلى الرأس)

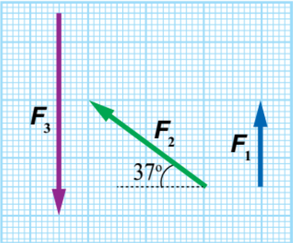
- اختيار مقياس مناسب ورسم أسهم تمثل كل متجه لإيجاد محصلتها.
- رسم المتجه الأول ثم نرسم المتجه الثاني بحيث نضع ذيل المتجه الثاني عند رأس المتجه الأول وعلى هذا الحال لباقي المتجهات حتى نصل لآخر متجه.
- يجب المحافظة على طول واتجاه السهم عند نقله ووضعه.
- في النهاية نرسم سهم يصل بين ذيل المتجه الأول ورأس المتجه الأخير ويكون طوله عبارة عن مقدار محصلة المتجهات جميعها واتجاه من الذيل على الرأس يدل عل اتجاه متجه المحصلة.
- دائما نأخذ ونقيس الزاوية بين متجه المحصلة ومحور السينات الموجب $(+x)$ ونقوم بقياسها باستخدام المنقلة.



أفكِّر: هل يمكن إيجاد الزاوية (θ) بطريقة رياضية من دون استخدام المنقلة؟

نعم يمكن ذلك في حالات خاصة كمثال إذا تم جمع متجهين وإيجاد محصلة المتجهين وأعطانا شكل مثلث قائم فيمكننا باستخدام قوانين المثلث القائم والنسب إيجاد الزاوية.

? سؤال **تؤثر ثلاث قوى في جسم: القوة الأولى (F_1) مقدارها ($30\ N$) في اتجاه الشمال، والقوة الثانية (F_2) مقدارها ($50\ N$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (37^o) شمال الغرب، والقوة الثالثة (F_3) مقدارها ($70\ N$) في اتجاه الجنوب. جد مقدار واتجاه محصلة القوى المؤثرة في الجسم بيانياً.**

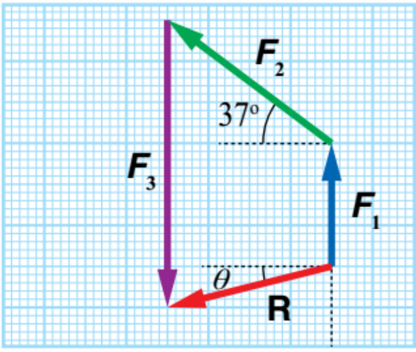


بالبداية قبل أي شيء من خلال الاطلاع على مقدار كل متجه نحدد مقياس رسم مناسب للرسم وليكن (1 cm : 10 N) وبالتالي يكون طول كل متجه من المتجهات كالآتي:

$F_1 \rightarrow 3$ cm ، $F_2 \rightarrow 5$ cm ، $F_3 \rightarrow 7$ cm

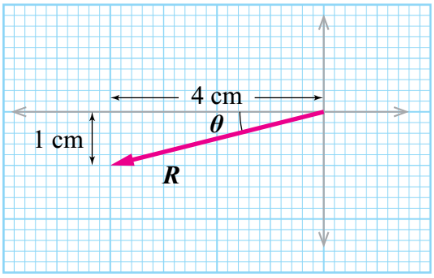
الآن نرسم السهم الذي يمثل (F_1) ثم نرسم السهم الذي يمثل (F_2) بحيث ذيله على رأس سهم (F_1)، ثم نرسم السهم الذي يمثل (F_3) بحيث ذيله على رأس سهم (F_2).

بعد ذلك نرسم سهماً من ذيل المتجه الأول (F_1) إلى رأس المتجه الثالث الأخير (F_3) ليمثل طوله مقدار المحصلة ويمثل اتجاهه اتجاه المحصلة.



نقيس بالمسطرة طول سهم المحصلة (R) في الشكل وحسب مقدار مقياس الرسم نستطيع معرفة مقدار المحصلة، وفي شكلنا ومثالنا من الكتاب تبين معنا بإن طول السهم (4.1 cm) وبحسب مقياس الرسم (1 cm : 10 N) فإن مقدار المحصلة يساوي (41 N)
ونقيس بالمنقلة الزاوية بين متجه المحصلة (R) ومحور (+x) ← (194°) لتمثل اتجاه المحصلة أو يمكن قياس الزاوية بين متجه المحصلة (R) ومحور (+x) فنجد أنها (14°).

أُفكِّرُ: هل يمكن إيجاد الزاوية (θ) بطريقة رياضية في المثال السابق من دون استخدام المنقلة؟



نعم يمكن باستعمال النسب المثلثية.

$$\theta = \tan^{-1} \left|\left(\frac{-1}{-4}\right)\right| = \tan^{-1} 0.25 = 14^o$$

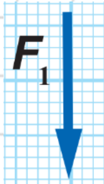
تمرين **شحنة كهربائية تؤثر فيها ثلاث قوى كهربائية على النحو الآتي (F_1) مقدارها ($200\ N$) في اتجاه الجنوب، والقوة الثانية (F_2) مقدارها ($300\ N$) في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (53^o) شمال الغرب، والقوة الثالثة (F_3) مقدارها ($500\ N$) في اتجاه الغرب. جد مقدار محصلة القوى المؤثرة في الشحنة واتجاهها بيانياً.**

نفس آلية الحل السابقة من خلال الاطلاع على مقدار كل متجه نحدد مقياس رسم مناسب للرسم وليكن (1 cm:100 N) وبالتالي يكون طول كل متجه من المتجهات كالآتي:

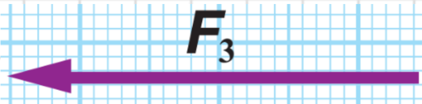
$F_1 \rightarrow 2\ cm$ ، $F_2 \rightarrow 3\ cm$ ، $F_3 \rightarrow 5\ cm$

الآن نرسم كل متجه لوحدة على الرسم البياني ضمن م قياس الرسم المتفق عليه أعلاه..

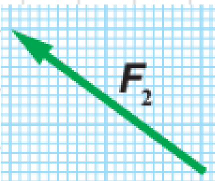
F_1 باتجاه الجنوب بطول (2 cm) ←



F_3 باتجاه الغرب بطول (5 cm) ←

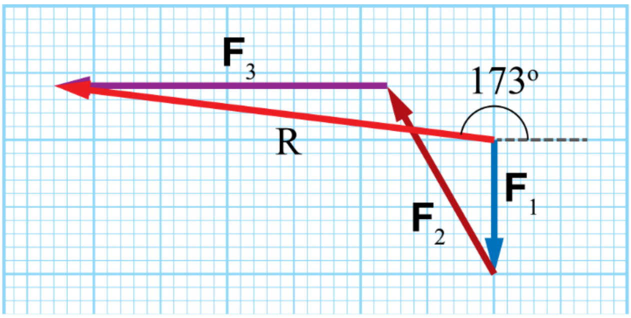


F_2 بما ان اتجاه المتجه يصنع زاوية (53°) مع شمال الغرب فذلك يعني أن الزاوية مصنوعة بين المتجه والمحور الذي فيه **ال التعريف** وهو الغرب في حالتنا هذه ، فنرسم سهماً طوله (**3 cm**) يصنع زاوية (53°) مع محور ال غرب (-x).



الآن نرسم السهم الذي يمثل (F_1) ثم نرسم السهم الذي يمثل (F_2) بحيث ذيله على رأس سهم (F_1)، ثم نرسم السهم الذي يمثل (F_3) بحيث ذيله على رأس سهم (F_2).

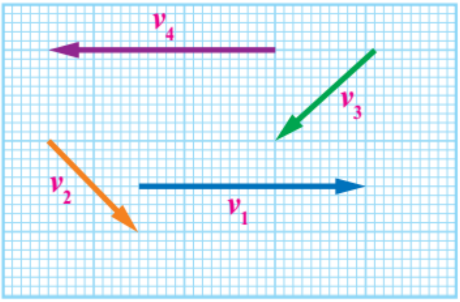
بعد ذلك نرسم سهماً من ذيل المتجه الأول (F_1) إلى رأس المتجه الثالث الأخير (F_3) ليمثل طوله مقدار المحصلة ويمثل اتجاهه اتجاه المحصلة.



نقيس بالمسطرة طول سهم المحصلة (**R**) في الشكل وحسب مقدار مقياس الرسم نستطيع معرفة مقدار المحصلة، وفي شكلنا ومثالنا من الكتاب تبين معنا بإن طول السهم (6.4 cm) وبحسب مقياس الرسم (1 cm : 100 N) فإن مقدار المحصلة يساوي (640 N)

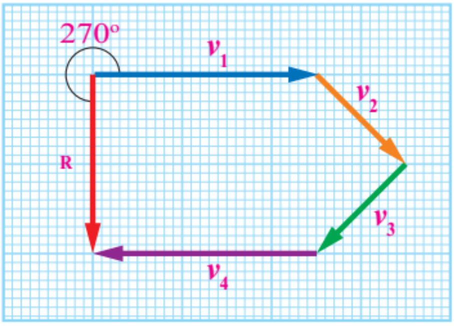
ونقيس بالمنقلة الزاوية بين متجه المحصلة (**R**) ومحور (+x) ← (173°) لتمثل اتجاه المحصلة.

? سؤال **مُثلث أربع متجهات للسرعة (v_1, v_2, v_3, v_4) بالرسم كما في الشكل وذلك باستخدام مقياس رسم (1 cm : 5 m/s)، جد ما يلي:**



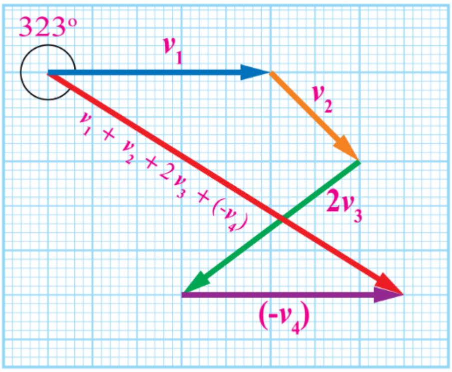
1) مقدار متجه محصلة السرعة واتجاهه.

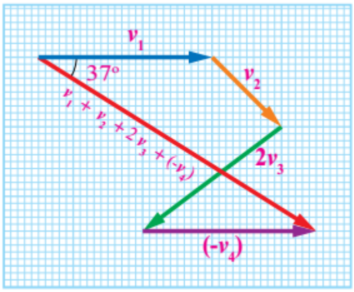
من خلال تطبيق طريقة المضلع يكون طول سهم المحصلة (4 cm) وحسب مقياس الرسم (1cm : 5m/s) فإن مقدار المتجه المحصل (20 m/s) واتجاهها من خلال المنقلة يكون نحو الجنوب بزاوية (270°) أو يمكن القول بأن المتجه المحصل اتجاهه نحو الجنوب.



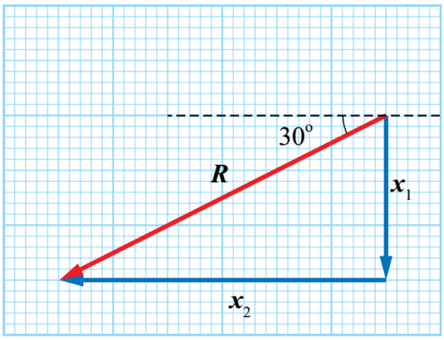
2) $(v_1 + v_2 + 2v_3 - v_4)$.

بتطبيق طريقة المضلع يكون طول سهم المتجه الناتج من جمع $(v_1 + v_2 + 2v_3 - v_4)$ هو (10 cm) وحسب مقياس الرسم (1cm : 5m/s) فإن مقدار المتجه المحصل (50 m/s) واتجاهها باستخدام المنقلة يميل بزاوية (323°) عن محور $(+x)$. أو يمكن القول بأن المتجه المحصل يصنع زا وية (37°) جنوب الغرب.





سؤال إضافي NERD **استعملت الطالبة تقوى المصعد للنزول من الطابق الخامس إلى الطابق الأرضي ثم اتجهت نحو الغرب، وقطعت مسافة (30 m) لتصل إلى إدارة المدرسة. إذا كان ارتفاع الطابق الخامس (15 m)، فجد بيانيًا محصلة الإزاحة التي تحركتها الطالبة من الطابق الخامس إلى إدارة المدرسة.**



طول السهم (6.6 cm) وبحسب مقياس الرسم (1 cm: 5 m) فإن مقدار المحصلة يساوي (33 m).

ونقيس بالمنقلة الزاوية بين متجه المحصلة (**R**) ومحور $(+x)$ فنجد أنها تساوي (207^{o}). أو يمكن القول بأن المتجه المحصل الشرق ويعتبر الحل صحيح أيضا.

? سؤال **ما هي عيوب وسلبيات استخدام الطريقة البيانية (الرسم) لإيجاد محصلة المتجهات؟**

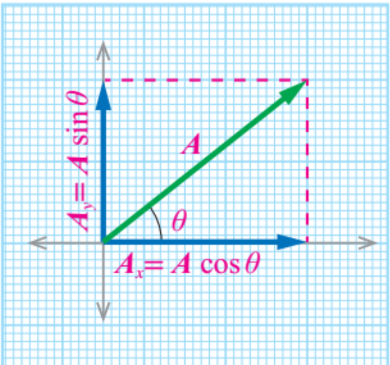
نتائجها تكون غير دقيقة بسبب أخطاء في عمليات القياس عند استخدام أدوات القياس لمعرفة الأطوال والزوايا.

الطريقة التحليلية

طريقة أكثر دقة لإيجاد محصلة المتجهات من خلال تحليل المتجهات إلى مركباتها بحيث نقوم بتحليل المتجه الواحد والاستعاضة عنه بمتجهين متعامدين (على محوري (y) و(x) مثلًا) يسميان مركبتي المتجه وتكون محصلتهما المتجه نفسه ويتحدان معه في نقطة البداية.

عملية تحليل المتجه:

يمكن تحليل المتجه إلى مركبتين مركبة أفقية ومركبة عمودية كمثال سنقوم بتحليل المتجه (A) الواقع في الربع الأول من مستوى (x-y) الديكارتي كما في الشكل إلى مركبتين هما :



- المركبة الأفقية (A_x): تمثل مسقط المتجه (A) على محور (+x).
- المركبة العمودية (A_y): تمثل مسقط المتجه (A) على محور (+y).

.

ملاحظات مهمة

- يكون المجموع المتجهي للمركبتين مساويًا للمتجه (A).

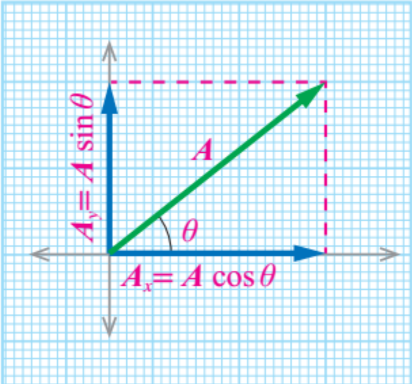
$$A_x + A_y = A$$

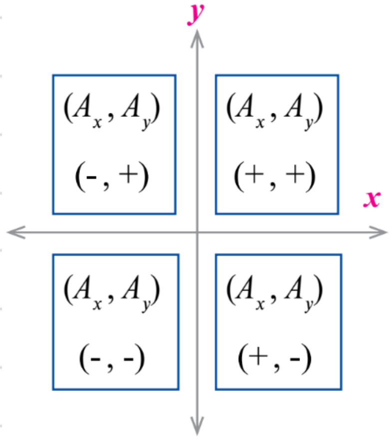
- يمكننا تطبيق النسب المثلثية لإيجاد قيمة كل من المركبة الأفقية والعمودية:

$$\cos(\theta) = \frac{A_x}{A} \rightarrow A_x = A\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{A_y}{A} \rightarrow A_y = A\sin(\theta)$$

☑ تتغير إشارة المركبات الأفقية والعمودية بحسب الربع الذي يقع فيه المتجه.





سؤال إضافي NERD اثبت أن:

$$A_x^2 + A_y^2 = A^2$$

سؤال ؟ ما المقصود بتحليل المتجه؟

استبدال المتجه بمتجهين متعامدين يسميان مركبتي المتجه وتكون محصلتهما المتجه نفسه ويتحدان معه في نقطة البداية.

لاحظ معي الشكل المركبتان (A_x) و (A_y) تشكلان ضلعين في مثلث قائم الزاوية والمتجه (**A**) يمثل وتر هذا المثلث القائم لذلك يمكننا استخدام قانون فيثاغورس في هذه الحالة:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

ويمكننا حساب الزاوية المرجعية بين المتجه ومحور (x) القريب لها من خلال العلاقة الآتية :

$$tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \rightarrow \theta = tan^{-1}\left|\frac{A_y}{A_x}\right|$$

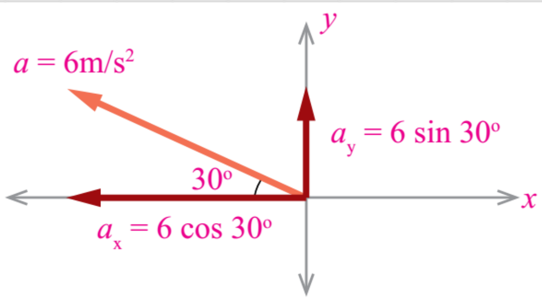
ملاحظات مهمة

■ في الطريقة التحليلية يمكننا استخدام الآلية الآتية لحل المسائل:

☑ النظام المعتمد في الكتاب المدرسي:

- نقوم برسم المتجه وتحديد المركبة الأفقية والعمودية له. وتحديد موقع الزاوية.
- إذا كان المتجه يصنع الزاوية مع المركبة الأفقية فأنها تأخذ (cos) والمركبة العمودية تأخذ (sin) والعكس صحيح.
- نُراعي موضوع إشارة المركبة الأفقية والعمودية.

سؤال تتحرك مركبة بتسارع ثابت مقداره $(a = 6\ m/s^2)$ واتجاهه كما هو مبين في الشكل، جد مقدار المركبتين الأفقية والعمودية للتسارع وحدد اتجاه كل منهما.



$$a_x = -a \times \cos(\theta) \rightarrow a_x = -6 \times \cos(30^o)$$

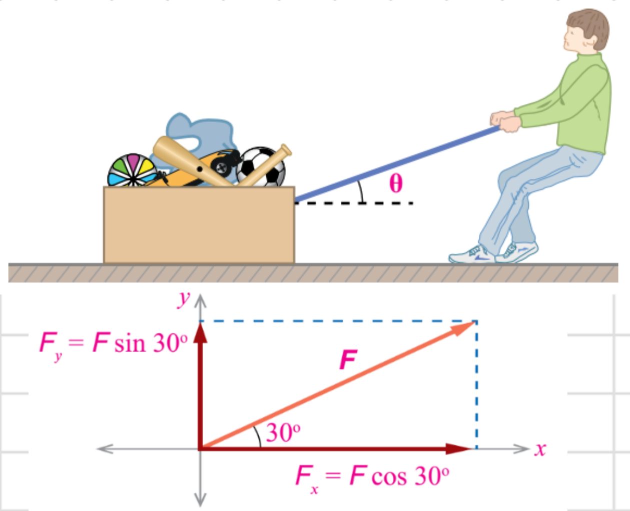
$$a_x = -6 \times 0.86 = -5.2\ m/s^2$$

$$a_y = a \times \sin(\theta) \rightarrow a_y = 6 \times \sin(30^o)$$

$$a_y = 6 \times 0.5 \rightarrow a_y = 3\ m/s^2$$

لاحظ معي أن (a_x) سالبة مما يعني أن اتجاهها نحو محور $(-x)$ و(a_y) موجبة مما يعني أن اتجاهها نحو محور $(+y)$.

سؤال يسحب عامر صندوق ألعابه بقوة مقدارها $(100\ N)$ في اتجاه يصنع زاوية مقدارها (30^o) مع محور $(+x)$ كما في الشكل، جد مقدار كل من المركبتين الأفقية والعمودية للقوة محدداً اتجاه كل منهما.



$$F_x = F \times \cos(\theta) = 100 \times \cos(30^o)$$

$$F_x = 100 \times 0.87 = 87\ N, +x$$

$$F_y = F \times \sin(\theta) = 100 \times \sin(30^o)$$

$$F_y = 100 \times 0.5 = 50\ N, +y$$

سؤال إضافي NERD انطلقت كرة جولف بسرعة (v)، في اتجاه يصنع زاوية (25^o) مع الأفق كما في الشكل. إذا كانت المُركبة الأفقية لسرعة انطلاق الكرة ($36\ m/s$) فما مقدار مُركبتها العمودية؟

$$v_x = v \times \cos(\theta) \rightarrow 36 = v \times \cos(25^o) \rightarrow v = \frac{36}{\cos(25^o)} = 40\ m/s$$

$$v_y = v \times \sin(\theta) = 40 \times \sin(25^o) = 17\ m/s$$

تمرين أطلقت قذيفة بسرعة (v) وكانت المركبة الأفقية للسرعة ($-20\ m/s$) والمركبة العمودية لها ($40\ m/s$)، جد مقدار السرعة (v) واتجاهها.

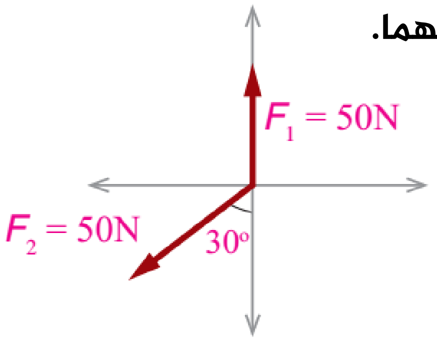
$$v_x = -20\ m/s \quad , \quad v_y = 40\ m/s \quad , \quad v = ?! \quad , \quad \theta = ?!$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-20)^2 + (40)^2} = 44.7\ m/s$$

$$\theta^o = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = tan^{-1}\left|\frac{40}{-20}\right| = tan^{-1}(2) = 63.4^o \approx 64^o$$

لاحظ معي أن (v_x) سالبة مما يعني أن اتجاهها نحو محور ($-x$) و(v_y) موجبة مما يعني أن اتجاهها نحو محور ($+y$) وبالتالي المتجه (v) يقع في الربع الثاني.

سؤال إضافي NERD تؤثر القوتان (F_1) و (F_2) في نقطة مادية كما في الشكل، جد مقدار كل من المركبتين الأفقية والعمودية لكل قوة محدداً اتجاه كل منهما.



$$F_{1x} = F_1 \times \sin(\theta) = 50 \times \sin(0^o) = 0\ \text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \times \cos(\theta) = 50 \times \sin(0^o) = 50\ \text{N}, +y$$

$$F_{2x} = -F_2 \times \sin(\theta) = -50 \times \sin(30^o)$$

$$F_{2x} = -50 \times 0.5 = -25\ \text{N} = 25\ \text{N}, -x$$

$$F_{2y} = -F_2 \times \cos(\theta) = -50 \times \cos(30^o)$$

$$F_{2y} = -50 \times 0.86 = -43\ \text{N} = 43\ \text{N}, -y$$

? تدريب ماذا يحدث لكلاً من المركبة العمودية ولأفقية للقوة إذا قلت الزاوية؟

حساب محصلة المتجهات بالطريقة التحليلية

■ محصلة المتجهات بالطريقة التحليلية:

لإيجاد مقدار واتجاه محصلة متجهين أو أكثر بالطريقة التحليلية نتبع الخطوات الآتية:

☑ نرسم المتجهات بحيث يبدأ كل متجه من نقطة الأصل $(0,0)$ عند رسمه.

☑ نحلل كل متجه إل مركبتيه العمودية والأفقية مع مراعاة التقاء نقطة البداية لكل متجه عند نقطة الأصل.

☑ نجد محصلة المركبات على محور (x) من خلال جمع متجهات المركبة الأفقية ← R_x

☑ نجد محصلة المركبات على محور (y) من خلال جمع متجهات المركبة العمودية ← R_y

☑ نجد مقدار المحصلة الكلية للمتجهات (R) باستخدام العلاقة ← $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

☑ نحدد اتجاه المحصلة الكلية للمتجهات (R) باستخدام العلاقة ← $\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$

حيث (α) هي الزاوية بين (R) ومحور $(+x)$.

☑ المركبة التي يكون مقدارها (0) بسبب الزاوية لا داعي لوضعها في الرسم عند تحليل المركبات.

R_x موجب ← نحو محور $(+x)$ ، R_x سالب ← نحو محور $(-x)$.

R_y موجب ← نحو محور $(+y)$ ، R_y سالب ← نحو محور $(-y)$.

أُفكِّر: إذا كانت محصلة المركبات على محور y (R_y) لمجموعة من المتجهات صفرًا، فهل يعني ذلك بالضرورة أن جميع تلك المتجهات تقع فقط على محور (x)؟ فسر إجابتك..

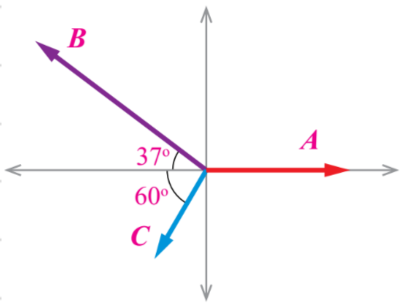
لا ، ليس شرطًا أن تقع تلك المتجهات جميعها على محور (x) فقط ولكن يشترط أن يكون مجموع المركبات العمودية الموجبة مساويًا لمجموع المركبات العمودية السالبة $(R_y = 0)$.

أتحقَّق: حدد اتجاه المحصلة عندما تتساوى محصلة المركبات على محور $(+x)$ مع محصلة المركبات على محور $(+y)$.

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \rightarrow R_x = R_y$$

$$\theta = tan^{-1}(1) = 45^o$$

؟ سؤال ثلاثة متجهات (A, B, C) قيمها: $(3\,u\ ,5\,u\ ,2\,u)$ على الترتيب كما في الشكل جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة التحليلية.



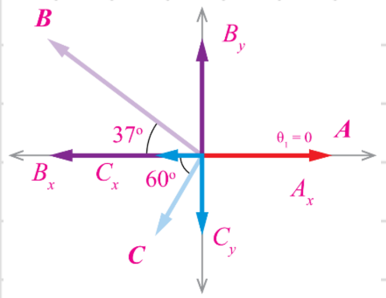
نحلل كل متجه إلى مركبته العمودية والأفقية.

$$A_x = A \times \cos(0^o) = 3 \times \cos(0^o) = 3\ u$$

$$A_y = A \times \sin(0^o) = 3 \times \sin(0^o) = 0$$

$$B_x = -B \times \cos(37^o) = -5 \times \cos(37^o) = -4\ u$$

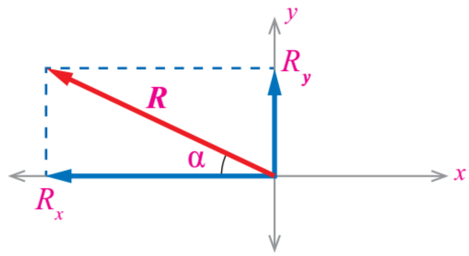
$$B_y = B \times \sin(37^o) = 5 \times \sin(37^o) = 3\ u$$



$$C_x = -C \times \cos(60^o) = -2 \times \cos(60^o) = -1\ u$$

$$C_y = -C \times \sin(60^o) = -2 \times \sin(60^o) = -1.74\ u$$

الآن نجد محصلة المتجهات على محور (x):



$$R_x = A_x + B_x + C_x = 3 + -4 + -1 = -2\ u$$

الآن نجد محصلة المتجهات على محور (y):

$$R_y = A_y + B_y + C_y = 0 + 3 + -1.74 = 1.26\ u$$

الآن نجد مقدار محصلة المتجهات الكلية (R):

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (1.26)^2} = 2.36\ u$$

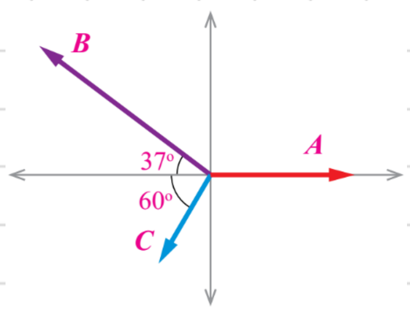
$$\alpha = tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = tan^{-1}\left|\frac{1.26}{-2}\right| = 32^o$$

بعدَ دراستي وحدةَ المُتَّجَهاتِ تعرَّفْتُ سببَ توجيهِ الطيارِ الطائرةَ إلى اليسارِ بزاويةٍ معينةٍ (عكسَ اتجاهِ الرياحِ) في بندِ: أتأمَّلُ الصورةَ؛ وهوَ جعلُ اتجاهِ محصلةِ سرعتيِ الرياحِ والطائرةِ في أثناءِ هبوطِها نحوَ المَدْرجِ؛ حفاظًا على سلامةِ المسافرينَ وطاقمِ الطائرةِ، وتجنُّبًا لحدوثِ أيِّ أضرارٍ في جسمِ الطائرةِ. ولوِ افترضْنا أنَّ الطيارَ هبطَ بالطائرةِ باتجاهِ المَدْرجِ لانحرفَتِ الطائرةُ نحوَ اليمينِ، وخرجَتْ عنِ المسارِ المُحدَّدِ لها على المَدْرجِ.

أتأمَّلُ الصورةَ

يكونُ اتجاهُ حركةِ الطائراتِ في أثناءِ هبوطِها في الأحوالِ الاعتياديةِ موازيًا لمَدْرجِ المطارِ، وأحيانًا يواجهُ الطيارُ صعوباتٍ في أثناءِ عمليةِ الهبوطِ في الأجواءِ العاصفةِ عندما يكونُ اتجاهُ الرياحِ عموديًا على اتجاهِ المَدْرجِ، فيلجأُ حينئذٍ إلى توجيهِ مُقدِّمةِ الطائرةِ على نحوٍ منحرفٍ عن اتجاهِ المَدْرجِ بعكسِ اتجاهِ هذهِ الرياحِ، كما هوَ مُبيَّنٌ في الصورةِ. وهذا ما حدثَ معَ طيارٍ أردنيٍّ؛ إذْ تمكّنَ مِنَ الهبوطِ بأمانٍ على الرغمِ منَ العاصفةِ القويةِ التي ضربَتْ مطارَ هيثرو في لندنَ عامَ 2020 م، علمًا أنَّهُ تعذَّرَ على عشرينَ طائرةً الهبوطُ وقتئذٍ.
فما الهدفُ مِنْ توجيهِ الطيارِ مُقدِّمةَ الطائرةِ نحوَ الاتجاهِ المُبيَّنِ في الشكلِ؟ وما أثرُ ذلكَ في السلامةِ العامةِ؟

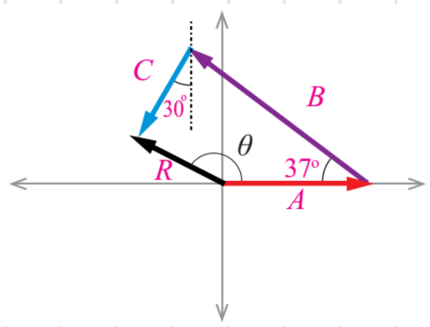
تمرين **ثلاثة متجهات (A, B, C) قيمها: $(3\ u\ , 5\ u\ , 2\ u)$ على الترتيب كما في الشكل جد مقدار المحصلة واتجاهها بالطريقة البيانية.**

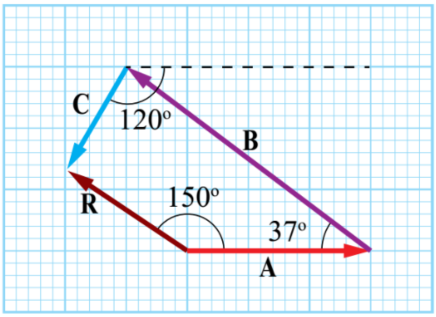


نفس آلية الحل السابقة من خلال الاطلاع على مقدار كل متجه نحدد مقياس رسم مناسب للرسم وليكن (1 cm : 1 u) وبالتالي يكون طول كل متجه من المتجهات كالآتي:

A ← 3 cm ، B ← 5 cm ، C ← 2 cm

$R = 2.3\ u\ , 150^o$



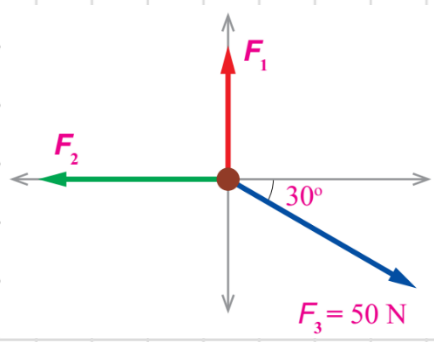


ملاحظات مهمة

إذا كانت المحصلة تساوي صفرًا فهذا يعني أن كلًا من محصلة المركبات السينية والمركبات الصادية تساوي صفرًا.

$$F_x = 0\ ,\ F_y = 0$$

تمرين **تؤثر ثلاثة قوى في نقطة مادية كما في الشكل، فإذا علمت أن محصلة تلك القوى تساوي صفرًا، فجد مقدار كل من القوتين الأولى والثانية؟**



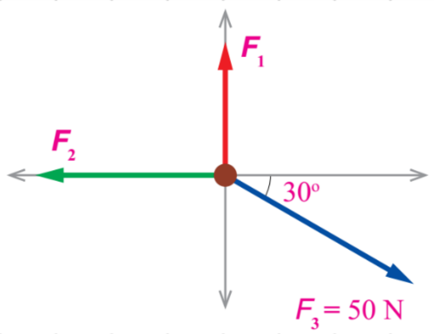
$$F_x = 0\ ,\ F_y = 0$$

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$F_x = 0 + -F_2 + F_3 cos30^o$$

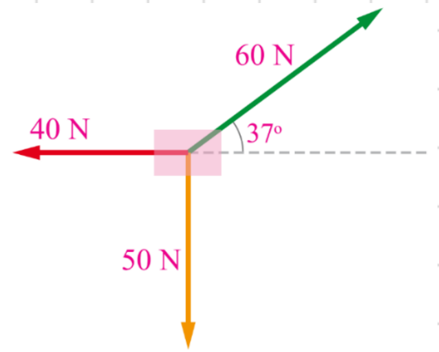
$$0 = -F_2 + 50 \times 0.87$$

$$0 = -F_2 + 43.5 \rightarrow F_2 = 43.5\ N$$



$$\Rightarrow F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$
$$F_y = F_1 + 0 + -F_3 sin30^o$$
$$0 = F_1 - 50 \times 0.5$$
$$0 = F_1 - 25 \rightarrow F_1 = 25\ N$$

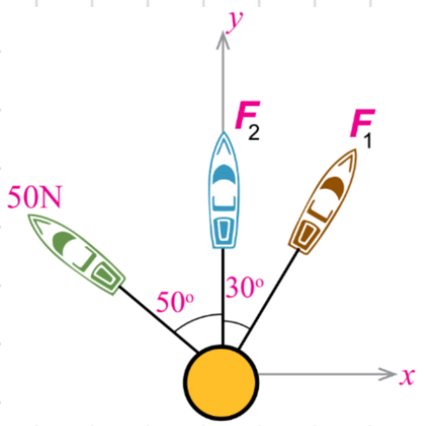
؟ تدريب معتمداً على البيانات الواردة في الشكل المجاور احسب القوة المحصلة لمجموعة القوى الممثلة في الشكل مبينًا مقدارها واتجاهها.



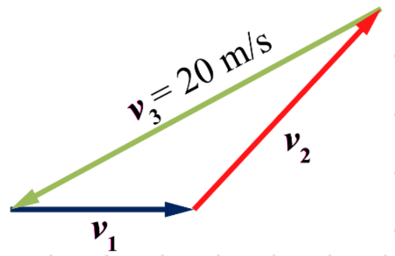
؟ تدريب تؤثر ثلاثة قوى في جسم ما بحيث كل منها يؤثر بمقدار وزاوية مختلفة كما في الشكل المجاور. إذا تحرك الجسم باتجاه $(+y)$ فاحسب كلاً مما يلي:

أ- مقدار المركبة الأفقية للقوى المحصلة.

ب- مقدار القوة (F_1).



سؤال إضافي NERD ثلاث متجهات للسرعة تشكل مثلثاً مغلقاً كما في الشكل المجاور. جد:



1) $(v_1 + v_2)$.

$$v_1 + v_2 = -v_3$$

2) محصلة المتجهات الثلاثة.

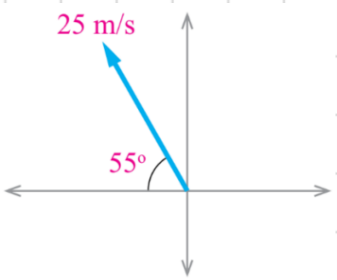
$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

? تدريب معتمداً على دراستك لتحليل المتجهات جد مقدار واتجاه المركبة الأفقية والعمودية لكل متجه مما يلي:

1) $\boldsymbol{F} = 20\ N, 30^o$

2) $\boldsymbol{B} = 0.01\ unit, 60^o$ جنوب الغرب

? تدريب يتحرك جسم بسرعة مقدارها $(25\ m/s)$ في الاتجاه المبين في الشكل المجاور. أي الآتية تمثل المركبة الأفقية للسرعة؟



أ) $(25 \times \cos(55^o))$.
ب) $(-25 \times \sin(55^o))$.
جـ) $(-25 \times \cos(35^o))$.
د) $(-25 \times \sin(35^o))$.

ملاحظات مهمة

- يكون دائما مقدار المحصلة لمتجهين أقل من المجموع الجبري للمتجهين وأكبر من القيمة المطلقة لحاصل طرحهما.

حل أسئلة مراجعة الدرس الثاني من الوحدة الأولى

سؤال 1 قارن بين كل مما يأتي:

أ- جمع المتجهات وتحليلها.

جمع المتجهات: إيجاد محصلة المتجهين بيانيًا أو رياضيًا عن طريق تحليل تلك المتجهات.

تحليل المتجهات: استبدال متجهين متعامدين يسميان مركبتي المتجه ومحصلتهما المتجه نفسه بالمتجه.

ب - جمع المتجهات ومحصلتها.

جمع المتجهات هي محصلة المتجهات نفسها.

جـ - جمع المتجهات وطرحها.

طرح الكميات المتجهة هو جمع متجهي لسالب الكميات المتجهة.

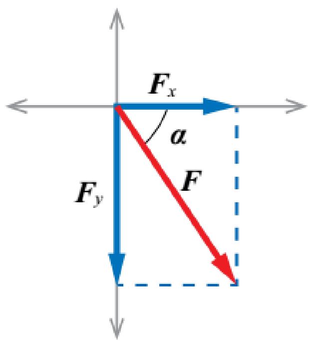
د - الطريقة التحليلية والطريقة البيانية في جمع المتجهات.

في الطريقة البيانية نقوم بإيجاد محصلة متجهين أو أكثر عن طريق الرسم باستعمال مقياس رسم مناسب، أما في الطريقة التحليلية نقوم بالجمع الرياضي لإيجاد محصلة متجهين أو اكثر من خلال تحليل كل متجه إلى مركباته.

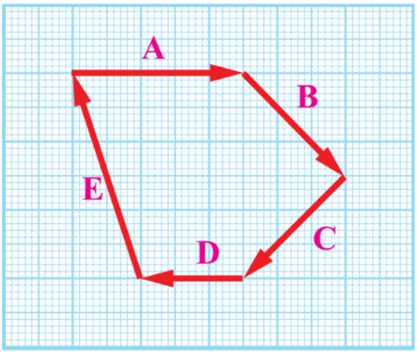
سؤال 2 قوة مقدارها (F) مقدار مركبتيها ($F_y = -8\ N$)، ($F_x = 6\ N$). أحسب مقدار القوة وحدد اتجاهها.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = 10\ \text{N}$$

$$\alpha = tan^{-1}\left|\frac{F_y}{F_x}\right| = tan^{-1}\left|\frac{-8}{6}\right| = 53^o$$

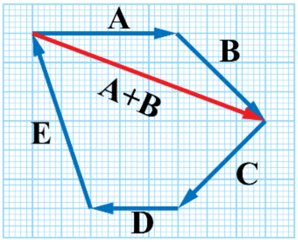


سؤال 3 اعتماداً على الشكل المجاور:

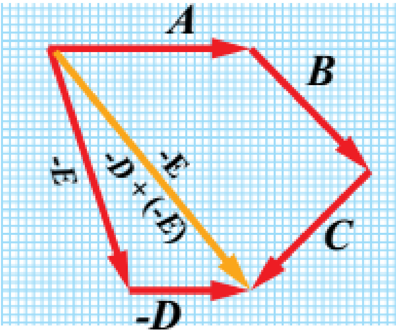


أ- ما محصلة المتجهات المبينة في الرسم؟

المحصلة تساوي صفرًا لأن نقطة البداية ونقطة النهاية هما نفساهما.



ب- جد بيانياً محصلة المتجه ين: A و B



جـ- أثبت بالرسم أن: $A + B + C = -D + (-E)$

سؤال 4 قوتان متساويتان في المقدار، ما أكبر قيمة لمحصلتهما؟ وما أقل قيمة لمحصلتهما؟

أكبر قيمة لمحصلتهما تساوي مثلي قيمة أحدهما عندما تكون القوتان في نفس الاتجاه أي ان الزاوية بينهما (0^o).

وأقل قيمة لمحصلتهما تساوي صفرًا عندما تكون القوتان متعاكسان في الاتجاه أي ان الزاوية بينهما (180^o).

سؤال 5 ما مقدار الزاوية التي تطلق بها كرة القدم بسرعة متجهة (v) بحيث:

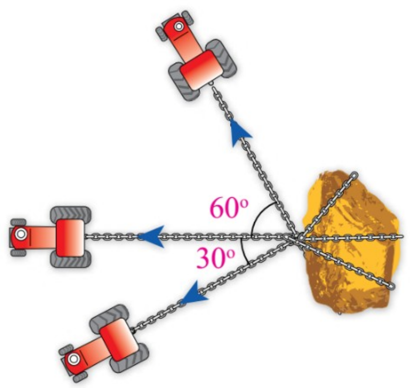
أ- تساوي المركبة العمودية للسرعة (v_y) صفراً.

$$v_y = 0 \rightarrow v\, sin\theta = 0 \rightarrow sin\theta = 0 \rightarrow \theta = sin^{-1}(0) = 0^o$$

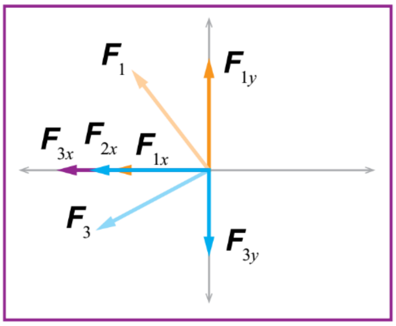
ب- تساوي المركبة الأفقية للسرعة (v_x) متجه السرعة (v).

$$v_x = v \rightarrow v\, cos\theta = v \rightarrow cos\theta = 1 \rightarrow \theta = cos^{-1}(1) = 0^o$$

سؤال 6 ثلاث جرارات تحاول سحب صخرة كبيرة. إذا أثر كل منها بقوة سحب مقدارها ($4000\ N$) في الاتجاهات المبينة في الشكل:



أ- جد مقدار محصلة القوى التي تؤثر بها الجرارات في الصخرة.



$$F_1 = F_2 = F_3 = 4000\ N$$

$$F_{1x} = -F_1 cos\theta_1 = -4000 \times cos60^o = -2000\ N$$

$$F_{2x} = -F_2 cos\theta_2 = -4000 \times cos0^o = -4000\ N$$

$$F_{3x} = -F_3 cos\theta_3 = -4000 \times cos30^o = -3464\ N$$

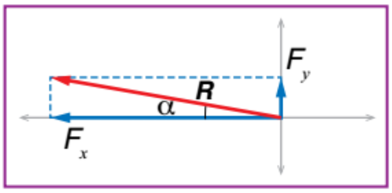
$$F_{1y} = F_1 sin\theta_1 = 4000 \times sin60^o = 3464\ N$$

$$F_{2y} = F_2 sin\theta_2 = 4000 \times sin0^o = 0\ N$$

$$F_{3y} = -F_3 sin\theta_3 = -4000 \times sin30^o = -2000\ N$$

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = -2000 - 4000 - 3464$$

$$F_x = -9464\ N$$



$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 3464 + 0 - 2000$$

$$F_y = 1464\ N$$

$$R = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} = \sqrt{(-9464)^2 + (1464)^2} = 9594\ N$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = tan^{-1}\left(\frac{1464}{-9464}\right) = 8.8^o$$

ب- في أي اتجاه ستتحرك الصخرة.

في الاتجاه شمال الغرب بحيث يصنع زاوية مقدارها 8.8^o مع محور $(-x)$.

درّب نفسك

سؤال 01 إذا كان ($A_x = 4\ u$)، ($A_y = 2\ u$)، ($B_x = -2\ u$)، ($B_y = -1\ u$)

فاحسب كلاً مما يلي:

أ. ($\boldsymbol{B}$).

ب. ($\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$).

جـ. ($\boldsymbol{D} = 2\boldsymbol{A} - 3\boldsymbol{B}$).

سؤال 02 إذا كان ($A - B = 0$) فإن المتجهين (A) و (B):

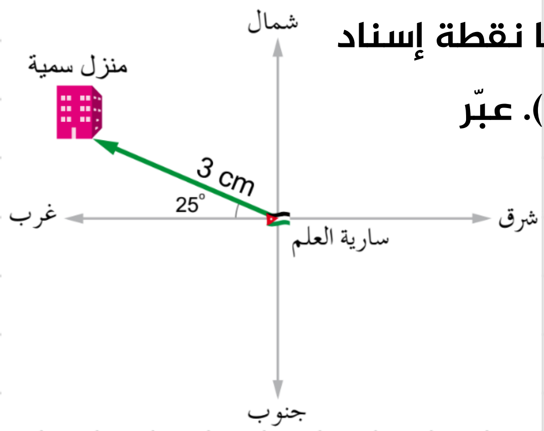
أ. متساويان مقدارًا، متماثلان اتجاهًا.

ب. مختلفان مقدارًا، متماثلان اتجاهًا.

جـ. متساويان مقدارًا، متعاكسان اتجاهًا.

د. مختلفان مقدارًا، متعاكسان اتجاهًا.

سؤال 03 في الشكل رسمت سمية متجه الموقع لمنزلها نسبة إلى سارية العلم في ساحة مستودعات وزارة التربية والتعليم، بوصفها نقطة إسناد (مرجعية)، واستخدمت مقياس رسم ($1\ cm: 100\ m$). عبّر عن متجه الموقع لمنزل سمية مقدارًا واتجاهًا.



سؤال 04 إذا علمت أن مقدار حاصل الضرب المتجهي لمتجهين يعتمد على مقدار الزاوية بينهما، فما أكبر قيمة لذلك المقدار؟ وكم تكون الزاوية بينهما حينئذ؟

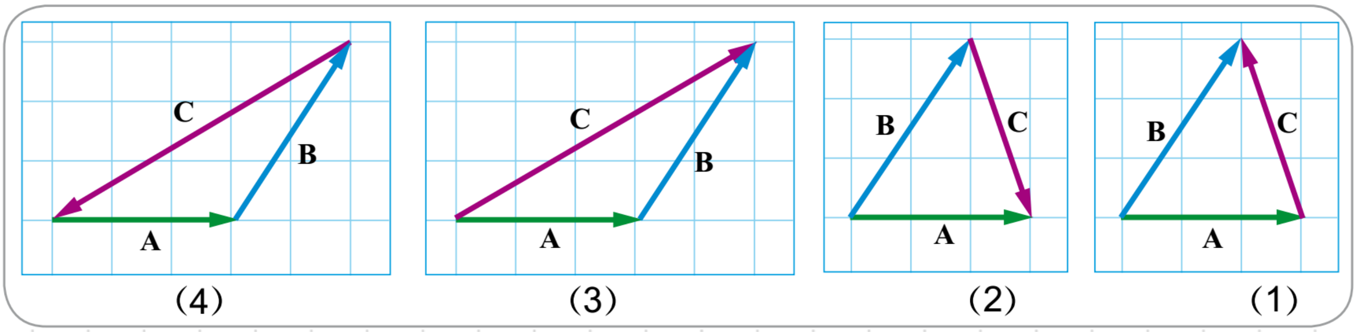
سؤال 05 أي الكميات الفيزيائية الآتية تُعد متجهة؟

أ. المسافة. ب. الكتلة. جـ. الزمن. د. الإزاحة.

سؤال 06 لديك متجهان، مقدار الأول (12) وحدة ومقدار الثاني (8) وحدات. أي المقادير الآتية على الترتيب يمكن أن تمثل أكبر مقدار وأصغر مقدار لحاصل جمعهما:

أ. (14.4) وحدة، (4) وحدات. ب. (12) وحدة، (8) وحدات.

جـ. (20) وحدة، (8) وحدات. د. (20) وحدة، (4) وحدات.



سؤال 07 رسم طالب الرسومات الموضحة للتعبير عن العلاقة بين ثلاث متجهات (A, B, C)، معتمدًا على الشكل، أي الرسومات تمثل العلاقة ($C = A - B$)؟

أ. (1). ب. (2). جـ. (3). د. (4).

سؤال 08 في أي الرسومات كان المتجه المحصل للمتجهات الثلاثة مساويًا صفرًا؟

أ. (1). ب. (2). جـ. (3). د. (4).

سؤال 09 في أي الأشكال يكون (A) محصلاً للمتجهين (B) و(C)؟

أ. (1). ب. (2). جـ. (3). د. (4).

سؤال 10 إذا علمت أن ($A = 10\ units\ , 53^o$)، فإن المتجه ($-3A$) يساوي:

أ. ($-30\ units\ , 53^o$). ب. ($30\ units\ , 53^o$).

جـ. ($30\ units\ , 233^o$). د. ($-30\ units$, جنوب الشرق 53^o).

حل أسئلة مراجعة الوحدة الأولى

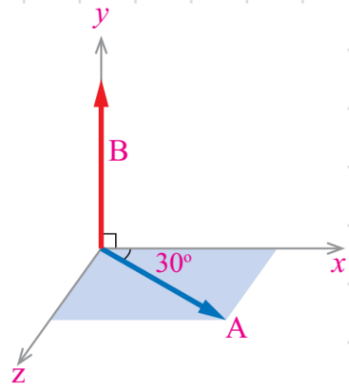
سؤال 1 ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1. الكمية المتجهة من الكميات الفيزيائية الآتية هي:

تسارع الطائرة في أثناء إقلاعها.

2. عند جمع القوتين $(30\ N)$ و $(20\ N)$ جمعًا متجها، فإن قيمة القوة المحصلة، هي:

36 N

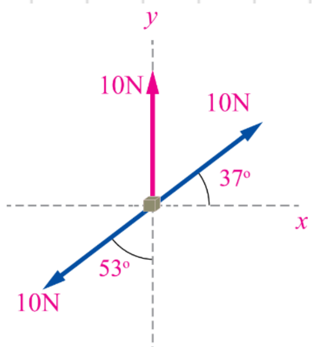


3. حاصل الضرب المتجهي $|A \times B|$ في الشكل المجاور هو:

$$|A \times B| = ABsin(90^o)$$

4. العلاقة بين متجهي التسارع a_1, a_2 بناء على العلاقة $(a_1 - a_2 = 0)$ هي:

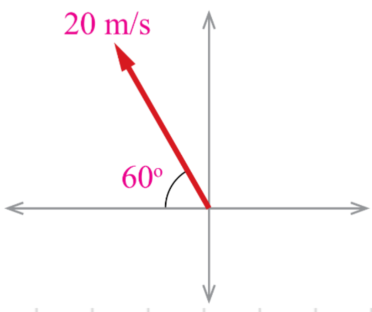
المتجهان a_1, a_2 متساويان في المقدار وفي الاتجاه نفسه.



5. المقدار والاتجاه لمحصلة القوى في الشكل المجاور هما:

$$10\ N, +y$$

6. صوبت سعاد كرة السلة بسرعة مقدارها $(20\ m/s)$ في الاتجاه المبين في الشكل. أي الآتية تمثل المركبة الأفقية للسرعة:

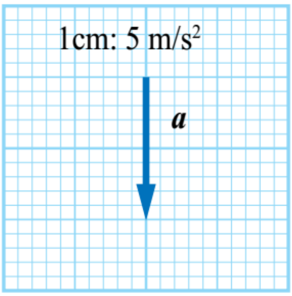


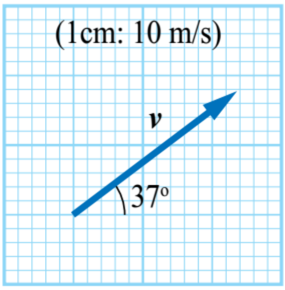
$$-20\cos(60^o)$$

سؤال 2 ركل لاعب كرة قدم كتلتها ($0.4\ kg$) لتنطلق بسرعة ($30\ m/s$) في اتجاه يصنع زاوية (37^o) مع سطح الأرض الأفقي وبتسارع مقداره ($10\ m/s^2$). وقد استغرقت الكرة مدة زمنية مقدارها ($6\ s$) لتعود إلى مستوى سطح الأرض.

a . حدد الكميات المتجهة والكميات القياسية.

الكميات المتجهة ← (السرعة) و (التسارع).
الكميات القياسية ← (كتلة الكرة) و (الزمن) و (الزاوية).



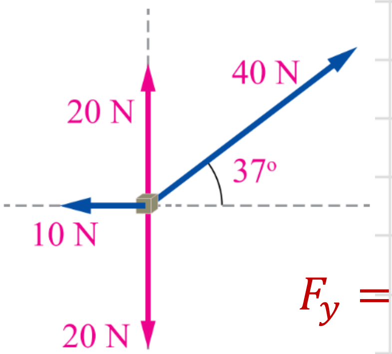


b. مثل الكميات المتجهة بيانيًا.

c. هل يمكن إيجاد محصلة تلك الكميات المتجه؟

نعم يمكن من خلال تحليل المتجه لمركبتين عمودية وأفقية.

سؤال 3 تؤثر قوى عدة في جسم كما في الشكل المجاور.
جد المقدار والاتجاه لمحصلة القوى المؤثرة في الجسم بالطريقة التحليلية.



$$F_x = 40cos37^o + 0 + -10cos0^o + 0 = 22\ N$$

$$F_y = 40sin37^o + 20sin90^o + 0 + -20sin90^o = 24\ N$$

$$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} = \sqrt{(22)^2 + (24)^2} = 32.6\ \text{N}$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = tan^{-1}\left(\frac{24}{22}\right) = 47.5^o$$

سؤال 4 متجهان الأول ($F = 8\ N$) في اتجاه محور ($-y$) والثاني ($r = 5\ m$) في اتجاه محور ($+x$) جد:

أ. $3F \leftarrow 3 \times 8 = 24\ N, -y$

ب. $-0.5r \leftarrow -0.5 \times 5 = 2.5\ m, -x$

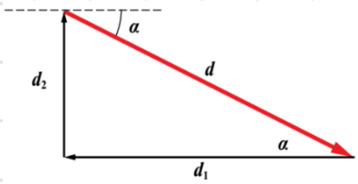
جـ. $|r \times F| \leftarrow rF sin\theta = 5 \times 8 \times sin90^o = 40\ N.m$

د. $|r \times r| \leftarrow rr sin\theta = 5 \times 5 \times sin0^o = 0$

هـ. $F.r \leftarrow Fr cos\theta = 8 \times 5 \times cos90^o = 0$

سؤال 5 انطلقت نور من منزلها سيرًا على الأقدام وقطعت مسافة ($400\ \text{m}$) باتجاه الغرب، ثم اتجهت شمالاً وقطعت مسافة ($200\ \text{m}$) لتصل منزل صديقتها. إذا أرادت نور العودة مباشرة إلى منزلها بخط مستقيم، فكم مترًا يجب أن تسير؟ وفي أي اتجاه يتعين عليها السير حتى تصل منزلها؟

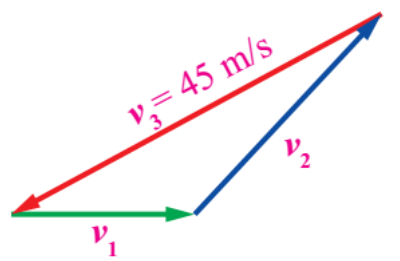
$$d_1 = d_x = 400\ \text{m}, 180^o \quad , \quad d_2 = d_y = 200\ \text{m}, 90^o$$



$$d = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2} = \sqrt{(-400)^2 + (200)^2} = 447\ m$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{d_y}{d_x}\right) = tan^{-1}\left(\frac{200}{-400}\right) = 27^o$$

سؤال 6 ثلاثة متجهات للسرعة تشكل مثلثًا مغلقًا كما في الشكل المجاور. جد:



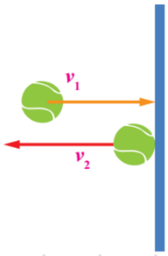
1) $(v_1 + v_2)$.

$$v_1 + v_2 = -v_3$$
$$v_1 + v_2 = 45\ m/s$$

2) محصلة المتجهات الثلاثة.

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

سؤال 7 صوبت سارة كرة تنس أفقيا نحو حائط عمودي فاصطدمت به بسرعة أفقية v_1 مقدارها ($10\ m/s$) باتجاه الشرق كما في الشكل ثم ارتدت عنه أفقيا نحو الغرب بسرعة v_2 مقدارها ($7\ m/s$). جد التغير في سرعة الكرة (Δv).



$$v_1 = 10\ m/s\ , v_2 = -7\ m/s$$
$$\Delta v = v_2 - v_1 = -7 - 10 = -17\ m/s$$
$$\Delta v = 17\ m/s\ , -x$$

سؤال 8 ما مقدار الزاوية بين المتجهين (**A**) و (**B**) في الحالتين الآتيتين:

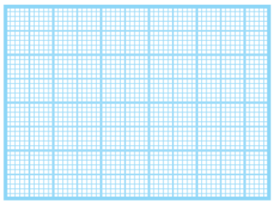
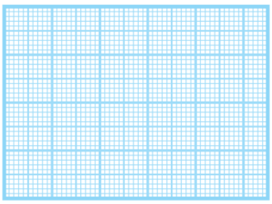
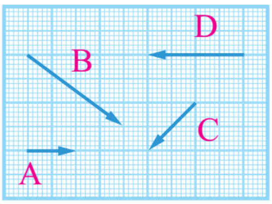
أ. $|\mathbf{A}\times\mathbf{B}| = AB \leftarrow$

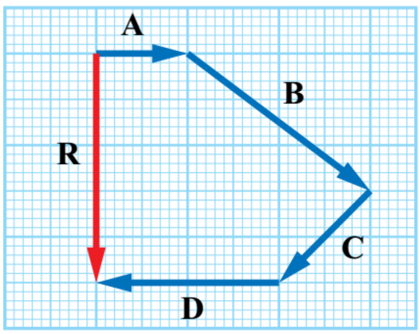
$$ABsin\theta = AB \rightarrow sin\theta = 1 \rightarrow \theta = 90^o$$

ب. $\mathbf{A.B} = AB \leftarrow$

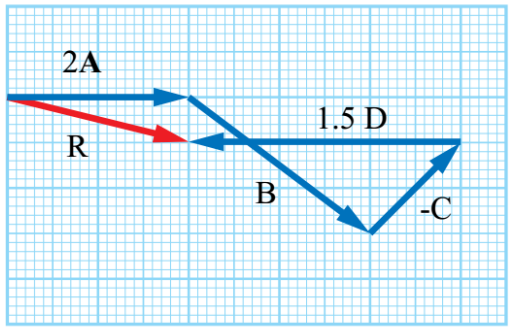
$$ABcos\theta = AB \rightarrow cos\theta = 1 \rightarrow \theta = 0^o$$

سؤال 9 أستخدم الطريقة البيانية في حساب ناتج جمع المتجهات وطرحها كما هو مبين في الجدول الآتي:

ناتجُ جمعِ: $2A + B - C + 1.5\ D$	المحصلةُ R	المُتَّجِهاتُ: A، وَ B، وَ C، وَ D حيثُ يُمثِّلُ كلُّ مربعٍ في الرسمِ وحدةً واحدةً ($1u$).
		

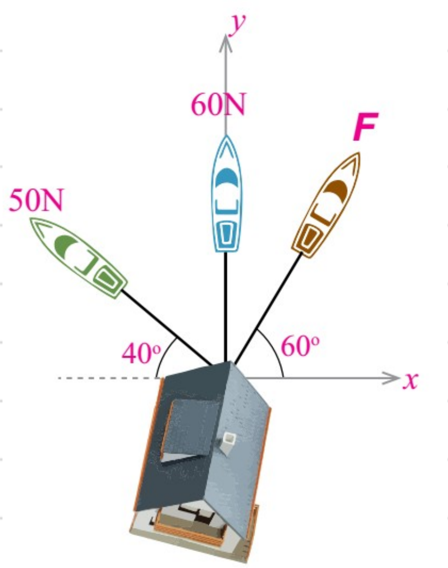


$$R = 5\ units, -y$$



$$4.1\ units$$

سؤال 10 ثلاثة قوارب كل منها يؤثر بقوة في منزل عائم في الماء لسحبه كما في الشكل المجاور. فإذا تحرك المنزل باتجاه محور $(+y)$ جد:



أ. مقدار القوة (F).

تحرك المنزل في اتجاه $(+y)$ هذا يعني أن اتجاه المحصلة $(\sum F)$ هو $(+y)$.

$$R_x = 0 \quad , \quad R_y = \sum R$$

$$R_x = F cos60^o + 60 \times cos90^o - 50cos40^o$$

$$0 = 0.5F + 0 - 50 \times 0.76 \rightarrow F = 76\ N$$

ب. مقدار محصلة القوى الثلاث واتجاهها.

$$R_x = 0 \quad , \quad R_y = \sum R$$

$$R_y = 76.6sin60^o + 60sin90^o + 50sin40^o$$

$$R_y = 70 \times 0.87 + 60 + 70 \times 0.64 \approx 152.9\ N$$

$$\sum R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} = \sqrt{(0)^2 + (152.9)^2} = 152.9\ N$$

$$\sum R = 152.9\ N, +y$$